

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Campo Mourão,
2022

**UM MODO DE VER E SIGNIFICAR A MODELAGEM
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS À LUZ DA
SEMIÓTICA**

Thayná Felix dos Santos

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

UM MODO DE VER E SIGNIFICAR A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS
INICIAIS À LUZ DA SEMIÓTICA

Thayná Felix dos Santos

Orientador:
Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Junho de 2022

A Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP

Santos, Thayná Felix dos
Um modo de ver e significar a modelagem
matemática nos anos iniciais à luz da semiótica /
Thayná Felix dos Santos. -- Campo Mourão-PR, 2022.
108 f.: il.

Orientador: Michele Regiane Dias Veronez.
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --
Universidade Estadual do Paraná, 2022.

1. Matemática-estudo e ensino. 2. Didática -
Matemática. 3. Semiótica. I - Veronez, Michele
Regiane Dias (orient). II - Título.

Thayná Felix dos Santos

Um modo de ver e significar a Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Semiótica

Comissão Examinadora:



Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez – Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Prof. Dr. Everton José Goldoni Estevam - Membro da Banca
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Profa. Dra. Karina Alessandra Pessôa da Silva - Membro da Banca
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

Resultado: APROVADA

Campo Mourão
Junho de 2022

*Dedico este trabalho a Deus, que sempre foi o autor da minha vida e do meu destino.
O meu maior apoio nos momentos difíceis, quem cuida do meu coração, me protege e me
carrega com forças.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer a Deus, nosso pai, por ser tão cuidadoso com seus filhos, por cuidar de mim, da minha família, amigos e professores.

Agradeço a minha orientadora, Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez, que com toda paciência e sabedoria dedicou-se a me orientar, me ensinar a pesquisar, me ensinar a ter calma com o futuro, visando entender que tudo o que fazemos tende a melhorar, que nunca nada está pronto e acabado. Obrigada professora por ter me incentivado e depositado confiança durante este tempo, sem sua orientação, apoio e conversas este trabalho não teria sido concluído. Um obrigado especial aos professores da banca: Prof. Dr. Everton e a Profa. Dra. Karina, cuja admiração e respeito não se medem, agradeço pelas sugestões e conselhos e também por terem contribuído com o desenvolvimento deste trabalho.

A minha família, em especial meu noivo, João Victor Pereira, pela paciência e companheirismo, por ser compreensivo nos momentos que permaneci distante. Mãe, você é fruto de minha maior inspiração. Pai, obrigada por ter proporcionado tudo o que tenho hoje e principalmente por ter me incentivado a nunca desistir. Thiago, meu irmão, obrigada por me mostrar que podemos tudo, independente das circunstâncias. Isabella, minha irmã, ainda que você seja a nossa “rapinha do tacho”, você me incentiva a ser uma pessoa melhor todos os dias e querer buscar o melhor sempre.

Eliane e João Reis, obrigada pelo incentivo e por cuidarem tão bem de mim. Aline (Lica), obrigada por ter me ajudado e auxiliado várias vezes em questões que não tenho controle.

Amigas(os), Ana K., Bruna, Andressa e Hewerton, obrigada por toda preocupação e carinho nessa caminhada. Em especial, minha amiga Bruna por me colocar sempre para cima quando eu já estava sem forças para lutar ou continuar. Ana S. e Camila, vocês são minhas protetoras, dividiram comigo angústias, alegrias, crescimentos e informações. Ingrid, meu presentinho do programa de mestrado, obrigada por ser uma amiga tão especial e que por inúmeras vezes nunca hesitou em me ligar para saber como estou, ou para ler meus escritos.

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) pelo aprendizado e esforço.

Agradeço ao Grupo de Estudos sobre Práticas de Modelagem na Educação Matemática – GEPMEM pelas reuniões de segundas-feiras em que muitos aprendizados foram possíveis, pelos compartilhamentos de ideias e escritos, pelo desenvolvimento de atividades, pelo

cuidado, pela amizade e pelo incentivo. Em especial, a Profa. Liane, que por vezes me fez respirar, obrigada por ler meus escritos e compartilhar ideias, obrigada pelo ombro amigo.

Agradeço às crianças, à pedagoga e às professoras regentes do quinto ano, por terem permitido que todo o desenvolvimento da atividade ocorresse.

Agradeço a todos que diretamente ou indiretamente me ajudaram nesta caminhada de tanto aprendizado.

RESUMO

A fim de discutir sobre os modos de ver e pensar a modelagem matemática sob um ponto de vista da semiótica, buscamos nesta investigação elementos que podem elucidar aspectos que permeiam a atribuição de significado ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos dos anos iniciais. Trata-se de uma pesquisa qualitativa com caráter interpretativo, em que nos pautamos em um quadro teórico que considera a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e a Semiótica elucidada por Charles Sanders Peirce. Para isso, desenvolvemos três atividades de modelagem matemática em uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental. Optamos por um relatório de pesquisa que segue o formato multipaper, no qual apresentamos dois artigos que articulados tratam da temática escolhida. No primeiro artigo investigamos indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática. Os dados foram produzidos mediante o desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática, em que olhamos para os signos produzidos nas mais diversas ações cognitivas das crianças e o analisamos por meio de um triângulo epistemológico. Os resultados desse artigo apontam que a atribuição de significado aos objetos matemáticos ganha consistência na medida que as crianças modificam os signos, sendo que essa alternância se complementa em face às ações cognitivas delas. No segundo artigo buscamos analisar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática, em que desenvolvemos uma atividade de modelagem matemática, e olhamos para ela por meio de uma trama semiótica. Os resultados desse artigo nos levaram a concluir que a alternância dos signos interpretantes decorre dos papéis que os signos desempenham nas mais diversas ações das crianças, sendo que os signos produzidos depõem sobre a forma de agir e pensar delas, isto é, nas tomadas de decisões, caminhos trilhados e aceitação de uma resposta para o problema. A partir dos resultados dos dois artigos ponderamos que quando as crianças buscam por informações, delimitam a problemática, selecionam as informações coletadas e as simplificam, produzem signos que dão indícios que houve atribuição de significado.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Signos; Semiótica; Anos Iniciais.

ABSTRACT

In order to discuss the ways of seeing and thinking about mathematical modeling from a semiotic point of view, we seek in this investigation elements that can elucidate aspects that permeate the attribution of meaning throughout the development of mathematical modeling activities by students in the early years. This is a qualitative research with an interpretive character, in which we are guided by a theoretical framework that considers Mathematical Modeling from the perspective of Mathematics Education and Semiotics elucidated by Charles Sanders Peirce. For this, we developed three mathematical modeling activities in a fifth grade elementary school class. We opted for a research report that follows the multipaper format, in which we present two articulated articles dealing with the chosen theme. In the first article, we investigated evidence of attribution of meaning to mathematical objects through the signs associated with doing mathematical modeling. The data were produced through the development of two mathematical modeling activities, in which we looked at the signs produced in the most diverse cognitive actions of children and analyzed them through an epistemological triangle. The results of this article indicate that the attribution of meaning to mathematical objects gains consistency as children modify the signs, and this alternation is complemented in the face of their cognitive actions. In the second article we seek to analyze the role of signs with attention to the semiotic plot in the attribution of meaning when doing mathematical modeling, in which we develop a mathematical modeling activity, and look at it through a semiotic plot. The results of this article led us to conclude that the alternation of interpretant signs stems from the roles that signs play in the most diverse actions of children, and the signs produced testify on their way of acting and thinking, that is, in decision-making, paths taken and acceptance of an answer to the problem. Based on the results of the two articles, we consider that when children search for information, they delimit the problem, select the information collected and simplify it, producing signs that give evidence that meaning has been assigned.

Keywords: Mathematical Modeling; Signs; Semiotics; Initial Years.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Tríade semiótica.....	19
Figura 1.2 - Trama semiótica.....	20
Figura 1.3 - Triângulo Epistemológico.....	21
Figura 1.4 - Atividade de modelagem matemática “Animais de estimação”	27
Figura 1.5 - Atividade de modelagem matemática “Frames por segundo”.....	28
Figura 1.6 - Atividade de modelagem matemática “Viagens”.....	29
Figura 1.7 - Organização da dissertação.....	32
Figura 2.1 - Triângulo epistemológico.....	46
Figura 2.2 - Triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática.....	49
Figura 2.3 - Signos, da ação cognitiva síntese, produzidos por Samara, Jeferson e Nicolý.....	53
Figura 2.4 - Signo produzido por Gina na ação cognitiva síntese.....	54
Figura 2.5 - Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Frames por segundo.....	55
Figura 2.6 - Informações relativas ao projeto horta na escola.....	57
Figura 2.7 - Signos associados à ação cognição compreensão da situação.....	60
Figura 2.8 - Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Viagens.....	63
Figura 3.1- As fases da modelagem matemática e as ações do fazer modelagem matemática....	73
Figura 3.2 - A tríade sígnica	76
Figura 3.3 - Tríade sígnica do signo caneta.....	76
Figura 3.4 - Exemplos de tríade sígnica do conceito de multiplicação.....	77
Figura 3.5 - Trama semiótica.....	78
Figura 3.6 - Poema dos animais de estimação.....	80
Figura 3.7 - Organização da quantidade de animais por criança.....	82
Figura 3.8 - Gustavo realizando a divisão do valor pago no kg de sua ração.....	85
Figura 3.9 - Trama semiótica no fazer modelagem matemática.....	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Gastos mensais com a ração.....	88
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Signos associados à ação cognitiva compreensão da situação.....	51
Quadro 2.2 - Signos associados à ação cognitiva matematização.....	51
Quadro 2.3 - Signos associados à ação cognitiva síntese.....	52
Quadro 2.4 - Signos associados a ação cognitiva interpretação e validação.....	55
Quadro 2.5 - Signos associado à ação cognitiva compreensão da situação.....	57
Quadro 2.6 - Signos associados às ações cognitiva matematização e síntese.....	58
Quadro 2.7 - Signos associados à ação cognitiva síntese.....	60
Quadro 2.8 - Signos associados a ação cognitiva interpretação e validação.....	62
Quadro 3.1 - Signos produzidos pelas crianças na interação com o tema.....	81
Quadro 3.2 - Signos produzidos na socialização com o tema.....	83
Quadro 3.3 - Algumas informações presentes nos vídeos construídos pelas crianças.....	84
Quadro 3.4 - Signos produzidos pelas crianças que indicam o conteúdo da Matemática a ser utilizado.....	85
Quadro 3.5 - Signos produzidos pelas crianças na apresentação de uma solução para o problema.....	85

LISTA DE SIGLAS

OMS Organização Mundial de Saúde

FPS Frames por Segundo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Uma incursão às temáticas modelagem matemática e semiótica.....	16
1.2 O que foi investigado	22
1.3 Encaminhamento metodológico da pesquisa	23
1.4 O contexto da pesquisa	25
1.5 As atividades de modelagem matemática desenvolvidas	26
1.6 A estrutura da dissertação	30
Referências.....	33
2 ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INTERPRETAÇÃO SEMIÓTICA ACERCA DOS OBJETOS MATEMÁTICOS	39
2.1 Introdução	39
2.2 Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	41
2.3 Ações cognitivas em atividades de modelagem matemática	42
2.4 Semiótica peirceana e os signos.....	45
2.5 O contexto da pesquisa e os aspectos metodológicos.....	48
2.6 Análise das atividades de modelagem matemática sob uma perspectiva semiótica.....	50
2.6.1 Qual a quantidade de fotos em um vídeo? Análise do tema FPS	50
2.6.2 Para onde viajar? Análise da atividade de modelagem matemática cujo tema é Viagens.....	56
2.7 Resultados e discussões	64
2.8 Algumas considerações.....	66
Referências.....	66
3 ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA POR ALUNOS DOS ANOS INICIAIS SOB UM VIÉS DA SEMIÓTICA PEIRCEANA	70

3.1	Introdução	71
3.2	Sobre Modelagem Matemática	72
3.3	Semiótica Peirceana	75
3.4	As opções metodológicas e a atividade de modelagem matemática desenvolvida	79
3.5	Signos e o processo de semiose em uma atividade de modelagem matemática.....	80
3.6	Resultados e discussões	89
3.7	Considerações finais	92
	Referências.....	93
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	96
	REFERÊNCIAS	101

1 INTRODUÇÃO

1.1 Uma incursão às temáticas modelagem matemática e semiótica

Debates que consideram a modelagem matemática no âmbito de investigações na área da Educação Matemática são recorrentes desde a década de 1980. Desde essa época muitos estudos têm apresentado contribuições a partir de resultados que visam evidenciar potencialidades da modelagem matemática tanto para o ensino como para a aprendizagem de Matemática.

Em geral, as pesquisas mostram que a modelagem matemática pode alterar o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, levando em considerações aspectos da formação humana, assim como destaca Freudenthal (1968), em associação com a discussão de fenômenos da realidade, que permitem dar visibilidade às aplicações da matemática.

A perspectiva educacional da modelagem matemática, destacada por Kaiser e Sriraman (2006), aponta para a inserção, em sala de aula, de situações-problema autênticas ao mesmo tempo em que se deve ter como preocupação o desenvolvimento da teoria matemática. Tal perspectiva é sinalizada como possibilidade de pensar sobre fenômenos da realidade em contexto escolar a partir de lentes da matemática e é nessa perspectiva que esta investigação se desenvolve.

O avanço de pesquisas que consideram articulações entre a promoção de modos de ver e pensar a partir da Matemática e o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos dos mais variados níveis de escolaridade tem apontado diferentes enfoques para a Modelagem Matemática. Há estudos que se ocupam de discutir sobre Modelagem Matemática em associação com a aprendizagem significativa (FONTANINI, 2007; BORSSOI, 2013; MARCHIORO, 2018; SOUZA, 2021), outros que abordam questões cognitivas (FERRI, 2006; VERTUAN, 2013; CASTRO, 2017; CASTRO; VERONEZ, 2017), aqueles que dialogam com a temática de formação de professores (BARBOSA, 2001; DIAS, 2005; ALMEIDA, 2004; ALMEIDA; DIAS, 2007; ROSA, 2019; MUTTI, 2020) e outros que se comprometem a discutir de forma específica sobre aspectos da própria Modelagem Matemática (BARBOSA, 2004; ALMEIDA; DIAS, 2004; SANTOS; VERONEZ, 2021) e aqueles que buscam elucidar caracterizações de modelagem matemática utilizando-se de outras teorias (TORTOLA, 2016; SILVA, 2013; VERONEZ, 2013; SOUZA, 2018; RAMOS, 2020).

Independente da abordagem dada a tais pesquisas e o nível de escolaridade em que se desenvolvem, há um consenso de que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas oriundos de situações extra matemáticas. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) a modelagem matemática é tida como a atividade de busca por essas soluções. Com isso a definição de que uma atividade de modelagem matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial problemática; um conjunto de procedimentos; e uma situação final que indica uma solução para o problema (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

Em sala de aula, a dinâmica de uma atividade de modelagem matemática, de modo geral, se inicia com uma situação-problema que pode ser sugerida pelos professores, ou definida pelos alunos, seguida por procedimentos, segundo os quais, se definem as estratégias de ação dos alunos. Na literatura tais procedimentos aparecem associados aos ciclos de modelagem de Bassanezi (2002) ou de Blum (2015), às etapas propostas por Burak (2010) ou às fases da modelagem matemática denotadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Nesta investigação fazemos dois recortes relacionados à modelagem matemática, tidos como principais. O primeiro refere-se a considerar a Modelagem Matemática em um contexto específico de sala de aula: nos anos iniciais do Ensino Fundamental e o outro, abordá-la segundo a caracterização que a compreende como uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Esse modo de compreender a modelagem matemática valoriza o processo de construção de conhecimentos diversos, sobretudo matemáticos, e oportuniza, às crianças atuarem como protagonistas de sua aprendizagem. Além disso, a exploração (investigação) de situações reais vem atrelada aos contextos e/ou interesses das crianças. Maab (2005) defende a ideia de que atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental permitem às crianças terem outra visão da matemática que é aplicada nas escolas, desmistificando a crença de que ela é uma ciência objetiva e inquestionável. Esse modo de abordar a matemática também favorece o desenvolvimento da capacidade de argumentação e reflexão diante de intervenções do meio que a criança se encontra.

O fato de a modelagem matemática potencializar o desenvolvimento crítico dos alunos em relação ao meio que estão inseridos (CARVALHO, 2017) e oportunizar que o ambiente de sala de aula seja apto para discussões e decisões inerentes às situações ao meio em que vivem, possibilita que as crianças consigam perceber o papel da matemática fora da sala de aula. Por meio de atividades de modelagem matemática se pode criar situações desafiadoras em que a criança seja encorajada a pensar, questionar e desenvolver suas formas de agir e pensar ao passo que avançam em seus conhecimentos, inclusive, em conhecimentos matemáticos. Segundo

Burak (2014), a Modelagem Matemática nos anos iniciais permite aos alunos se tornarem construtores de suas próprias ideias e conceitos matemáticos, sendo agentes da aprendizagem.

Na literatura encontramos diversos trabalhos que se ocupam de discutir sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No âmbito nacional, temos os trabalhos desenvolvidos por Luna e Alves (2007), Luna, Souza e Santiago (2009), Dias e Chaves (2009), Tortola (2012; 2016), Zanella (2016), Teodoro (2018); e, internacionalmente, English (2003), English e Watters (2004), Blum e Ferri (2009) são exemplos de autores que se ancoram nos anos iniciais para discutir aspectos da Modelagem Matemática.

No trabalho desenvolvido por Luna e Alves (2007) as autoras analisam as interações discursivas dos alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática e concluem que o ambiente de aprendizagem composto por atividades de modelagem matemática, nesse nível de escolaridade, tende a favorecer o desenvolvimento de interações discursivas entre as crianças e entre as crianças e a professora, além de contribuir com o desenvolvimento de um pensamento mais crítico e reflexivo. Nessa mesma linha de pensamento, Luna, Souza e Santiago (2009) discutem sobre os discursos produzidos pelas crianças em uma atividade de modelagem matemática com intenção de analisar como as crianças percebem o papel dos modelos matemáticos em debates sociais. Os diálogos das crianças (entre eles e com a professora) indicam que a inserção da modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo frente aos modelos matemáticos por eles construídos ao identificarem que conteúdos matemáticos podem se fazer presentes nos debates que circundam a sociedade.

Tortola (2012) investiga os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática em sua dissertação. Já em sua tese propõe uma discussão sobre as configurações que atividades de modelagem matemática podem assumir nesse nível de escolaridade (TORTOLA, 2016). De maneira geral, esses trabalhos elucidam que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática “envolve um modo de agir característico, com ações e encaminhamentos específicos, que constitui seu procedimento” (TORTOLA, 2016, p. 268), pois o uso da linguagem pelas crianças configura a constituição de um tema; de um problema; de um modelo matemático, e elucidam a identidade do fazer modelagem matemática nos anos iniciais.

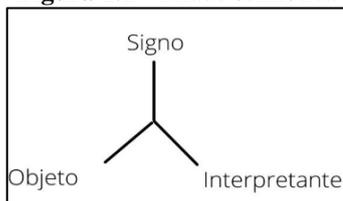
Frente a esses estudos e os resultados que apresentam e, levando em consideração que há produção de signos atrelada ao fenômeno investigado quando se desenvolve atividades de modelagem matemática, conforme apontam os estudos de Kehle e Cunningham (2000), Carreira (2001), Kehle e Lester (2003), Silva (2008; 2013), Veronez (2013), Veronez e Almeida (2017), temos como foco de interesse discutir sobre os signos produzidos por alunos do 5º ano

do Ensino Fundamental ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Cabe destacar que esta investigação se insere em um conjunto de pesquisas desenvolvidas no âmbito do GEPMEM - Grupo de Estudos sobre Práticas de Modelagem em Educação Matemática e vem compor o rol de estudos que se propõe a discutir sobre Modelagem Matemática em associação com a Semiótica.

De modo geral, o que os estudos que articulam Modelagem Matemática e Semiótica denotam é que os signos retratam ações, escolhas, dizeres e, nesse sentido, expressam pensamentos e conhecimentos. A caracterização de signo, ora assumida, é pautada nas assertivas de Peirce (2005) de que signo é algo que representa alguma coisa (objeto), não necessariamente em toda sua complexidade, mas carrega informações da coisa representada (objeto), “o signo carrega consigo características do objeto e está atrelado às experiências do sujeito que entra em contato com o objeto” (SILVA; VERONEZ, 2014, p. 83), vinculado ao conhecimento que o aluno tem sobre aquilo que o signo representa (STEINBRING, 2005).

Para Peirce (2005), o signo possui natureza triádica e, nesse sentido, está numa relação que envolve três elementos: signo, objeto e interpretante (Figura 1.1). Paradoxalmente, o signo por si só é a tríade, e também, é um elemento semiótico da tríade (SEEGER, 2004, p. 209). Além disso, o signo é o mediador entre o objeto e o interpretante.

Figura 1.1 - Tríade semiótica

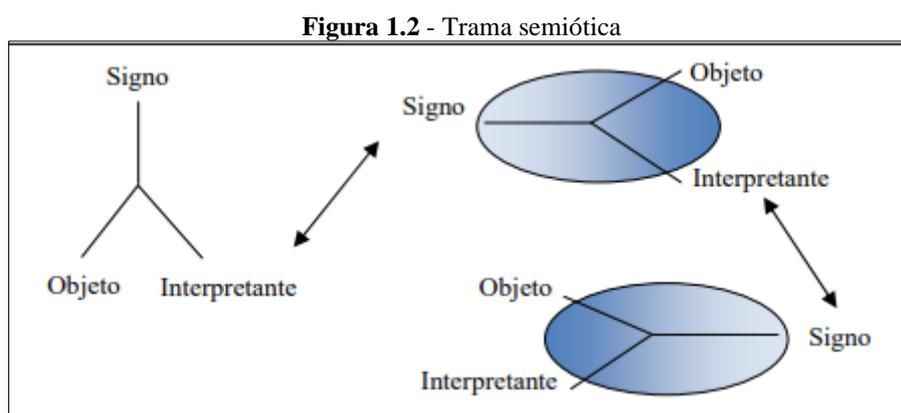


Fonte: Drigo (2007, p.63).

Na tríade semiótica, a relação do signo com seu objeto só se efetiva se houver uma relação com um terceiro elemento, determinado interpretante. Isto é, o signo só se efetiva como signo no momento em que encontra uma mente interpretadora (SANTAELLA, 2020) que *pense* sobre esse signo. Assim, o interpretante determina a interpretação significativa do signo, ele depende do conhecimento do intérprete perante o objeto e a natureza do signo. Por isso, a mediação do signo entre objeto e interpretante só se completa a partir do momento que um intérprete é capaz de desempenhar uma interpretação acerca do signo em relação com seu objeto, gerando um signo interpretante, ou como nos diz Almeida (2010, p. 390): “a ação do signo de ‘estar no lugar de’ só se completa se houver alguém (ou algo) capaz de interpretar essa relação”.

Tendo o signo a característica de evoluir, crescer, porque o modo de ação do signo associa-se à autogeração de signos na tríade semiótica, Peirce (2005) argumenta que a relação entre os três elementos da tríade não pode, de forma alguma, ser resolvida em ações entre pares e que nenhum interpretante está absolutamente definido. Argumenta também que existe uma semiose entre esses três elementos.

Assim, considerando a tríade semiótica, Peirce (2005) define semiose como um processo de geração de signos. Nesse processo, os signos se desenvolvem ou geram um outro signo, diferente ou mais evoluído, em um processo *ad infinitum* de geração de signos interpretantes. Drigo (2007, p. 85) afirma que “a semiose se desencadeia quando da atualização da mente”, o que significa que normalmente há produção de um outro signo, às vezes até mais evoluído do que o primeiro. Para Seeger (2004), a semiose se associa ao que ele denota por *trama semiótica* (Figura 1.2) e pode ser entendida como uma rede de signos, em que um novo signo pode se tornar um objeto ou um interpretante.



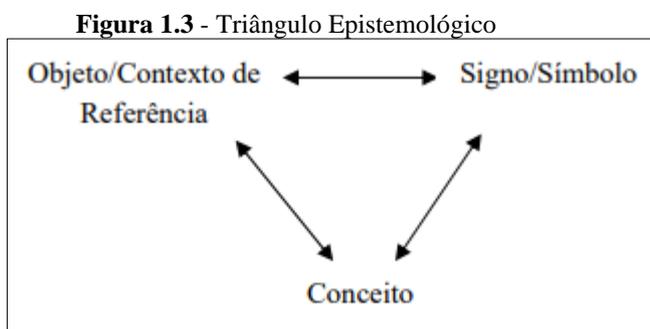
Fonte: Veronez (2013, p. 43), adaptado de Seeger (2004, p.211).

Nessa trama semiótica o interpretante se constitui em um novo signo e dele ocorre uma nova semiose que gera um novo interpretante, alterando ou não o objeto, e, assim, *ad infinitum*. Ou seja, para Seeger (2004), a trama semiótica indica que o interpretante de uma tríade sónica pode passar a constituir, ele próprio, uma nova tríade, um objeto e um signo. E esse novo signo pode gerar uma outra semiose, uma vez que o interpretante pode ser reconhecido como objeto e/ou signo de uma nova tríade sónica. Assim como Peirce (2005) define semiose, Seeger (2004) aponta que a trama semiótica ilustra que a geração de signos tende para um processo infinito e que esse processo se comporta como uma rede de tríades sónicas que se auto relacionam.

Uma vez que o signo se altera, podendo se tornar, ele próprio, um objeto ou um interpretante, dependendo da semiose que, de certo modo, considera o intérprete e seus conhecimentos, o signo é algo que torna o objeto acessível (SANTAELLA, 2012) e, portanto,

o signo se faz necessário. No caso da matemática, os signos desempenham um papel fundamental já que objetos matemáticos são inacessíveis à percepção humana, sendo necessário o uso de signos para pensar sobre eles e relacioná-los (HOFFMANN, 2006).

Essa relação entre signo e objeto é discutida por Steinbring (2006) a partir de um modelo que ele convencionou chamar de triângulo epistemológico (Figura 1.3). Contudo, nesse modelo, são considerados três elementos: signo/símbolo, porque o autor discute que os signos em matemática correspondem a símbolos próprios a essa área; objeto/contexto de referência, porque há uma associação entre signo/símbolo e o objeto/contexto de referência que se quer representar e; que dessa relação evoca-se um conceito, que sinaliza conhecimentos do intérprete.



Fonte: Steinbring (2006, p. 135, tradução nossa).

Como os signos não possuem significado próprio, devendo esse ser produzido pelo intérprete ao estabelecer uma mediação do signo em relação com o contexto de referência e o conceito, para Steinbring (2006), os vértices do triângulo não podem ser analisados separadamente. Ademais, o triângulo epistemológico garante um sistema equilibrado e sustentável (STEINBRING, 2006).

Esse autor também argumenta que por meio do triângulo epistemológico é possível inferir acerca de conhecimentos matemáticos do aluno (intérprete, no contexto da sala de aula) porque esse modelo favorece uma constituição de redes de significados expressa por meio de representações que são construídas pelos alunos. Além disso, os signos por eles produzidos, em relação com os outros dois vértices do triângulo, podem favorecer a construção de uma sequência de triângulos epistemológicos que indicam, em associação, características dos conhecimentos dos alunos frente ao conceito evocado (STEINBRING, 2010).

No trabalho de Farrugia (2007), a autora elucida características do conceito de multiplicação frente aos signos produzidos pelos alunos em associação com o contexto de referência utilizado. Farrugia (2007) aponta uma sequência de triângulos epistemológicos como

ferramenta para inferir sobre a aprendizagem do conceito de multiplicação por alunos do Ensino Fundamental. Nacionalmente, Veronez (2013) se utiliza do modelo do Steinbring (2006) para discutir aspectos da Modelagem Matemática e, como um de seus resultados, pondera que o caráter dinâmico do triângulo epistemológico se assemelha à dinamicidade imbricada nas atividades de modelagem matemática e, portanto, propõe um triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática como instrumento para identificar relações entre seus três elementos nominados: contexto de referência; signo; e Conceito. Nesse triângulo proposto por Veronez (2013), o contexto de referência está associado aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática; o signo/símbolo refere-se aos signos produzidos e/ou manifestos pelos alunos em associação com suas ações cognitivas; e o conceito relaciona os objetos matemáticos que foram suscitados ao longo da atividade de modelagem matemática.

1.2 O que foi investigado

Na presente pesquisa, interessados em investigar os signos em atividades de modelagem matemática, desenvolvemos um estudo que busca na semiótica peirceana elementos que podem elucidar aspectos que permeiam a atribuição de significado ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por crianças dos anos iniciais. Nesse sentido, a análise está atrelada aos signos produzidos pelas crianças ao desenvolverem atividades de modelagem matemática.

Nossa problemática de pesquisa diz respeito ao fazer modelagem matemática das crianças com atenção aos signos que elas produzem nesse fazer e nosso relatório de pesquisa segue organizado no formato multipaper. Assim, nossas deliberações a respeito desta problemática de pesquisa são apresentadas em dois artigos científicos, constituindo os Capítulos 2 e 3, respectivamente, cada um direcionado por um objetivo específico de pesquisa, os quais são:

1. Buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática.
2. Analisar o papel dos signos, com atenção à trama semiótica, na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática.

1.3 Encaminhamento metodológico da pesquisa

Visando aos objetivos que permeiam a problemática desta investigação, realizamos uma pesquisa que se caracteriza como qualitativa via abordagem participante, na perspectiva de Flick (2013), já que o olhar para a investigação se volta à qualidade e aos elementos significativos relativamente à problemática. Seus encaminhamentos, entretanto, estão alinhados ao que Bogdan e Biklen (1994) e Alves-Mazzotti (1998) apontam sobre estudos com características da pesquisa qualitativa.

Para Alves-Mazzotti (1998), pesquisas de cunho qualitativo possibilitam o pesquisador compreender ou interpretar como as pessoas agem, pensam, sentem e interpretam as situações que estão postas. Bogdan e Biklen (1994) dão destaque ao papel do pesquisador já que ele está imerso no campo de estudo e nas caracterizações do fenômeno da investigação, permitindo que tenha uma visão mais abrangente frente ao estudo e rigorosamente relevante quanto aos dados coletados, bem como prevê Goldenberg (2004) ao considerar a existência de uma relação dinâmica entre o contexto investigado e o pesquisador em uma pesquisa qualitativa.

Além do contato direto e prolongado com o ambiente e os sujeitos participantes, o pesquisador é o principal instrumento da investigação, já que é exigido dele uma inter-relação participativa com os sujeitos da investigação. Como na abordagem qualitativa a inserção do pesquisador no campo da pesquisa é algo a se considerar, destacamos que a presença da pesquisadora no lócus desta investigação se fez relevante.

Nesta pesquisa, a pesquisadora foi também a professora da turma dos sujeitos participantes durante o período de desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Esse papel dual de professor e pesquisador foi, portanto, exercido por uma mesma pessoa. Para Campos e Araújo (2015) isso se configura como uma intervenção pedagógica na qual cada um desses papéis (papel de professor ou papel de pesquisador) se pressupõe e constitui o outro.

Convém destacar dois aspectos: que em decorrência da pandemia a escola não autorizou a pesquisadora ter contato com a turma antes de iniciar a produção dos dados para sua pesquisa. Assim, o que a pesquisadora conhecia das crianças, e uma primeira impressão da turma, adveio de conversas trocadas com a professora regente. Um segundo aspecto refere-se ao fato de que ao longo da intervenção pedagógica realizada a professora regente embora presente nas aulas não fez qualquer intervenção. Dessa forma, a pesquisadora atuou como professora e pesquisadora ao longo de todas as aulas nas quais foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática.

Para proceder à nossa investigação, a qual se pauta nos pressupostos da Modelagem Matemática e da Semiótica peirceana, a pesquisa foi estruturada no formato multipaper, sendo os resultados apresentados por meio de dois artigos, que seguem discutidos de forma articulada nas considerações finais.

No artigo 1, que segue princípios de uma pesquisa qualitativa com caráter interpretativo, de modo que não nos preocupamos em quantificar os resultados obtidos, mas valorizar o desenvolvimento e as ações dos sujeitos no ambiente natural em que estão inseridos (BOGDAN; BIKLEN, 1994), buscamos por *indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática*. Nesse artigo o fazer modelagem matemática está relacionado ao conjunto de ações cognitivas das crianças ao identificarem um problema, compreenderem a situação, simplificarem as informações, procurarem por respostas para o problema, apresentarem resultados matemáticos e analisarem e interpretarem todo o procedimento realizado. Dessas ações identificamos os signos por elas produzidos durante esses processos e refletimos acerca deles a partir dos triângulos epistemológicos que construímos ao relacionar tais signos com os outros dois vértices do triângulo denominados contexto de referência e conceito. As reflexões trazidas nesse artigo consideram duas atividades de modelagem matemática.

No artigo 2, buscamos *analisar o papel dos signos, com atenção à trama semiótica, na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática*. Desse modo, delineamos configurações da modelagem matemática a partir do fazer das crianças, direcionando o olhar para suas escolhas, argumentações, decisões, enfim, para seus direcionamentos perante as decisões tomadas ao longo da atividade de modelagem matemática que desenvolveram. Para tanto, levamos em consideração a argumentação de Almeida e Silva (2017, p. 218) de que “atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose e, semiose realiza construção de conhecimento”. Esse artigo também segue princípios da abordagem qualitativa com cunho interpretativo e nossas interpretações estão ancoradas nos signos produzidos pelas crianças ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Nossas inferências em cada um desses artigos são pautadas e discutidas considerando atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças de um 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular localizada no interior do norte do Paraná, no período matutino, sendo 3 horas nas terças-feiras e 1 hora nas quintas-feiras, ao longo dos meses de agosto e setembro do ano de 2021.

Os dados que orientaram as análises relacionadas às três atividades de modelagem matemática presentes nesse relatório de pesquisa foram produzidos pelas crianças e coletados

por meio de gravações em áudio, gravações em vídeo, registros escritos das crianças e anotações diárias da pesquisadora. Foi utilizada uma filmadora para captar gestos e expressões das crianças e auxiliar a pesquisadora na identificação delas, dois gravadores de áudio, em lugares estratégicos na sala, com a finalidade de captar de forma mais nítida as falas e discussões das crianças. Os registros escritos correspondem às anotações, bem como as informações correspondentes ao desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Para a análise dos dados, realizada a partir dos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática e da Semiótica, selecionamos fragmentos do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática que denotam signos produzidos pelas crianças e os trazemos de forma a elucidar nossas inferências e interpretações. As produções das crianças, registros escritos e/ou falados, são apresentados na forma de quadros ou figuras e, nem sempre, seguem a ordem cronológica em que foram produzidos. Convém destacar que, para garantir o anonimato das crianças, quando da apresentação de suas produções, utilizamos nomes fictícios.

1.4 O contexto da pesquisa

Essa investigação¹ foi realizada em uma turma dos anos iniciais - 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola particular localizada no norte do Paraná. A turma contava com 18 alunos, sendo 10 do sexo feminino e 8 do sexo masculino, com idades entre 10 e 11 anos. É conveniente ressaltar que no momento de sua realização o país enfrentava uma pandemia causada pelo vírus Sars CoV-2, que ficou conhecida como coronavírus ou covid-19. A disseminação do vírus exigiu, portanto, que a população entrasse em distanciamento social para minimizar a contaminação e isso provocou mudanças de hábitos em todas as esferas.

Na educação não foi diferente e os professores tiveram que se (re)inventar e adotar medidas para que o processo de ensino e aprendizagem ocorresse. A adoção de materiais impressos, videoconferências e ensino remoto foram algumas dessas medidas adotadas. Na escola em que foi desenvolvida esta investigação a adoção do ensino remoto, por meio da plataforma Zoom, aconteceu logo que as aulas presenciais foram suspensas, em meados de maio de 2020. Contudo, quando iniciamos o processo de produzir e coletar dados, no segundo semestre de 2021, as crianças estavam retornando às aulas na forma presencial, muito embora, aquelas que quisessem, poderiam continuar no formato remoto.

¹ Esta investigação foi autorizada pelos pais ou responsáveis das crianças e aprovada pelo Comitê de Ética com seres humanos da Universidade Estadual do Paraná, mediante o parecer substanciado de número 4.781.186.

Cabe destacar que para o retorno das aulas presenciais foram respeitadas as medidas de segurança sugeridas pela Organização Mundial de Saúde (OMS), ou seja, o uso de máscaras foi obrigatório, assim como o respeito ao distanciamento de 1 metro entre as pessoas e a disponibilização de álcool em gel. Essa normativa, no entanto, não impedia o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática visto que elas podem ser desenvolvidas em pequenos grupos ou com a sala toda (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Assim, optamos, em acordo com as crianças, em desenvolver tais atividades considerando um único grupo, contendo todas as dezoito crianças. Como o retorno ao ensino presencial aconteceu apenas para as crianças cujos pais e/ou responsáveis autorizaram, tivemos, ao longo da coleta de dados, dezessete crianças participando das aulas presencialmente e apenas uma criança online.

Considerando que esse era o primeiro contato da pesquisadora com a turma, a implementação de atividades de modelagem matemática com as crianças segue ancorada nos três momentos de familiarização, caracterizados por Almeida e Dias (2004). Esses momentos sugerem que a familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática ocorra de forma gradativa. Essas autoras recomendam também que ao passo que os alunos vão se familiarizando com atividades de modelagem matemática eles vão tendo atitudes mais ativas e autônomas.

Resumidamente, no primeiro momento é sugerido que o professor tenha uma participação ativa durante todo o desenvolvimento da atividade de modelagem, desde a situação inicial até a situação final. Isso não significa que no segundo e no terceiro momento o professor não deva ter uma participação ativa, mas, nesses momentos, suas intervenções precisam ser no sentido de favorecer uma maior participação dos alunos. No segundo momento, é sugerido que os alunos assumam a responsabilidade da coleta de informações com vistas a resolver um problema proposto pelo professor, e no terceiro momento, espera-se que a condução da atividade fique mais centrada no aluno, desde a formulação do problema.

A seguir, trazemos as três atividades de modelagem matemática que compõem nossa investigação.

1.5 As atividades de modelagem matemática desenvolvidas

As três atividades de modelagem matemática consideradas nesta investigação foram desenvolvidas nos diferentes momentos caracterizados por Almeida e Dias (2004), no que se refere à forma gradativa de familiarização dos alunos com atividades de modelagem

matemática. Assim, duas delas - “Animais de estimação” e “FPS” - foram desenvolvidas considerando o segundo momento e a terceira, cujo tema escolhido pelas crianças foi “Viagens”, corresponde ao terceiro momento.

A atividade “Animais de estimação” foi a primeira a ser desenvolvida pelas crianças. Nesta atividade as crianças se propuseram a investigar dois problemas: 1) Quanto custa manter esses animais? 2) Qual o animal de estimação com maior custo? Para o desenvolvimento dessa atividade as crianças se organizaram em círculo, respeitando o distanciamento social de um metro e formando um grande grupo. O espaço utilizado foi a sala de aula e os instrumentos foram: projetor multimídia, quadro, giz, folhas de sulfite para anotações.

Na Figura 1.4 sintetizamos alguns aspectos do desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, evidenciando o tema e os problemas, algumas informações coletadas, as hipóteses e suas soluções.

Figura 1.4 - Atividade de modelagem matemática “Animais de estimação”

Tema: Animais de estimação

Problema: Quanto custa manter esses animais? Qual o animal de estimação com maior custo?

Hipóteses:

1. Cavalos e potros são animais que pertence ao mesmo grupo familiar
2. Quem tem cavalos gasta mais
3. O preço por kg define se compensa comprar a ração

Solução:

A solução foi realizada por meio de comparação de valores e gastos a respeito do custo da ração de cada animal de estimação. E assim o fizeram por meio do cálculo da divisão: valor pago na ração pela quantidade comprada (quilo)

Informações coletadas, dados considerados e modelos matemáticos construídos:

- Quantidade de animais que cada criança tem
- Organização dos dados coletados ilustrados na figura abaixo

Nome	QT	Animais
João Bosco	1	1 Gato
Apudilata	4	1 cachorro, 2 passaros e 1 Bico
Galvão	2	2 cachorros
João	5	3 cachorros, 1 gato e 1 calopetila
Mayla	1	1 cachorro
Conarude	27	24 cavalos, 3 gatos, 1 patinha, 4 cachorros, 1 coruja
Barbela	6	1 cachorro, 1 tartaruga e 4 calopetila
Floran	2	1 cachorro, 2 cachorros
Lucas	1	1 cachorro
Miranda	4	3 cachorros e 1 gato
Edipe	1	1 cachorro
Papa Maria	4	4 cachorros
Pamanta	0	0 animais
Gasparina	0	0 animais
Eduarda	0	0 animais
Bruca	0	0 animais

- Vídeos feito pelas crianças em suas casas, com o intuito de apresentar seus animais para seus colegas e responder o preço pago no kg de suas rações

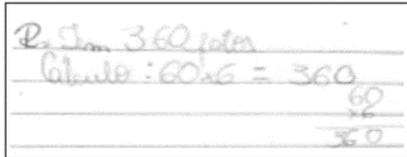
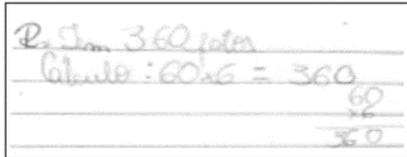
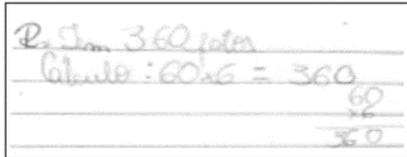
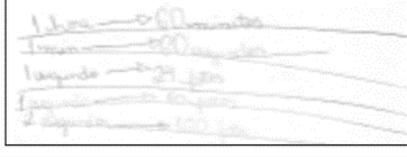
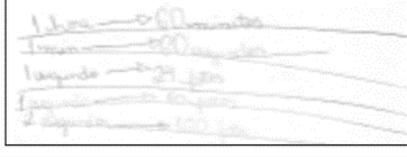
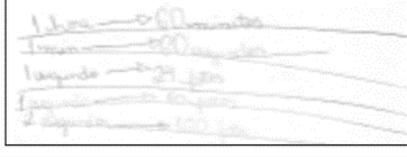
Fonte: A autora.

Essa atividade foi desenvolvida a partir da leitura de um poema, cujo objetivo era familiarizar as crianças com a temática *animais de estimação*. Ao ler o poema as crianças foram fazendo proposições que se aproximavam à ideia de investigar o custo com seus animais de estimação. Diante da dúvida instaurada, as crianças iniciaram um processo de investigação para identificar a quantidade de animais que cada um tem. Ao analisar as informações inicialmente coletadas, percebem que elas não são suficientes.

Assim, as crianças propõem algumas questões auxiliares: 1) Qual o formato do pote de ração? 2) Quantas vezes seu animal se alimenta? 3) Qual ração vocês usam? 4) Qual o valor das rações? 5) Os bichinhos de vocês vão ao pet shop? 6) Quanto vocês gastam com seus animais por mês? Visando a responder a essas questões, as crianças sinalizaram que gostariam de gravar vídeos, em casa, apresentando seus animais e respondendo a tais questões. A apresentação dos vídeos, em sala de aula, indica que as crianças focalizaram informações relativas às rações, seu custo e consumo.

A segunda atividade de modelagem matemática - *Frames por segundo (FPS)* - tem o seguinte problema como foco de investigação: Quantas fotos tem o vídeo que você criou? Essa atividade emergiu do desenvolvimento da primeira atividade. A curiosidade sobre o que seria o FPS foi o que despertou nas crianças o interesse em investigar sobre este tema. Assim, a investigação acerca da quantidade de fotos contida em cada vídeo que eles construíram decorreu de um comentário sobre a diferença de jogo digital e vídeo. Na Figura 1.5, ilustramos alguns aspectos dessa atividade.

Figura 1.5 - Atividade de modelagem matemática “Frames por segundo”

Tema: Frames por segundo (FPS)			
<p>Problema: Quantas fotos tem o vídeo que criamos sobre os animais?</p>	<p>Solução:</p> <p><i>“Eu acho que podemos utilizar multiplicação, por que se eu tenho 60 fotos em 1 segundo, então eu faço 60 vezes 1 que dá 60 fotos por segundo e aí a gente faz com nosso tempo em segundos só substituir o 1 na multiplicação” - Jeferson</i></p>		
<p>Hipóteses:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. A câmera dos celulares das crianças tem 60 FPS 2. O tempo dos vídeos interfere na quantidade de fotos tiradas 3. Quanto mais tempo, mais fotos 	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;">  </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>R: Tem 360 fotos Cálculo: $60 \times 6 = 360$</p> $\begin{array}{r} 60 \\ \times 6 \\ \hline 360 \end{array}$ </td> </tr> </table>		<p>R: Tem 360 fotos Cálculo: $60 \times 6 = 360$</p> $\begin{array}{r} 60 \\ \times 6 \\ \hline 360 \end{array}$
	<p>R: Tem 360 fotos Cálculo: $60 \times 6 = 360$</p> $\begin{array}{r} 60 \\ \times 6 \\ \hline 360 \end{array}$		
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;">  </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>1 hora → 60 minutos 1 min → 60 segundos 1 segundo → 24 fotos 1 segundos → 60 fotos 2 segundos → 120 fotos</p> </td> </tr> </table>		<p>1 hora → 60 minutos 1 min → 60 segundos 1 segundo → 24 fotos 1 segundos → 60 fotos 2 segundos → 120 fotos</p>
	<p>1 hora → 60 minutos 1 min → 60 segundos 1 segundo → 24 fotos 1 segundos → 60 fotos 2 segundos → 120 fotos</p>		

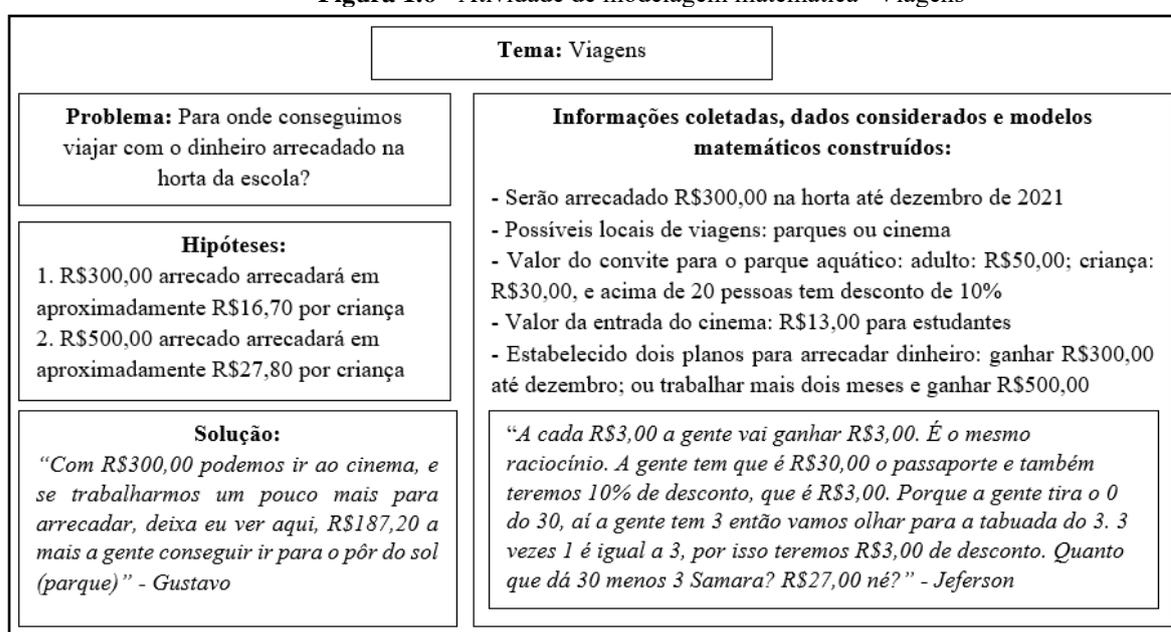
Fonte: A autora.

Nessa atividade de modelagem matemática as crianças investigavam aspectos relacionados ao tema FPS, coletavam informações e as organizam-nas, levantavam hipóteses e teceram considerações frente às questões auxiliares evidenciadas. Com base nas informações coletadas traçaram estratégias que fizeram emergir alguns objetos matemáticos, que culminam,

a partir do debate instaurado em sala, na produção de algumas respostas para os problemas em discussão.

A terceira atividade desenvolvida, cuja temática é *Viagens*, emergiu do interesse das crianças em investigar para onde poderiam viajar com o dinheiro arrecadado em um projeto que estavam participando. Este projeto consistia na construção de uma horta na escola, a partir do cultivo de quatro alimentos orgânicos (alface, salsinha, cebolinha e almeirão) que seriam vendidos na frente da escola em uma barraquinha de feira. De acordo com a professora regente da turma, o objetivo do projeto era discutir aspectos da matemática financeira com as crianças.

Figura 1.6 - Atividade de modelagem matemática “Viagens”



Fonte: A autora.

Para o desenvolvimento dessa atividade as crianças definiram quanto cada um teria de dinheiro, de acordo com cálculos já realizados pela professora regente. A partir desses dados, as crianças investigam possíveis lugares que a turma gostaria de ir e seus respectivos valores de entrada. No entanto, percebem que a quantidade a ser arrecadada não é suficiente para pagar a entrada de todos os lugares levantados como possibilidades, sendo necessário pensar em maneiras que atendem a realidade deles. A solução para o problema foi estabelecida a partir de duas possibilidades: 1) Ir ao cinema com o valor de R\$300,00 e 2) Passear em um parque aquático com o valor de R\$500,00.

1.6 A estrutura da dissertação

A presente dissertação adota um formato insubordinado, rompendo com os modelos tradicionais de dissertações e/ou teses. De acordo com Barbosa (2015, p. 315), “formatos insubordinados de dissertações e teses são aqueles que rompem com a representação tradicional da pesquisa educacional nestas modalidades de trabalhos acadêmicos”, como é o caso do formato multipaper. O formato tradicional ou monográfico, é predominante de um texto extenso, que constitui capítulos estruturados, costumeiramente possui introdução, revisão de literatura, metodologia, resultados e discussões e as considerações finais (DUKE; BECK, 1999).

O formato multipaper foi introduzido no Reino Unido, na década de 1960, e hoje é utilizado em diversos países e, progressivamente, nas mais variadas áreas do conhecimento, como Biologia, Química, Medicina, e inclusive na Educação Matemática. No que remete à área da Educação, Duke e Beck (1999) argumentam que os formatos alternativos preparam o pesquisador para a escrita requerida na carreira acadêmica, além disso, o formato multipaper permite aos pesquisadores analisar múltiplos aspectos em sua pesquisa, com base em diferentes dados e propósitos. Esta flexibilidade permite compreensões de distintos aspectos sobre o objeto de pesquisa, que se conectam entre si em relação a um mesmo tema e problema de pesquisa.

Em linhas gerais, o formato multipaper “refere-se à apresentação de uma dissertação ou tese como uma coletânea de artigos publicáveis, acompanhados, ou não, de um capítulo introdutório e de considerações finais” (MUTTI; KLÜBER, 2017). A orientação, no entanto, é que os artigos, embora possam ter métodos diferentes, venham compor a problemática da pesquisa. Diante disso, organizamos o presente relatório de pesquisa em quatro capítulos, como detalhamos na sequência.

O Capítulo 1 compreende a Introdução, no qual apresentamos argumentações iniciais sobre modelagem matemática, com destaque para os anos iniciais, e semiótica. Também trazemos informações relativas ao contexto investigado e aos propósitos desta investigação e descrevemos os objetivos, as atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelas crianças, bem como os aspectos metodológicos adotados. Este capítulo introdutório constitui-se uma introdução estendida, característica de trabalhos no formato multipaper.

No Capítulo 2 apresentamos o primeiro artigo intitulado: *Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos*. Neste artigo cujo objetivo corresponde à busca por indícios de atribuição de

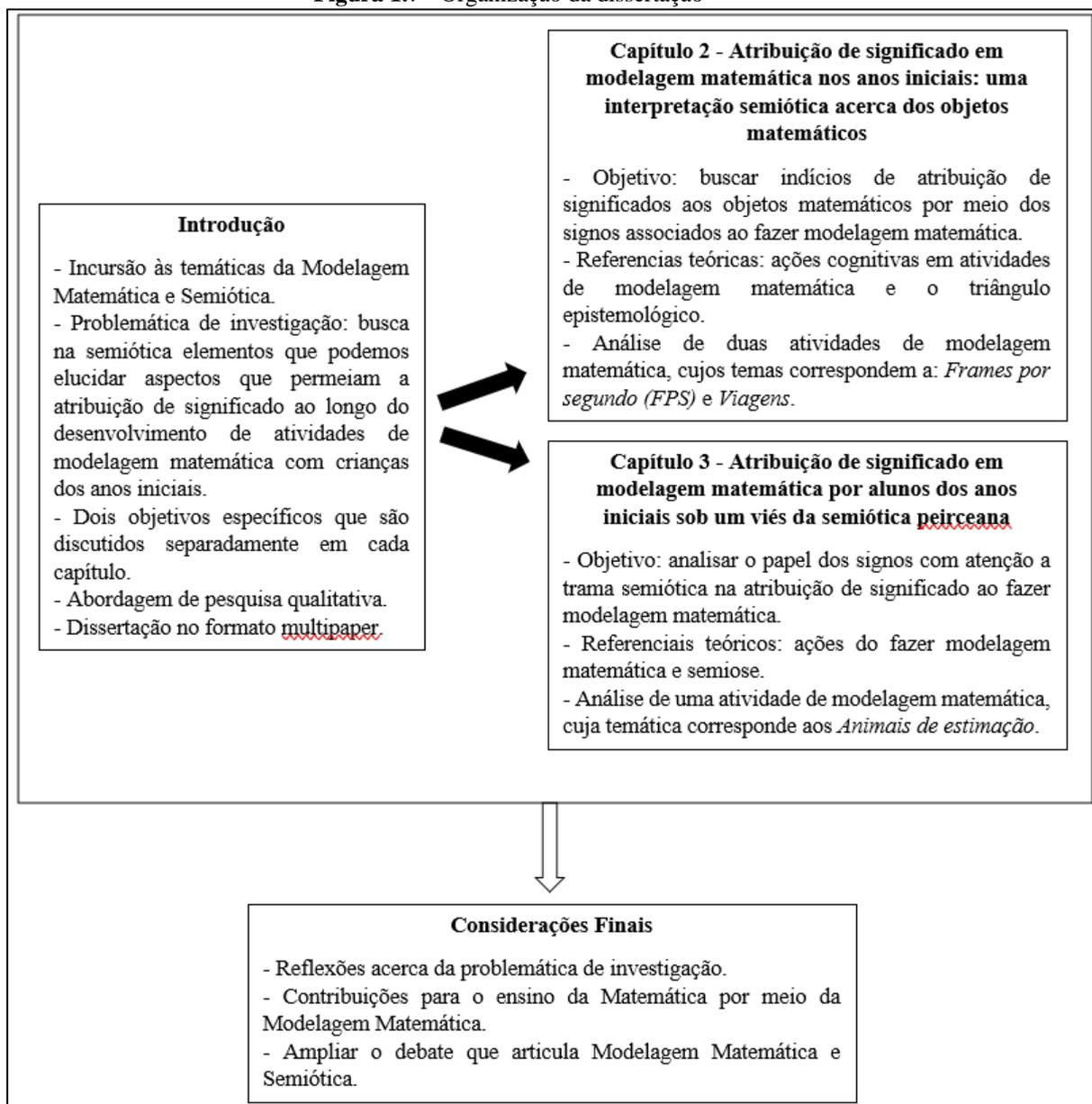
significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática, descrevemos e analisamos duas atividades de modelagem matemática, enunciadas anteriormente como segunda e terceira atividade. Na análise focalizamos os signos construídos pelas crianças ao desenvolverem tais atividades e realizamos uma interpretação semiótica desses signos a partir de triângulos epistemológicos por nós construídos.

O Capítulo 3, intitulado *Atribuição de significado em modelagem por alunos dos anos iniciais sob um viés da semiótica peirceana*, se caracteriza também como uma investigação empírica com atenção a uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por crianças de 5º ano do Ensino Fundamental, com o tema animais de estimação (primeira atividade enunciada anteriormente). Tendo por objetivo analisar o papel dos signos, com atenção à trama semiótica, na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática, na análise, consideramos os signos por elas produzidos e discutimos sobre eles considerando o processo de semiose atrelado aos signos interpretantes.

O Capítulo 4 - Considerações finais - contém os resultados e nossas reflexões acerca da problemática de investigação. Pautados nos resultados particulares de cada artigo, estabelecemos articulações evidenciando aspectos da atribuição de significado em atividades de modelagem matemática pelos vieses da semiótica que consideramos, com vistas a tecer contribuições desta pesquisa para o ensino da Matemática por meio da modelagem matemática e ampliar o debate que articula Semiótica e Modelagem Matemática.

Como forma de sintetizar a organização desta investigação, ilustramos na Figura 1.7 como ela está estruturada.

Figura 1.7 - Organização da dissertação



Fonte: A autora.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W. A formação de professores para os ambientes de modelagem matemática. In: ENEM- Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. **Anais... VIII ENEM**, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, 2010.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; ARAÚJO, Jussara Loyola; CALDEIRA, Ademir Donizete (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Biblioteca do Educador Matemático, 2007. p. 253-268.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **BOLEMA**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **BOLEMA**, v. 31, p. 202-219. Rio Claro, São Paulo, 2017.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J., GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998.
- BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, p. 347-367, 2015.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **BOLEMA**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In: **The proceedings of the 12th international congress on mathematical education**. Springer, Cham, 2015. p. 73-96.
- BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? In.: **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 12, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORSSOI, A. H. Modelagem **Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias**: articulações em diferentes Contextos Educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

CARREIRA, S. Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261-87, 2001.

CARVALHO, F. J. R. Modelagem Matemática na sala de aula da Educação Básica: uma possibilidade. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Cascavel, 2017

CAMPOS, I.; ARAÚJO, J. L. Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: problematizando a dialética pesquisador|professor. **Acta Scientiae**, Canoas, v.17, n.2, p. 324-339 maio/ago. 2015.

CASTRO, É. M. V. **Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2017.

CASTRO, É. V.; VERONEZ, M. R. D. Procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática. **Revista Multidisciplinar de Licenciatura e Formação de Docentes**, [s. l.], v. 15, ed. 1, p. 95-120, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/ensinoepesquisa/article/download/1288/1005>. Acesso em: 16 nov. 2021.

DIAS, J. L.; CHAVES, M. I. A. Diálogos com/na modelagem matemática nas séries iniciais. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina, 2009. 1 CDROM.

DIAS, M. R. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DRIGO, M. O. **Comunicação e Cognição**: semiose na mente humana. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007.

- DUKE, N. K.; BECK, S.W. Research news and comment: Education should consider alternative formats for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.
- ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.
- ENGLISH, L.; WATTERS, J. Mathematical modelling with young children. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Ed.). **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen: IGPME, 2004a. v. 2, p. 335-342.
- FONTANINI, M. L. C. **Modelagem matemática X aprendizagem significativa: uma investigação usando mapas conceituais**. 2007. 248f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.
- FARRUGIA, M. T. The use a semiotic model to interpret meanings for multiplication and division. **CERME – CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION**, 5, Proceedings... Lanarca. University of Cyprus, p. 1200-1209, 2007.
- FERRI, B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.
- FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa**. Porto Alegre: Penso, 2013.
- FREUDENTHAL, H. **Why to teach mathematics so as to be useful**. Educational studies in mathematics, p. 3-8, 1968.
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.
- HOFFMANN, M. H. G.. What is a “semiotic perspective”, and what could it be? Some comments on the contributions to this special issue. **Educational Studies in Mathematics**, v. 61, n. 1, p. 279-291, 2006.
- KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international of perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Eggenstein, Leopoldshafen**, v. 38, n. 3, p. 302- 310, 2006
- KEHLE, P. E.; CUNNINGHAM, D. J. Semiotics and Mathematical Modeling. **International Journal of Applied Semiotics**, v. 3, n. 1m p. 112-129, 2000.
- KEHLE, P.E.; LESTER, F. K. Jr. A semiotic look at modeling behavior. In: Lesh, R.; Doerr, H. M. **Beyond constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching**. Hillsdale, N. J.: Erlbaum, 2003, p. 97-122.
- LUNA, A.V. A.; ALVES, J. Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE REVEMAT. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73,

2014. 72 MODELAGEM MATEMÁTICA, 5., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Ouro Preto, 2007. 1 CDROM.

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o germen da criticidade. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005

MARCHIORO, F. **Modelagem matemática para aprendizagem significativa de função do primeiro grau**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2018.

MUTTI, G. S. L. **Adoção da Modelagem matemática para professores em um contexto de formação continuada**. 2020. 193 folhas. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

MUTTI, G. de S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. **Anais: V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos qualitativos**, Foz do Iguaçu, 2017

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

RAMOS, D. C. **Modelagem matemática: uma análise semiótica das experiências dos alunos**. 2020. 100 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

ROSA, C. C. Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 28 fev. 2019.

SANTAELLA, L. **Leitura de imagens**. São Paulo: Melhoramentos, 2012.

SANTAELLA, L. **CHARLES SANDERS PEIRCE: Excertos**. 1. ed. São Paulo: Paulus, 2020.

SANTOS, S. R. P.; VERONEZ, M. R. D. Emergência e reconhecimento de um problema a investigar em modelagem matemática por alunos do Ensino Fundamental. **REnCiMa**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-21, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2938>. Acesso em: 24 nov. 2021.

SEEGER, F. Beyond the Dichotomies – Semiotics in Mathematics Education Research. **ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) – The International Journal on Mathematics Education**, Karlsruhe, v. 36, n. 6, pp. 206-216, 2004.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado**. Tese de Doutorado

(Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K. A. P. **Modelagem matemática e Semiótica: algumas relações.** Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, K. A. P. da.; VERONEZ, M. R. D. Um olhar semiótico sobre a Modelagem matemática. *In: ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da.(orgs.) Modelagem matemática em Foco.* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

SOUZA, H. C. T. **Um olhar sobre o fazer Modelagem Matemática à luz da filosofia de Wittgenstein.** 2018. 208 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2018.

SOUZA, J. S. S. Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa: uma Relação Subjacente. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [s. l.], v. 14, ed. 2, p. 241-247, 2021. Disponível em: <https://jjeem.pgskroton.com.br/article/view/8809>. Acesso em: 3 abr. 2022.

STEINBRING, H. The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective. **Mathematics Education Library**, vol. 38, New York: Springer, 2005, p. 242.

STEINBRING, H. **What makes a sign a Mathematical Sign? An epistemological perspective on mathematical interaction.** **Educational Studies in Mathematics.** New York: Ed. Springer, v. 61, n. 1, p.133-162, feb. 2006.

TEODORO, F. P. **A recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos iniciais.** 2018. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** 168 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2012.

VERONEZ, M. R. D; ALMEIDA, L. M. W. Sobre o papel dos signos em atividades de modelagem matemática. **REnCiMa**, v. 8, p. 142-157, 2017.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem matemática.** 2013. 247p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 273p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, UEM, Maringá. 2016.

2 ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA INTERPRETAÇÃO SEMIÓTICA ACERCA DOS OBJETOS MATEMÁTICOS

MEANING ATTRIBUTION IN MATHEMATICAL MODELING IN THE EARLY YEARS: A SEMIOTIC INTERPRETATION ABOUT MATHEMATICAL OBJECTS

Resumo

Neste artigo o nosso objetivo consiste em buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática. Para tanto, analisamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como aporte teórico a Modelagem Matemática, com atenção às ações cognitivas das crianças e; a semiótica peirceana, no que se refere aos signos e ao triângulo epistemológico, que considera eles em associação com outros dois elementos: contexto de referência e o conceito. A metodologia qualitativa é a que ampara esse estudo uma vez que focalizamos os signos produzidos pelas crianças, para os objetos matemáticos, ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, e os interpretamos a partir dos triângulos epistemológicos que construímos. Desses triângulos ponderamos que a atribuição de significado aos objetos matemáticos emergentes nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas vem imbricada com a situação que originou a atividade, sinalizando que tal atribuição é um composto que considera a situação e a matemática de forma articulada. Ademais, a atribuição de significado aos objetos matemáticos vai ganhando consistência à medida que os signos vão se modificando, se alterando e se complementando em face às ações cognitivas das crianças.

Palavras-chave: Ações cognitivas em modelagem matemática; Signos nos triângulos epistemológicos; Atribuição de significado.

Abstract

In this article, our objective is to look for evidence of attribution of meaning to mathematical objects through the signs associated with doing mathematical modeling. To do so, we analyzed two mathematical modeling activities developed in the early years of Elementary School, with the theoretical contribution of Mathematical Modeling, with attention to children's cognitive actions and; Peircean semiotics, with regard to signs and the epistemological triangle, which considers them in association with two other elements: context of reference and the concept. The qualitative methodology is the one that supports this study since we focus on the signs produced by the children, for the mathematical objects, when they develop mathematical modeling activities, and we interpret them from the epistemological triangles that we build. From these triangles, we consider that the attribution of meaning to the mathematical objects emerging in the mathematical modeling activities developed is imbricated with the situation that originated the activity, signaling that such attribution is a compound that considers the situation and mathematics in an articulated way. Furthermore, the attribution of meaning to mathematical objects gains consistency as the signs change, change and complement each other in the face of children's cognitive actions.

Keywords/Palabras clave: Cognitive actions in mathematical modeling; Signs in epistemological triangles; Meaning attribution.

2.1 Introdução

As crianças, desde muito pequenas, aprendem a se comunicar matematicamente utilizando-se de recursos que as permitem expor suas ideias. De modo geral, a linguagem matemática por elas utilizada depõe ações que representam sua capacidade de interpretar,

questionar, compartilhar e comunicar pensamentos. Vemos na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica uma possibilidade de promover tais ações, já que oportuniza a aqueles que desenvolvem atividades de modelagem matemática interpretar e questionar um problema relacionado à realidade, compartilhar seus saberes matemáticos e não matemáticos, e comunicar seus pensamentos sobre o fenômeno estudado.

Nesta investigação ancoramos essa comunicação de pensamentos na teoria semiótica e olhamos para ela a partir de signos, o qual é denotado por Peirce (2005) como algo que representa alguma coisa, seu objeto; não em todas as suas dimensões, mas carrega características dele. A atenção aos signos se consolida no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Em linhas gerais, compreendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que permite exploração/investigação de situações-problemas da realidade por meio de ferramenta matemático. Nesse enfoque, atividades de modelagem matemática tendem a valorizar processos de construção de conhecimentos diversos, sobretudo matemáticos, e oportunizar às crianças atuarem como protagonistas desses processos. A Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas oriundos de situações reais a partir de modelos matemáticos. Assim, o modelo matemático é “o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por essa solução” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.15).

Estudos que consideram a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental têm destinado atenção a variados enfoques. Há estudos que discutem sobre a construção de modelos matemáticos (ENGLISH, 2010; TORTOLA; SILVA, 2021), outros, em discutir aspectos sobre o desenvolvimento de práticas de modelagem matemática em sala de aula (ENGLISH, 2003; ENGLISH; WATTERS, 2004), há aqueles que olham para os discursos produzidos pelas crianças (LUNA; SOUZA, 2009) e outros para a formação de professores que atuam nos anos iniciais (GOMES, 2018; GOMES; SILVA, 2021; TEODORO, 2018). Também há aqueles que discutem sobre modelagem matemática atrelada a outros referenciais teóricos (TORTOLA, 2012; 2013; NUNOMURA, 2021).

Seguindo essa linha de interlocução da Modelagem Matemática com outras teorias, o presente trabalho tem por objetivo buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática por crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, pautamo-nos nas assertivas da semiótica peirceana e consideramos o triângulo epistemológico proposto por Veronez (2013) em um contexto da Modelagem Matemática, como possibilidade para uma interpretação semiótica dos

signos associados aos objetos matemáticos suscitados nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças do quinto ano do Ensino Fundamental, tendo como subsídio para nossa interpretação pressupostos da metodologia qualitativa.

O artigo, portanto, segue organizado a partir de duas seções teóricas que consideram a Modelagem Matemática e a Semiótica. Na sequência, trazemos os aspectos metodológicos. Posteriormente, à guisa de finalização, tecemos algumas reflexões acerca da investigação empreendida.

2.2 Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática teve início no fim da década de 1970 e desde então muitos pesquisadores têm se dedicado a pesquisar essa tendência da Educação Matemática em todos os níveis de escolaridade (Educação Básica e Ensino Superior). No entanto, no que concerne aos anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudos datam a partir do ano de 2000 (ENGLISH, 2003; 2010; ENGLISH; WATTERS, 2004; LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009; TORTOLA, 2012; 2016; TEODORO, 2018, TORTOLA; SILVA, 2021; NUNOMURA, 2021).

Para o desenvolvimento desta investigação, fundamentamo-nos nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012) no que se refere a conceber a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, na qual se discute por meio da matemática um problema não essencialmente matemático, visando estabelecer uma relação entre conhecimento matemático e realidade. Essa caracterização é complementada por Tortola (2016) ao defender a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica, promove com que as crianças, sob orientação do professor, problematizem situações reais fundamentadas na matemática.

Assumindo essa configuração de Modelagem Matemática, tem-se que a ela está associada uma busca por solução para o problema em estudo. Assim, a dinâmica das aulas com modelagem matemática, de acordo com Tortola e Almeida (2013), tem potencial para favorecer a aprendizagem em múltiplos aspectos: autonomia das crianças na resolução de problemas; apreciação crítica do uso da Matemática nas situações que envolvem a realidade; reflexão enquanto atuante na sociedade; desenvolvimento de competências matemáticas.

Em linhas gerais, estudos apontam que atividades de modelagem matemática desempenham um papel importante para a mobilização, construção e produção de conhecimentos e “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos

em contextos desafiadores e, ainda, significativos” (ENGLISH, 2010, p. 288, tradução nossa), tornando possível desenvolvimento de pensamento crítico e reflexivo.

Ao desenvolver atividades de modelagem matemática as crianças têm oportunidades de realizar pesquisas, de debater com os colegas, de utilizar suas próprias representações e, nesse sentido, (re)construir conhecimentos diversos. A oportunidade de formularem hipóteses, investigar, elaborar estratégias para a resolução da situação-problema, observar regularidades, generalizar, sintetizar, de modo a encontrarem a solução da forma mais adequada possível (TORTOLA, 2016), colocam as crianças como protagonistas de seu processo de aprendizagem e as incentivam a aprender e a propor problemas.

A aproximação entre situações reais e a matemática, viabilizada pela Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, além de considerar uma situação inicial (problemática) e uma situação final (que corresponde a uma solução para a situação inicial), requer um conjunto de ações e procedimentos necessários para se transitar entre essas situações. Esse conjunto de ações e procedimentos se processam no que os autores Almeida e Silva (2012) denotam por ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática. São sobre essas ações que discorreremos na próxima seção.

2.3 Ações cognitivas em atividades de modelagem matemática

Discussões sobre processos cognitivos que se associam ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática têm espaço tanto no cenário internacional, com os trabalhos de Ferri (2006) como nacionalmente, com os trabalhos desenvolvidos por Almeida e Silva (2012), Silva (2013), Veronez (2013) e Castro (2017). De maneira geral, esses trabalhos trazem aspectos relacionados ao modo de ver, pensar e agir dos alunos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

Ferri (2006) discute sobre o ciclo de modelagem matemática sob uma perspectiva cognitiva. Esse ciclo é depositado sobre as ações dos alunos de transitar de uma situação real para uma situação mental da situação, estruturando o problema e simplificando-o de modo a "filtrar" informações; transitar de um modelo real para um modelo matemático, em que competências matemáticas são requeridas; identificar e interpretar os resultados dessa transição matemática; e por fim validar os resultados finais, remetendo as ações atreladas ao processo cognitivo dos alunos. Assim, a autora analisa uma atividade de modelagem matemática a partir de um ciclo que constrói apontando os procedimentos realizados pelos alunos.

Em Almeida e Silva (2012), as autoras investigam relações entre as ações cognitivas em atividades de modelagem matemática, denotadas por *compreensão da situação; estruturação da situação; matematização; síntese; interpretação e validação; argumentação e comunicação*, e os modos de inferência que relaciona aspectos da semiótica. Em suas discussões trazem reflexões, à luz da semiótica peirceana, acerca dos diferentes raciocínios associados às ações cognitivas dos alunos.

Silva (2013) e Veronez (2013) consideram as ações cognitivas dos alunos em modelagem matemática em associação com a Semiótica de Charles Sanders Peirce. Silva (2013) analisa, semioticamente, por meio da tríade sêmica: signo, objeto e interpretante, atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de graduação com o objetivo de identificar os signos interpretantes que emergem nas diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática. De modo particular a autora olha para as ações cognitivas dos alunos com a intenção de identificar a atribuição de significado para o objeto matemático, e conclui que os signos associados às ações cognitivas dos alunos dão indícios de que houve atribuição de significado para o objeto matemático, e também para o problema. Veronez (2013) por sua vez, discute sobre os papéis dos signos, utilizados e/ou produzidos por alunos em suas ações cognitivas ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, e fundamenta suas discussões nas funções semiótica e epistemológica dos signos.

De modo geral, as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática são expressas de forma implícita, ou explicitamente, no trânsito da situação inicial (problemática) para uma situação final (resposta para a problemática inicial). Entender a situação, interpretar fatos e informações, agrupar ideias, são evidências da ação cognitiva *compreensão da situação*.

A ação cognitiva *estruturação da situação* está atrelada à identificação de um problema a resolver. Todavia, essa identificação se relaciona à definição de metas que sejam condizentes para estruturar e/ou simplificar as informações. A tradução desse problema para uma linguagem matemática, a fim de se reconhecer um problema matemático a resolver se associa com a ação cognitiva *matematização*. Nessa ação também se processa a elaboração de um modelo matemático. A construção e elaboração de um modelo matemático serve para que sejamos capazes de compreender, analisar, realizar previsões e explicar um determinado fenômeno do ponto de vista matemático. De acordo com Almeida e Silva (2012, p. 7), “a elaboração de um modelo matemático é mediada por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos” necessários para se resolver a situação problema.

Em relação aos anos iniciais do Ensino Fundamental, Tortola e Silva (2021, p. 4); argumentam que “o modelo matemático corresponde a uma representação externa à mente dos sujeitos, cujas declarações dos envolvidos estão em termos matemáticos”. Nesse sentido, o modelo matemático nos anos iniciais pode ser compreendido como “uma linguagem natural, numérica, tabular, gráfica ou figural, as quais podem servir como ponte para uso de outras linguagens” (TORTOLA, 2012, p. 152).

Sendo o modelo matemático revestido de intencionalidades e interesses dos alunos, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 18) argumentam que sua construção “requer o domínio de técnicas e procedimentos matemáticos e uma coordenação adequada das diferentes representações associadas aos objetos matemáticos”. Assim, visando encontrar uma solução para o problema, faz-se necessário o uso de conhecimentos prévios, a identificação de padrões e a coordenação dos objetos matemáticos em diferentes representações matemáticas, a partir de técnicas e conceitos. Tudo isso, segundo Almeida e Silva (2012), se associa à ação cognitiva *síntese*.

O olhar do aluno acerca da resposta obtida, a partir do modelo matemático construído, exige que ele seja criterioso e realize um processo avaliativo e analítico perante tal resposta e em relação à representação matemática produzida. Nesse processo o aluno “se depara com a necessidade de comparação e distinção de ideias, generalização de fatos, articulação de conhecimentos de diferentes áreas” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.18). Esse processo do aluno avaliar sua resposta é recorrente da ação cognitiva *interpretação e validação*.

Uma vez avaliada a resposta para o problema, os alunos expõem suas respostas para os outros, apresentando, justificando e argumentando suas escolhas e ideias baseadas em seus conhecimentos. Esta comunicação implica em convencer os alunos, a professora e eles mesmos de que aqueles resultados são acessíveis, apresentáveis e consistentes de um ponto de vista matemático (ALMEIDA; SILVA, 2012). Essa ação é compreendida como ação cognitiva *comunicação e argumentação*.

Todas essas ações cognitivas se processam ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática a partir de processos reflexivos que conduzem formas de ver, agir e pensar sobre determinada situação. Castro e Veronez (2017) ao discutir sobre as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática chamam atenção para o fato de que elas são interdependentes, porém, não lineares.

Assumindo tais características das ações cognitivas, buscamos identificar os signos que delas são manifestos. É sobre os signos que discutimos na próxima seção.

2.4 Semiótica peirceana e os signos

Charles Sanders Peirce contribuiu e dedicou grande parte de sua vida ao desenvolvimento de uma ciência que fosse geral e abstrata a todos os métodos de investigação utilizados nas mais diversas ciências. A essa ciência ele denominou como Semiótica, ciência dos signos. Signo, de acordo com Peirce (1995, p. 46) “é algo que, sob certo aspecto ou de algum modo, representa alguma coisa para alguém; dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa um signo equivalente ou talvez um signo melhor desenvolvido”. Em outras palavras, o signo é algo que representa alguma coisa para alguém.

Para Santaella (2002), uma das seguidoras de Charles Sanders Peirce, o signo pode ser considerado qualquer coisa, de qualquer espécie, como uma palavra, um livro, um museu, um vídeo, etc., que representa uma coisa (o objeto do signo) e produz em uma mente real ou potencial um efeito interpretativo (interpretante do signo).

Na Semiótica peirceana o signo tem natureza triádica (PEIRCE, 2005). Isso significa que o fundamento do signo (*representámen*) se associa a um objeto (o que o signo representa) e um interpretante (o que o signo representa para alguém). Essa tríade do signo evidencia que os signos desempenham papel no pensamento e na comunicação, pois, como assevera Peirce (2005), não somos capazes de pensar sem signos. A Semiótica, portanto, pode fornecer elementos para explicar e interpretar aspectos da cognição humana.

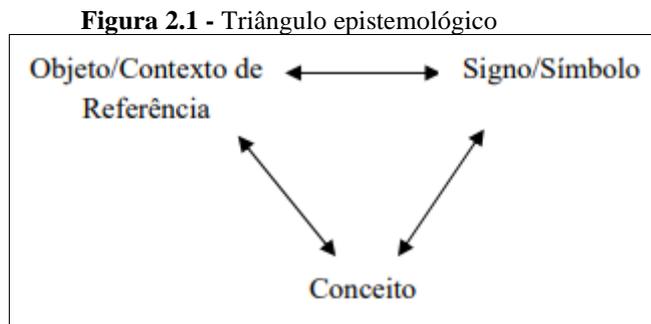
No âmbito da matemática, alinhado às ideias de Charles Peirce, Steinbring (2006, p. 1, tradução nossa) aponta que os signos dão materialidade aos pensamentos, e que sem eles “nenhum pensamento humano e nenhuma generalização mental existiria”. Ele complementa essa ideia chamando a atenção para o fato de que o conhecimento matemático não pode ser traduzido por uma mera leitura de signos. Ele precisa ser compreendido a partir do que está implícito no signo manifesto. Para esse autor, o signo matemático tem papel decisivo na codificação, construção e comunicação do conhecimento matemático, porque os objetos matemáticos necessitam de signos (ou símbolos matemáticos) para serem representados, codificados e operados.

Também Hoffmann (2006) argumenta que é impossível compreender e operar diretamente os objetos matemáticos sem os signos. Para esse autor os signos são meios para pensar e comunicar sobre objetos matemáticos, e na medida em que, signos são interpretados e transformados em signos mais elaborados, pode-se dizer que conhecimentos matemáticos estão sendo desenvolvidos.

Steinbring (2006) argumenta que para a existência de significado aos conceitos matemáticos é necessária uma conexão entre os signos/símbolos e objeto/contexto de referência. Nesse sentido, Steinbring (2005; 2006) associa ao signo/símbolo dois elementos: objeto/contexto de referência e conceito.

Todo conhecimento matemático precisa de certos sistemas de signos ou símbolos para apreender e codificar o conhecimento em questão. Esses próprios signos não têm um significado isolado; seu significado deve ser construído pela criança que aprende. Em um sentido geral, para dotar os signos matemáticos de significados, é preciso um contexto de referência adequado (STEINBRING, 2002, p. 116, tradução nossa).

Essa conexão entre objeto/contexto de referência, signo/símbolo e conceito é expressa por Steinbring (2006) por meio de um modelo que ele intitulou triângulo epistemológico (Figura 2.1). Para Steinbring (2006), o triângulo epistemológico pode ser usado como um conceito teórico para analisar e/ou descrever alguma particularidade epistemológica do conhecimento matemático e também da comunicação matemática.



Fonte: Steinbring (2006, tradução nossa)

Nesse triângulo epistemológico o signo/símbolo é o portador do conhecimento matemático; é por meio dele que a matemática é representada. Contudo, esse signo/símbolo carrega características do objeto/contexto de referência a que se associa e também faz alusão a um conceito. Assim, as ligações entre os três elementos dos vértices desse triângulo ocorrem de maneira interdependente, o que significa que a interpretação dos signos/símbolo em relação ao objeto/contexto de referência pode ser modificada, complementada ou generalizada. Isso possibilita que com a mediação entre esses três elementos novos conhecimentos matemáticos sejam constituídos (STEINBRING, 2002). O conceito, nesse cenário, se constitui a partir da relação equilibrada entre os três elementos do triângulo epistemológico (contexto de referência, signo e conceito). Daí a afirmação de Steinbring (2006) de que, em termos do triângulo

epistemológico, é possível compreender o processo de construção de conhecimento matemático.

A consideração de que uma sequência de triângulos epistemológicos pode sinalizar o desenvolvimento de interpretações de um aluno (STEINBRING, 2005) ganha espaço nos trabalhos de Farrugia (2007) e Veronez (2013). Farrugia (2007) se utiliza do modelo semiótico (triângulo epistemológico) para analisar como as crianças lidam com os conceitos de multiplicação e divisão. A autora aponta que o conceito de multiplicação foi sendo alterado pelas crianças e ganhando significado; elas conseguiram identificar a multiplicação como somas sucessivas com parcelas iguais e escrever, por exemplo, $3 + 3 + 3 + 3$ como sendo igual a 4×3 . Por outro lado, ela chama atenção para o fato de as crianças não procederem de forma análoga para o conceito de divisão. Farrugia (2007), portanto, pondera que é o contexto de referência que dá suporte para o processo de construção de significado aos objetos matemáticos.

Veronez (2013), por sua vez, analisa as relações entre os três elementos dos vértices do triângulo epistemológico no contexto de atividades de modelagem matemática e discute sobre as funções semiótica e epistemológica dos signos no processo de geração de uma sequência de triângulos epistemológicos ao longo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que denotam a dinamicidade imbricada na Modelagem Matemática, ou seja, no processo de busca por uma solução para o problema que originou a atividade de modelagem matemática.

O estudo ora desenvolvido também compõe o rol de investigações que se ocupam do triângulo epistemológico (STEINBRING, 2006) para fazer inferências. Contudo, utilizamos o modelo proposto por Veronez (2013) para discutir sobre a atribuição de significado aos objetos matemáticos ao fazer modelagem matemática, já que essa autora explicita um triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática. Em Veronez (2013), o contexto de referência corresponde aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática, das ações cognitivas dos alunos é que emergem os signos, e o conceito, se associa aos conhecimentos dos alunos e se relacionam com o contexto de referência. Na próxima seção ilustramos o modelo proposto pela autora e apresentamos nosso percurso metodológico, bem como o contexto em que esse estudo se desenvolveu.

2.5 O contexto da pesquisa e os aspectos metodológicos

Para este estudo, no qual se tem por objetivo buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática, foram consideradas duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças de uma turma do 5º quinto do Ensino Fundamental, de uma escola particular localizada no norte do Paraná. Essas atividades foram desenvolvidas em correspondência ao que é indicado no terceiro momento de familiarização com atividades de modelagem matemática sugerido por Almeida e Dias (2004). As autoras recomendam, nesse terceiro momento, que o professor abra espaço para que os alunos conduzam a atividade de modelagem matemática com mais autonomia, ou seja, que a eles seja oportunizado escolher o tema para estudo, eleger um problema para resolver, coletar informações, simplificar os dados, definir hipóteses e problematizar na intenção de obter uma solução para tal o problema.

As duas atividades de modelagem matemática abordadas com vistas a refletir acerca do objetivo supracitado foram desenvolvidas ao longo dos meses de agosto e setembro de 2021, quando o país ainda sofria as consequências da pandemia provocada pelo vírus Sars-Cov 2 (Covid-19). Nesse período, na escola em que a investigação foi realizada, as aulas já haviam retornado ao modo presencial, porém, pais ou responsáveis ainda podiam fazer a opção pelo ensino remoto, no qual o acesso das crianças às aulas era por meio de plataformas digitais. Assim, participaram da presente investigação 18 crianças, sendo que 17 frequentavam as aulas presencialmente e apenas 1 criança se utilizava do ensino remoto.

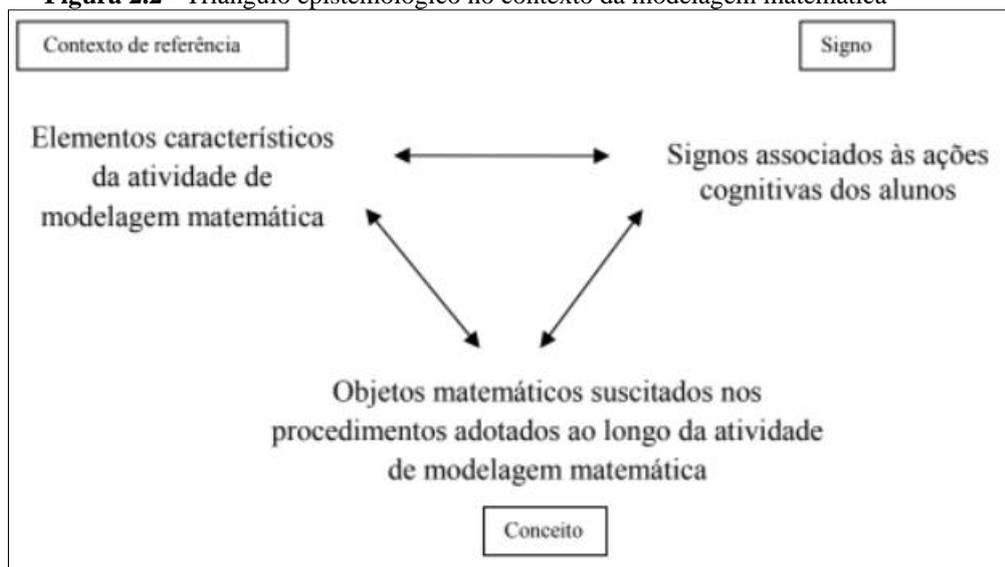
O desenvolvimento deste estudo foi pensado segundo a abordagem qualitativa de pesquisas nos moldes de Borba e Araújo (2013, p. 25); segundo esses autores, "pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelos significados dados às ações". Isso quer dizer que as pesquisas qualitativas evidenciam as formas de compreensão e interação com os participantes da pesquisa. Goldenberg (2004) acrescenta que existe uma relação dinâmica entre o contexto investigado e o pesquisador em uma pesquisa qualitativa. Em particular, nessa investigação, o pesquisador teve papel dual: foi professor e pesquisador concomitantemente.

Para assegurar que os aspectos relacionados ao desenvolvimento das atividades de modelagem pelas crianças fossem considerados quase que em totalidade, enquanto as crianças desenvolviam as atividades de modelagem matemática, a professora/pesquisadora utilizou-se do recurso de anotar o que considerava importante e imprescindível. Além dessas anotações de campo, compuseram material de análise as transcrições das gravações em áudio e vídeo das

aulas, viabilizadas pelo recurso da plataforma digital utilizada devido ao ensino remoto e os registros produzidos pelas crianças. Com o intuito de preservar a identidade das crianças serão utilizados nomes fictícios para referenciá-las.

O triângulo epistemológico (Figura 2.2) proposto por Veronez (2013) é o instrumento que utilizamos para trazer interpretações acerca dos signos associados às ações cognitivas dos alunos nas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças do quinto ano do Ensino Fundamental, no que se refere à atribuição de significado aos objetos matemáticos suscitados nessas atividades. Nesse triângulo epistemológico o contexto de referência corresponde aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática; o signo, se associa aos signos manifestos nas ações cognitivas das crianças e; o conceito, se atrela aos objetos matemáticos evocados ao longo do desenvolvimento de cada uma das atividades de modelagem matemática.

Figura 2.2 - Triângulo epistemológico no contexto da modelagem matemática



Fonte: Veronez (2013)

Nesse triângulo os signos utilizados e/ou produzidos pelos alunos revelam pensamentos e comunicam conhecimentos associados às suas ações cognitivas e, sendo assim, além de representar algo, se referenciam a um contexto de referência e evocam um conceito. Focalizar e interpretar esses signos na relação com os outros dois vértices do triângulo é nosso interesse na próxima seção.

2.6 Análise das atividades de modelagem matemática sob uma perspectiva semiótica

As atividades de modelagem matemática que subsidiam nossa análise têm os seguintes temas: *Frames por segundo* e *Viagens*, ambos temas escolhidos pelas crianças. A escolha do tema da primeira atividade se deu em decorrência de uma outra atividade de modelagem matemática desenvolvida anteriormente pelas crianças, e que segue discutida e analisada no 3 Capítulo desta dissertação. Foi dessa atividade que desencadeou a curiosidade delas em investigar sobre frames por segundo.

Nessa primeira atividade as crianças tinham como problemática descobrir a quantidade de fotos em um vídeo. Ao passo que assistiam aos vídeos construídos debatiam sobre ele. Em meio a essas discussões, uma das crianças, a saber, Gustavo, fez um comentário: *Professora a diferença entre um jogo e um vídeo é devido a quantidade de FPS que existem ali. No jogo tem 120 FPS em cada cena que acontece, enquanto que em um vídeo é outro FPS*, que desencadeou o interesse das crianças em investigar aspectos do FPS e atrelar isso aos vídeos que eles construíram na atividade de modelagem matemática desenvolvida anteriormente.

O segundo tema, *Viagens*, decorreu de um projeto que as crianças já estavam desenvolvendo com a professora regente da turma. Neste projeto as crianças tinham como objetivo plantar e cultivar uma horta na escola e, em seguida, vender os produtos em uma barrquinha na frente da escola. Um trabalho acerca da educação financeira era o propósito com esse projeto. A ideia central era fazer com que as crianças percebessem o real valor do dinheiro, por meio do esforço e recompensa. A recompensa das crianças, no caso, seria realizar uma viagem ou um passeio com o dinheiro arrecadado. Daí o motivo que levou as crianças a investigar para onde a turma conseguiria ir com R\$300,00 (trezentos reais).

A seguir, abordamos essas duas atividades de modelagem matemática olhando para os signos que foram produzidos e mobilizados pelas crianças em associação com suas ações cognitivas e fazemos inferências frente à interpretação semiótica que realizamos. Ou seja, identificamos os signos produzidos pelas crianças e os analisamos semioticamente, de modo a sinalizar a compreensão delas acerca do fenômeno em estudo.

2.6.1 *Qual a quantidade de fotos em um vídeo? Análise do tema FPS*

O desenvolvimento dessa atividade repousa sobre o interesse das crianças em investigar sobre o termo FPS enunciado por uma delas. O fato de a criança enunciar um tema de interesse corresponde ao que preconiza o terceiro momento de familiarização proposto por Almeida e

Dias (2004). Ainda que não houvesse problema enunciado, as crianças, interessadas em compreender o tema, produzem alguns signos como os ilustrados no Quadro 2.1

Quadro 2.1 - Signos associados à ação cognitiva compreensão da situação

Criança	Signo
Gustavo	“Frames pode ser tido como FPS, que é frames por segundo, ou quadros por segundo para ficar mais simples”.
Gina	“Gente, pelo que eu entendi, quanto mais desenho, mais fotos tem”.
Samantha	“Olha eu pesquisei e eu achei que as câmeras podem filmar 30 ou 60 FPS, a diferença de um para o outro é a qualidade do vídeo”

Fonte: As autoras

As falas das crianças presentes no Quadro 2.1 correspondem a signos que atuam como responsáveis pelo entendimento da situação (descobrir o que é o FPS - tema da investigação) e que denotam a ação cognitiva *compreensão da situação*. Dessa ação, as crianças reconhecem ser “necessário selecionar elementos da situação inicial que são relevantes para a investigação pretendida” (VERONEZ, 2013) e formulam um problema a investigar: *Quantas fotos tem o vídeo que criamos?* Esse problema é um signo que decorre da ação cognitiva *estruturação da situação*. Os signos emergentes dessas duas ações cognitivas têm como contexto de referência a problemática em estudo: o FPS e o conceito a eles atrelado refere-se ao que, de fato, significa Frames por segundo.

Compreendida a situação analisada, as crianças formulam hipóteses (Quadro 2.2), e produzem signos em associação com a ação cognitiva *matematização*.

Quadro 2.2 - Signos associados à ação cognitiva matemática

Criança	Signos
Jeferson	“Vamos considerar que todos os celulares tem 60 FPS, até porque o celular de todo mundo aqui da sala é moderno” “Vamos ver o que temos de matemática aqui”.
Gustavo	“Nós temos no vídeo o tempo, então eu acho que vamos utilizar o tempo, até porque o FPS é por segundos e a maioria dos vídeos já estão em segundos e se não tiver podemos converter”.

Fonte: As autoras.

O signo “*Vamos considerar que todos os celulares tem 60 FPS, até porque o celular de todo mundo aqui da sala é moderno*” é uma hipótese, porque as crianças consideram razoável aceitar que seus celulares quando ativados para gravar um vídeo tira 60 fotos por segundo. As hipóteses, além de denotar uma interpretação das crianças, evidenciam características que denotam certo conhecimento sobre o fenômeno investigado, e estão “associada aos modos de ver a situação” (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015).

Com a hipótese levantada, Jeferson gera um novo signo “*vamos ver o que temos de matemática aqui*”. Esse signo sinaliza uma intenção da criança em ver o problema a ser

resolvido por meio de conceitos matemáticos. Esse signo, portanto, sugere uma transição de linguagem; sugere que o problema escrito em linguagem natural pode ser tomado em linguagem matemática a partir da evidência de um problema matemático a ser resolvido. Tal signo é recorrente da ação cognitiva *matematização*.

O signo de Gustavo: “*nós temos no vídeo o tempo, então eu acho que vamos utilizar o tempo, até porque o FPS é por segundos e a maioria dos vídeos já estão em segundos e se não tiver podemos converter*” que também é uma hipótese e se associa à ação cognitiva *matematização*, sinaliza que as crianças acreditam que utilizar o tempo em segundos dos vídeos que criaram é o processo que os levará a encontrar uma solução para o problema em estudo. Os signos emergentes da ação cognitiva *matematização* embora alterem o contexto de referência inicial, mantêm o conceito: significado da expressão FPS. Ou seja, o contexto de referência agora são as informações assumidas e que têm correspondência com o problema em estudo e o conceito atrelado a esses signos refere-se ao que significa Frames por segundo.

Desses signos as crianças iniciam um processo de reflexão e produzem novos signos. O Quadro 2.3 contém tais signos, emergentes da ação cognitiva *síntese*, e que denotam o pensar matematicamente das crianças.

Quadro 2.3 - Signos associados à ação cognitiva síntese

Criança	Signos
Jeferson	“Eu acho que podemos utilizar multiplicação porque se eu tenho 60 fotos em 1 segundo, então eu faço 60 vezes 1 que dá 60 fotos por segundo e aí a gente faz com nosso tempo em segundos só substituir o 1 na multiplicação”.
Samara	“Professora, o Jeferson falou que a gente multiplica por 1, substitui por 1, mas eu não entendi nada, eu estava falando com a Nicolý e a gente chegou a uma conclusão: se eu somar 60 no momento que tive 2 segundos eu vou ter 120 fotos, e se eu somar mais 60 eu vou ter 180 fotos para o tempo 3. Eu posso pensar dessa forma?”.

Fonte: As autoras.

O signo “*eu acho que podemos utilizar multiplicação porque se eu tenho 60 fotos em 1 segundo, então eu faço 60 vezes 1 que dá 60 fotos por segundo e aí a gente faz com nosso tempo em segundos só substituir o 1 na multiplicação*” evoca um conceito matemático: a multiplicação. Esse signo também carrega consigo a intenção dele em encontrar uma solução para o problema e indica a construção de um modelo matemático (ainda que ele esteja falando em uma linguagem materna, linguagem falada) associada à sugestão de que se pode multiplicar pelo tempo registrado no vídeo. Ou seja, esse signo sugere uma possibilidade de resolução para o problema a partir do princípio multiplicativo.

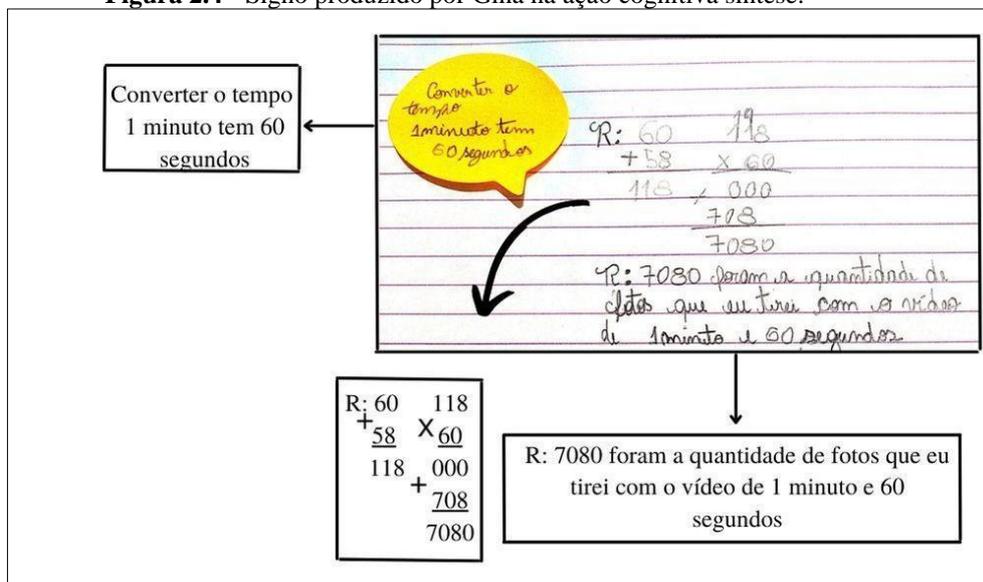
Esse signo produzido pelo Jeferson gerou estranhamento em outras crianças e levou à enunciação de um outro signo, retratando uma outra possibilidade de resolução. O signo

que considera a quantidade de segundos vezes 60, em que 60 representa a quantidade de fotos por segundo.

Essas três construções, signos da Samara, Nicolý e Jeferson, são modelos matemáticos, resultantes da ação cognitiva *síntese*, que indicam uma solução para o problema em foco. Contudo, Gina percebe que realizar somas de termos repetidos, $60+60+60\dots$, ou multiplicar o tempo por 60 não resolvia o problema dela. O signo “*Olha Samara, o Jeferson fez o vídeo dele em 6 segundos então ele multiplicou, mas o meu deu 1 minuto e 58 segundos, não sei o que fazer aqui*” indica que Gina conseguiu perceber que precisa fazer algo mais para descobrir o número de fotos do vídeo.

Tal signo, portanto, inquieta Gina a realizar um processo de reflexão perante o modelo matemático construído por Samara, Nicolý e Jeferson (Figura 2.3), e leva à produção de um novo signo: “*Se eles utilizaram os segundos, e eu já tenho 58 segundos, o que eu faço com esse 1 minuto profa.? Eu posso colocar 60 porque 60 é 1 minuto?*”. Esse signo, ainda que direciona uma questão para a professora, indica que Gina reconhece que há necessidade de transformar o tempo de seu vídeo em segundos (Figura 2.4).

Figura 2.4 - Signo produzido por Gina na ação cognitiva síntese.



Fonte: As autoras.

O modelo matemático construído por Gina evidencia a utilização de diferentes linguagens (linguagem matemática e linguagem falada) na obtenção de uma solução para o problema. O signo: “*Converter o tempo 1 minuto tem 60 segundos*” indica que ela sabe que para converter 1 minuto e 58 segundos para segundos precisa somar 60 segundos nos 58 segundos. Assim, o resultado da adição $60+58 = 118$, é assumido como o tempo gasto em seu vídeo e, nesse sentido, ela multiplica esse resultado por 60 (quantidade de fotos por segundo).

Não obstante, Gina ainda sente necessidade de registrar o resultado em linguagem natural, produzindo o signo: “7080 foi a quantidade de fotos que eu tirei com o vídeo de 1 minuto e 60 segundos”. Embora haja um equívoco nesse signo, pois o tempo de vídeo dela é de 1 minuto e 58 segundos, compreendemos que ela apenas se confundiu na escrita, pois os cálculos matemáticos estão corretos, foram considerados 1 minuto e 58 segundos na multiplicação.

Todos os signos associados à ação cognitiva *síntese* (Figura 2.4 e Figura 2.5) possuem como contexto de referência o processo investigativo atrelado à busca por solução para o problema e o conceito está associado à unidade de medida de tempo, à multiplicação e à adição.

A aceitação dessas soluções por todas as crianças é resultado da ação cognitiva *Interpretação e Validação* (Quadro 2.4) e as argumentações e discussões ensaiadas por elas ao justificar as soluções obtidas decorrem da ação cognitiva *Comunicação e Argumentação*.

Quadro 2.4 - Signos associados a ação cognitiva interpretação e validação

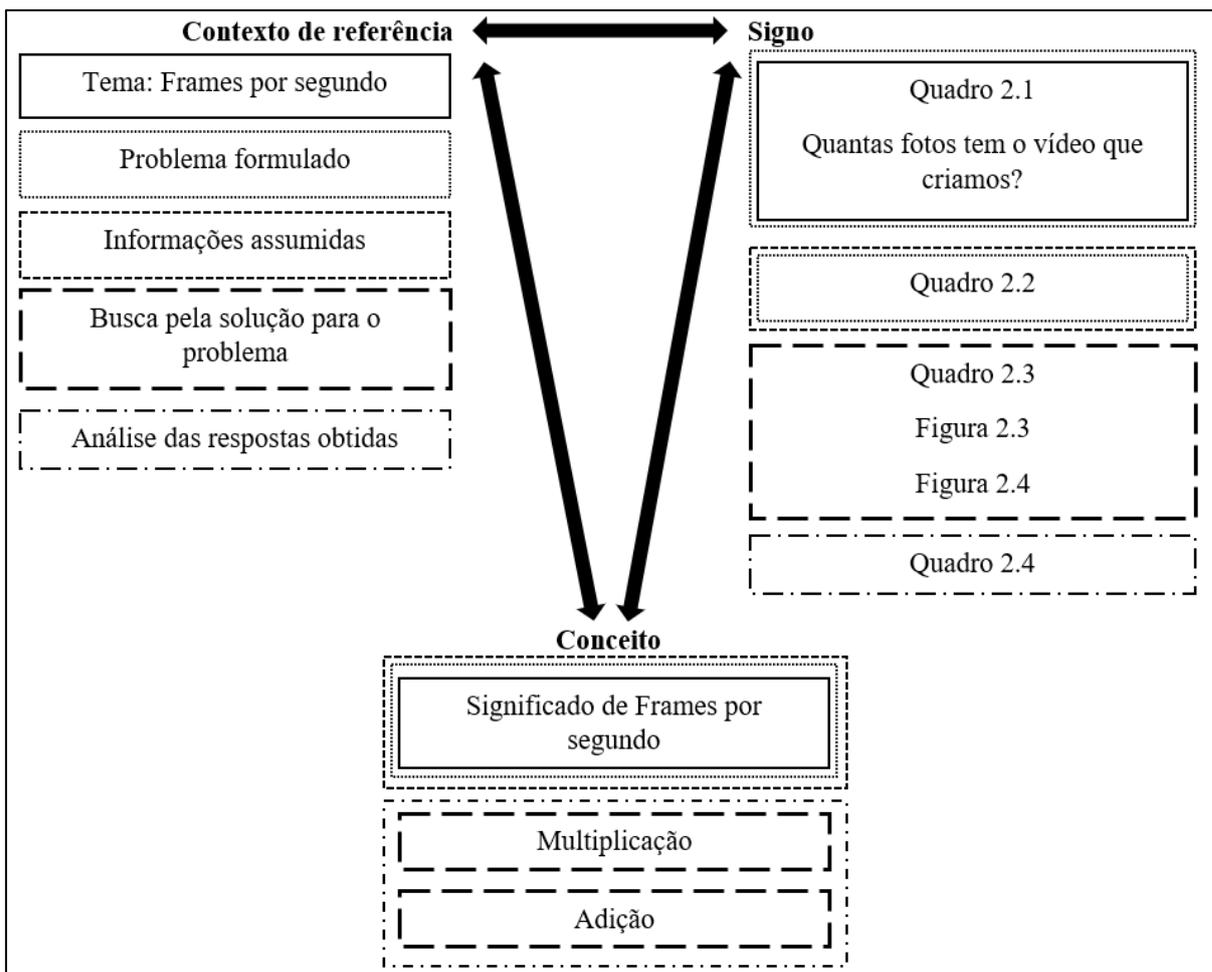
Criança	Signos
Gina	“Eu somei o tempo de 1 minuto com 58 segundos e depois eu multipliquei por 60”;
Samara	“Entendi. Foi parecido com o que a gente tinha feito antes só que sem somar o tempo, somente multiplicar”;
Jeferson	“Então isso significa que quando der mais de um minuto a gente precisa converter o minuto em segundo e depois multiplicar por 60”.

Fonte: As autoras

Esses signos do Quadros 2.4 têm como contexto de referência a análise das respostas obtidas e o conceito corresponde aos objetos matemáticos emergentes no processo de resolução do problema.

Os signos decorrentes das ações cognitivas dos alunos provocaram alternância tanto do contexto de referência como do conceito. Nesse sentido, os três elementos do triângulo epistemológico foram se modificando, se ampliando. Contudo, foram os signos de cada uma das ações cognitivas das crianças que trouxeram à tona novas interpretações e, portanto, a produção de novos signos, fazendo o contexto de referência ser modificado e evocando conceitos que a eles se atrelavam. O triângulo epistemológico, dessa atividade, que construímos e que denota alternância de seus três vértices é ilustrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 - Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Frames por segundo



Fonte: As autoras.

Para ilustrar a associação entre os três elementos do triângulo epistemológico optamos por apresentar caixas de textos de formatos diferentes. Assim, signo, contexto de referência e conceito que possui o mesmo formato de caixa de texto estão em associação, ou seja, compõem um triângulo epistemológico. Por exemplo, o signo “Quantas fotos tem o vídeo que criamos?” se associa ao contexto de referência tema: frames por segundo e ao conceito: significado de frames por segundo em um momento na atividade de modelagem matemática e, em outro momento, fica alterado apenas um dos vértices do triângulo, a saber, o contexto de referência: problema formulado.

2.6.2 Para onde viajar? Análise da atividade de modelagem matemática cujo tema é Viagens.

O projeto “Horta na escola” foi o *pontapé* dessa atividade de modelagem matemática já que a partir desse projeto as crianças elegem como interesse investigar lugares para onde poderão viajar com o dinheiro arrecado na venda dos produtos da horta. O entendimento da situação inicial, a interpretação dos fatos e a compreensão da dimensão do projeto estão

relacionadas à ação cognitiva *compreensão da situação* e, a partir disso, as crianças sinalizam um problema a resolver: *Para onde viajar com o dinheiro arrecadado?* Essa pergunta é um signo que foi indicado por Jeferson, e esse signo é resultado da ação cognitiva *estruturação da situação*.

Para resolver a problemática em estudo as crianças delimitam estratégias com o intuito de verificar o que seria necessário investigar para se realizar uma viagem. No Quadro 2.5 apresentamos signos que estão associados aos modos de compreender e pensar das crianças sobre o fenômeno em estudo (a viagem). Esses signos, correspondentes à ação cognitiva *compreensão da situação*, comunicam interpretações das crianças sobre a situação.

Quadro 2.5 - Signos associado à ação cognitiva compreensão da situação

Criança	Signo
Jeferson	“Onde vamos nos hospedar?”
Gina	“A gente precisa ver sobre a gasolina” “Transporte”
Gustavo	“Gasolina e o pedágio” “Não gente, primeira coisa é ver quanto a gente vai arrecadar e a professora já tinha falado em outro momento, porque eu acho que é pouco dinheiro pra tudo isso que estão falando”
Nicolly	“Tem a comida”
Samara	“Materiais de higiene”

Fonte: As autoras.

Esses signos “*Onde vamos nos hospedar?*”, “*Transporte*”, “*A gente precisa ver sobre a gasolina*”, “*Gasolina e pedágio*”, “*Tem a comida*”, e “*Materiais de higiene*” indicam um direcionamento das crianças sobre o que pode ser considerado e quais caminhos as crianças podem assumir, com isso o contexto de referência atrelado a esses signos é o tema, e o conceito corresponde ao valor a ser arrecadado na horta.

Contudo, ao perceberem a quantidade de coisas necessárias para se realizar uma viagem, um novo signo emergiu: “*Não gente, primeira coisa é ver quanto a gente vai arrecadar e a professora já tinha falado em outro momento, porque eu acho que é pouco dinheiro pra tudo isso que estão falando*” e indica que a criança entende que para se realizar uma viagem é necessário saber quanto de dinheiro se dispõe para depois analisar outros elementos. Tal signo sinaliza que a quantidade de dinheiro é uma hipótese e é resultado da ação cognitiva *matematização*. Na Figura 2.6 apresentamos informações que foram socializadas com as crianças a respeito do projeto horta na escola.

Figura 2.6 - Informações relativas ao projeto horta na escola

<ul style="list-style-type: none"> - A escola emprestou R\$110,00 para ajudar na construção da horta; - Os vasilhos a escola pagou; - Foram plantados mudas de Almeirão, cebolinha, salsinha e alface; 			
 <p>Muda de alface: R\$0,60</p>	 <p>Muda de cebolinha: R\$0,85</p>	 <p>Muda de salsinha: R\$ 2,35</p>	 <p>Muda de almeirão: R\$ 2,50</p>
<p>- A professora regente realizou os cálculos para descobrir a quantidade que arrecadariam com as vendas e obteve como média de lucro: R\$300,00</p>			

Fonte: As autoras.

A informação sobre a quantidade que possivelmente poderiam arrecadar, que foi realizada pela professora regente em um outro momento, se comportou como hipótese para as crianças no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e provoca Gustavo a sinalizar um outro problema, agora evidenciando a quantidade média que eles teriam de dinheiro arrecadado com a horta: “*Professora, então se a quantidade que a gente vai arrecadar é R\$300,00, então nosso problema vai ser: Para onde conseguiremos viajar com 300 reais?*”. Esse problema corresponde a um signo que indica uma possibilidade de investigação sobre o tema e resulta da ação cognitiva *estruturação da situação*. Tal signo tem como contexto de referência o problema formulado em outros moldes, ou seja, considerando a hipótese, e o conceito refere-se ao valor médio que estão assumindo.

Considerado esse novo problema, as crianças elaboram estratégias para identificar a quantidade que cada criança receberá com a venda dos produtos da horta. Tais estratégias (Quadro 2.6) correspondem a signos associados ora à ação cognitiva *matematização*, ora à ação cognitiva *síntese* e direcionam as crianças para a construção de um modelo matemático.

Quadro 2.6 - Signos associados às ações cognitivas matemática e síntese

Criança	Signos
Samara	“Se temos 300 reais quanto cada um de nós terá?”
Jeferson	“A gente vai ter que dividir 300 por 18” “Vamos pensar sobre a entrada do nosso passeio, porque não temos muito dinheiro e aí o que estávamos conversando antes nossos pais pagam e a gente paga a entrada”
Gina	“Não está dando, não sei como continuar. Deu 16 embaixo da chavinha e sobrou 12” “Mas não tem como! 12 não dividi 18, o 18 é maior que 12 Jeferson, estou irritada. Não quero mais fazer a conta”

Fonte: As autoras.

Foi o signo “*Se temos R\$300,00 quanto cada um de nós terá?*” manifesto por Samara, que remeteu à ideia da necessidade de determinar a quantidade que cada criança receberá com a

venda das mudas, que indicou o reconhecimento de uma transição de linguagens entre o problema formulado e a tradução desse problema para um problema matemático, característico da ação cognitiva *matematização*. Esse signo representa que a criança pensou matematicamente sobre o problema formulado e estabeleceu relações com a quantidade de crianças da turma, já que o valor arrecadado da horta seria utilizado por todos.

Em complemento a esse signo, o signo “*A gente vai ter que dividir 300 por 18*”, manifesto por Jeferson, indica um conceito matemático: a divisão. Esse signo carrega a intenção da criança em identificar quanto cada um receberá com a venda dos produtos da horta e sinaliza a busca por uma resposta para o problema, esse signo sugere um caminho para se chegar à solução para o problema e sinaliza o reconhecimento de que para a escolha do local de viagem é necessário primeiro saber quanto em dinheiro cada um terá.

Desse signo manifesto por Jeferson foi gerado outro signo: “*Não tá dando, não sei como continuar. Deu 16 embaixo da chavinha e sobrou 12*” e “*Mas não tem como! 12 não dividi 18, o 18 é maior que 12 Jeferson, estou irritada não quero mais fazer a conta*” manifesto por Gina, que revela que ela se sentiu desconfortável (irritada) pelo fato de não conseguir dividir um número pelo outro. Ponderamos que esse desconforto se refere à divisão ter como quociente um número decimal. Por outro lado, esse desconforto favoreceu com que a professora pesquisadora orientasse as crianças sobre o modo de proceder em relação às operações matemáticas que possuem quociente decimal. Tal orientação se associa a uma característica da modelagem matemática que é a oportunidade de se estudar conceitos matemáticos que ainda não foram vistos ou revisar conceitos já estudados (VERONEZ, 2013, p. 87). Os signos emergentes dessas ações cognitivas, *matematização* e *síntese*, têm como contexto de referência a busca por solução para o problema e o conceito está atrelado à divisão.

Ao refletirem sobre o resultado obtido da divisão de 300 por 18 ($300 \div 18 = 16,75$), que é o valor assumido como a quantia destinada a cada criança, Jeferson argumenta: “*Vamos pensar sobre a entrada do nosso passeio, porque não temos muito dinheiro e aí o que estávamos conversando antes nossos pais pagam e a gente paga a entrada*”, essa fala é um signo, pois indica que ele sabe que a quantidade de dinheiro que possuem é pouca e revela que a criança reconhece que o dinheiro que eles terão pagaria somente a entrada do lugar pretendido. Esse signo, associado à ação cognitiva *interpretação e validação*, sinaliza o entendimento da criança sobre o fenômeno em estudo e sua interpretação diante da representação matemática (o valor que cada criança terá) e da própria situação.

Em decorrência dessa conclusão as crianças julgaram necessário investigar o valor de ingresso (entrada) de alguns lugares que sejam próximos à cidade que residem, a saber: parques

aquáticos e cinema. Essa investigação provoca a produção de signos (Figura 2.7) que se associam à ação cognitiva *compreensão da situação*, já que as crianças buscam saber o custo de cada um desses lugares.

Figura 2.7 - Signos associados à ação cognição compreensão da situação

			
Ody Park em Maringá - PR	Solar das águas quentes em Maringá - PR	Por do sol em Pitangueiras - PR	Cinema em Apucarana - PR
Valores sem almoço:	Valores:	Valores:	3D Digital
Quarta à Sexta Adulto: R\$45,00; Criança: 40,00	Adulto: R\$50,00 Criança: R\$30,00	Adulto: R\$50,00 Criança: R\$30,00	Inteira R\$ 26,00 Meia R\$ 13,00
Sabado, Domingo e Feriado: Adulto: R\$60,00 Criança: 50,00	Desconto para 22 pessoas R\$40,00 adultos	Desconto acima de 20 pessoas é de 10%	2D Digital Inteira R\$ 24,00 Meia R\$ 12,00
			Quarta Maluca: todos pagam meia

Fonte: As autoras.

Da análise desses signos as crianças optam por investigar os descontos concedidos pelo parque aquático Pôr do Sol, uma vez que percebem que há possibilidade de desconto nos valores de entrada considerando um grupo de pessoas. O Quadro 2.7 ilustra os signos produzidos pelas crianças que decorrem da ação cognitiva *síntese*.

Quadro 2.7 - Signos associados à ação cognitiva síntese

Criança	Signos
Jeferson	<p>“Se fosse 50% seria 25 professora? Porque metade de 50 é 25 e metade de 100 é 50”</p> <p>“10% para R\$100 reais, ai não sei. O vendedor te dá 10% de desconto você tira R\$10 disso, mas R\$50,00 é R\$5,00 porque é a metade de R\$100,00.”</p> <p>“Pensa assim gente, R\$5,00 é 10% de R\$50,00 porque 5 vezes 1 é igual 5, 20% é 5 vezes 2, quanto que dá? 10 né? 30% é 5 vezes 3 igual 15, ou seja 30% de 50 é 15, 40% é R\$20,00, 50% é R\$25,00 que é metade de R\$50,00, 60% é R\$30,00, 70% é R\$35,00, 80% vai ser R\$40,00, 90% vai ser R\$45,00, 100% vai ser R\$50,00.”</p> <p>“A cada R\$3,00 a gente vai ganhar R\$3,00. É o mesmo raciocínio. A gente tem que é R\$30,00 o passaporte e também teremos 10% de desconto, 10% de desconto é R\$3,00. Porque a gente tira o 0 do 30, ai a gente tem 3 então vamos olhar pra tabuada do 3, 3 vezes 1 é igual a 3, por isso teremos R\$3,00 de desconto. Quanto que dá 30 menos 3 Samara? R\$27,00 né”</p>
Gina	<p>“Então a gente tem R\$100,00 a passagem e a gente vai fazer por 10% de desconto, então a gente pega os dois primeiros números e faz 10 vezes 10 que é igual a 100, então 10% de R\$100,00 seria 10 vezes 1 que é igual a 10, ou seja 10% de R\$100,00 é R\$10,00.”</p> <p>“Entendi, então na tabuada do 5 a cada 10% é R\$5,00.”</p>
Samara	<p>“Tudo bem, mas gente e no convite de criança? Por que esse era de adulto, como pensaremos quanto será 10% de 30,00?”</p>

Fonte: As autoras

Os signos “*Se fosse 50% seria 25 professora? Porque metade de 50 é 25 e metade de 100 é 50*” e “*10% para R\$100 reais, ai não sei. O vendedor dá 10% de desconto você tira R\$10 disso, mas R\$50,00 é R\$5,00 porque é a metade de R\$100,00*” que foram manifestos por

Jeferson evoca o conceito matemático: porcentagem. Esse signo indica que ele, estrategicamente, está pensando no conceito de porcentagem relacionando-o com a divisão de frações, pois ele tenta relacionar a metade de 100% (que é o todo). Esse signo, além de carregar a interpretação da criança, denota que ele busca identificar quanto de desconto seria concedido considerando o grupo mínimo de pessoas. Essa interpretação corresponde à ação cognitiva *síntese*, ação na qual “torna-se necessário o uso de conceitos, técnicas, métodos e representações” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 18).

Como esse signo causou estranhamento nas crianças, Jeferson manifestou um novo signo: “*Pensa assim gente, R\$5,00 é 10% de R\$50,00 porque 5 vezes 1 é igual a 5, 20% é 5 vezes 2, quanto que dá? 10 né? 30% é 5 vezes 3 igual 15, ou seja 30% de 50 é 15, 40% é R\$20,00, 50% é R\$25,00 que é metade de R\$50,00, 60% é R\$30,00, 70% é R\$35,00, 80% vai ser R\$40,00, 90% vai ser R\$45,00, 100% vai ser R\$50,00*”. Tal signo indica que ele está relacionando a tabuada do 5 com o cálculo da porcentagem. Essa estratégia da criança se deu por ele perceber a relação da porcentagem com 100%, inferindo que bastaria retirar os zeros e associar o número com a multiplicação (tabuada).

Esse novo conceito mobilizado pelas crianças ao desenvolverem essa atividade de modelagem matemática favoreceu com que novos signos fossem produzidos. Essa geração de novos signos depõe (des)conhecimentos dos alunos sobre os objetos matemáticos (VERONEZ; CHULEK, 2020), isso significa que a composição de novas interpretações se dá por meio das ações que as crianças têm quando estão tentando solucionar o problema. O signo “*Então a gente tem R\$100,00 a passagem e a gente vai fazer por 10% de desconto, então a gente pega os dois primeiros números e faz 10 vezes 10 que é igual a 100, então 10% de R\$100,00 seria 10 vezes 1 que é igual a 10, ou seja 10% de R\$100,00 é R\$10,00*” indicado por Gina, sinaliza a sua compreensão a partir do signo manifesto por Jeferson (discutido nos parágrafos anteriores).

A possibilidade de a professora pesquisadora intervir nas discussões e explicar para as crianças o que é a porcentagem e em quais momentos são e podem ser utilizada se deve ao fato de que em modelagem matemática o professor pode atuar “como orientador, direcionando, explicando, sugerindo, expondo e auxiliando os estudantes durante a realização das atividades” (LIMA, 2020, p. 32).

Com a solução do valor de entrada dos adultos Jeferson indica quanto as crianças pagariam com o desconto: “*A cada R\$3,00 a gente vai ganhar R\$3,00. É o mesmo raciocínio. A gente tem que é R\$30,00 o passaporte e também teremos 10% de desconto, 10% de desconto é R\$3,00. Porque a gente tira o 0 do 30, aí a gente tem 3 então vamos olhar pra tabuada do 3, 3 vezes 1 é igual a 3, por isso teremos R\$3,00 de desconto. Quanto que dá 30 menos 3 Samara?*”

R\$27,00 *né*”. Esse signo indica o conceito: porcentagem e multiplicação, e sinaliza os valores de entrada do parque com desconto. Essa forma de escrever a porcentagem pela criança se configura como uma resposta para saber o valor da porcentagem, todavia, não corresponde à representação correta da porcentagem, pois a associação feita por Jeferson viabiliza somente dezenas que possuem o zero como unidade.

Assim, todos os signos associados à ação cognitiva *síntese* (Quadro 2.7) possuem como contexto de referência o processo investigativo atrelado à busca por solução para o problema e o conceito está associado à multiplicação (tabuada), à divisão e à porcentagem.

Compreendida a quantidade paga na entrada do parque aquático escolhido, as crianças consideram analisar a resposta obtida. Esse processo é recorrente da ação cognitiva *interpretação e validação* (Quadro 2.8).

Quadro 2.8 - Signos associados a ação cognitiva interpretação e validação

Criança	Signos
Jeferson	“Não vai dar pra ir para o Pôr do Sol, falta R\$10,40 para R\$27,00”
Gustavo	“Vamos pensar assim, a professora, disse que vamos conseguir arrecadar 300 reais com nossa horta até o mês de novembro, a gente está em setembro. Então setembro, outubro, novembro, 2 á 3 meses para a horta crescer e vendermos e se a gente fazer um pouco mais da horta professora? Poderíamos ficar até Dezembro pra conseguir arrecadar esse valor.” “Vamos pensar em um plano b, nosso plano A é ir viajar pro pôr do sol então, vamos ver o plano B.” “Profa. nós temos uma resposta, com R\$300,00 podemos ir ao cinema e se trabalharmos um pouco mais para arrecadar, deixa eu ver aqui, R\$187,20 a mais a gente consegue ir para o pôr do sol”

Fonte: As autoras.

Após identificado o valor da entrada do parque aquático, o signo “*Não vai dar pra ir para o Pôr do Sol, falta R\$10,40 para R\$27,00*” manifesto por Jeferson sinaliza que a criança refletiu que a quantidade de dinheiro que a ser arrecadada com a horta não é suficiente para pagá-la. Além disso, esse signo traz à tona o uso do conceito de subtração por essa criança.

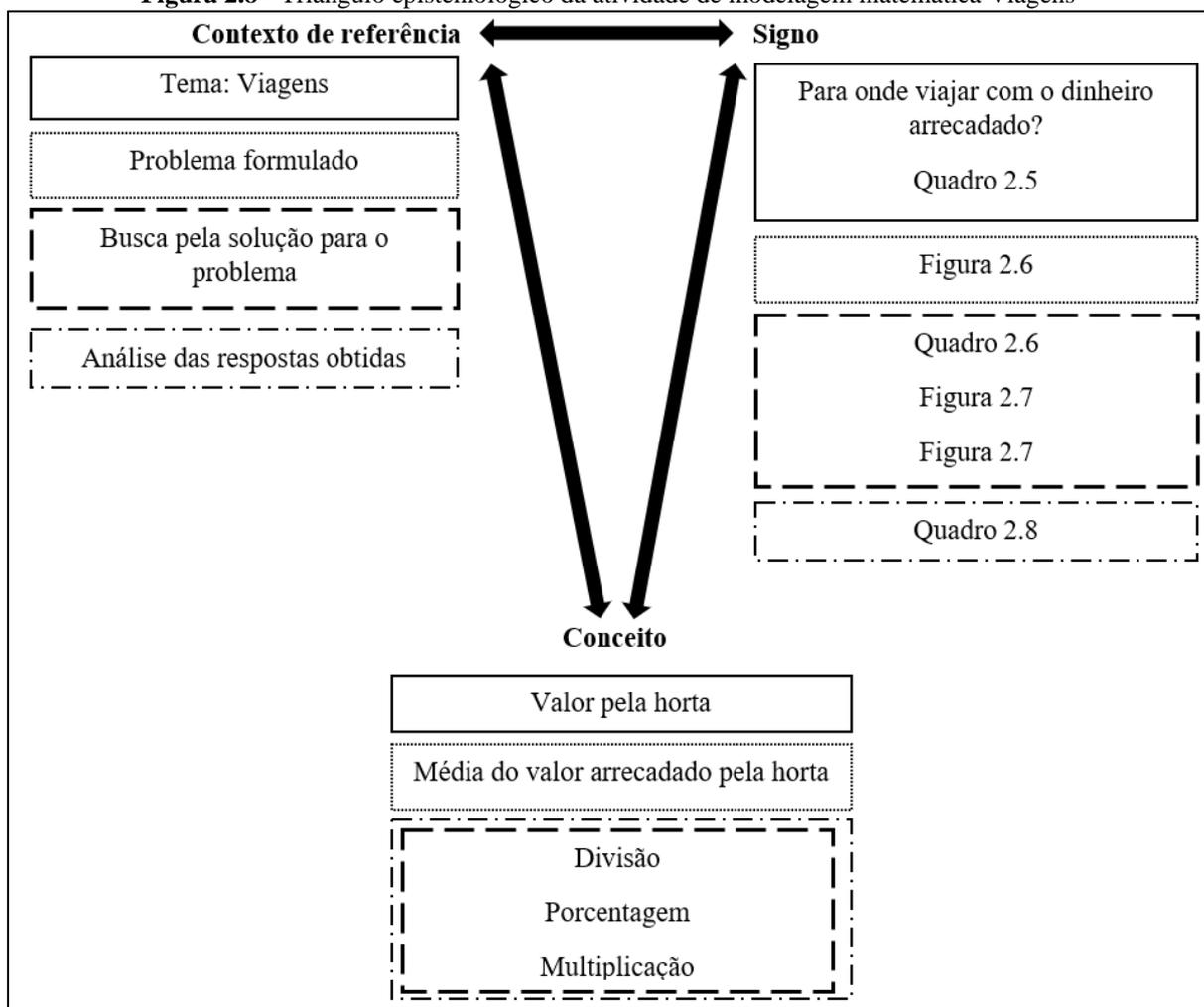
Da avaliação das soluções obtidas e conclusões ensaiadas, foi gerado um novo signo: “*Vamos pensar assim: a professora, disse que vamos conseguir arrecadar R\$300 reais com nossa horta até o mês de novembro, a gente está em setembro. Então setembro, outubro, novembro, dá 2 a 3 meses para a horta crescer e vendermos e se a gente fazer um pouco mais da horta professora?*”. Esse signo, manifesto por Gustavo, além de indicar que ele refletiu sobre as soluções obtidas, sugere uma possibilidade para conseguir arrecadar o dinheiro que falta para eles irem ao parque aquático. Gustavo também percebe que adiar a ida pode ser uma possibilidade, como também poderiam considerar outro local. Os signos: “*Vamos pensar em um plano B, nosso plano A é ir viajar pro pôr do sol então, vamos ver o plano B.*” e “*Profa. nós temos uma resposta, com R\$300,00 podemos ir ao cinema e se trabalharmos um pouco*

mais para arrecadar, deixa eu ver aqui, R\$187,20 a mais a gente consegue ir para o pôr do sol.” indicam essas novas possibilidades: ir ao cinema ou prolongar a viagem e arrecadar mais dinheiro.

Sendo assim, as crianças concluem que para pagar a entrada do parque aquático é necessário arrecadar mais dinheiro e que para ir ao cinema terão dinheiro suficiente. Esses signos associados a ação cognitiva *interpretação e validação* (Quadro 2.8) têm como contexto de referência a análise das respostas obtidas e o conceito corresponde aos objetos matemáticos utilizados para resolver e as possibilidades indicadas como planos A e B.

Os signos produzidos nessa atividade de modelagem matemática provocaram alternância dos contextos de referência e também dos conceitos. A associação entre esses três elementos encontra-se ilustrada no triângulo epistemológico da Figura 2.8.

Figura 2.8 - Triângulo epistemológico da atividade de modelagem matemática Viagens



Fonte: As autoras.

Nesse triângulo epistemológico as caixas de textos também estão com formatos diferentes, que associados ilustram a alternância entre os três elementos do triângulo

epistemológico. Desse modo, os signos: Para onde viajar com o dinheiro arrecadado? e Quadro 2.5 que estão dentro de uma caixa de texto com contorno contínuo, bem como o contexto de referência (Tema: viagens) e o conceito (valor pela horta) que estão com o mesmo contorno se associam entre si. Assim, esses três elementos constituem um triângulo epistemológico dessa atividade de modelagem matemática, dentre tantos outros que aparecem construídos na Figura 2.8.

Na próxima seção discutimos acerca do nosso objetivo apoiada nos triângulos epistemológicos que construídos e que correspondem à nossa interpretação semiótica das duas atividades de modelagem matemática aqui descritas e analisadas.

2.7 Resultados e discussões

A busca por indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática vem alicerçada nos signos produzidos pelas crianças ao longo do desenvolvimento das duas atividades de modelagem matemática abordadas nas seções anteriores. Nossa interpretação semiótica é, portanto, ilustrada nos triângulos epistemológicos que construímos para cada uma dessas atividades.

Em nossa interpretação os signos, associados às ações cognitivas das crianças, carregam, de modo geral, características da situação em estudo e, de modo mais específico, conhecimentos sobre conceitos matemáticos. A cada signo produzido pelas crianças identificamos relações com os outros dois vértices do triângulo: o contexto de referência e o conceito. Assim, tais signos faziam alterar tanto o contexto de referência como o conceito. O contexto de referência sofria alteração dentro do contexto dos elementos característicos da Modelagem Matemática e o conceito alternava segundo os conceitos, tanto da situação como da Matemática, que eram suscitados.

O fato de os signos se alterarem, se modificarem e, de certo modo, se complementarem denotam que as crianças realizam interpretações diversas, que se relacionam ora com a situação, ora com a Matemática e ora considerando articulações entre situação e Matemática. Também sinaliza que os signos correspondem ao que Peirce (2005) aponta quando enfatiza que os signos representam algo que se quer comunicar.

A dinamicidade dos signos produzidos pelas crianças indica que suas interpretações vão sendo alteradas, repensadas e modificadas ao passo que realizam novas interpretações, se familiarizam com o tema em estudo e consideram características da situação em estudo ou dos conceitos matemáticos que se utilizam na busca por uma resposta para o problema em questão.

Daí o fato dessa dinamicidade dos signos favorecer a alternância dos outros dois elementos do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito.

Em particular, os signos produzidos pelas crianças sugerem indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos quando na atividade com o tema FPS a cadeia de signos por elas produzidos fazem alterar o contexto de referência e o conceito a eles atrelado. O fato de as crianças produzirem signos em um processo dinâmico, que retrata suas interpretações e familiaridade com o tema em estudo, e em relação com o que estão analisando denota que elas atribuem significado tanto ao que fazem quanto aos objetos matemáticos que evocam em suas interpretações.

Independente da natureza dos signos produzidos pelas crianças (afirmações, questionamentos, conjecturas, considerações), em associação com suas ações cognitivas, evidenciamos que a atribuição de significado para os objetos matemáticos não ocorre de forma estanque. Ao contrário, ela acontece na articulação desses signos com os outros dois elementos do triângulo epistemológico: contexto de referência e conceito, e não pode ser reconhecida em separado deles. Assim, ponderamos que a atribuição de significado aos objetos matemáticos se dá na associação entre os signos produzidos pelas crianças, o contexto de referência que elucida aspectos da modelagem matemática e os conceitos suscitados no processo de compreensão da situação e no processo de resolução do problema em estudo.

No caso da atividade cuja temática é Viagens, a atribuição de significado para os objetos matemáticos vem imbricada com todos os signos que as crianças produziram e que, de certo modo, referem-se à situação que originou a atividade, isto é, o interesse das crianças por investigar onde conseguiriam viajar com o dinheiro arrecadado com o projeto horta na escola. Afinal, de fato a atribuição de significado é um composto que considera a situação e a matemática de maneiras articuladas, manifesto por signos.

De modo geral, podemos inferir que os signos produzidos se alteravam na medida que iam ganhando consistência e se complementando frente às ações cognitivas das crianças em relação a aspectos específicos da situação em estudo. Essa alternância dos signos traz à tona o caráter dinâmico da Modelagem Matemática e expressa, nos triângulos epistemológicos construídos, que tais signos não podem ser analisados de forma dissociada, já que eles retratam intenções, familiaridades e interpretações das crianças: com o tema, com o problema, com o objeto matemático e com a resposta para o problema em estudo.

2.8 Algumas considerações

Considerando o interesse em *buscar indícios de atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática*, voltamos nossa atenção para duas atividades de modelagem matemática, em que ao olhar para cada atividade em particular, buscamos a partir dos dados coletados e da análise realizada, discutir, semioticamente (por meio de triângulos epistemológicos), sobre os signos produzidos pelas crianças.

Em tais triângulos, os vértices se modificavam, alternavam ou evoluíam conforme a interpretação das crianças ao longo das atividades. Os signos, associados às ações cognitivas, tinham naturezas diversas e por vezes se associavam mais a aspectos da situação e ora mais a características matemáticas. Contudo, eram as ações cognitivas das crianças que favoreciam a produção de signos que, por consequência, alteravam o contexto de referência e o conceito. O contexto de referência, na maioria das vezes, esteve atrelado a aspectos específicos da modelagem matemática, no entanto, o conceito, se referia ora à Matemática, ora a aspectos da situação.

Essa alternância dos vértices dos triângulos epistemológicos construídos, além de evidenciar uma característica proposta por Steinbring (2005), de que a relação dos três vértices é flexível e que nunca podem ser analisados de forma isolada, enaltece a dinamicidade da modelagem matemática e sugere que o processo dinâmico de produção de signos é o que favorece atribuição de significado aos objetos matemáticos no fazer modelagem matemática.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. da. **Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática**: algumas relações. *Ciência & Educação*. v.18, n.3, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 158p.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015.

BORBA, M.C; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

CASTRO, É. M. V. **Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2017.

CASTRO, É. V.; VERONEZ, M. R. D. Procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática. **Revista Multidisciplinar de Licenciatura e Formação de Docentes**, [s. l.], v. 15, ed. 1, p. 95-120, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/ensinoepesquisa/article/download/1288/1005>. Acesso em: 16 nov. 2021.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

ENGLISH, L. D. Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R. et al. (Eds.). **Modeling students' mathematical modeling competencies**. Springer: New York, London, 2010. p. 287-300.

ENGLISH, L.; WATTERS, J. Mathematical modelling with young children. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Ed.). **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen: IGPME, 2004. v. 2, p. 335-342.

FARRUGIA, M. T. The use a semiotic model to interpret meanings for multiplication and division. **CERME - CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION**, 5, Proceedings... Lanarca. University of Cyprus. pp. 1200-1209, 2007.

FERRI, B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GOMES, J. C. S. P. **Práticas de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. 2018. 205p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2018.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P. Prática de Modelagem Matemática nos anos iniciais: um olhar para o processo de formação. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora: UFJF, v. 11, n. 2, p. 01-23, e31742, jul./dez. 2021

HOFFMANN, M. H. G. **What this a “Semiotic perspective”, and what could it be? Some comments on the contributions to this special issue**. Springer, v. 61, p. 279-291, 2006.

LIMA, F. H. **Um estudo sobre as intervenções de um professor em atividades de modelagem matemática**. 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2020.

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar para os Registros de Representação Semiótica**. 2021. 143 páginas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. **A teoria geral dos signos: Semiose e autogeração**. São Paulo: Ática, 1995

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem matemática e Semiótica: implicações para a atribuição de significado**. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

STEINBRING, H. How do Mathematical Symbols Acquire their Meaning? In: Hans-Georg Weigand, Neville Neill, Andrea Peter-Koop, Kristina Reiss, Günter Törner, Bernd Wollring (Eds.): **Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries**. Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics, Bern, 1999. Franzbecker: Hildesheim, S. pp. 113-123, 2002

STEINBRING, H. The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective. **Mathematics Education Library**, vol. 38, New York: Springer, 2005.

STEINBRING, H. **What makes a sign a Mathematical Sign? An epistemological perspective on mathematical interaction**. **Educational Studies in Mathematics**. New York: Ed. Springer, v. 61, n. 1, p.133-162, feb. 2006.

TEODORO, F. P. **A recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos iniciais**. 2018. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P.. SOBRE MODELOS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS: das pesquisas às práticas. **Em Teia| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, 2021.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 2013. 176. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D. ; CHULEK, C. . Modelagem Matemática: um olhar semiótico. **Educação Matemática Debate** , v. 4, p. 1-24, 2020.

3 ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA POR ALUNOS DOS ANOS INICIAIS SOB UM VIÉS DA SEMIÓTICA PEIRCEANA

ATTRIBUTION OF MEANING IN MATHEMATICAL MODELING BY STUDENTS IN THE EARLY YEARS UNDER A BIAS OF PEIRCEAN SEMIOTICS

Resumo

Neste artigo, buscamos analisar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática. Para tanto, fundamentamos nossas discussões no quadro teórico da semiótica peirceana e da modelagem matemática. Levando em consideração que a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, oportuniza que as crianças problematizem e investiguem um problema de interesse delas por meio da matemática, nosso olhar se direciona para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola do norte do Paraná. De modo geral, quando as crianças desenvolvem atividades de modelagem matemática elas tendem a produzir signos e tal produção indica uma semiose. É a partir dessa semiose (processo de geração de signos) que inferimos sobre a atribuição de significado ao fazer modelagem matemática, com atenção à trama semiótica identificada. Os resultados desse estudo, que tem cunho qualitativo, indicam que há atribuição de significado ao fazer modelagem matemática nas mais variadas ações das crianças, ou seja, os signos por elas produzidos depõem sobre as tomadas de decisões, os caminhos trilhados e a aceitação de uma resposta para o problema. Além disso, a alternância de interpretantes decorre dos papéis que os signos desempenham. Ademais, a trama semiótica favoreceu a identificação de que as crianças foram protagonistas em todo o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e que a professora atuou na condição de orientadora, como é indicada na literatura que debate acerca da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Semiótica. Atribuição de significado. Semiose. Anos iniciais.

Abstract/Resumen

In this article, we seek to analyze the role of signs with attention to the semiotic plot in the attribution of meaning when doing mathematical modeling. Therefore, we base our discussions on the theoretical framework of Peircean semiotics and mathematical modeling. Taking into account that Mathematical Modeling, from the perspective of Mathematics Education, allows children to problematize and investigate a problem of interest to them through mathematics, our view is directed towards the development of a mathematical modeling activity by students of the fifth year of the Elementary School of a school in the north of Paraná. In general, when children develop mathematical modeling activities, they tend to produce signs and such production indicates a semiosis. It is from this semiosis (sign generation process) that we infer about the attribution of meaning when doing mathematical modeling, paying attention to the identified semiotic plot. The results of this study, which has a qualitative nature, indicate that there is attribution of meaning when making mathematical modeling in the most varied actions of children, that is, the signs produced by them testify on decision-making, the paths taken and the acceptance of an answer to the problem. Furthermore, the alternation of interpretants stems from the roles that the signs play. In addition, the semiotic plot favored the identification that the children were protagonists in the entire development of the mathematical modeling activity and that the teacher acted as an advisor, as indicated in the literature that debates about Mathematical Modeling from the perspective of Mathematics Education.

Keywords/Palabras clave: Mathematical modeling. Semiotics. Meaning attribution. Semiosis. Early years.

3.1 Introdução

Na vida cotidiana as crianças sempre estão inteirando-se do seu meio, captando informações, identificando objetos, desenvolvendo significados perante as ideias e as pessoas que as rodeiam, construindo sentido do mundo em que vivem. Dessa inteiração as crianças constroem e reconstroem conhecimentos diversos, dentre eles, conhecimento matemático, mesmo que de forma inconsciente. Tais conhecimentos, que de certo modo, são frutos de suas experiências diárias, são manifestos por meio de signos. Aqui entendemos signo na acepção de Peirce (2005, p. 46) de que é “aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido”.

O ambiente da sala de aula, entretanto, precisa considerar essas experiências e propiciar com que a criança pense sobre elas também sob um ponto de vista da Matemática e é nessa configuração que a Modelagem Matemática é tida como uma aliada. Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), a Modelagem Matemática favorece a articulação da matemática com o cotidiano da criança e propicia que ela relacione suas experiências com a Matemática ao desenvolver atividades de modelagem matemática.

A Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, se ocupa de potencializar o desenvolvimento de uma visão crítica dos alunos sobre o meio em que vivem, proporcionando com que vejam a Matemática para além de cálculos (CARVALHO, 2017, p. 2). Nesse sentido, a Modelagem Matemática é uma possibilidade para o ensino da matemática ou, como propõem Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.17), se “constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática”, em quaisquer níveis de escolaridade. Neste estudo, temos os anos iniciais do Ensino Fundamental como foco de investigação.

Discussões sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental já se encontram abordadas por alguns pesquisadores como English e Watters (2004), Lesh e Doerr (2003), Luna, Souza e Santiago (2009), Tortola (2012), Nunomura (2021). Nesses trabalhos os autores trazem que a modelagem matemática propicia às crianças desenvolverem análises críticas e reflexivas por meio da matemática.

Em Tortola (2012) e Nunomura (2021) as conclusões estão amparadas em referenciais que utilizam para dialogar com a Modelagem Matemática. Tortola (2012) relaciona a Modelagem Matemática com aspectos da Linguagem em uma perspectiva Wittgensteiniana e,

Nunomura (2021), associa à Modelagem Matemática os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Embora haja pesquisas que consideram a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Villa-Ochoa, Soares e Alencar (2019) depõem, a partir de um mapeamento que realizam, relativo às investigações em modelagem matemática, no período de 2009 a 2018, nesse nível de escolaridade, que ainda são poucas as produções científicas que se propõem a discutir sobre modelagem matemática nos anos iniciais e, nesse sentido, apontam para a necessidade de novas pesquisas.

Ao considerar tal cenário e o nosso interesse em fazer interlocuções da Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental com a semiótica peirceana, elegemos por objetivo analisar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática.

Os signos, para Peirce (2005), correspondem a uma estrutura triádica: signo – objeto – interpretante, na qual o interpretante é também um signo. Cada signo que é gerado na mente de um intérprete; provoca a constituição de um novo signo em um processo infinito de geração de signos. Essa ação de geração de signos (interpretantes) corresponde ao que Nöth (2005) denota por semiose, um processo infinito de geração de interpretantes. Para Peirce, o processo de semiose tem um efeito cognitivo sobre o intérprete (CP, 5.484, apud NÖTH, 2005). Seeger (2004), ao considerar que essa ação de geração de signos se estende em um processo infinito propõe que ela pode ser compreendida em um contexto de trama, que ele denomina trama semiótica.

Nesta investigação, articulamos a Modelagem Matemática à semiótica peirceana, com foco nos signos (interpretantes) produzidos por crianças de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental quando desenvolvem uma atividade de modelagem matemática.

3.2 Sobre Modelagem Matemática

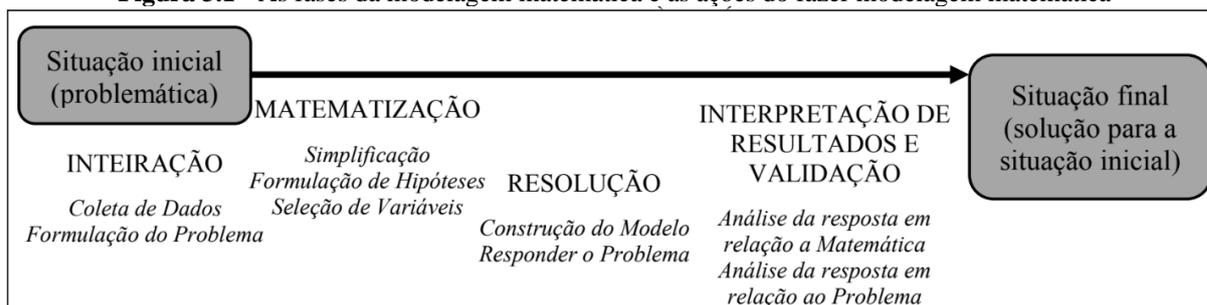
Na literatura encontramos uma pluralidade de caracterizações acerca do que vem a ser a modelagem matemática, podendo ser uma “alternativa pedagógica” (ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; BRITO, 2005; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), um “ambiente de aprendizagem” (BARBOSA, 2001), uma “perspectiva de ensino” (BURAK, 2010), uma “estratégia de ensino e aprendizagem” (BASSANEZI, 2009) ou um modo de fazer educação matemática (CALDEIRA, 2005).

Com algumas nuances, essas caracterizações convergem para o entendimento de que a modelagem matemática no contexto da sala de aula favorece aprendizagens distintas tanto aos alunos quanto ao professor. No contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que é solo de desenvolvimento desse estudo, há trabalhos como o de Luna, Souza e Santiago (2009) que destacam que as crianças, desse nível de escolaridade, ao realizar atividades de modelagem matemática, tendem a se tornar hábeis na resolução de problemas e a ampliar suas competências matemáticas.

Atividade de modelagem matemática é entendida, aqui, na concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012), ao descreverem que ela pode ser compreendida em termos de uma situação inicial (problemática), de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para se chegar a uma situação final (solução para a problemática) e de uma situação final.

Ao conjunto de procedimentos e conceitos associa-se às ações empreendidas por aqueles que desenvolvem a atividade de modelagem matemática. Para Souza (2018) essas ações, a saber: coleta de dados, formulação do problema, simplificação, formulação de hipóteses, seleção de variáveis, construção do modelo, responder o problema, análise da resposta em relação à Matemática, análise da resposta em relação ao problema; compõem o fazer modelagem matemática e se associam com as fases da Modelagem Matemática conforme descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração; matematização; resolução; interpretação de resultados e validação. A Figura 3.1 ilustra essa associação entre as fases da modelagem matemática e as ações do fazer modelagem matemática.

Figura 3.1 - As fases da modelagem matemática e as ações do fazer modelagem matemática



Fonte: Souza (2018).

A fase *inteiração* diz respeito ao primeiro contato dos alunos com a situação-problema, é quando ocorre a familiarização com a situação e a busca por informações sobre especificidades da temática em estudo. Corresponde ao momento de inteirar-se acerca da situação por meio de informações coletadas de forma direta ou indireta. A *coleta de dados* e a *formulação do problema* são duas ações que emergem da fase inteiração. A *coleta de dados* é uma ação na qual se deve obter informações que sejam condizentes com a problemática

estudada e suficientes para a construção de um modelo matemático. Já a ação da *formulação do problema* deve delimitar e direcionar a atividade de modelagem matemática devido ao problema formulado.

A *matematização* é a fase que se situa em uma transição de linguagens; e ela se dá no trânsito da enunciação do problema de uma linguagem natural, que decorre da identificação de um problema a resolver, para uma linguagem matemática; que considera o problema matemático a ser resolvido. Ao congrega ações como simplificação, formulação de hipóteses e seleção de variáveis (SOUZA, 2018), esse trânsito delimita quais “aspectos da realidade serão considerados na atividade como também indicam o conteúdo da Matemática que normatizará essa realidade” (SOUZA, 2018, p. 68). Ao discutir sobre a matematização nos anos iniciais, Tortola (2012, p. 27) aponta que esse reconhecimento de um problema matemático a ser resolvido acontece “por meio de ações como a definição de variáveis, formulação de hipóteses, simplificações e o uso de signos e representações característicos da Matemática”.

A fase *resolução* “consiste na construção do modelo matemático com a finalidade de descrever a situação [...] responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). É nessa fase que se busca construir um modelo matemático que favoreça a obtenção de uma resposta que corresponda a uma solução para o problema em estudo. Assim, a *construção do modelo* e *responder o problema* são ações atreladas à fase *resolução*. É por meio dessas ações que conceitos matemáticos emergem e viabilizam construir o modelo que solucionará tal problema. No entanto, quando o modelo construído não se mostra condizente com o problema são os “aspectos da realidade, as simplificações, hipóteses e variáveis que serão questionadas” (SOUZA, 2018, p. 68), cabendo então, retomar à matematização, ou melhor inteirar-se do tema.

De modo geral, o modelo matemático serve para que os alunos tomem ciência de suas ações, percebam que relações matemáticas se atrelam ao mundo real e que ele pode sugerir resposta para determinado problema. Além disso, o modelo matemático corresponde a alguma estrutura matemática, podendo ser representado por meio de esquemas, gráficos, tabelas, desenhos ou sistemas operacionais que viabilizam descrever, explicar e/ou prever a situação-problema (DOERR; ENGLISH, 2003).

Como o processo de problematizar, pensar e discutir, fundamentados na matemática, se faz importante para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, a obtenção de um modelo matemático não deve ser o objetivo último de uma atividade de modelagem matemática também nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tortola e Almeida (2013, p. 625)

asseveram que “mais importante do que o modelo obtido é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural”.

Ao discutir a respeito da construção do modelo matemático nos anos iniciais, Tortola (2016, p. 263) evidencia que as crianças produzem “uma diversidade de estruturas matemáticas que podem contribuir para a observação das regularidades e generalização da situação, assim como podem constituir o ponto de partida para a discussão de relações entre diferentes situações”. Nesse sentido, o modelo matemático nesse nível de escolaridade ganha uma configuração diferente dos modelos matemáticos construídos em outros contextos de ensino (TORTOLA, 2016), mas mesmo assim favorece com que, a partir dele, seja possível responder ao problema investigado.

Na fase *interpretação de resultados e validação* aspectos da situação em associação com a Matemática são avaliados a fim de verificar se as respostas obtidas para o problema são coerentes. *Analisar a resposta em relação à Matemática e analisar a resposta em relação ao problema* são ações que correspondem, respectivamente, à verificação da resposta, considerando as regras dos conteúdos da Matemática e à validação da resposta com atenção à situação-problema, analisando se a coleta de dados, simplificações e hipóteses constituídas no início do desenvolvimento da atividade foram suficientes, úteis e eficazes.

Além dessas ações associadas às fases da Modelagem Matemática, Souza (2018, p. 67) destaca a ação de “*identificar uma situação-inicial problemática* como sendo o pontapé inicial”; é essa ação que, de certo modo, desencadeia a atividade de modelagem matemática.

Assim, consideramos que são por meio das ações: Identificar uma situação-inicial problemática; Coletar dados e Formular o Problema; Realizar Simplificações, Formular Hipótese e Selecionar Variáveis; Construir o Modelo e Apresentar uma solução para o problema; Analisar a resposta em relação à Matemática e Analisar a resposta em relação ao Problema, que os alunos fazem modelagem matemática e, para isso, manifestam signos.

Em nosso estudo apoiamos a teoria semiótica para analisar o papel dos signos, com atenção à trama semiótica, na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática ao olhar para os signos que emergem das ações do fazer modelagem matemática. É sobre a semiótica peirceana que discutimos na próxima seção.

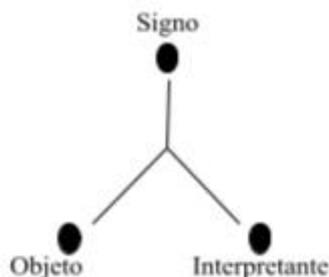
3.3 Semiótica Peirceana

O filósofo, matemático, físico, astrônomo, cientista norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914) foi o precursor da teoria da Semiótica, na qual a palavra *semiótica* deriva do grego antigo, *seméion*, que significa *signo*. A Semiótica é definida como a ciência dos signos e de toda e qualquer linguagem, sendo “qualquer fenômeno com um sistema sêmico de produção de sentido” (BARROS; CAFÉ, 2012, p. 3) e dos processos significativos (semiose) na natureza e na cultura (NÖTH, 2005).

Peirce (2012) adverte que todo pensamento ou representação cognitiva é permeada por signos. Assim, os signos, de modo geral, refletem compreensão e generalização de pensamentos e ações. De acordo com as assertivas de Peirce (2012), signo é algo que sob certo aspecto representa alguma coisa (objeto) para alguém. Ou seja, a definição de signo se estabelece por meio de uma relação entre três elementos: signo, objeto e interpretante. O ato de representar para Peirce (2012, p. 61) é “estar em lugar de, isto é, estar numa relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro”.

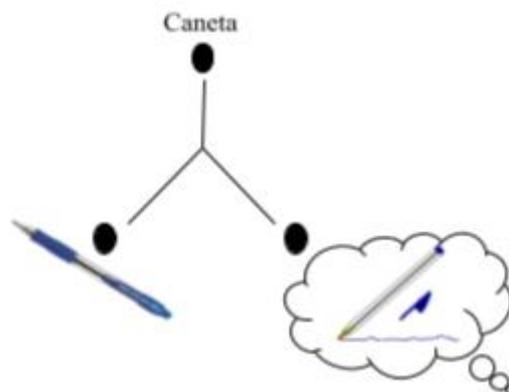
É nesse sentido que a tríade estabelecida por Peirce (2012) pode ser expressa em uma estrutura (Figura 3.2) que considera que o signo desenvolve uma função mediadora entre o objeto e o interpretante, além disso, segundo Seeger (2004, p. 209, tradução nossa) “o signo é a tríade e parte dela”, isso significa que além do signo fazer parte da tríade, ele é a própria tríade. Essa relação triádica do signo associa ao *representamen* “a parte “material” do signo; um objeto, aquilo ao qual o representamen remete; e um interpretante, aquilo que deriva ou é gerado por um intérprete pela relação entre o representamen e o objeto” (MENDES; ALMEIDA, 2020). Na tentativa de elucidar essa função mediadora do signo ilustramos, na Figura 3.3, uma tríade associada ao signo caneta.

Figura 3.2 - A tríade sêmica



Fonte: Otte (2001, p. 22, tradução nossa).

Figura 3.3 - Tríade sêmica do signo caneta

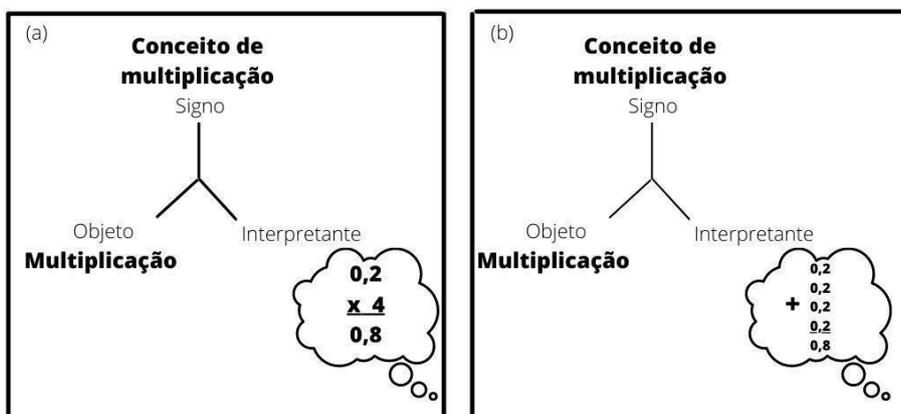


Fonte: As autoras.

Ao escutar a palavra *caneta* pode suscitar na mente do ouvinte (intérprete) algo (uma imagem, talvez) que ele conhece como caneta, ou seja, o interpretante é como a palavra caneta *surge* na mente do intérprete no momento em que foi percebido o signo. O objeto dessa tríade é qualquer caneta que se relacione com o signo em questão. Segundo Otte (2001) o signo possui significado, enquanto o objeto não, por isso “o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)” (SANTAELLA, 2007, p. 7).

No caso da Matemática, consideramos, na Figura 3.4, duas tríades, exemplos (a) e (b), de como o conceito de multiplicação pode se manifestar na mente do intérprete, quando da necessidade de realizar uma multiplicação.

Figura 3.4 - Exemplos de tríade sgnica do conceito de multiplicação



Fonte: As autoras.

Nesses exemplos o *representamen* é o fundamento do signo, isto é, o conceito de multiplicação, o objeto é a multiplicação e o interpretante pode ser caracterizado de acordo com o conhecimento que a criança tem desse conceito. Assim, o interpretante pode ser a realização da operação utilizando o algoritmo da multiplicação (a) ou efetuando soma de parcelas iguais (b).

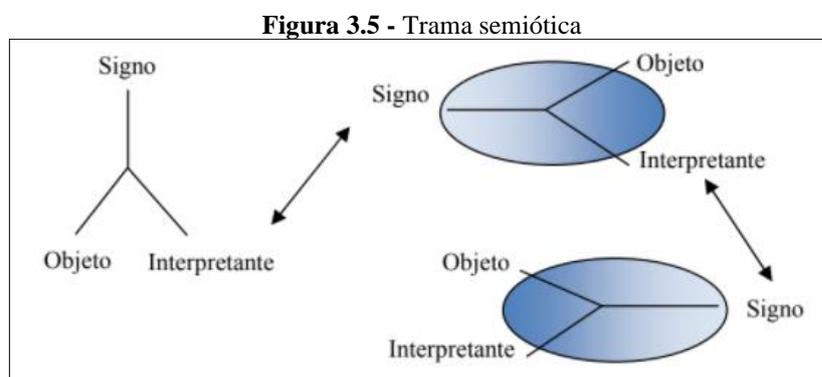
Quando a criança esquematiza o algoritmo da multiplicação (a) cria um interpretante que se refere ao objeto multiplicação, que carrega características do conceito multiplicação. No caso do interpretante que indica a realização de somas de parcelas iguais (b), o objeto multiplicação é representado por adições sucessivas de uma mesma quantidade e, nesse sentido, carrega outras características do conceito de multiplicação (signo). Contudo, esses dois exemplos indicam que o interpretante reflete um efeito cognitivo que o signo provoca no intérprete (NÖTH, 2005). Uma característica do interpretante “é ser ele próprio um signo e gerar um novo interpretante, sendo assim a geração de interpretantes é dinâmica na mente do

intérprete” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 5). Esta ação de gerar novos signos interpretantes é denominada por Peirce (2012) de semiose.

Drigo (2007) compreende que a semiose se desencadeia a partir da atualização da mente, isto é, um novo signo é gerado por um desconforto ou instabilidade que se recupera por intermédio da semiose. De acordo com Almeida (2010, p. 390) essa atualização da mente de é um “processo característico da capacidade humana de produção e entendimento de signos das mais diversas naturezas”.

A geração de interpretantes é uma atividade evolutiva do signo que corresponde à ação do signo; são os signos interpretantes que fazem emergir a semiose, ou seja, o signo é interpretado por outro signo (PEIRCE, 2015). A semiose é, portanto, um processo no qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete (NÖTH, 2005).

Assim, conforme ocorre a semiose novos signos são constituídos. Em alguns casos eles mesmos (os signos interpretantes), se constituem como um próprio signo e assim medeiam outro signo em um processo contínuo e infinito. Mediante a isso, podemos tecer essa teia de signos que geram novos signos em um processo *ad infinitum* de interpretantes em uma trama semiótica. A Figura 3.5 ilustra esse processo de semiose em um contexto de trama semiótica, com atenção ao interpretante.



Fonte: Veronez (2013, p. 43, adaptado de Seeger, 2004).

A trama semiótica, então, considera uma rede de signos que integra tríades sgnicas. Para Seeger (2004), a trama semiótica amplia a ideia de que o interpretante pode se modificar, alterar, dependendo do efeito cognitivo que o signo provoca no intérprete. Essa constituição de interpretantes, que corresponde a uma semiose, para Veronez e Almeida (2017, p. 6) “é um processo característico da capacidade humana”.

É essa ação e geração de signos que nos interessa nesta investigação, uma vez que olhar para a semiose em contexto de trama semiótica, considerando a geração de interpretantes, é o

caminho que delimitamos como possibilidade de inferir acerca de aspectos da atribuição de significado ao fazer modelagem matemática.

3.4 As opções metodológicas e a atividade de modelagem matemática desenvolvida

A atividade de modelagem matemática que subsidia as reflexões ora trazidas foi desenvolvida por 18 crianças de uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular localizada no norte do Paraná. Vale destacar que essa atividade foi desenvolvida no período de pandemia do vírus Sars Cov 2 (Covid-19) no qual havia recomendação de distanciamento social, ou seja, era recomendado a distância de ao menos um metro entre as pessoas. Quando do desenvolvimento dessa atividade sob o tema animais de estimação, as aulas presenciais já haviam retornado, porém ainda com a possibilidade das crianças continuarem a participar dela de modo remoto, por meio de plataformas digitais, se assim fosse a opção de seus pais. No caso particular dessa atividade, apenas uma criança participou das aulas na forma remota, utilizando-se da plataforma *Zoom*.

Para o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática a pesquisadora (que também atuou como professora da turma) considerou a apresentação de um poema e as orientações de Almeida e Dias (2004) no que diz respeito ao segundo momento de familiarização dos alunos com modelagem matemática. Nesse segundo momento é recomendado que o professor sugira uma situação para estudo, competindo aos alunos coletarem dados, definirem variáveis, formularem hipóteses, simplificarem e obterem um modelo que favoreça a resolução do problema. Também é requerido do professor que ele oriente e instrua os alunos no sentido de sugerir caminhos e fazê-los refletir acerca de suas escolhas (ALMEIDA; DIAS, 2004).

A opção metodológica que orienta esse estudo tem caráter qualitativo (FLICK, 2013; BORBA; ARAÚJO, 2013), uma vez que levamos em conta as ações dos alunos e seus dizeres, bem como suas produções escritas ao longo de todo o desenvolvimento da atividade. Segundo Goldenberg (2004) pesquisas que possuem caráter qualitativo “consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (p. 53). Assim a pesquisa qualitativa pressupõe interpretar os dados e atribuir significado a eles e não somente quantificá-los.

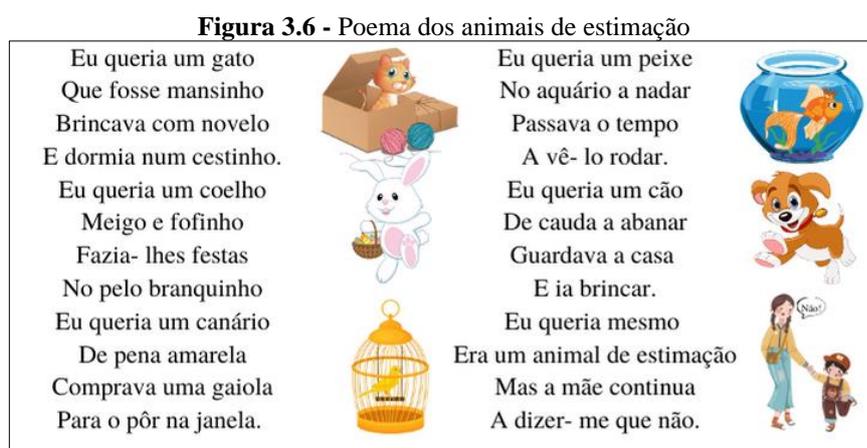
Considerando que temos por objetivo analisar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática, olhamos para os

materiais produzidos pelas crianças e instrumentos como filmadora e gravador de áudio configuram-se como materiais de acesso aos dados produzidos nas aulas e que foram transcritos a partir dessas gravações (em áudio e em vídeo). Utilizamos no corpo do texto nomes fictícios para resguardar o anonimato das crianças. No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática as crianças discutem sobre os gastos com seus animais de estimação.

3.5 Signos e o processo de semiose em uma atividade de modelagem matemática

O convívio com um animal de estimação traz uma série de benefícios para a saúde física e/ou mental, não importa qual o tamanho, cor ou raça. Conviver com um pet faz bem, mas manter um animal de estimação requer responsabilidades, já que ele necessita de cuidados que podem pesar no orçamento familiar. Assim, é importante entender quais são as despesas e exigências necessárias para se ter um animal de estimação, cuidando bem dele e gastando pouco. O valor pago por mês com um animal foi o que levou as crianças a desenvolverem a atividade de modelagem matemática que segue abordada neste artigo.

O interesse das crianças por discutir acerca da temática *Animais de estimação* surge atrelado à leitura do poema expresso na Figura 3.6. Como as crianças nunca haviam desenvolvido qualquer atividade relacionada à modelagem matemática como uma alternativa pedagógica, a leitura do poema se deu na intenção de familiarizá-los com o tema da atividade, como sugere o 2º momento de familiarização de Almeida e Dias (2004).



Fonte: Poema escrito por Maria do Rosário Macedo (Rosarinho)

Da leitura do poema, orientadas pela professora, as crianças iniciam uma discussão que corresponde ao inteirar-se sobre o tema nele contido: os animais de estimação. No Quadro 3.1

evidenciamos alguns dizeres das crianças que correspondem a signos associados às ações de coleta de dados e de formulação do problema característicos da fase inteiração.

Quadro 3.1 - Signos produzidos pelas crianças na inteiração com o tema

Crianças	Signos
Bruno	Eu tenho sete gatos.
Nicolly	Eu tenho um canário.
Erica	Eu tenho 24 cavalos, 1 ovelha, 1 carneiro, 1 potrinho, 5 gatos.
Jeferson	Todos os nossos animais juntos não devem dar o gasto que a Erica tem e isso só com os cavalos dela.
Gustavo	Podemos verificar, cada um conta quanto gasta com os animais e vemos se a Erica realmente gasta mais que todo mundo aqui da sala.

Fonte: As autoras.

Os signos produzidos por Bruno, Nicolly e Erica, no Quadro 3.1, são signos que depõem que as crianças compreendem que estamos falando de animais de estimação e se sentem interessadas e a vontade em dizer quantos animais elas têm. Essa ação das crianças de contarem sobre seus animais de estimação são signos que revelam certa proximidade delas com a temática contida no poema.

O signo “Todos os animais juntos não devem dar o gasto que a Erica tem e isso só com os cavalos dela” sinaliza que Jeferson entende que há animais com maior custo e animais com menor custo. Esse signo, que se relaciona ao fenômeno em estudo: animais de estimação, sugere uma estratégia de abordagem para a temática em estudo que vem explicitada na fala de Gustavo: “Podemos verificar, cada um conta quanto gasta com os animais e vemos se a Erica realmente gasta mais que todo mundo aqui da sala” e sinaliza um problema a resolver. Essa anunciação de Gustavo carrega consigo a mediação entre a quantidade de animais (objeto) e a situação analisada (signo). A identificação de um problema pelas crianças indica uma característica que se refere ao reconhecimento de que em modelagem matemática precisa se ter algo a investigar, como pontuam Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Veronez, Castro e Martins (2018).

Das ações de coletar informações e de formular o problema, associadas à fase inteiração, como pontuado em Souza (2018), as crianças em conjunto com a professora elencam dois problemas a resolver: 1) Quanto custa manter seus animais de estimação? 2) Qual o animal de estimação com maior custo? Essas questões são signos interpretantes que estão interligados aos signos produzidos anteriormente que tem relação com a temática: os animais de estimação.

Com o problema definido, as crianças organizam os dados, fazem simplificações e estruturam o que investigar a partir da quantidade de animais de estimação que cada criança tem. Na Figura 3.7 trazemos as produções de Erica e Gina, que correspondem a signos que evidenciam o modo como elas relacionam a quantidade de animais de cada uma das crianças.

Figura 3.7 - Organização da quantidade de animais por criança

Produzido por Erica			Produzido por Gina		
<i>NOME</i>	<i>QT</i>	<i>Animais</i>			
Jeferson	1	1 Gato	Jeferson	→ 1 gato	
Nicolý	4	1 cachorra, 2 passinhos e 1 Bêbê	Nicolý	→ 1 cachorra, 2 passinhos e 1 gato	
Gustavo	2	2 cachorros	Gustavo	→ 2 cachorros	
Sandra	5	3 cachorros, 1 gato e 1 calopista	Sandra	→ 3 cachorros, 1 gato e 1 calopista	
Nataly	1	1 cachorra	Erica	→ 24 cavalos, 1 cavalo, 5 gatos, 4 cachorros, 1 passinho	
Erica	37	24 cavalos, 5 gatos, 1 passinho, 4 cachorros, 1 cavilha	Isume	→ 1 cachorro, 1 tartaruga, 4 calopistas	
Isume	6	1 cachorra, 1 tartaruga e 4 calopistas	Heitor	→ 3 calopistas	
Heitor	3	1 cachorra, 2 cachorros	Leon	→ 1 cachorro	
Leon	1	1 cachorro	Matheus	→ 3 cachorros e 1 gato	
Matheus	4	3 cachorros e 1 gato	Fernando	→ 1 cachorro	
Fernando	1	1 cachorro	Rita	→ 4 cachorros	
Rita	4	4 cachorros	Samara	→ Não tem !!	
Samara	0	Nenhum	Gina	→ Não tem !!	
Gina	0	Nenhum	Eliana	→ Não tem !!	
Eliana	0	Nenhum	Bruno	→ Não tem !!	
Bruno	0	Nenhum			

Fonte: As autoras.

Ambos os signos, da Erica e de Gina, denotam uma organização e simplificação das informações em forma tabular. A maneira como elas utilizam para representar a quantidade de animais por criança reflete sua interpretação, ou seja, indicam formas diferentes de representar os dados coletados e simplificar as informações sobre a quantidade de animais que cada criança possui.

O signo elaborado por Gina considera que alguns animais estão no mesmo grupo familiar, por exemplo, ela trata cachorro e cachorra como sendo do mesmo grupo, o mesmo ocorre com o grupo familiar de cavalos e potros. Essa interpretação de Gina além de indicar a maneira como ela está agrupando animais de mesmo grupo familiar corresponde a uma hipótese. Por outro lado, o signo produzido por Erica considera animal por animal; ela indica se é cachorro ou cachorra, e o mesmo ocorre com cavalos e potros. A tabela de Erica considera os dados quantitativos dos animais de cada aluno.

Os signos produzidos por Gina e Erica representam suas interpretações e desempenham o papel de simplificar, organizar e manipular os dados, que decorrem da ação simplificação e formulação de hipóteses e, além disso, indicam certa autonomia das crianças em manipular as informações coletadas. De acordo com Martin (2019) o desenvolvimento da autonomia,

favorecido pela modelagem matemática, é um elemento fundamental na contribuição de um indivíduo ativo e com competências para intervir e tomar decisões.

Em decorrência do signo produzido por Gina, Erica sinaliza uma nova interpretação, um novo signo (interpretante). No Quadro 3.2 ilustramos isso.

Quadro 3.2 - Signos produzidos na socialização com o tema

Erica	“Professora, na tabela da Gina ela contou uma vez só o cachorro e cachorra” “Professora, eu acho que o potrinho conta como cavalo” “Eles fazem parte do conjunto dos cavalos”
-------	---

Fonte: As autoras.

O signo “Professora, na tabela da Gina ela contou uma vez só o cachorro e cachorra” evidencia que o signo constituinte da Figura 3.7 e elaborado por Gina, influenciou na interpretação e reflexão de Erica com o signo que havia produzido. Em decorrência dessa influência, Erica sinaliza os signos “Prof., eu acho que o potrinho conta como cavalo”, afirmando “eles fazem parte do conjunto dos cavalos” indicando que ela reconhece que cavalos e potros são animais de mesma natureza, tanto que a aluna retoma a construção da tabela e organiza de forma a somar o potro com os cavalos. Esse signo corresponde a uma hipótese, já que ela associa que cavalos e potros podem ser contados como sendo animais que têm o mesmo custo.

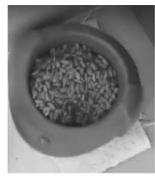
Ao realizar essas simplificações e estabelecer hipóteses as crianças percebem que somente investigar a quantidade de animais que cada criança tem não é suficiente para que o problema seja solucionado, assim, em conjunto com a professora, elas elaboram questões auxiliares. Essas são as seis questões elaboradas: 1) Qual o formato do pote de ração? 2) Quantas vezes seu animal se alimenta? 3) Qual a ração que vocês usam? 4) Qual o valor das rações? 5) Os bichinhos de vocês vão ao pet shop? 6) Quanto vocês gastam com seus animais por mês? Essas questões auxiliares correspondem a signos que denotam uma simplificação no sentido de delimitar e direcionar o problema a ser investigado.

Em decorrência da autonomia das crianças elas propõem que tais questões sejam respondidas por meio de um vídeo, que deveria ser produzido em suas casas e apresentado na sala de aula. A intenção delas com esse vídeo era também de conhecer os animais de estimação de cada um dos colegas. Tal sugestão reflete que as crianças têm ideia de como resolver o problema em questão e, nesse sentido, o vídeo funciona como um recurso semiótico. Araki e Silva (2021, p.4) argumentam que existem diversos tipos de recursos semióticos, podendo ser um esquema, um diagrama, uma imagem, um gesto, dentre outras manifestações. Em nosso

caso, o recurso semiótico (vídeo construído pelas crianças) é um aparato tecnológico que compõem gestos, imagens e informações.

A partir desse recurso semiótico as crianças buscaram responder as questões auxiliares. Contudo, as questões 3 e 4 foram as mais discutidas por elas e, nem todas as crianças trataram no vídeo de todas as outras questões. No Quadro 3.3 apresentamos algumas informações e imagens trazidas pelas crianças nos vídeos por elas construídos.

Quadro 3.3 - Algumas informações presentes nos vídeos construídos pelas crianças

Crianças	Recortes dos vídeos	Signos produzidos pelas crianças durante o compartilhamento do vídeo	Questões respondidas
Heitor		Esse daqui é o pote de ração e água que eu desenhei. A gente gasta mais ou menos uns duzentos e pouco com ela por mês. A marca da ração dela é Raças Pequenas. A gente gasta com a ração R\$100 reais por dia, não, não, por mês.	3 e 4
Leon		O nome da minha cachorra é Sky, a ração dela é Biocare e a gente leva ela sim no pet shop, A gente gasta R\$6 reais na ração com 1kg e só com ela gastamos R\$80 reais.	3, 4, 5 e 6
Gina		A minha vó disse que da comida dele de manhã, e deixa pra hora que ele quiser comer. A ração é Especial Dog, a ração é R\$6,50 o kg e eles compram 2kg por semana. A gente gasta R\$52 reais por aí.	2, 3 e 4
Samara		Olha gente, a Fofuxa ela se alimenta 3 vezes por dia. A ração é a fino Trato Gold, o valor da ração é R\$14 reais o kg. Ela toma banho em casa e por mês ela gasta R\$80 reais em tudo na Fofuxa.	3, 4 e 6

Fonte: As autoras.

Os signos “A gente gasta com a ração R\$100,00 reais por dia, não, não, por mês”, “A gente gasta R\$6,00 reais na ração com 1kg e só com ela gastamos R\$80,00 reais” e “O valor da ração é de R\$14,00 reais o kg” refletem que as crianças refinaram as questões auxiliares e passaram a analisar apenas o valor gasto com as rações. De certa forma, também sinalizam que as crianças delimitaram novos caminhos para prosseguir com a atividade. De acordo com Tortola (2016), considerar um problema não significa delimitar os caminhos, mas pensar em estratégias e possibilidades para que a atividade de modelagem matemática prossiga. A indicação por delimitar o preço da ração corresponde a um signo associado ao valor da ração (objeto) e as questões auxiliares (signo).

A partir do compartilhamento dos vídeos em sala de aula, as crianças discutem sobre aspectos relacionados aos valores das rações. No Quadro 3.4, apresentamos signos associados

a transição do problema para um problema matemático. Nesse momento as crianças constituem ações que “indicam o conteúdo da Matemática” (SOUZA, 2018, p. 68) que será considerado.

Quadro 3.4 - Signos produzidos pelas crianças que indicam o conteúdo da Matemática a ser utilizado

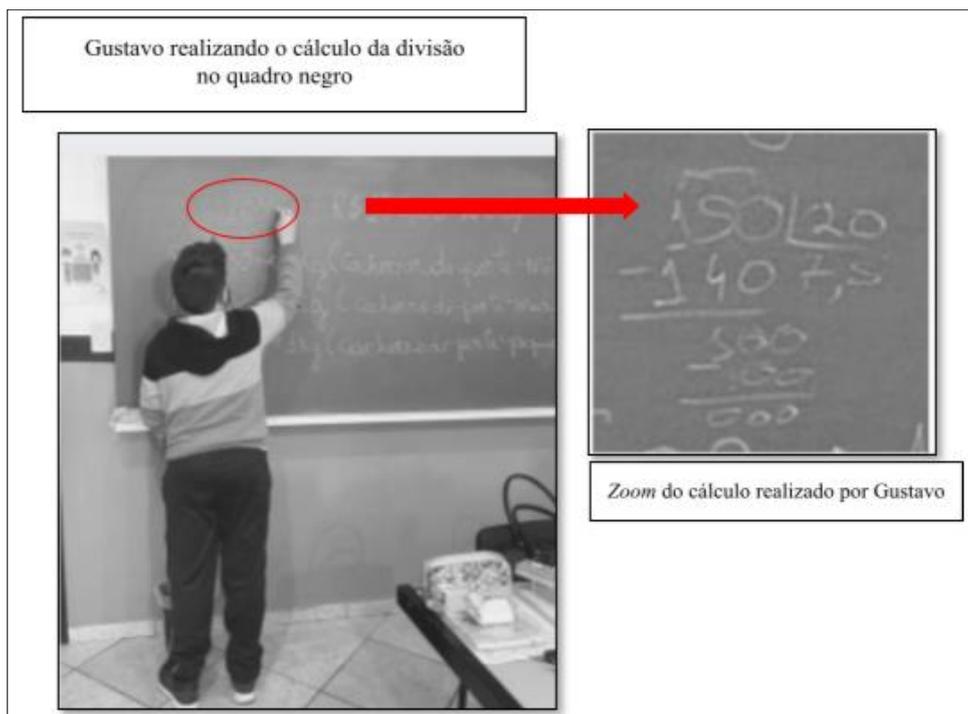
Criança	Signos
Gustavo	<p>“A gente usa a Special Dog e pagamos cento e cinquenta reais pela ração de vinte quilos. O mês inteiro”</p> <p>“A gente diminui, vou explicar, é assim a gente faz sete vezes vinte que daí vai dar cento e quarenta, aí diminui e sobra dez, então a gente coloca um zero na frente e aí a gente coloca uma vírgula do lado do sete e pensar vinte vezes quanto que vai dar o cem, que aí vai ser o cinco”</p>
Jeferson	<p>“Eu acho, que é cento e cinquenta dividido por vinte”</p> <p>“A professora, não dá certo não, não consegui realizar essa conta”</p>

Fonte: As autoras

O signo “Eu acho, que é cento e cinquenta dividido por vinte” evidencia que a criança (Jeferson) compreende que para identificar quanto sua colega gasta por kg de ração é preciso realizar uma divisão. Assim, esse signo faz alusão ao objeto matemático divisão e provoca a enunciação de um outro signo: “Ah professora, não dá certo não, não consegui realizar essa conta”. Esse novo signo indica certa instabilidade e denota pouca familiaridade da criança com operações de divisão com o quociente sendo um número decimal.

Esse mesmo signo, que faz alusão ao conceito matemático da divisão com quociente decimal, é interpretado de forma diferente por outra criança que se propõe, inclusive, a explicar no quadro seu raciocínio para as outras crianças. A Figura 3.8 ilustra essa ação.

Figura 3.8 - Gustavo realizando a divisão do valor pago no kg de sua ração



Fonte: As autoras.

O signo de Gustavo “A gente diminui, vou explicar, é assim a gente faz sete vezes vinte que daí vai dar cento e quarenta, aí diminui e sobra dez, então a gente coloca um zero na frente e aí a gente coloca uma vírgula do lado do sete e pensar vinte vezes quanto que vai dar o cem, que aí vai ser o cinco” sinaliza o conhecimento matemático que a criança tem acerca do objeto matemático divisão. Tal signo também possibilitou intervenção e orientação da professora no sentido de ensinar para as crianças como se desenvolve o algoritmo da divisão que possui o quociente decimal. De certa forma, ainda que Gustavo tenha realizado e explicado de maneira adequada para as outras crianças, houve necessidade de verem o cálculo sendo feito e explicado pela professora. De fato, o papel do professor no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012) é de orientador, o professor precisa intervir na atividade e auxiliar nos encaminhamentos, escolhas e no processo de reflexão da Matemática.

A intervenção feita pela professora possibilitou que as crianças ressignificarem o seu olhar perante o algoritmo matemático da divisão, sendo o quociente um número decimal. Isso quer dizer que a partir da geração de um novo signo a atividade proporcionou que as crianças aprendessem sobre um novo conceito matemático, isso só foi possível perceber ao passo que as crianças discutiam com a professora sobre seus resultados. Esses cálculos indicam o interpretante, já que “o interpretante é um signo que depende do conhecimento do intérprete sobre o objeto e sobre aquilo que é representado pelo signo” (VERONEZ, 2013, p. 41).

A identificação das crianças, por meio desses cálculos, do preço que o Gustavo paga por quilograma da ração que compra, possibilitou reflexões sobre os valores pagos por quilo na ração de cada criança, inferindo sobre a ração de maior e menor custo. No Quadro 3.5 trazemos signos que indicam isso.

Quadro 3.5 - Signos produzidos pelas crianças na apresentação de uma solução para o problema

Crianças	Signos
Jeferson	<p>“Olha só! Vamos dar um exemplo: A Nicololy paga por dois quilos da ração cem reais. Já o Gustavo paga cento e cinquenta reais por vinte quilos. Se a Nicololy comprar três quilos de ração ela irá pagar cento e cinquenta, que é o mesmo tanto que o Gustavo paga vinte quilos de ração.”</p> <p>“Então, a Nicololy gasta, cem vezes doze, é mil e duzentos reais por ano”</p>
Profa.	<p>“Certo. Porém isso depende muito, porque por exemplo, mesmo que a Nicololy pague mais caro no quilo da ração, ela não gasta vinte quilos de ração por mês. Diferente de Gustavo, que compra vinte quilos.”</p>
Nicololy	<p>“Professora nós já tentamos trocar a ração, mas ela não come.”</p> <p>“Eu acho que é um quilo por mês.”</p> <p>“Então, isso quer dizer que eu gasto menos que o Gustavo por ano.”</p>
Gustavo	<p>“Nossa, eu gasto mil e oitocentos reais por ano só com ração.”</p>

Fonte: As autoras

O signo “Olha só o Gustavo, tipo, vamos dar um exemplo da Nicololy é cem reais dois quilos, e o do Gustavo é cento e cinquenta, vinte quilos, se a Nicololy comprar três quilos de ração ela vai pagar cento e cinquenta que é o mesmo tanto que o Gustavo gasta por vinte quilos” indica que o intérprete (Jeferson) está realizando uma comparação de gastos de acordo com o kg da ração de dois colegas para evidenciar qual tem maior custo benefício. Esse signo é uma ação que pondera que a criança reflete sobre o preço que os colegas gastam com a ração, evidenciando a quantidade por kg (signo) e a ração (objeto). Diante dessa interpretação de Jeferson, esse signo sugere uma hipótese, existem rações mais baratas que outras, porém isso não significa que o gasto é menor.

No entanto, o signo produzido pela Nicololy “Ah nós já tentamos trocar a ração, mas ela não come” indica que ela reconhece que há rações mais baratas, mas que os animais, em especial o dela, não aceita qualquer tipo de ração. Ou seja, a fala de Nicololy leva em consideração que há outros fatores a serem considerados, não apenas o quilograma pago na ração. Esse signo denota uma característica de atividades de modelagem matemática, que é considerar aspectos do contexto real e apresentar o conhecimento empírico da criança.

Por sua vez, o signo produzido pela professora (pesquisadora): “Certo, mas isso depende muito né, porque por exemplo, mesmo que a ração da Nicololy seja mais cara o quilo, ela não

gasta vinte quilos de ração por mês, diferente de Gustavo” influenciou as crianças a pensarem se realmente o valor pago por Gustavo é menor que o valor pago pelo quilo de ração por Nicolý.

Assim, os signos “Nossa, eu gasto mil e oitocentos reais por ano só com ração” e “Então, a Nicolý gasta, cem vezes doze, é mil e duzentos reais por ano” evidencia que as crianças entendem que somente olhar para o preço por quilograma da ração não é suficiente. Ainda que o preço por quilograma da ração que Gustavo compra seja mais barato, o gasto com o seu animal de estimação é maior que o gasto que Nicolý tem com o seu animal de estimação. Essa ação de comparar e selecionar qual é a que mais compensa para seu animal de estimação é proeminente do fazer modelagem matemática.

Ainda que as crianças não tenham construído um modelo matemático que resolva o problema, elas construíram uma representação de acordo com o seu animal de estimação para que no momento de compartilhar pudessem perceber qual animal tem maior custo e qual tem menor custo, de acordo com os valores das rações e quantidade que ele come.

A Tabela 3.1 ilustra as conclusões das crianças em relação aos gastos delas com seus animais de estimação.

Tabela 3.1 - Gastos mensais com a ração

Crianças	Samara Leon	Nicolý Isume Sandra Heitor	Gina	Gustavo Nataly	Erica
Gastos mensais com a ração	R\$83,00	R\$100,00	R\$52,00	R\$150,00	R\$5.000,00

Fonte: As autoras

Com os dados explícitos no quadro pela professora, as crianças inferem que a partir dos dados coletados, analisados e discutidos, a criança que mais gasta com seu animal de estimação é a Erica; e a criança que menos têm gastos com seu animal de estimação é a Gina. Assim, as crianças conseguem concluir a atividade de modelagem matemática que tinha como objetivo investigar o custo de seus animais de estimação e verificar qual tinha maior custo, esse processo das crianças analisarem essas respostas é uma ação que “implica a análise de uma resposta para o problema [...] constitui um processo avaliativo” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16).

De certa forma, a análise estabelecida pelas crianças mostra que o processo de geração de signos está associado a uma trama semiótica, uma vez que os signos foram sendo constituídos e modificados ao passo que a atividade foi sendo desenvolvida. A trama semiótica

permite evidenciarmos que o conjunto de signos produzidos pelas crianças deu forma ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática; viabilizou processo de idas e vindas, denotando envolvimento das crianças com a temática escolhida e com o problema que buscavam responder; além disso, foi o papel desempenhado pelos signos que favoreceriam com que novos signos emergissem e, de certo modo, se associassem.

Ainda que nosso olhar esteja direcionado para os signos interpretantes, evidenciamos que o objeto vai se alterando ao passo que a atividade vai sendo desenvolvida, por isso consideramos que o objeto são as ações porque é por meio dessas ações que as crianças produziram e mobilizaram signos. Esses signos interpretantes estão associados com a interpretação que a criança tem perante o signo (*representamen*) evocado em cada ação do fazer modelagem matemática.

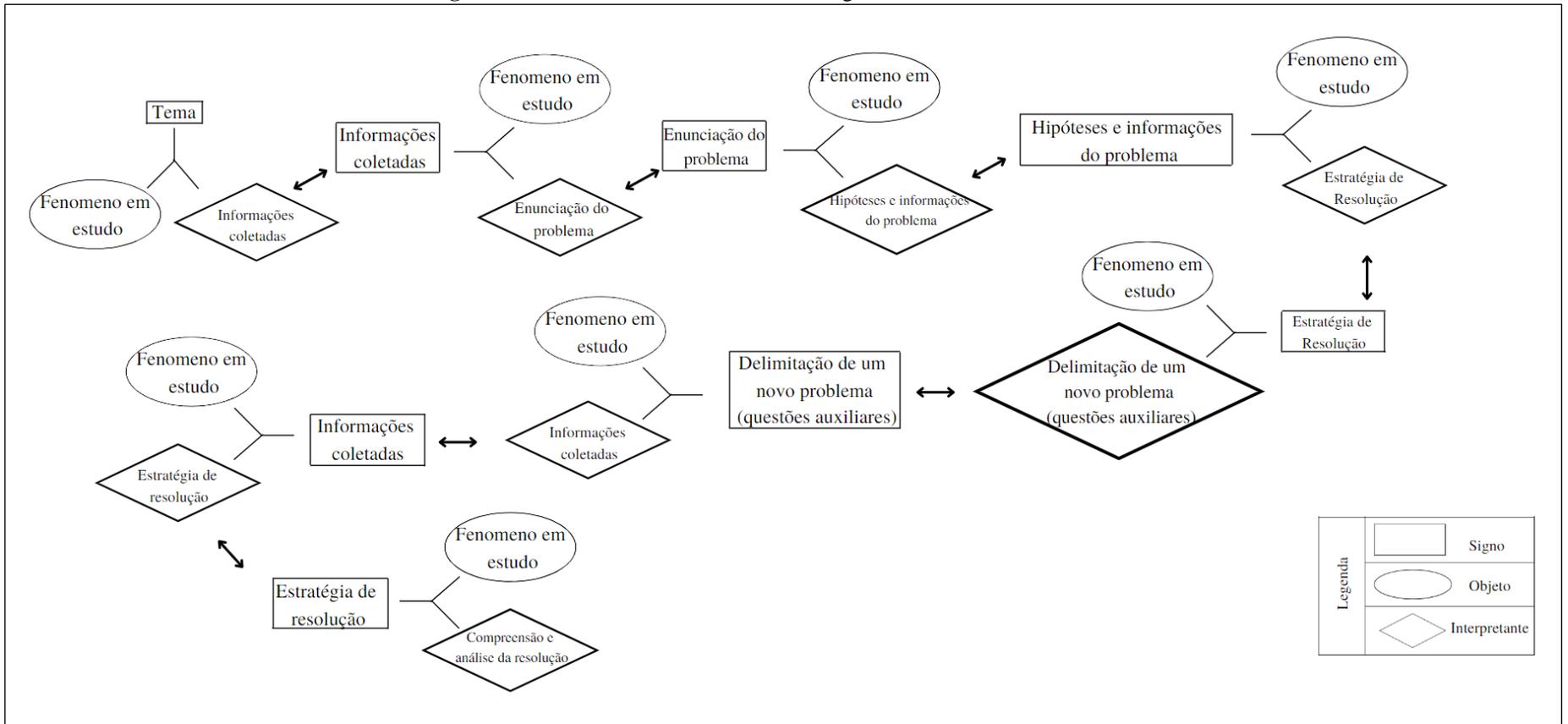
Na sequência discutimos sobre os papéis dos signos nesse fazer modelagem matemática e ilustramos o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática por meio de uma trama semiótica.

3.6 Resultados e discussões

O objetivo deste estudo *investigar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática* nos levou a analisar os signos e seus papéis no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Para tanto consideramos as ações do fazer modelagem matemática indicadas por Souza (2018): coleta de dados; formulação do problema; simplificação; formulação de hipóteses; seleção de variáveis; construção do modelo; responder o problema; análise da resposta com relação à Matemática; análise da resposta em relação ao problema, e a assertiva de que nessas ações signos são mobilizados.

Os signos associados ao fazer modelagem matemática provocaram a constituição da trama semiótica da Figura 3.9, que ilustra que as ações do fazer modelagem favorecem um processo de geração de signos, conhecido como semiose e, nesse sentido, indica que os signos tem associação direta tanto com o *representamen* como com o objeto da tríade, fazendo-os alterar ao passo que a atividade vai sendo desenvolvida e compreendida por aqueles que a desenvolvem. Na Figura 3.9 buscamos elucidar os papéis dos signos nesse fazer modelagem matemática.

Figura 3.9- Trama semiótica no fazer modelagem matemática



Constatamos que ao longo da atividade de modelagem matemática desenvolvida pelas crianças, elas se envolveram em um problema que delimitaram e investigaram com a intenção de buscar uma solução. A análise da resposta para o problema levou as crianças a produzirem um vídeo, que é um recurso semiótico, e dessa forma, comunicar a coleta de dados para que discussões acerca da matemática fossem percebidas. Dessa transição da situação inicial para a situação final, em que as crianças solucionam o problema proposto, elas articularam conhecimentos diversos, tomaram decisões para que prosseguissem com a atividade, foram autônomas, no sentido de se tornarem investigadores da situação proposta e também de seus próprios conhecimentos por meio dos signos, isso porque, como aponta Peirce (2012) os signos representam algo que se quer anunciar.

Isso significa que os signos influenciaram todo o percurso da atividade de modelagem matemática, desde a situação inicial até a situação final, conforme proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nesse sentido, os signos apresentam interpretações das crianças nas ações por elas tomadas, seja no desenvolvimento do problema, na coleta de dados, na seleção de variáveis, nos objetos matemáticos, na solução do problema e até mesmo no momento de compartilhar essa solução com o grupo.

A relação entre os papéis dos signos e as ações das crianças no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática ocorreu de forma articulada entre os signos que evidenciam os conhecimentos matemáticos e não matemáticos das crianças. Os conhecimentos matemáticos e não matemáticos foram desencadeados por meio de signos e interpretados de acordo com a experiência que as crianças tinham. Os interpretantes que foram produzidos pelas crianças acabaram por constituir a tríade semiótica, que representa as semioses que ocorreram a partir das ações delas. Assim, a tríade semiótica denota atribuição de significado ao fazer modelagem matemática aos olhos da professora. Isso quer dizer que a atribuição de signo se completa nas ações das crianças que se referem ao tema proposto, ao problema, ao objeto matemático.

Convém destacar que essa trama semiótica foi construída olhando apenas para a geração de signos interpretantes, isto é, o signo ora era interpretante, ora se transformava em novo signo. Contudo, temos consciência de que esse processo *ad infinitum* de geração de interpretantes pode ser também olhado em relação aos outros dois elementos da tríade. No contexto de trama que consideramos, temos que o papel desempenhado pelos signos decorre da complementaridade deles que, de certo modo, se associa à interpretação que o signo gera na mente do intérprete, no nosso caso, das crianças.

Diante disso, evidenciamos que os papéis dos signos nessa atividade estão atrelados à temática da atividade, à elaboração de um problema, à organização e tratamento dos dados, à geração de hipóteses, e principalmente na influência que um signo tem para um alguém. Além disso, a associação dos papéis desses signos com os outros dois elementos da tríade indicam que a atribuição de significado ao fazer modelagem matemática se completa com o desenvolvimento da atividade, consideradas as argumentações e interpretações das crianças.

3.7 Considerações finais

Ao longo da atividade de modelagem matemática os alunos produziram vários signos. Cada signo teve um papel diferente. Os signos influenciaram todas as tomadas de decisões, todos os caminhos a serem trilhados, inclusive pelo próprio resultado que eles chegaram ao final da atividade. Constatamos que foram os conhecimentos de diversas naturezas que desencadearam o fazer modelagem matemática, na medida em que as crianças transitavam entre a situação inicial até a situação final e comunicavam conhecimentos matemáticos e não matemáticos por meio de signos. É nesse fazer que os papéis dos signos se constituíam, esses papéis retratavam suas escolhas, dizeres e interpretações. A trama semiótica se constitui a partir das escolhas que os alunos fazem.

Observamos que a atribuição de significado ao fazer modelagem matemática ocorreu desde a situação inicial até a situação final, isto é, no momento de inteiração, matematização, resolução e validação de resultados houve inferências relativas acerca do desempenho do papel do signo, que geraram novos signos, constituindo uma trama semiótica. É essa alternância do papel de signo que fez com que os alunos atribuíssem significado ao fazer modelagem matemática, ora para o objeto matemático, ora para o próprio signo, ora para a atividade de modelagem.

Nesse contexto de trama, compreendemos que o papel do signo decorre da complementaridade de interpretação de um signo. De forma geral, na medida que avançavam na resolução do problema, observamos que ocorria uma intenção, nesse caso, investigavam o problema proposto utilizando diferentes signos matemáticos (para alguns até novos) e diferentes formas de representá-lo, e quando há intenção, há atribuição de significado, conforme Peirce argumenta “significado deve envolver uma referência, a intenção” (PEIRCE, 1989, p. 16).

Constatamos, que os signos manifestados pelos estudantes estavam sendo expressos (por suas falas, gestos, representações numéricas, tabulares, entre outros) a todo momento na atividade de modelagem matemática. Os resultados sugerem que a atribuição de significado está associada às ações cognitivas dos alunos, a familiarização e suas experiências perante o fenômeno. E como estão associados ao contexto da trama, que dão origem a novos signos, a atribuição de significado ocorreu em todas as fases da atividade de Modelagem Matemática.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.12, n.23, jan/jun, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, p. 387–414, dez. 2010.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem matemática. **BOLEMA**, v. 31, p. 202-219. Rio Claro, São Paulo, 2017.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 158p.
- ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Recursos semióticos na produção de signos em atividades de modelagem matemática. In: **VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2021, Uberlândia. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Uberlândia: Even3, 2021. v. 8. p. 2150-2164.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: Concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 256f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2001.
- BARROS, C. M; CAFÉ, L. M. A. Estudos da semiótica na ciência da informação: relatos de interdisciplinaridades. **Perspectivas em ciência da informação**, Belo Horizonte, v. 17, n. 3, p.18-33, 2012.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2009.
- BORBA, M.C; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, p. 10-27, 2010.

CALDEIRA, A. D. A matemática e suas relações com o currículo. In: IV Conferência Nacional Sobre Modelagem E Educação Matemática – CNMEM. **Anais...** Feira de Santana: UEFS, 2005. – 1CD-ROM.

CARVALHO, Felipe José Rezende de. Modelagem Matemática na sala de aula da Educação Básica: uma possibilidade. In: **ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 14., 2017, Cascavel. Anais do XIV EPREM. Cascavel: Unioeste, 2017. p. 1 - 11.

DOERR, H. M.; ENGLISH. L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**. NCTM, Coverage, v. 34, n. 2, p. 110-136, mar. 2003.

DRIGO, M. O. **Comunicação e Cognição: semiose na mente humana**. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007. 142 p.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical Modelling with young children. In: HØINES, Johnsen; FUGLESTAD, Anne Berit (Eds.). **The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, v. 2, p. 335-342, 2004.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa**. Porto Alegre: Penso, 2013

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

LESH, R.; DOERR, H. M. Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In: LESH, R.; DOERR, H. M. (Eds.). **Beyond constructivism: Models and Modelling Perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching**. New York: Routledge, 2003. p. 3-33

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MARTIN, R. W. S. **Modelagem Matemática e autonomia: um olhar para atividades do Ensino Fundamental**. 2019. P. 121. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2019.

MENDES, T. F. ; ALMEIDA, L. M W . Signos interpretantes em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Eletrônica De Educação**. São Carlos, v. 14, p. 1-24, 2020.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

- NÖTH, W. **Panorama da semiótica**: de Platão a Peirce. 4. ed. São Paulo: Annablume, 2005.
- NUNOMURA, Andréa Regina Teixeira. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: um olhar para os Registros de Representação Semiótica. 2021. 143 páginas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.
- OTTE, M. **Mathematical epistemology from a semiotic point of view**. In: PME International Conference, 25, University of Utrecht, The Netherlands, 2001.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução de José Teiceira Coelho Neto. 1. reimpr. da 4. ed. de 2010. v. 46. São Paulo: Perspectiva, 2012.
- SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.
- SEEGER, F. Beyond the Dichotomies – Semiotics in Mathematics Education Research. **ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) – The International Journal on Mathematics Education**, Karlsruhe, v. 36, n. 6, pp. 206-216, 2004.
- SOUZA, Henrique C. T. **Um olhar sobre o fazer Modelagem Matemática à luz da filosofia de Wittgenstein**. 2018. 208 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2018.
- TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.
- TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.
- TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.
- VERONEZ, M. R. D; ALMEIDA, L. M. W. Sobre o papel dos signos em atividades de modelagem matemática. **REnCiMa**, v. 8, p. 142-157, 2017.
- VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- VERONEZ, M.R.D.; CASTRO, E.M.V.; MARTINS, M.A. Uma Investigação Acerca do Problema em Atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 38, n. 1, p. 223-235, jan./jun., 2018 - Santa Maria, 2018.
- VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. de. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O interesse por buscar na semiótica peirceana elementos que podem elucidar aspectos que permeiam a atribuição de significado ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos dos anos iniciais, elegido em dois objetivos específicos, nos remeteu a considerar o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Impulsionados por essa busca, estruturamos a nossa pesquisa em um formato multipaper de escrita e organização da dissertação, o que nos levou à elaboração de dois artigos que correspondem ao capítulo 2 e o capítulo 3 desta dissertação. Estes artigos, embora independentes, possuem elementos em comum e estão alinhados com o tema investigado. O primeiro artigo aborda o objetivo: *Buscar indícios da atribuição de significado aos objetos matemáticos por meio dos signos associados ao fazer modelagem matemática*. O segundo artigo elucida o objetivo: *Analisar o papel dos signos com atenção à trama semiótica na atribuição de significado ao fazer modelagem matemática*. Assim, norteados por estes objetivos, analisamos os signos produzidos por crianças de uma turma do quinto ano do Ensino Fundamental.

Compreendemos que signo é algo que representa alguma coisa (objeto), e “carrega consigo características do objeto e está atrelado às experiências do sujeito que entra em contato com o objeto” (SILVA; VERONEZ, 2014, p. 83), e que também está atrelado ao conhecimento que o aluno tem sobre aquilo que representa (STEINBRING, 2005). A noção de signo para Peirce (2012) é de que o signo é uma coisa que está no lugar de outra coisa; assim os signos produzidos pelas crianças durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática referem-se ao que elas querem comunicar e/ou representar.

Na análise realizada trazemos fragmentos do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática por crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental que interpretamos e inferimos ser signos produzidos por elas. A maioria constituem signos produzidos pelas crianças por meio da fala e captados em gravações em áudio e vídeo. Ponderamos que os signos se apresentam dessa forma por dois motivos: o fato das crianças nesse nível de escolaridade gostarem de conversar, e de ser algo recorrente delas se expressarem comunicando-se mais oralmente que escrevendo.

O modo de ver e significar semioticamente a modelagem matemática nos permitiu atenção ao modo como as crianças lidaram com o desenvolvimento das atividades de

modelagem matemática abordadas nessa dissertação e, conseqüentemente, com os fenômenos estudados e com objetos matemáticos que evocaram para compreendê-lo.

Assim, no primeiro artigo (Capítulo 2) descrevemos e analisamos duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelas crianças e cuja nossa interpretação semiótica corresponde aos triângulos epistemológicos que construímos. A primeira atividade analisada nesse artigo tem como temática *Frames por segundo*; e a segunda tem como temática *Viagens*. Nossas discussões, nesse artigo, se pautam no fazer modelagem matemática das crianças por meio de um conjunto de ações e procedimentos que se processam pelas ações cognitivas (ALMEIDA; SILVA, 2012) delas e vêm ancoradas na leitura semiótica que realizamos utilizando como instrumento o triângulo epistemológico proposto por Heinz Steinbring. Assim, nosso olhar para esse artigo incidiu sobre a construção de triângulos epistemológicos no contexto da Modelagem Matemática, olhando para cada signo em associação com seu contexto de referência e seu conceito, por meio do triângulo epistemológico sugerido por Veronez (2013). Nesse triângulo o contexto de referência corresponde aos elementos característicos de uma atividade de modelagem matemática, os signos estão atrelados às ações cognitivas no trânsito da situação inicial (problemática) para uma situação final (solução da problemática) e o conceito, aos objetos matemáticos.

O conjunto de triângulos epistemológicos que construímos sugerem que o fazer modelagem matemática das crianças fez emergir uma variedade de signos, em um processo dinâmico. Essa dinamicidade dos signos produzidos pelas crianças conforme desenvolviam as atividades fez com que os outros elementos do triângulo epistemológico se alterassem. Em suma, à dinamicidade dos elementos do triângulo epistemológico evidenciam aspectos relativos à construção de conhecimento (VERONEZ, 2013).

Ponderamos, portanto, que a atribuição de significado aos objetos matemáticos vem imbricada na situação que originou a atividade. No caso dessas duas atividades, foram as crianças que se propuseram a investir sobre elas, intensificando à ideia de familiaridade com a temática: frames por segundo, devido a construção do vídeo que criaram; e viagens, em decorrência do interesse deles por investigar onde conseguiriam viajar com o dinheiro arrecadado com o projeto horta na escola. Nesse sentido, as crianças tiveram experiências e vivenciaram situações que implicam em suas realidades.

A atividade *Frames por segundo*, por exemplo, foi proposta pelas crianças pelo interesse delas de trazer para a sala de aula algo delas. Mas, nem por isso a produção de signos por elas aconteceu sem o auxílio e intervenção da professora. Independente da maneira que os signos emergiram, evidenciamos que a atribuição de significado para os objetos matemáticos, não

ocorreu de forma isolada, isto significa que os signos produzidos durante todo o trilhar das atividades de modelagem matemática carregaram características da situação em estudo e dos conhecimentos matemáticos, às vezes, de forma articulada, implicando em reflexões que denotaram a ocorrência de atribuição de significado.

No segundo artigo (Capítulo 3) descrevemos uma atividade de modelagem matemática cuja temática é *Animais de estimação* e a analisamos por meio da construção de uma trama semiótica. Primeiro olhamos para a Modelagem Matemática a partir do fazer das crianças, direcionando nosso olhar para suas escolhas, argumentações, decisões, ou seja, olhamos as decisões tomadas pelas crianças ao longo da atividade de modelagem matemática. Para Souza (2018) são essas ações que constituem o fazer modelagem matemática. Também assumimos que “atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 218) e que a semiose é a ação dos signos. Em nossa interpretação analisamos os signos interpretantes produzidos pelas crianças em suas ações do fazer modelagem matemática a partir de uma rede de signos, que representa os processos de geração de signos (semioses), e que constitui uma trama semiótica.

Foi o conceito de trama semiótica proposto por Seeger (2004) que possibilitou elucidar aspectos que permearam a atribuição de significado ao desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, a saber, dos *Animais de estimação*. Foram os papéis que cada signo desempenhou no desenvolvimento da atividade que levou à constituição de uma trama semiótica. O papel dos signos revelou que as crianças atribuíram significado para a temática em estudo, para o problema e também para os objetos matemáticos.

Os elementos semióticos tratados, discutidos e analisados em cada artigo, nos permite delinear caminhos entre o conhecimento matemático e o conhecimento extra matemático durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, além de vislumbrar a relação entre as experiências das crianças e o conhecimento que elas têm sobre o assunto e seus conhecimentos matemáticos. Quando olhamos para os signos produzidos pelas crianças nas três atividades evidenciamos que esses signos indicam interpretação delas sobre a situação em estudo e revelam seus conhecimentos matemáticos. Esses signos também se alternavam, se modificavam e se complementavam conforme os caminhos trilhados pelas crianças ao desenvolverem as atividades de modelagem matemática.

Cada signo produzido pelas crianças, no primeiro artigo se alternava, modificava e se complementava em decorrência das interpretações feitas por elas, e se associavam com as mais diversas ações cognitivas, isto é, na identificação de um problema a se resolver; na investigação sobre a temática e o problema; na formulação de hipóteses; na construção de uma

solução para o problema; na aceitação dessa solução e nas argumentações suscitadas. Nesse artigo, essa alternância de signos aparece quando olhamos para os três elementos do triângulo epistemológico, a saber, o signo, o contexto de referência e o conceito; os signos se alternavam mediante as interpretações que as crianças tiveram ora com a situação, ora com a Matemática, e ora de forma articulada, isso acontece porque essa dinamicidade dos signos evidencia aspectos relativos à construção de conhecimento (VERONEZ, 2013).

No segundo artigo, isso aparece na trama semiótica, quando o que era signo passa a se comportar como interpretante. Ao analisar a geração de signos interpretantes nessa atividade, foi possível evidenciar que a ação que envolve a triade sêmica: signo, objeto e interpretante, não é limitada, bem como Drigo (2007) já argumenta, e que essa ação se completa em uma trama semiótica, ou seja, em um processo de geração de signos. Essa trama semiótica indica a alternância dos signos, do fenômeno estudado - mesmo que não fosse o objetivo do trabalho - e principalmente a geração de novos signos, que vão se “atualizando” conforme as crianças buscavam o entendimento do fenômeno em estudo e da matemática envolvida.

A alternância dos interpretantes revela que os papéis dos signos decorrem das ações das crianças, além do mais, a relação entre os papéis dos signos e as ações das crianças de forma articulada evidenciam os conhecimentos matemáticos e não matemáticos. No segundo artigo, os signos interpretantes produzidos pelas crianças no decorrer de suas ações para o fazer modelagem matemática indicaram que a atribuição de significado se dá ao modo que as crianças depõem sobre suas tomadas de decisões, os caminhos que escolhem trilhar e a aceitação da resposta para o problema enunciado.

O fato de as crianças produzirem signos nas atividades de modelagem matemática de forma dinâmica parece estar associado ao fato de que a dinamicidade é uma característica inerente à Modelagem Matemática (VERONEZ, 2013) e está relacionada à alternância de signos conforme as ações tomadas por elas no transitar da situação inicial para uma situação final. Essa produção de signos também considera as intervenções da professora e a interação entre as crianças, mediante a maneira como o grupo trabalhou.

No primeiro artigo identificamos que alguns signos geraram desconforto em algumas crianças devido a não compreensão delas em relação a operações matemáticas, oportunizando intervenção da professora (em momento propício) no sentido de orientar o modo de proceder com a operação matemática. O mesmo ocorreu no segundo artigo quando as crianças não compreenderam o cálculo da divisão com quociente decimal. Nesse sentido, inferimos que essas atividades permitiram com que a professora atuasse como orientadora e favorecesse produção de novos signo diante da nova interpretação viabilizada.

A partir das considerações enunciadas nos dois artigos inferimos que quando as crianças buscam por informações, delimitam a problemática investigada, selecionam e simplificam informações coletadas, produzem signos que se associam à atribuição de significado ao fazer modelagem matemática. A atribuição de significado ilustrada em cada um dos artigos é ilustrada nos elementos que correspondem ao “trilhar” das crianças nas atividades de modelagem matemática e, de certo modo, se intensificam mediante à familiaridade delas crianças com a Modelagem Matemática.

Nesta pesquisa, tivemos a intenção de fornecer aspectos da semiótica peirceana que elucidassem aspectos da atribuição de significado ao longo do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por alunos dos anos iniciais. Ao refletir sobre os resultados da pesquisa, evidenciamos que os signos produzidos pelas crianças promovem modos de agir e pensar sobre o fazer modelagem matemática. Além disso, acreditamos que os resultados dessa pesquisa possam contribuir para pesquisas futuras que articulam Modelagem Matemática e Semiótica, no sentido de favorecer investigações que se debruçam a discutir, semioticamente, acerca dos conceitos associados aos objetos matemáticos evocados em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. A formação de professores para os ambientes de modelagem matemática. In: ENEM- Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. **Anais... VIII ENEM**, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W; BRITO, D. O conceito de função em situações de Modelagem matemática. **Zetetiké**, Campinas, v.12, n.23, jan/jun, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; ARAÚJO, Jussara Loyola; CALDEIRA, Ademir Donizete (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Biblioteca do Educador Matemático, 2007. p. 253-268.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19 – 35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, 2010.
- ALMEIDA, L. M. E. de; SILVA, K. A. P da. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **BOLEMA**, v. 31, p. 202-219. Rio Claro, São Paulo, 2017.
- ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. A. P. da. **Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática**: algumas relações. *Ciência & Educação*. V.18, n.3, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 158p.
- ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015. ALMEIDA, L. M. W.
- ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J., GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1998.
- ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Recursos semióticos na produção de signos em atividades de modelagem matemática. In: **VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2021, Uberlândia. Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Uberlândia: Even3, 2021. v. 8. p. 2150-2164.

BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática. Campinas: Mercado de Letras**, v. 1, p. 347-367, 2015.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **BOLEMA**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARROS, C. M; CAFÉ, L. M. A. Estudos da semiótica na ciência da informação: relatos de interdisciplinaridades. **Perspectivas em ciência da informação**, Belo Horizonte, v. 17, n. 3, p.18-33, 2012.

BASSANEZZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2009.

BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. In: **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Cham: Springer International Publishing, CHO, S. (Ed), fev. 2015. p. 73 – 96.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? **In.: Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 12, p. 45-58, 2009.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M.C; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

BORSSOI, A. H. Modelagem **Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias**: articulações em diferentes Contextos Educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

CALDEIRA, A. D. A matemática e suas relações com o currículo. In: IV Conferência Nacional Sobre Modelagem E Educação Matemática – CNMEM. **Anais...** Feira de Santana: UEFS, 2005. – 1CD-ROM.

CAMPOS, I.; ARAÚJO, J. L. Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: problematizando a dialética pesquisador|professor. **Acta Scientiae**, Canoas, v.17, n.2, p. 324-339 maio/ago. 2015.

CARREIRA, S. **Where there's a model, there's a metaphor**: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 3, n. 4, p. 261-87, 2001.

CARVALHO, F. J. R. Modelagem Matemática na sala de aula da Educação Básica: uma possibilidade. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Cascavel, 2017

CASTRO, É. M. V. **Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2017.

CASTRO, É. V.; VERONEZ, M. R. D. Procedimentos manifestos por alunos do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática. **Revista Multidisciplinar de Licenciatura e Formação de Docentes**, [s. l.], v. 15, ed. 1, p. 95-120, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/ensinoepesquisa/article/download/1288/1005>. Acesso em: 16 nov. 2021.

DIAS, J. L.; CHAVES, M. I. A. Diálogos com/na modelagem matemática nas séries iniciais. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 5., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina, 2009. 1 CDROM.

DIAS, M. R. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**. NCTM, Coverage, v. 34, n. 2, p. 110-136, mar. 2003.

DRIGO, M. O. **Comunicação e Cognição**: semiose na mente humana. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007. 142 p.

DUKE, N. K.; BECK, S.W. Research news and comment: Education should consider alternative formats for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

ENGLISH, L. D. Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R. et al. (Eds.). **Modeling students' mathematical modeling competencies**. Springer: New York, London, 2010. p. 287-300.

ENGLISH, L.; WATTERS, J. Mathematical modelling with young children. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Ed.). **Proceedings of the 28th Conference of the International**

Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen: IGPME, 2004. v. 2, p. 335-342.

FARRUGIA, M. T. The use a semiotic model to interpret meanings for multiplication and division. **CERME – CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION**, 5, Proceedings... Lanarca. University of Cyprus, p. 1200-1209, 2007.

FERRI, B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa.** Porto Alegre: Penso, 2013

FONTANINI, M. L. C. **Modelagem matemática X aprendizagem significativa:** uma investigação usando mapas conceituais. 2007. 248f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

FREUDENTHAL, H. **Why to teach mathematics so as to be useful.** Educational studies in mathematics, p. 3-8, 1968.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

HOFFMANN, M. H. G. **What this a “Semiotic perspective”, and what could it be? Some comments on the contributions to this special issue.** Springer, v. 61, p. 279-291, 2006.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international of perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, Eggenstein, Leopoldshafen, v. 38, n. 3, p. 302- 310, 2006

KEHLE, P. E.; CUNNINGHAM, D. J. Semiotics and Mathematical Modeling. **International Journal of Applied Semiotics**, v. 3, n. 1m p. 112-129, 2000.

KEHLE, P.E.; LESTER, F. K. Jr. A semiotic look at modeling behavior. In: Lesh, R.; Doerr, H. M. Beyond constructivism: **Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching.** Hillsdale, N. J.: Erlbaum, 2003, p. 97-122.

LESH, R.; DOERR, H. M. Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In: LESH, R.; DOERR, H. M. (Eds.). **Beyond constructivism: Models and Modelling Perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching.** New York: Routledge, 2003. p. 3-33

LIMA, F. H. **Um estudo sobre as intervenções de um professor em atividades de modelagem matemática.** 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação (FaE), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, Minas Gerais, 2020.

LUNA, A.V. A.; ALVES, J. Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In: **CONFERÊNCIA NACIONAL DE REVEMAT.** eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73,

2014. 72 MODELAGEM MATEMÁTICA, 5., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Ouro Preto, 2007. 1 CDROM.

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005

MARCHIORO, F. **Modelagem matemática para aprendizagem significativa de função do primeiro grau**. Dissertação de Mestrado, UCS, Caxias do Sul, 2018.

MARTIN, R. W. S. **MODELAGEM MATEMÁTICA E AUTONOMIA: UM OLHAR PARA ATIVIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2019. P. 121. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2019.

MENDES, T. F. ; ALMEIDA, L. M W . Signos interpretantes em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Eletrônica De Educação**. São Carlos, v. 14, p. 1-24, 2020

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MUTTI, G. S. L. **Adoção da Modelagem matemática para professores em um contexto de formação continuada**. 2020. 193 folhas. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

MUTTI, G. de S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. **Anais: V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos qualitativos**, Foz do Iguaçu, 2017.

NÖTH, W. **Panorama da semiótica**: de Platão a Peirce. 4. ed. São Paulo: Annablume, 2005.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: um olhar para os Registros de Representação Semiótica. 2021. 143 páginas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

NUNOMURA, A. R. T.; SILVA, K. A. P.; PIRES, M. N. M. Pintar o pátio da escola: uma experiência com modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. p. 1-15. Belo Horizonte, 2019. **Anais...** 2019.

OTTE, M. **Mathematical epistemology from a semiotic point of view**. In: PME International Conference, 25, University of Utrecht, The Netherlands, 2001.

PEIRCE, C. S. **A teoria geral dos signos**: Semiose e autogeração. São Paulo: Ática, 1995

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. Tradução de José Teiceira Coelho Neto. 1. reimpr. da 4. ed. de 2010. v. 46. São Paulo: Perspectiva, 2012.

RAMOS, D. C. **Modelagem matemática**: uma análise semiótica das experiências dos alunos. 2020. 100 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

ROSA, C. C. Modelagem matemática e formação de professores: um diálogo entre ensinar e aprender. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 26, 28 fev. 2019.

SANTAELLA, L. **Leitura de imagens**. São Paulo: Melhoramentos, 2012.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTAELLA, L. **CHARLES SANDERS PEIRCE**: Excertos. 1. ed. São Paulo: Paulus, 2020.

SANTOS, S. R. P.; VERONEZ, M. R. D. Emergência e reconhecimento de um problema a investigar em modelagem matemática por alunos do Ensino Fundamental. **REINCIMA**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-21, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2938>. Acesso em: 24 nov. 2021.

SEEGER, F. Beyond the Dichotomies – Semiotics in Mathematics Education Research. **ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik) – The International Journal on Mathematics Education**, Karlsruhe, v. 36, n. 6, pp. 206-216, 2004.

SILVA, K. A. P. da. **Uma interpretação semiótica de atividades de Modelagem matemática e Semiótica**: implicações para a atribuição de significado. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, K. A. P. **Modelagem matemática e Semiótica**: algumas relações. Dissertação (Mestrado) - Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E.. Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação- UFSCar**, São Carlos, v. 6, no. 2, p. 228-249, nov. 2012.

SILVA, K. A. P. da.; VERONEZ, M. R. D. Um olhar semiótico sobre a Modelagem matemática. In: ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da.(orgs.) **Modelagem matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., p. 79-104, 2014.

SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. A.; LIMA, L. B. S. **O papel do professor dos anos iniciais na produção dos discursos das crianças em atividades de modelagem matemática.** GEPEN, n. 64, p. 34-45, jan./jun. 2014

SOUZA, J. S. S. Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa: uma Relação Subjacente. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [s. l.], v. 14, ed. 2, p. 241-247, 2021. Disponível em: <https://jjeem.pgsskroton.com.br/article/view/8809>. Acesso em: 3 abr. 2022.

SOUZA, H. C. T. **Um olhar sobre o fazer Modelagem Matemática à luz da filosofia de Wittgenstein.** 2018. 208 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2018.

STEINBRING, H. How do Mathematical Symbols Acquire their Meaning? In: Hans-Georg Weigand, Neville Neill, Andrea Peter-Koop, Kristina Reiss, Günter Törner, Bernd Wollring (Eds.): **Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries.** Selected Papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics, Bern, 1999. Franzbecker: Hildesheim, S. pp. 113-123, 2002

STEINBRING, H. The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective. **Mathematics Education Library**, vol. 38, New York: Springer, 2005.

STEINBRING, H. **What makes a sign a Mathematical Sign? An epistemological perspective on mathematical interaction.** **Educational Studies in Mathematics.** New York: Ed. Springer, v. 61, n. 1, p.133-162, feb. 2006.

TEODORO, F. P. **A recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos iniciais.** 2018. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da Modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** 168 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P.. SOBRE MODELOS MATEMÁTICOS NOS ANOS INICIAIS: das pesquisas às práticas. **Em Teia| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, 2021.

VERONEZ, M. R. D; ALMEIDA, L. M. W. Sobre o papel dos signos em atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 8, p. 142-157, 2017

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática**. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M.R.D.; CASTRO, E.M.V.; MARTINS, M.A. Uma Investigação Acerca do Problema em Atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 38, n. 1, p. 223-235, jan./jun., 2018 - Santa Maria, 2018.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. de. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov./dez. 2019.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 273p. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, UEM, Maringá. 2016.