

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Campo Mourão,
2022

**RELAÇÕES COM O SABER EM AMBIENTES DE
APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA
NOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE À LUZ DA
TEORIA DA ATIVIDADE**

Ana Carolina Maia Barreto dos Santos

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

RELAÇÕES COM O SABER EM AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE
MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE À LUZ DA
TEORIA DA ATIVIDADE

Ana Carolina Maia Barreto dos Santos

Orientadores:
Amauri Jersi Ceolim
Wellington Hermann

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Setembro/2022

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Santos, Ana Carolina Maia Barreto dos
Relações com o saber em ambientes de aprendizagem
de modelagem matemática nos anos iniciais: uma
análise à luz da teoria da atividade / Ana Carolina
Maia Barreto dos Santos. -- Campo Mourão-PR, 2022.
160 f.: il.

Orientador: Amauri Jersi Ceolim.
Coorientador: Wellington Hermann.
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --
Universidade Estadual do Paraná, 2022.

1. Matemática-Estudo e Ensino. 2. Didática. 3.
Aprendizagem. 4. Ensino Fundamental. I - Ceolim,
Amauri Jersi (orient). II - Hermann, Wellington
(coorient). III - Título.

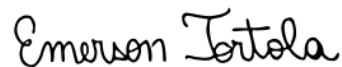
Ana Carolina Maia Barreto dos Santos

RELAÇÕES COM O SABER EM AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE
MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: UMA ANÁLISE À LUZ DA
TEORIA DA ATIVIDADE

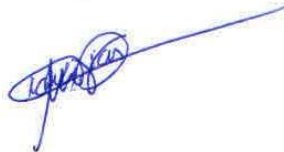
Comissão Examinadora:



Dr. Amauri Jersi Ceolim – Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Dr. Emerson Tortola - Membro da Banca
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR



Dra. Michele Regiane Dias Veronez - Membro da Banca
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR



Dra. Silvia Pereira Gonzaga de Moraes - Membro da Banca
Universidade Estadual de Maringá - UEM

Resultado: APROVADA.

Campo Mourão
Setembro/2022

“O sujeito que se abre ao mundo e aos outros inaugura com seu gesto a relação dialógica em que se confirma como inquietação e curiosidade, como inconclusão em permanente movimento na história”

– Paulo Freire

Dedico o presente trabalho ao meu filho Davi, na intenção de que ele compreenda, desde suas primeiras relações com o saber, que uma boa Educação promovida com base na justiça social e equidade tem o poder de transformar as pessoas e tornar o mundo um lugar melhor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de fé, esperança e força nos dias de dificuldade;

Ao meu esposo, Vandr , por todo apoio, carinho, amor, compreensão e companheirismo dedicados a mim e a nosso filho durante o desenvolvimento desta pesquisa (e durante a vida). Muito obrigada por me apoiar a ser quem eu quero e, especialmente, por me amar como eu sou! Você  , sem dúvidas, uma inspira o de ser humano para mim;

Ao meu filho, Davi, por ser a minha maior alegria na vida, por me manter forte nesta caminhada e por me encorajar a cada dia mais com sua inocência de criança. Você   o grande amor da vida da mamãe;

Ao meu querido pai, Reginaldo, por sempre cuidar de mim, acreditar no meu potencial e me mostrar o caminho do amor, da honestidade, do empenho e da dedica o. A você, devo tudo o que sou e que tenho;

  minha sogra, Eva, por cuidar tão bem do meu filho para que eu pudesse me dedicar por mais tempo a esta pesquisa. Muito obrigada, você foi mais do que av  do Davi; foi t mm uma mãe para mim!

Aos meus orientadores, Amauri e Wellington, por compartilharem comigo tantos conhecimentos e por me ajudarem a enxergar os melhores caminhos a serem trilhados na pesquisa desde a gradua o, com respeito e comprometimento. Sou grata por tudo o que vocês representam na minha vida acad mica e por me incentivarem a buscar o meu desenvolvimento;

  Alessandra, que me orientou juntamente com Amauri e Wellington com tanta dedica o e cuidado ao compartilhar comigo tantos conhecimentos, sempre com olhar atento e crítico, me impulsionando a ser melhor e, especialmente, pela parceria consolidada, mesmo que virtualmente. Muito obrigada, querida Ale!

Aos membros da banca, Emerson, Michele e Silvia, pelas importantes contribui es arguidas no exame de qualifica o, essenciais para o desenvolvimento e avanço desta pesquisa, e por aceitarem participar da defesa desta disserta o.   um privilégio para mim poder prestigiar novamente o olhar cuidadoso de vocês para esta pesquisa!

  minha amiga Tatiane, por ser inspira o para mim em todos os papéis que desempenha: mãe, amiga, irmã, filha, professora e cristã. Você sempre acreditou mais em mim do que eu mesma. Obrigada por me ajudar a não desistir dos meus sonhos!

Aos amigos do PRPGEM, que dividiram tantos momentos comigo, mesmo durante o ensino remoto, especialmente aos meus amigos Karina Dezílio e Kayque Maciel, companheiros de caminhada no mestrado. Obrigada por tantos ensinamentos, por compartilharem comigo suas angústias e por me escutarem sempre que precisei. Vocês são luz! Agradeço pela amizade construída no mestrado, que me motiva a levar para a vida;

Aos amigos do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Relação com o saber e Educação Matemática – ReSEMat, pelos momentos de ensino e aprendizagem compartilhados em nossas reuniões, especialmente pelas ricas contribuições atribuídas a esta pesquisa.

À minha mãe, que há dezoito anos é meu anjo protetor no céu; por acreditar que você está ao meu lado em todos os momentos, agradeço por tudo que me ensinou e ainda me ensina por meio das lembranças do seu exemplo de mãe e, sobretudo, de ser humano.

RESUMO

O ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática possibilita a execução de ações que o diferenciam de outros ambientes de aprendizagem. Tais ações são desenvolvidas pelo professor (ações de ensino) e pelos alunos (ações de aprendizagem), o que permite aos sujeitos envolvidos se relacionarem com diferentes saberes enquanto desenvolvem uma atividade. Com essas lentes, observaram-se nesta pesquisa algumas intersecções comuns entre a atividade e a relação com o saber no ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste sentido, esta pesquisa questiona: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?* Para responder a esta questão motivadora, foi elaborado o seguinte objetivo geral: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade. As bases epistemológicas que sustentam as análises são referenciadas mais especificamente no conceito de atividade, de Alexis Leontiev, e nas dimensões da relação com o saber, de Bernard Charlot. Nessa perspectiva, esta pesquisa tem cunho qualitativo, pautado na pesquisa documental. O *corpus* foi composto por atividades de modelagem descritas em duas teses presentes no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, que forneceram dados suficientes, de acordo com os objetivos desta pesquisa. Dessas teses, cinco atividades de Modelagem foram selecionadas, sendo uma atividade desenvolvida com cada ano, do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os encaminhamentos das atividades que compuseram o *corpus* da pesquisa foram devidamente analisados segundo os pressupostos da Análise Textual Discursiva (ATD). Com foco nas ações de ensino, foram analisadas as ações dos sujeitos envolvidos nos ambientes de aprendizagem de Modelagem das atividades que compõem o *corpus* desta pesquisa. Os resultados apontam a emergência de três categorias, a saber: ações mobilizadoras; ações de execução; ações de validação. A análise revela que as ações analisadas destacaram uma forte relação com as dimensões da relação com o saber: ações mobilizadoras com destaque para a relação pessoal com o saber; ações de execução com destaque para a relação epistêmica com o saber; ações de validação com destaque para a relação social com o saber. Concluímos que, nas atividades constituídas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais analisadas, em que as ações foram conceituadas com as lentes da Teoria da Atividade, é possível se relacionar com destaque para as três dimensões da relação com o saber consideradas nesta pesquisa, permitindo a apropriação de conhecimentos, por meio da relação com diferentes saberes, ao passo que o sujeito que está em atividade desenvolve suas funções psíquicas superiores.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Teoria da Atividade. Relação com o Saber. Anos Iniciais.

ABSTRACT

The Mathematical Modeling learning environment enables the execution of actions that differentiate it from other learning environments. Such actions are developed by the teacher (teaching actions) and by the students (learning actions), which allows the subjects involved to relate to different types of knowledge while developing an activity. With this view in mind, this study observed some common intersections between activity and the relation to knowledge in the learning environment of Mathematical Modeling in the early years of Elementary School. In this sense, this study questions: what is the evidence of the relation to knowledge established in Mathematical Modeling learning environments in the early years in the light of Activity Theory? To answer this motivating question, the following general objective was elaborated: to analyze the relation to knowledge established in Mathematical Modeling learning environments in the early years in the light of Activity Theory. The epistemological bases that support the analyzes are referenced more specifically in the concept of activity, by Alexis Leontiev, and in the dimensions of the relation to knowledge, by Bernard Charlot. In this perspective, this study has a qualitative nature, based on documentary research. The corpus consisted of modeling activities described in two theses, found in the Catalog of Theses and Dissertations of CAPES, which provided sufficient data, according to the objectives of this study. In total, five Modeling activities were selected, being one activity developed with each year, from the 1st to the 5th grade of Elementary School. The activities that made up the corpus of this study were duly analyzed according to the assumptions of Discursive Textual Analysis (DTA). Focusing on teaching actions, the actions of the subjects involved in the Modeling learning environments of the activities that make up the corpus of this study. The results point to the emergence of three categories, namely: mobilizing actions; enforcement actions; validation actions. The analysis reveals that the analyzed actions highlighted a strong relation with the dimensions of the relation to knowledge: motivational actions with emphasis on the personal relationship with knowledge; execution actions with emphasis on the epistemic relation to knowledge; validation actions with emphasis on social relation to knowledge. We conclude that, in the activities constituted in the Mathematical Modeling environments in the early years analyzed, in which the actions were conceptualized in the light of the Activity Theory, it is possible to relate with emphasis on three dimensions of this relation to knowledge considered in this study, allowing the appropriation of knowledge, through the relation to different types of knowledge, while the subject who is in activity develops their higher psychic functions.

Keywords: Mathematical Modeling. Activity Theory. Relation to Knowledge. Early Years.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Prática dos alunos no ambiente de aprendizagem de Modelagem.....	39
Figura 3.1 - Relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem	59
Figura 3.2 - Relações com o Saber no ambiente de Modelagem Matemática como atividade	62
Figura 4.1 - Fases de Modelagem Matemática	73
Figura 4.2 - Atividades desenvolvidas por Tortola (2016).....	75
Figura 4.3 - Ciclo de Modelagem Matemática	77
Figura 4.4 - Atividades desenvolvidas por Zanella (2016) com alunos brasileiros.....	79
Figura 4.5 - Problema Investigado na atividade A1 – Neve.....	81
Figura 4.6 - Comportamento da área ocupada por neve no território mundial.....	82
Figura 4.7 - Modelos produzidos pelos alunos na A1	82
Figura 4.8 - Informações levadas pelo pesquisador sobre o tema Tigres	83
Figura 4.9 - Formulação do problema sobre o tema Tigres.....	83
Figura 4.10 - Diálogo sobre o problema com o tema Tigres	84
Figura 4.11 - Modelo da estratégia utilizada	85
Figura 4.12 - Diálogo com orientações para definição do problema da A3	86
Figura 4.13 - Recordes escolhidos para serem investigados na A3.....	86
Figura 4.14 - Discussões sobre o primeiro recorde na A3.....	87
Figura 4.15 - Livro de recordes elaborado na A3	88
Figura 4.16 - Discussões do primeiro grupo para definição do problema.....	89
Figura 4.17 - Discussões do segundo grupo para definição do problema	90
Figura 4.18 - Modelos Matemáticos	91
Figura 4.19 - Catedral Basílica Menor Nossa Senhora da Glória.....	92
Figura 4.20 - Problemática da A5	93
Figura 4.21 - Cálculos iniciais realizados pelo grupo E	94
Figura 4.22 - Alguns encaminhamentos realizados pelo grupo E	95
Figura 4.23 - Modelo Final do grupo E	95
Figura 5.1 - Coleta de informações sobre o tema neve (A1).....	120

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Ambientes de Aprendizagem	29
Quadro 2.2 – Compartilhamento de ações no processo de Modelagem.....	35
Quadro 2.3 – Relações entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada	38
Quadro 3.1 - Alguns significados de <i>atividade</i> nos dicionários	45
Quadro 3.2 - Níveis hierárquicos de funções na atividade	48
Quadro 3.3 - Níveis hierárquicos no exemplo do batedor	49
Quadro 3.4 - Estrutura da Atividade e da Ação no exemplo do Batedor	58
Quadro 3.5 - Relações epistêmicas, pessoais e sociais com o mundo escolar.....	61
Quadro 3.6 - Relações com o saber que se evidenciam nas ações de ensino e de aprendizagem.....	63
Quadro 4.1 - Apresentação dos trabalhos encontrados.....	66
Quadro 4.2 - Focos da ATD	70
Quadro 4.3 - Atividades selecionadas do trabalho de Tortola (2016)	75
Quadro 4.4 - Atividades selecionadas para o Corpus	79
Quadro 5.1 - Categorias Emergentes dos Dados	98
Quadro 5.2 - Estrutura da Ação Convite Inicial	102
Quadro 5.3 - Estrutura da Ação Escolha do Tema	106
Quadro 5.4 - Estrutura da Ação Inteiração	109
Quadro 5.5 - Estrutura da Ação Formulação do Problema.....	113
Quadro 5.6 - Relação com o saber na estrutura das Ações Mobilizadoras.....	115
Quadro 5.7 - Estrutura da Ação Investigação	122
Quadro 5.8 - Estrutura da Ação Levantamento de Hipóteses.....	125
Quadro 5.9 - Estrutura da Ação Resolução	135
Quadro 5.10 - Relação com o saber na estrutura das Ações de Execução	137
Quadro 5.11 - Estrutura da Ação Socialização	141
Quadro 5.12 - Estrutura da Ação Validação e Reflexão.....	144
Quadro 5.13 - Relação com o saber na estrutura das Ações de Validação.....	146

SUMÁRIO

EXPERIÊNCIAS QUE NOS MOTIVAM: UM RELATO PESSOAL	XIV
1. INTRODUÇÃO	17
2. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO AMBIENTE DE APRENDIZAGEM	25
2.1 Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.....	25
2.2 Ambientes de Aprendizagem: situando a Modelagem nesta perspectiva	28
2.3 O ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais.....	39
3. TEORIA DA ATIVIDADE E RELAÇÃO COM O SABER	43
3.1 Atividade na perspectiva de Leontiev	43
3.2 A relação com o saber e suas diferentes dimensões.....	50
3.3 Relações com o saber no ambiente de Modelagem Matemática como atividade	54
4. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	65
4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DOS ANOS INICIAIS	71
4.1.1 O estudo de Tortola (2016).....	72
4.1.2 O estudo de Zanella (2016)	76
4.1.3 A1 – Neve.....	80
4.1.4 A2 – Tigres	82
4.1.5 A3 – Recordes	85
4.1.6 A4 – Evolução do Homem	89
4.1.7 A5 – Altura da Catedral de Maringá	92
5. ANÁLISE DAS AÇÕES RELATADAS NOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	97
5.1 Primeira Categoria: Ações Mobilizadoras	99
5.1.1 Discussões Acerca da Primeira Categoria.....	114
5.2 Segunda Categoria: Ações de Execução	116
5.2.1 Discussões Acerca da Segunda Categoria.....	136
5.3 Terceira Categoria: Ações de Validação.....	138
5.3.1 Discussões Acerca da Terceira Categoria	145
6. CONCLUSÃO E REFLEXÕES	147
REFERÊNCIAS	154

EXPERIÊNCIAS QUE NOS MOTIVAM: UM RELATO PESSOAL

Quando eu tinha 4 anos, minha mãe pediu à diretora de uma escola no bairro em que eu morava para me deixar estudar junto com minha prima, que já tinha idade para iniciar o pré-escolar. Naquela época, dependendo da data de aniversário, a criança iniciava sua educação escolar aos 5 ou 6 anos. A diretora aceitou a solicitação da minha mãe e permitiu o meu início *precoce* para a época. A partir de então, eu não gostava quando chovia muito, porque precisava insistir para que minha mãe deixasse eu ir para a escola; eu não gostava de faltar em nenhuma aula porque temia deixar passar um ou outro momento de aprendizagem. Desde pequena, portanto, minha relação com o saber escolar foi estabelecida de forma positiva. Minha mãe, percebendo meu encanto e curiosidade pelos estudos, comprava os materiais mais bonitos que podia, me incentivava, me motivava e se orgulhava por eu chegar em casa contando tudo sobre o que aprendia na escola durante as tardes.

No Ensino Fundamental, a reclamação para minha mãe e meu pai nas reuniões era sempre a mesma: *sua filha é uma aluna excelente, porém conversa demais nas aulas*. Minha mãe, a partir dessa observação persistente, me dizia que eu seria advogada, pois além de conversar demais eu tinha sempre argumentos de defesa preparados para me justificar, além de sempre tirar notas altas, entre as melhores da turma.

Eu, particularmente, nunca me identifiquei com essa ideia de ser advogada. No fundo da minha casa tinha um pé de manga, e eu gostava muito de brincar lá. Um dia, minha avó precisou descartar uma mesa de madeira que havia na área da nossa casa. Eu pedi ao meu tio que colocasse a mesa sob a sombra proporcionada pelo pé de manga, de forma que eu pudesse desenhar com os gizos que eu trazia da escola para fazer amarelinha. Então meu tio colocou a mesa presa na árvore, na posição de um quadro negro. A partir daí, eu me sentia “A Professora”. Chamava minhas primas, colocava cadeiras enfileiradas e brincava de escolinha – mas só podia brincar quem quisesse ser aluna, pois a professora já tinha: eu.

Quando terminei o Ensino Fundamental – 8ª série, na época – eu já tinha perdido a minha mãe há quase um ano; não deu tempo de dizer a ela que minha atitude curiosa, falante e argumentativa que eu demonstrava desde a infância não era a de uma advogada, mas de uma aluna interessada e de uma professora que aprende enquanto ensina. Com 15 anos, iniciei o Curso de Formação de Docentes integrado ao Ensino Médio. Meu primeiro contato com a docência aconteceu entre os anos de 2007 e 2008, ao longo da disciplina de Estágio Supervisionado I e II no terceiro e quarto anos do curso, respectivamente. No decorrer dessa

disciplina, realizei estágio na Educação Infantil, anos iniciais do Ensino Fundamental e na Associação Pais e Amigos dos Excepcionais (APAE). Desde esses primeiros contatos com a *arte* de ensinar, me identifiquei com a docência e estabeleci uma boa relação pessoal com o ensino de Matemática, em particular.

Ao terminar a etapa do Ensino Médio, prestei vestibular para dois cursos em duas Instituições de Ensino Superior Distintas: na Universidade Estadual de Maringá para o curso de Engenharia Têxtil; e na Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão, para o curso de Licenciatura em Matemática. Consegui aprovação em ambos os cursos, porém, a boa relação que sempre tive com a Matemática e a relação de afeto que estabeleci com a docência durante o Curso de Formação de Docentes me impulsionaram a optar pelo curso de Licenciatura em Matemática.

Em 2009, juntamente com a experiência do curso superior, iniciei no meu primeiro emprego, na biblioteca de uma escola municipal para os anos iniciais do Ensino Fundamental – por coincidência (ou não) aquela mesma escola em que minha mãe pediu para a diretora deixar eu estudar com 4 anos. Além de organizar os livros, contar histórias aos alunos, incentivar a leitura e estabelecer um momento para todas as turmas irem à biblioteca, também desenvolvi alguns projetos com os alunos, em parceria com alguns professores, envolvendo música, dança, teatro e pintura.

Na época, na escola, havia um projeto intitulado *Período Integral*, em que alguns alunos estudavam em contraturno em uma sala multisseriada. Pouco tempo depois de iniciar minhas atividades na biblioteca da escola, surgiu uma vaga para trabalhar com a turma multisseriada do período matutino. Pelos diversos projetos pedagógicos que desenvolvi com os alunos na biblioteca em poucos meses, a direção da escola acreditou na minha competência e potencial para ocupar a vaga de professora, pois, por se tratar de uma turma multisseriada e que permanecia na escola das 7:30h às 17:30h, esses alunos precisavam de diversas atividades diferenciadas, brincadeiras, auxílio nas lições, etc., para que tivessem diferentes oportunidades de aprendizagem durante o horário em que permaneciam na escola.

A experiência que tive nos anos iniciais do Ensino Fundamental com uma sala multisseriada, apesar de configurar-se como um grande desafio, foi um acontecimento ímpar, em que aprendi na mesma medida em que ensinei. Foi ao longo dela que fizeram sentido para mim as possibilidades oferecidas pela docência, de, assim como nos ensinou Paulo Freire, estarmos em constante aprendizagem, pois ninguém sabe tudo, assim como ninguém ignora tudo. Nesse sentido, meus alunos do Projeto Período Integral me ensinaram, sobretudo, a ser

mais humana. Gratidão e amor medeiam a relação que estabeleci com esses estudantes, com a escola e, especialmente, com os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Foi por isso que, durante a graduação, me interessei em desenvolver pesquisas no Curso de Formação de Docentes para os anos iniciais. Inicialmente, me envolvi na pesquisa sobre Jogos na Educação Matemática, em meados do ano de 2010. Em 2011, no Projeto de Iniciação Científica (PIC), tive os primeiros contatos com a pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática (doravante, Modelagem). Por meio da orientação dos professores Amauri e Wellington, que me orientam de forma tão generosa também na presente pesquisa, fui motivada a fazer leituras sobre Modelagem. Identifiquei-me muito com esta perspectiva, tanto na teoria quanto nas aplicações práticas, o que me impulsionou a buscar mais conhecimentos acerca dela, especialmente, a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Desenvolvi o trabalho de Iniciação Científica (IC) e o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) na área de Modelagem, envolvendo um Curso de Formação de Docentes para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por consequência das escolhas realizadas e dos concursos prestados em outras áreas, não continuei meu trabalho docente e nem as pesquisas após a graduação. Mas a curta (porém enriquecedora) experiência que tive contribuiu fortemente para a minha decisão de voltar à pesquisa e cursar o mestrado, na intenção de voltar a ser professora, pois é no ensino que encontro meu lugar. Além disso, minha experiência com a docência e com a pesquisa contribuiu para intensificar o desejo de continuar pesquisando sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental (doravante, anos iniciais) e sobre a Modelagem. Assim, esse relato remete a experiências que contribuem para justificarmos o desejo intrínseco em desenvolver esta pesquisa sobre Modelagem nos anos iniciais.

1. INTRODUÇÃO

Tinha chovido muito toda a noite. Havia enormes poças de água nas partes mais baixas do terreno. Em certos lugares, a terra, de tão molhada, tinha virado lama. Às vezes, os pés apenas escorregavam nela. Às vezes, mais do que escorregar, os pés se atolavam na lama até acima dos tornozelos. Era difícil andar. Pedro e Antônio estavam transportando numa camioneta cestos cheios de cacau para o sítio onde deveriam secar. Em certa altura, perceberam que a camioneta não atravessaria o atoleiro que tinham pela frente. Pararam. Desceram da camioneta. Olharam o atoleiro, que era um problema para eles. Atravessaram os dois metros de lama, defendidos por suas botas de cano longo. Sentiram a espessura do lamaçal. Pensaram. Discutiram como resolver o problema. Depois, com a ajuda de algumas pedras e de galhos secos de árvores, deram ao terreno a consistência mínima para que as rodas da camioneta passassem sem se atolar. Pedro e Antônio estudaram. Procuraram compreender o problema que tinham a resolver e, em seguida, encontraram uma resposta precisa. Não se estuda apenas na escola. Pedro e Antônio estudaram enquanto trabalhavam (FREIRE, 1989, p.57).

Pedro e Antônio estavam trabalhando: a necessidade de secar o cacau, conectada ao objetivo de transportá-lo para seu destino de secagem, impulsionaram Pedro e Antônio a executarem algumas ações para resolverem o problema, atravessarem o lamaçal sem atolar a camioneta e satisfazerem sua necessidade, atendendo ao objetivo inicial. Karl Marx concebe o trabalho como a primeira forma de *atividade humana* (LEONTIEV, 1978a). Ao entender o sujeito como um ser social, cultural e histórico, que percebe suas mais variadas necessidades e transforma a natureza e o mundo para satisfazê-las, ao passo em que também transforma a si mesmo, entendemos que relações são estabelecidas pelos sujeitos com o saber desde seu nascimento em um mundo cultural, histórico e social que o precede (CHARLOT, 2000). É possível inferir, portanto, que “a leitura do mundo precede a leitura da palavra” (FREIRE, 1989, p. 11). Ou seja, as experiências vividas pelos sujeitos e os saberes apropriados, na escola ou fora dela, contribuem para a construção de um ser humano social e singular, pois, como afirmam Marx e Engels (2007, p. 94) “não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência”. Nessa perspectiva, portanto, a aprendizagem tem natureza social e acontece orientada pelas relações estabelecidas com os saberes por meio da atividade humana.

Na atividade escolar, a natureza transformada é a humana, por meio da aprendizagem de saberes sistematizados ao longo da história, que é internalizada e forma a consciência do sujeito (LEONTIEV, 1978b), ao passo em que esse sujeito singular se apropria de parte do mundo quando se apropria de saberes já existentes (CHARLOT, 2000).

Ao pensar sobre a Educação e a docência, Cortella (1995) relata que uma reclamação recorrente entre professores é a de que *os alunos de hoje em dia não são como os alunos de antigamente*. Tal constatação, óbvia na concepção de Cortella (1995), reflete as transformações da sociedade, “[...] fruto dos avanços tecnológicos, do desenvolvimento social e, principalmente do amplo debate acerca das pesquisas no campo da Educação” (BRAZ, 2014, p. 15). Então, torna-se importante o professor entender as necessidades de sua atividade docente, com vistas a fazê-las presentes no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos, ou, como diria Paulo Freire, refletir sobre a própria prática de forma crítica (FREIRE, 2020). Além disso, os recursos disponibilizados para o trabalho docente também precisam atender tais necessidades do ensino, para que o trabalho do professor possa atender as demandas de aprendizagem, por meio de diferentes possibilidades. Por conta dessas (e de outras) inquietações, pesquisas e debates acerca da Educação são desenvolvidos, com vistas a buscar meios de avançar e proporcionar boa qualidade para a Educação.

No âmbito da Educação Matemática, Skovsmose (2000) afirma que o ensino tradicional de Matemática é, geralmente, abordado por meio da resolução de exercícios, em que o professor é o protagonista na sala de aula. Nesses moldes, geralmente, os alunos desenvolvem suas ações de forma individual, e o ambiente da sala de aula é organizado de maneira sistemática, de modo que os questionamentos dos alunos são pontuais ou tímidos em relação ao conteúdo ensinado. Esse cenário tradicional, Skovsmose (2000) chamou de *paradigma do exercício*. Em contrapartida, Skovsmose (2000) propõe *cenários para investigação*, que sugerem uma organização da sala de aula que se diferencia do paradigma do exercício. Enquanto o cenário tradicional propõe a resolução de exercícios formalizados em modelos prontos, nos cenários para investigação os sujeitos “são convidados a se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada” (SKOVSMOSE, 2000, p. 66), o que possibilita a ação em debates sociais, investigação, levantamento de hipóteses e questionamentos, e potencializa a valorização dos saberes dos alunos.

O paradigma do exercício e os cenários para investigação, combinados com três referências recorrentes nas aulas de Matemática (Matemática; semirrealidade; realidade), possibilitam a categorização de seis ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2000). Considerando os ambientes de aprendizagem como as condições em que os alunos são convidados a desenvolverem suas ações (BARBOSA, 2007), compreendemos que a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática pode ser entendida como “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p. 161).

O Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná considera direito dos alunos, além de aprender Matemática, reconhecê-la como uma ciência viva, produzida a partir das necessidades sociais e culturais, ao longo da história da humanidade; desenvolver habilidades relacionadas ao pensamento matemático e ao raciocínio lógico; participar de práticas sociais e culturais de forma crítica; utilizar a Matemática e as tecnologias digitais na resolução de problemas do cotidiano; interagir e contribuir para o desenvolvimento da ciência, por meio de pesquisas que busquem soluções para os problemas; valorizar a diversidade, a ética e a democracia, por meio do desenvolvimento de práticas e projetos solidários, que atendam questões de urgência social, dentre outros (PARANÁ, 2018).

O ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática vai ao encontro desses pressupostos, uma vez que possibilita condições que promovem ações peculiares entre professor e alunos, o que a diferencia de outros ambientes de aprendizagem (BARBOSA, 2004), pois o ambiente de aprendizagem de Modelagem

está associado a problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas, enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 75).

No ambiente de aprendizagem de Modelagem, os alunos são os protagonistas e o professor é o orientador¹ das ações desenvolvidas, de acordo com seus objetivos didáticos.

Considerada como um campo de pesquisa consolidado na esfera nacional (CEOLIM, 2015), a Modelagem Matemática ainda possui lacunas na pesquisa referente aos anos iniciais (SILVA; KLÜBER, 2012; TORTOLA, 2016). O desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática nesse nível de escolaridade envolve ações características, que compõem seus encaminhamentos, como: escolha por temas lúdicos ou com aproximações do cotidiano e curiosidades, às vezes, sobre temas presentes na escola; formulação do problema com auxílio do professor, denotando curiosidades sobre o tema; discussões sobre o tema estudado, sobre experiências compartilhadas, sobre situações fictícias e discussões que fogem

¹ Quando assumimos que o professor é o orientador das ações desenvolvidas, precisamos significar o sentido de orientar. Na perspectiva que assumimos, orientar significa: encaminhar, dirigir, influenciar, inspirar, instruir, ensinar, incentivar, estimular, impulsionar, nortear, guiar, conduzir, intervir. Ou seja, a orientação do professor não é neutra na atividade e permeia todo o processo de ensino e aprendizagem, de acordo com os objetivos didáticos.

do assunto estudado; modelos que envolvem diferentes linguagens e representações, como gráficos, aritmética e outras representações que refletem conteúdos matemáticos coerentes com a idade escolar; pouca autonomia nas discussões e validação das soluções, especialmente entre os alunos mais novos, sendo crucial a orientação do professor nesta ação, dentre outras características (TORTOLA, 2016).

Pesquisas apontam que a Modelagem pode ser qualificada como uma atividade segundo a perspectiva histórico-cultural (ALMEIDA; BRITO, 2005; BRITO, 2004; ALMEIDA; FERRUZZI, 2011). Nesta pesquisa, consideramos que o ambiente de aprendizagem de Modelagem configura-se como uma atividade, segundo as lentes da Teoria da Atividade de Leontiev (1978a, 1978b), uma vez que ações e operações são executadas individualmente ou em grupos, para suprir uma necessidade (por exemplo, resolver um problema com referência na realidade, por meio da Matemática), com vistas a um objetivo (por exemplo, ensinar/aprender Matemática) que coincide com o motivo (por exemplo, ensinar/aprender Matemática) que impulsiona a constituição da atividade. A atividade de Modelagem é orientada por um professor e mediada por instrumentos didáticos que conduzem a um modelo para o problema em estudo, dependendo das condições do ambiente de aprendizagem.

Leontiev (1978a) define atividade em três elementos estruturantes – atividade propriamente dita, ações e operações. Cada elemento da atividade é estimulado por um *motivo*, que se configura como um propulsor da atividade porque conecta uma necessidade e um objetivo. Na atividade propriamente dita, o motivo coincide com o objetivo da atividade (ASBAHR, 2005).

No ambiente de Modelagem que se constitui como atividade, diferentes relações com diferentes saberes são estabelecidas por cada sujeito envolvido: relação com o conteúdo; relação com diferentes temas; relação com os outros; relação consigo mesmo. Tais relações, que envolvem diferentes conhecimentos, conduzem à apropriação de saberes. Nesta pesquisa, o saber é conceituado como relação, pois “se o saber é relação, o valor e o sentido do saber nascem das relações induzidas e supostas por sua apropriação” (CHARLOT, 200, p. 64), ou seja, permite ao sujeito aprender e atribuir sentido ao que aprende. Segundo Charlot (2000), a relação com o saber é, fundamentalmente, uma relação com o mundo, que é desenvolvida, também, por meio de uma relação consigo mesmo e com os outros. Tais relações podem acontecer em diferentes dimensões, das quais destacamos três: *i) epistêmica* – apropriação de saberes- objetos (por meio de um professor ou de um livro), domínio relacional ou domínio de uma atividade (aprender a nadar, por exemplo); *ii) social* – envolve a origem social do sujeito,

bem como a evolução do mundo do trabalho, da cultura, etc. Faz referência ao mundo em que o sujeito está inserido, em um dado momento histórico e que faz parte da história da humanidade; *iii) pessoal* – envolve as afinidades, preferências e gostos. É movida pelos interesses do sujeito singular, com o que ele se identifica ou não.

Durante o desenvolvimento das ações que permeiam o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, entendemos que diversas relações com o saber, segundo a perspectiva de Charlot (2000), podem ser estabelecidas neste ambiente. Em outras palavras, há, no âmbito em questão, algumas intersecções comuns entre as ações executadas no ambiente de aprendizagem de Modelagem e as relações estabelecidas, pelos sujeitos, com o saber.

Para ilustrar essa argumentação, tomemos como exemplo outra parte da história de Pedro e Antônio descrita por Freire (1989): Pedro sabia colher cacau desde pequeno. Antônio, por sua vez, não sabia colher cacau, mas, em sua prática aprendeu a imprimir jornal, ao contrário de Pedro. Ambas as ações presentes nas atividades exercidas por Pedro e Antônio em seus respectivos trabalhos eram necessárias e válidas. Freire (1989) afirma que tanto Pedro quanto Antônio precisam, têm o direito e podem conhecer mais e se relacionarem com saberes diferentes, o que potencializa a aprendizagem de novos conceitos por eles. Em uma atividade escolar, Pedro e Antônio poderiam ser convidados por um professor a conhecer o local em que o outro trabalha, fazer uma visita, especular, investigar sobre o funcionamento, buscar informações. A partir dos dados encontrados, é possível formular um problema com referência na realidade, respondê-lo e conhecer mais sobre a colheita de cacau ou sobre a impressão de jornais. Discussões em sala de aula seriam concretizadas, conduzidas pelas ações do professor, que é o orientador e, portanto, mediador da atividade de aprendizagem nesse ambiente. Nessa perspectiva, a atividade de ensino do professor se constitui, também, pela atividade de aprendizagem (do estudante).

Uma atividade desse tipo configura um ambiente de aprendizagem diferente do habitual nas aulas de Matemática pautadas em exercícios. Hipóteses precisariam ser assumidas; um problema, formulado para ser investigado por meio de conceitos matemáticos¹; diferentes respostas poderiam solucionar o problema, e não somente uma; questionamentos poderiam ser realizados, e os alunos poderiam trabalhar coletivamente, compartilhando diferentes funções, ao passo em que produzem um modelo (ou modelos) para

¹ Vygotsky (1991) defende que é na escola que os conceitos científicos se concretizam, diferenciando-se de conceitos espontâneos a nível psicológico. Nessa perspectiva, a aprendizagem de conceitos científicos contribui para o desenvolvimento da consciência e do pensamento reflexivo.

o problema estudado. A resposta dos grupos e os modelos para resolver o problema poderiam ser socializados com a turma e validados, por meio de discussões que vão além da aprendizagem de Matemática. Ademais, o professor poderia encorajar os alunos a verificarem seus modelos produzidos, utilizando outros já existentes sobre o tema. Nesse contexto, entendemos que o respeito aos saberes e à autonomia dos alunos precisa ser praticado em sala de aula, o que vai ao encontro da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001) e da Pedagogia de Freire (2020).

Dependendo da condução do professor, de seus objetivos didáticos e do envolvimento dos alunos, a situação ilustrada poderia configurar um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, e uma atividade, na perspectiva de Leontiev (1978a), em que diferentes relações com o saber podem ser estabelecidas, segundo Charlot (2000).

Os encaminhamentos peculiares que configuram o ambiente de Modelagem na sala de aula dos anos iniciais e nossas experiências nesse nível de escolaridade nos motivam a desenvolver esta pesquisa nos anos iniciais.

Nesta pesquisa, nos instiga o interesse sobre três aspectos que envolvem Modelagem Matemática nos anos iniciais: os ambientes de aprendizagem de Modelagem; as relações com o saber que se manifestam nestes ambientes; a ação do professor enquanto orientador da atividade que pode se constituir neste ambiente.

Com essas inquietações, nos questionamos: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?* Para responder à esta questão motivadora, elaboramos o objetivo geral: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade.

Para nortear nossa pesquisa, desdobramos o objetivo geral em três específicos, a saber:

- Identificar as ações do professor desenvolvidas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais sob a perspectiva da Teoria da Atividade;
- Identificar as relações com o saber estabelecidas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz de três dimensões da relação com o saber (epistêmica; social; pessoal);
- Interpretar a relação entre a constituição de uma atividade e as relações estabelecidas com o saber em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais.

A fim de atender ao nosso objetivo, desenvolvemos esta pesquisa, que se caracteriza por ser do tipo documental, por meio do método qualitativo, que nos permite descrever e interpretar os dados segundo nossas lentes teórico-metodológicas assumidas para a

investigação. Os dados para esta pesquisa emergem de duas teses selecionadas – Tortola (2016) e Zanella (2016) – em uma busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no dia 06/01/2021. O *corpus* é composto pela descrição dos encaminhamentos de cinco atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas e descritas pelos autores das duas teses selecionadas. A análise do *corpus* é sustentada na Análise Textual Discursiva (ATD), proposta por Moraes e Galiazzi (2011).

No que tange às nossas bases epistemológicas, considerando os conceitos apresentados sobre atividade e relação com o saber, nos interessamos em realizar nossas análises sob a perspectiva das lentes teóricas pautadas em:

- Skovsmose (2000), por considerarmos a Modelagem como um ambiente de aprendizagem, segundo a visão de Barbosa (2004);
- Leontiev (1978a, 1978b), por tencionarmos olhar para as ações do ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais sob a ótica do conceito de ação como elemento estruturante de uma atividade;
- Charlot (2000), tencionando olhar para as relações com o saber que se revelam neste ambiente, em particular, nas ações de Modelagem nos anos iniciais.

O processo que constitui essa investigação é apresentado nesta dissertação por meio de seis capítulos, incluindo esta introdução. No segundo Capítulo, apresentamos os ambientes de aprendizagem, segundo a perspectiva de Skovsmose (2000), a Modelagem Matemática, segundo a concepção de Barbosa (2001, 2004, 2007), e finalizamos com uma discussão sobre o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No Capítulo 3, apresentamos uma visão geral da Teoria da Atividade e da relação com o saber, com destaque para alguns elementos dessas teorias que nos interessam nesta pesquisa. Finalizamos este capítulo com um olhar pedagógico sobre a relação com o saber e a atividade na perspectiva de Leontiev, relacionando-as com o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática.

Após abordar os encaminhamentos teóricos nos Capítulos 2 e 3, os aspectos metodológicos desta pesquisa são descritos detalhadamente no Capítulo 4, onde apresentamos a trajetória da pesquisa; a seleção dos dados; a interpretação da metodologia utilizada em nossas análises; e as atividades selecionadas para nosso *corpus*, pautadas nas descrições realizadas pelos pesquisadores que as desenvolveram em sala de aula (TORTOLA, 2016; ZANELLA, 2016).

No Capítulo 5, apresentamos nossas análises, segundo nossos objetivos de pesquisa. Ao todo, emergiram três categorias: *ações mobilizadoras*; *ações de execução*; *ações de validação*. Todas as categorias foram analisadas com foco nos objetivos específicos elencados, com vistas a atingir o objetivo geral ao final do processo.

No Capítulo 6, refletimos sobre a pesquisa e apresentamos nossas conclusões.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA COMO AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

Neste capítulo, abordamos a Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem, no contexto desta pesquisa. Para isso, apresentamos, na seção 2.1, a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, com ênfase em alguns aspectos históricos que permeiam seu surgimento e consolidação na pesquisa brasileira. Na seção 2.2, são apresentados conceitos sobre os ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000), pois é importante conceituá-los para então buscarmos compreensões sobre a Modelagem Matemática enquanto ambiente de aprendizagem. Além disso, na seção 2.3, descrevemos algumas nuances que medeiam o trabalho com Modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É importante considerar que a Modelagem Matemática é vista por meio de diferentes concepções e perspectivas que, do ponto de vista científico e pedagógico, influenciam na prática docente e na pesquisa e, dessa forma, consideramos importante conceituá-la conforme nossas bases epistemológicas para esta pesquisa.

2.1 Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

Buscar compreensões sobre os fenômenos naturais, criar meios de adaptação e de sobrevivência, inovar técnicas e estar sempre ativo em busca do novo caracterizam intrinsecamente o ser humano e sua atividade, desde o homem primitivo. A Matemática, por sua vez, é uma ciência que se desenvolveu historicamente, como parte da cultura criada pela humanidade, e que foi produzida socialmente para resolver problemas de ordem prática (EVES, 2011). Dessa forma, podemos considerar que a Matemática se faz presente na atividade humana e no contexto social desde os tempos mais remotos.

De forma geral, a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática (Modelagem, doravante) parte de um tema referenciado na realidade ou em outras áreas do conhecimento, em que ferramentas Matemáticas são utilizadas na formulação, busca por uma solução e interpretação de um problema. Todo esse processo é, posteriormente, validado com base nas soluções obtidas para o problema inicial. Com essa visão, é possível considerar que a Modelagem Matemática é tão antiga quanto a própria Matemática (MACHADO, 2006; BASSANEZI, 2015), “ao passo que ela nos permite descrever e compreender o mundo por

meio de ferramentas Matemáticas” (BRAZ, 2017, p. 46). Portanto, Modelagem “[...] é Matemática por excelência. As origens das ideias centrais da Matemática são o resultado de um processo para entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade” (D’AMBROSIO, 2002, p. 11).

Apesar dessa compreensão de que sua existência é presente desde tempos remotos, as discussões sobre Modelagem na perspectiva da Educação Matemática no Brasil tiveram início na década de 1960, com mais predominância no fim da década de 1970 (SOARES *et al*, 2020). Diversos professores e pesquisadores foram responsáveis pela disseminação e consolidação da Modelagem no Brasil, dentre os quais podemos destacar Aristides C. Barreto, Rodney Carlos Bassanezi, Ubiratan D’Ambrosio, João Frederico Meyer, dentre outros (BIEMBENGUT, 2009; SOARES *et al*, 2020). Na Educação Brasileira, Aristides C. Barreto foi o precursor da Modelagem enquanto estratégia de ensino de Matemática. Ao tornar-se professor da PUC/Rio, Barreto utilizou a Modelagem como estratégia de ensino, sendo responsável por formular modelos em diversas áreas do conhecimento, juntamente com seus alunos e, além disso, por ter orientado as duas primeiras dissertações sobre Modelagem no Brasil (BIEMBENGUT, 2009).

Como consequência de seus trabalhos, Barreto apresentou e defendeu sua proposta em eventos, nos quais conquistou muitos adeptos. Dentre eles, destacamos Rodney Carlos Bassanezi, que foi o maior disseminador da Modelagem no Brasil (BIEMBENGUT, 2009). O momento inicial do trabalho de Bassanezi foi inspirado nas ideias socioculturais de Ubiratan D’Ambrosio (BARBOSA, 2001). Vale ressaltar que D’Ambrosio foi coorientador de Bassanezi em sua tese de doutorado (SOARES, *et al*, 2020). Ao participar dos projetos promovidos por D’Ambrosio na Universidade de Campinas (UNICAMP), Bassanezi se inspirou neles e organizou um curso para 30 professores que lecionavam Cálculo Diferencial e Integral I e, posteriormente, contabilizou diversos cursos de pós-graduação e formação continuada para professores de todas as regiões do país (BIEMBENGUT, 2009).

Segundo Soares *et al* (2020, p. 610, grifos dos autores), “o termo *modelagem Matemática* não era abordado nas pesquisas realizadas; contudo, eram usados, sobretudo, os termos *modelos* ou *modelos matemáticos*”. Considerada como um instrumento indispensável para a Matemática Aplicada (BASSANEZI, 1999), a Modelagem teve início com a prática docente alicerçada nesta área em particular. Para Biembengut (2009), o que impulsionou Bassanezi a promover e defender o trabalho com Modelagem como estratégia de ensino de Matemática foi, possivelmente, a dificuldade de muitos professores em responder, por meio de aplicações, perguntas relacionadas à utilidade prática da Matemática. Entendemos que as

possibilidades da Modelagem como estratégia de ensino vão além dessa inquietação inicial, pois

[...] a dinâmica das aulas com modelagem Matemática pode fortalecer o desenvolvimento de múltiplos aspectos favoráveis à aprendizagem, incluindo-se a autonomia na resolução de problemas matemáticos característicos da realidade e a apreciação crítica do uso da Matemática nessas situações, o que se reflete na atuação do sujeito na sociedade. Além disso, a modelagem contribui para o desenvolvimento de competências Matemáticas, desencadeando a retenção de tópicos matemáticos e, como consequência, a construção do conhecimento na área (TORTOLA; ALMEIDA, 2013, p. 624).

Aristides C. Barreto e Rodney C. Bassanezi desempenharam papel fundamental, sobretudo no início das pesquisas sobre Modelagem, porém ambos atuavam no Ensino Superior e Pós-Graduação e, portanto, suas ideias para a Educação Básica não eram consolidadas nas próprias experiências e vivências. De acordo com Biembengut (2009), esse fato contribuiu para inspirar outros educadores e despertar novas compreensões e, conseqüentemente, diversas concepções sobre Modelagem, o que alargou as possibilidades de desenvolvimento das pesquisas e da utilização da Modelagem como estratégia de ensino em outros níveis de escolaridade.

Os estudos sobre Modelagem no Brasil aumentaram consideravelmente, e, atualmente, podemos considerá-la como um campo consolidado na pesquisa em Educação Matemática (CEOLIM, 2015). Com o crescente interesse pela pesquisa sobre Modelagem, intensificado na década de 1990, foi organizada pela primeira vez, em 1999, a Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). Este evento acontece desde então¹, em periodicidade bienal, sendo que a última edição aconteceu em 2019². Para favorecer os debates sobre Modelagem entre os pesquisadores interessados, em 2001 foi criado um Grupo de Trabalho (GT) sobre Modelagem Matemática³, na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Por ser o décimo grupo da SBEM a ser criado, esse GT é conhecido como GT10. Esses fatos contribuem para evidenciar que, atualmente, a Modelagem é um campo de estudos sólido na pesquisa brasileira.

¹ Informações obtidas no site da XI CNMEM: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/index/pages/view/historico2019>. Acesso em: 04 Out. 2021.

² A edição da CNMEM de 2021 foi adiada por conta da pandemia de COVID-19. A próxima Conferência está prevista para ocorrer em 2023.

³ Para mais informações sobre esse GT, acesse <http://www.sbem.com.br/gA10/quemsomos.html>. Acesso em: 04 Out. 2021.

No âmbito nacional, diversos autores preocupam-se em definir a Modelagem Matemática com olhares voltados para sua própria prática enquanto educadores e pesquisadores. Segundo Braz (2014, p. 21), “ainda que o lócus das diferentes concepções acerca da Modelagem Matemática, no cenário nacional, seja essencialmente o mesmo, tais compreensões podem diferenciar-se de acordo com os objetivos didáticos do professor”. Porém, essa diversidade de compreensões sobre a Modelagem e as concepções emergentes da variedade de objetivos para o trabalho em sala de aula não apenas a definem com olhares diferenciados; Cavalho e Nicot (2019) afirmam que os estudos promovidos por diversos pesquisadores têm o objetivo intrínseco de contribuir para a Educação Matemática, alargando as possibilidades da prática pedagógica por meio da Modelagem.

Face à importância de apresentar a Modelagem no contexto da Educação Matemática e as possibilidades de diferentes objetivos em sala de aula e na pesquisa, dependendo da concepção e perspectiva assumidas, emerge a importância de enfatizar o que entendemos por Modelagem. Nesta pesquisa, a perspectiva que adotamos corrobora a ideia de que a Modelagem pode ser compreendida como um ambiente de aprendizagem (BARBOSA, 2004, 2007). Os conceitos que envolvem um ambiente de aprendizagem, segundo essa perspectiva, são assentados em Skovsmose (2000). Para isso, é importante entendermos o que é um ambiente de aprendizagem e como a Modelagem se encaixa nesse conceito, conforme apresentamos na seção que segue.

2.2 Ambientes de Aprendizagem: situando a Modelagem nesta perspectiva

Os estudos do professor dinamarquês Ole Skovsmose o levaram à percepção de que o ensino tradicional da Matemática é sustentado por um processo em que o professor apresenta exercícios, os alunos resolvem, e a sala de aula é silenciosa e organizada de forma individual. Esse cenário, Skovsmose (2000) nomeou *paradigma do exercício*. Para o autor, a prática tradicional em diferentes contextos escolares, que investigou em diversos países, é pautada nesse paradigma.

Skovsmose (2000) relata sobre projetos que desenvolveu em diferentes países, nos quais ensinou Matemática por meio de investigações que oportunizavam aos alunos realizarem questionamentos, levantamento de hipóteses, argumentações justificadas, pesquisas e discussões, num processo de valorização dos saberes dos alunos, em que o professor conduzia e orientava os estudantes. Diferenciando-se fortemente do paradigma do

exercício e, por vezes, até se contrapondo a ele, essa nova proposta desenvolvida em seus projetos, Skovsmose (2000) nomeou de *cenários para investigação*.

As intencionalidades de uma abordagem investigativa vão ao encontro da pedagogia progressista de Paulo Freire, que propõe um ensino pautado especialmente no respeito, na liberdade, no incentivo ao pensamento crítico, na autoridade (e não no autoritarismo), na ética e na reflexão crítica do professor sobre a própria prática (FREIRE, 2020). Nesse sentido, Skovsmose (2000) defende que os cenários para investigação podem contribuir para desenvolver a *materacia* nos estudantes, que “[...] não se refere apenas às habilidades Matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática” (SKOVSMOSE, 2000, p. 67), o que é um dos interesses da Educação Matemática Crítica proposta por Skovsmose (2001).

Baseado no paradigma do exercício e nos cenários para a investigação combinados com três tipos de referências recorrentes na sala de aula, Skosmose (2000) define a existência de seis diferentes *ambientes de aprendizagem*. O autor não defende um único ambiente de aprendizagem e nem o abandono do paradigma do exercício para ensinar Matemática exclusivamente nos cenários para investigação. Segundo ele, caminhar por entre esses ambientes pode contribuir para que a Educação Matemática tenha uma dimensão crítica e, ademais, para desenvolver espaços democráticos nas microssociedades da sala de aula e, conseqüentemente, consolidar sociedades democráticas. Os ambientes de aprendizagem propostos por Skovsmose (2000) são ilustrados por meio do Quadro 2.1:

Quadro 2.1 - Ambientes de Aprendizagem

	Paradigma do Exercício	Cenários para Investigação
Referências à Matemática Pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Adaptado de Skovsmose (2000, p. 73).

Um ambiente de aprendizagem pode ser entendido como as condições que são proporcionadas aos estudantes para que desenvolvam suas ações (BARBOSA, 2007). Em relação aos ambientes pautados no cenário para investigação, Skovsmose (2000, p. 72) esclarece que o desenvolvimento do ambiente é condicionado ao aceite do convite pelos alunos, “pois o cenário somente torna-se um cenário para investigação se os alunos aceitam o convite”. Em suma,

Ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional. A aceitação do convite depende de sua natureza (a possibilidade de explorar e explicar propriedades Matemáticas de uma tabela de números pode não ser atrativa para muitos alunos), depende do professor (um convite pode ser feito de muitas maneiras e para alguns alunos um convite do professor pode soar como um comando), e depende, certamente, dos alunos (no momento, eles podem ter outras prioridades). O que pode servir perfeitamente como um cenário para investigação a um grupo de alunos numa situação particular pode não representar um convite para um outro grupo de alunos. Se certo cenário pode dar suporte a uma abordagem de investigação ou não é uma questão empírica que tem que ser respondida através da prática dos professores e alunos envolvidos (SKOVSMOSE, 2000, p. 72).

Ou seja, a concretização de um cenário investigativo é condicionada a diferentes fatores, não dependendo somente da atitude do professor em propor e convidar os alunos para estabelecerem um cenário com vistas à investigação no ambiente da sala de aula.

O ambiente do tipo (1) é o ambiente com referência exclusiva na Matemática e sustentado pelo paradigma do exercício. É o ambiente mais tradicional, conforme as constatações de Skovsmose (2000). Nesse ambiente, o ensino é dominado por exercícios formais pautados na Matemática pura (SKOVSMOSE, 2000), em que questionamentos, levantamento de hipóteses e a interação entre os estudantes acontece de forma limitada, e a atitude do professor é a de explicar como os exercícios são resolvidos e esclarecer as possíveis dúvidas que podem surgir, porém, sem a possibilidade de investigar mais profundamente sobre o problema.

O ambiente do tipo (2) envolve números, figuras geométricas e um convite para o cenário de investigação. Skovsmose (2000) ilustra uma situação que possibilita a constituição de um ambiente do tipo (2) que, assim como todos os ambientes pautados no cenário para a investigação, é condicionada ao aceite dos alunos a se envolverem na investigação, uma vez que “[...] no cenário para investigação os alunos são responsáveis pelo processo” (SKOVSMOSE, 2000, p. 71).

Skovsmose (2000) nos apresenta a seguinte ilustração para explicitar o ambiente de tipo (2): uma tabela de números organizados ordinalmente, em que um retângulo envolvendo 6 números é traçado e explorado na forma de diferentes funções e, quando o retângulo é transladado ou girado em um ângulo de 90° , oportuniza a exploração de diferentes possibilidades em que questionamentos e novas necessidades de investigação podem surgir. Os alunos, ao aceitarem o convite, tornam-se protagonistas no processo e, ademais, questionam, exploram e investigam o que pode acontecer quando novas funções ou hipóteses são levantadas. Podemos perceber que, nesse ambiente, a referência é especificamente a

Matemática; entretanto, o professor tem papel de orientador no processo, ao passo em que os alunos assumem uma maior participação (SKOVSMOSE, 2000).

O ambiente do tipo (3) é pautado em exercícios, assim como o do tipo (1). Todavia, diferencia-se a referência, a qual é condicionada a uma semirrealidade. O que Skovsmose (2000) ilustra como semirrealidade é uma situação que poderia acontecer, entretanto, ao construir um exercício nenhuma investigação empírica sobre a situação é realizada, ou seja, é uma situação artificial, com referência em uma semirrealidade imaginada pelo autor do problema. Muitos livros didáticos possuem exercícios deste tipo. Skovsmose (2000) ilustra o exemplo “[...] do livro de Dowling, *The Sociology of Mathematics Education: Mathematical Myths /Pedagogical Texts*, no qual ele descreve os ‘mitos de referências’ (SKOVSMOSE, 2000, p. 74), em que a situação se refere a “um feirante A vende maçãs à \$0,85 o kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por \$1,00. (a) Qual feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?” (SKOVSMOSE, 2000, p. 73-74). Nesse caso, o autor do problema dificilmente realizou uma pesquisa para saber, por exemplo, em que situação seria relevante para um cliente adquirir 15 kg de maçãs. Por isso, Skovsmose chama essa situação de semirrealidade. Nesse sentido,

a prática da educação Matemática tem estabelecido padrões específicos de como operar numa dada semirrealidade. Se, por exemplo, um aluno pergunta ao professor sobre a distância entre as lojas e a casa da pessoa que está indo comprar as maçãs; e se o aluno desejar descobrir que distância é possível carregar uma sacola de 15 kg, fazendo um experimento no pátio da escola; e ainda, se o aluno pergunta se ambas as lojas possuem serviço de entrega em domicílio ou não; e se podemos considerar a qualidade das maçãs das duas lojas como sendo a mesma, nesse caso, o professor provavelmente considerará que o aluno está tentando obstruir a aula de Matemática (SKOVSMOSE, 2000, p. 74).

O ambiente do tipo (4) também é pautado em uma semirrealidade. Contudo, convida os alunos para investigarem uma situação com essa referência, o que possibilita a resolução de problemas e a investigação dos questionamentos que podem surgir. Skovsmose (2000) exemplifica esse ambiente por meio de uma corrida de grandes cavalos, em que uma tabela é escrita no quadro, representando os cavalos, e dois dados são jogados para movimentar cada cavalo. Os alunos são divididos em grupos de apostadores, outros alunos se responsabilizam pelas anotações. Nesse sentido, ao aceitarem o convite, os alunos terão a oportunidade de se imaginarem na semirrealidade da corrida de cavalos, na qual poderão explorar diferentes conceitos sobre a chegada de cada cavalo a partir das possibilidades proporcionadas pela

soma dos dados, sobre as apostas e as premiações oferecidas na agenda de cada cavalo e, nesse sentido, diferentes discussões podem ser exploradas pelos alunos, orientados pelo professor.

Antes de conceituarmos os ambientes de aprendizagem (5) e (6), faz-se necessário explicar brevemente a nossa compreensão sobre o que é *realidade*. Entendemos que a realidade não se caracteriza tão somente pelo que é presente no contexto dos sujeitos envolvidos, mas sim por referência em uma situação presente em um dado contexto existente e que pode ser investigado, mesmo que a situação não faça parte do convívio ativo dos sujeitos envolvidos no trabalho. Por exemplo, uma situação problema que envolve a cultura nordestina pode ser estudada por alunos do sul do Brasil, mesmo que não tenham contato direto com a problemática envolvida; em nosso ver, é importante pesquisar, estudar e conhecer sobre outros horizontes, o que pode favorecer que a Educação seja crítica e mais empática sobre diferentes problemáticas existentes. Descarta-se de realidade, portanto, aquela situação imaginária ou fictícia, mesmo que seja possível imaginar seu acontecimento em um dado momento. Dessa maneira, o conceito de realidade se diferencia da semirrealidade. Não temos intenção em nos aprofundar sobre esses conceitos, mas apresentar a nossa visão sobre a significação envolvida na palavra *realidade*.

Pautado no paradigma do exercício, mas com uma abordagem estruturada em situações e informações coletadas da realidade: eis a caracterização de um ambiente do tipo (5). Skovsmose (2000) ilustra o ambiente do tipo (5) por meio de uma situação em que diagramas sobre desemprego são elaborados a partir de dados reais. Com base nesses dados, exercícios são construídos sobre diferentes países, períodos de tempos, entre outros. Diferentemente do ambiente do tipo (3), o do tipo (5) oferece “[...] uma condição diferente para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que agora faz sentido questionar e suplementar a informação dada pelo exercício” (SKOVSMOSE, 2000, p. 75). Esta situação, embora centrada no paradigma do exercício, dá abertura para um diálogo diferente do habitualmente estabelecido em aulas de Matemática mais voltadas para a prática tradicional.

Finalmente, o ambiente do tipo (6) caracteriza um enfoque investigativo com referência na realidade. Skovsmose (2000) exemplifica um ambiente do tipo (6) por meio de diversos projetos que desenvolveu com alunos dinamarqueses. Citaremos, aqui, o projeto de planejamento e construção de um playground, desenvolvido com alunos de 7 anos. Em um terreno disponível na escola, foi construído o playground e, para que se consolidasse a construção, os pais também participaram do projeto. Os alunos visitaram playgrounds na cidade para entender como funcionavam os brinquedos e selecionar os mais adequados. Para

Skovsmose (2000, p. 81), o “[...] mais difícil foi especificar a qualidade exata de um bom playground. Qual é a altura dos balanços? Quanta areia é necessária? Muitas coisas precisavam ser medidas, e, para não esquecer essas medidas, tornou-se importante anotá-las. Não é uma atividade fácil!”.

Este projeto durou alguns meses e, em alguns momentos, se fez necessário realizar *trabalhos de escritório*, o que para Skovsmose (2000) caracterizou um *passeio* no ambiente do tipo (1). É neste sentido que Skovsmose (2000) não defende um ambiente de aprendizagem específico e nem o abandono do paradigma do exercício para que a Educação Matemática se consolide na sala de aula de forma qualitativa. Para ele, um passeio entre os ambientes é mais interessante e, além disso, necessário, tanto para os alunos quanto para os professores, pelo fato de que os ambientes pautados nos cenários para investigação demandam trabalhos mais intensos; já os ambientes centrados no paradigma do exercício possibilitam a tranquilidade necessária para que essa intensidade dê frutos.

Vincular os ambientes de aprendizagem investigativos às aulas de Matemática, em nosso ver, contribui para a criação da *necessidade* de apropriação dos conteúdos matemáticos pelos alunos, o que pode alargar as possibilidades de aprendizagem e a relação com diferentes tipos de conhecimentos, não somente matemáticos, nas aulas de Matemática. Ao propor um ambiente investigativo em sala de aula, especialmente nesta pesquisa, um ambiente pautado na realidade, acreditamos que uma Educação Matemática diferente é possível e, portanto, nos motivamos a estudar sobre a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem que pode ser concretizado desde os anos iniciais da Educação Básica.

Corroboramos o argumento de Barbosa (2001, 2004, 2007), que se inspirou em Skovsmose (2000), para definir que a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática pode ser entendida como um ambiente de aprendizagem. Barbosa (2001, 2004, 2007) assume uma concepção de Modelagem mais voltada para a Educação Matemática Crítica. Dada a sua importância nesta pesquisa, nos aprofundamos nessa concepção, embora assumamos o pressuposto de que um ambiente de aprendizagem se constitui independentemente da concepção de Modelagem assumida pelo professor orientador do trabalho em sala de aula.

Barbosa (2004) ressalta sua preocupação em desenvolver uma Educação Matemática que promova a formação de sujeitos críticos e acredita que a

[...] Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da Matemática, o que me parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de

construção e consolidação de sociedades democráticas (BARBOSA, 2004, p. 74).

Nessa perspectiva, Barbosa (2001, 2004, 2007) compreende a Modelagem como um ambiente de aprendizagem em que os alunos recebem um convite para a investigação de situações com referência na realidade, por meio da Matemática. O ambiente de aprendizagem ao qual Barbosa (2001, 2004, 2007) faz referência, pautado em Skovsmose (2000), propõe que o ensino de Matemática seja realizado por meio de espaços democráticos em que a importância da Matemática na sociedade se evidencie.

Partilhando da concepção de Modelagem segundo a visão de Barbosa (2001, 2004, 2007), o convite para uma atividade de Modelagem deve ser pautado no ambiente investigativo do tipo (6) (SANTOS; HERMANN; CEOLIM, 2020). Contudo, caso alguns sujeitos não aceitem o convite do professor, isso não significa um impeditivo para que a atividade seja desenvolvida. No entanto, algumas consequências da recusa são esperadas, pois os alunos podem interessar-se pela atividade e se envolverem nela, ao passo que seus interesses convirjam com o processo de desenvolvimento da atividade ou os alunos podem não se engajarem em nenhum momento e, nesse caso, a atividade de Modelagem pode tornar-se uma atividade tradicional de Matemática para esses alunos, dependendo dos caminhos trilhados (BRAZ, 2014). Além disso, ao longo da atividade, um aluno que se envolveu inicialmente pode não se engajar tanto quanto aquele que a princípio não se interessou.

Nesse sentido, ambientes de aprendizagem sempre são constituídos na sala de aula, independentemente se pautados nos objetivos do professor ou não (SKOVSMOSE, 2000). Ademais, o aceite inicial do convite para o ambiente de aprendizagem de Modelagem não pressupõe participação e envolvimento plenos na atividade (BRAZ; KATO, 2014) e, além disso, numa mesma atividade podem ser constituídos diferentes ambientes de aprendizagem, dependendo, especialmente, das ações desenvolvidas pelos alunos e pelo professor, enquanto orientador. Assim como Skovsmose (2000) sugere, o aceite do convite é condicionado pela sua natureza, pelos objetivos dos alunos e pela ação do professor ao realizá-lo e, nesse sentido, o engajamento dos alunos no ambiente de aprendizagem é condicionado a esses aspectos, cabendo ao professor reforçar o convite durante todo o desenvolvimento da atividade, visando ao maior envolvimento dos alunos. Dessa forma, a orientação e a condução do professor, tanto no convite quanto no uso da linguagem adequada ao nível de escolaridade em que ensina, são fundamentais para que o ambiente de aprendizagem se desenvolva conforme suas intencionalidades.

O desenvolvimento das atividades de Modelagem, na perspectiva de Barbosa (2001, 2004, 2007), varia em relação ao compartilhamento de ações entre professor e alunos no ambiente de aprendizagem, promovendo uma diversidade de *designs* que evidenciam a flexibilidade da Modelagem (BARBOSA, 2004). Essas variações são sintetizadas pelo autor por meio de *regiões de possibilidades*, definidas em três *casos*, ilustrados a seguir no Quadro 2.2.

Quadro 2.2 – Compartilhamento de ações no processo de Modelagem

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor/Alunos
Simplificação e coleta de dados	Professor	Professor/Alunos	Professor/Alunos
Solução	Professor/Alunos	Professor/Alunos	Professor/Alunos

Fonte: Adaptado de BARBOSA (2004, p. 77).

Conforme ilustrado no Quadro 2.2, as ações dos alunos, conduzidas pelo professor nos casos 1, 2 e 3, podem configurar-se de maneiras diferentes, dependendo dos objetivos do professor, do tempo disponível, da organização da sala de aula, da familiaridade com a proposta de Modelagem, tanto do professor quanto dos alunos, e da segurança com que o professor conduz atividades desse tipo.

A organização de sala de aula no caso 1 exige menos participação dos alunos no desenvolvimento do ambiente de Modelagem, visto que o professor propõe o tema, formula o problema, simplifica e coleta os dados necessários, cabendo aos alunos participar ativamente da resolução e validação de uma possível solução encontrada. Nesse caso, portanto, o aluno não precisa buscar mais dados e não há a necessidade de agir fora do ambiente da sala de aula, o que implica uma atividade menos extensa (BARBOSA, 2004).

No caso 2, as ações são mais compartilhadas com os alunos, visto que o professor escolhe um tema, propõe um problema e os alunos precisam investigar a respeito do problema proposto para encontrar dados e resolvê-lo, sempre com a orientação do professor. Nesse caso, os alunos precisam encontrar as variáveis adequadas, as melhores estratégias a serem utilizadas e quais dados encontrados são importantes para que o problema seja resolvido, o que implica uma maior participação e envolvimento dos alunos em cada uma das fases do processo de Modelagem. Todo esse processo ocasiona envolvimento dos alunos para além da sala de aula, o que demanda mais tempo que o ambiente do caso 1 (BARBOSA, 2004).

Já no caso 3, a escolha do tema pode ser proposta pelo professor, pelos alunos ou por ambos, mas, desde a formulação do problema a ser investigado, os alunos já participam

ativamente, o que sugere que o ambiente de aprendizagem, nesse caso, se constitui a partir da ação conjunta entre professor e alunos. Nesse caso, portanto, os alunos têm maior responsabilidade em todo o processo, o que exige mais ações desempenhadas por eles do que outros casos e que demanda maior tempo, mas pode ser solicitada em tempos extras, fora da sala de aula. Além disso, “uma decorrência do desenvolvimento de atividades de Modelagem do tipo 3 é a possibilidade de ser uma fonte de problemas para uso em outras turmas” (BARBOSA, 2004, p. 77), ou seja, oportuniza ao próprio professor utilizar os problemas já formulados por esses alunos em propostas de caso 1 ou 2 com outros alunos.

É importante destacar que, independentemente do caso trabalhado, Barbosa (2007, p. 161) considera como “[...] modelo matemático qualquer representação Matemática da situação em estudo”. Vale destacar que o modelo é muito importante, pois mesmo que não seja generalizado formalmente, enriquece e contribui para reflexões sobre os conceitos matemáticos envolvidos no processo e representam a solução para o problema. Por conseguinte, todo processo que envolve as características e ações de Modelagem em sala de aula é valorizado, com ênfase em algumas discussões que diferenciam o ambiente de aprendizagem de Modelagem de outros ambientes pautados em outras tendências, como por exemplo, o da Resolução de Problemas, da Investigação Matemática, entre outros ambientes investigativos (BARBOSA, 2007).

Para Barbosa (2004), essa diferenciação se dá pelas condições que o ambiente de Modelagem possibilita, que promovem discussões e ações singulares entre professor e alunos. Com olhar voltado para a prática social, compreendida por meio das ações que os sujeitos desenvolvem em certo contexto, Barbosa (2007) destaca que os alunos podem desenvolver diferentes ações no ambiente de Modelagem, como fazer gráficos, desenhar, realizar operações aritméticas e, sobretudo, produzir discursos. Todas essas ações são mediadas por um meio, por exemplo, “[...] o lápis ou o papel, a calculadora ou a linguagem” (BARBOSA, 2007, p. 162), sendo a relação entre ação e meios de mediação indissociável. Nesse sentido, uma ação é produzida de forma convencionada às possibilidades e limitações dos meios de mediação, muito embora as ações não sejam definidas pelos meios de mediação, haja vista que “[...] agentes e meios de mediação se formatam reciprocamente”. (BARBOSA, 2007, p. 163).

Sobre o ambiente de Modelagem, Barbosa (2007) ressalta a importância de focar em discussões, justificada pela legitimidade que os discursos produzidos atribuem às ações dos alunos na sala de aula. Um ambiente em que várias *vozes* estão presentes

[...] nos remete a reconhecer que os discursos produzidos nos momentos de interação social entre alunos (e alunos) e entre estes e o professor são cruciais para compreender a prática de Modelagem dos alunos, pois neles circulam as vozes que serão legitimadas, secundarizadas ou silenciadas, o que se traduz em importantes condicionantes para as ações dos alunos (BARBOSA, 2007, p. 163).

A ênfase que cada perspectiva de Modelagem atribui ao processo dá espaço a diferentes vozes (BARBOSA, 2007). Isto é, dependendo da concepção assumida pelo professor que orienta e dirige o trabalho com Modelagem em sala de aula, é possível produzir diferentes discursos utilizando, por exemplo, um mesmo tema. Tal diferenciação se justifica pelo fato de que “em grande medida, a voz do professor, dotado da legitimidade constituída historicamente, tem grande autoridade na configuração dos discursos, valorizando alguns em detrimento de outros” (BARBOSA, 2007, p. 164), muito embora essa posição do professor não assegure sua hegemonia, considerando a natureza sociocultural das ações que não é limitada no tempo ou no espaço (BARBOSA, 2007).

Considerando a perspectiva sociocultural de que o discurso é um tipo de ação, Barbosa (2007) associa a prática de discussões produzidas no ambiente de Modelagem a rotas de Modelagem¹ como forma para denotar o processo de desenvolvimento do ambiente de Modelagem, haja vista que o autor assume que não há como fazer previsões sobre as ações dos alunos e nem sobre sua ordem neste ambiente. Nesse sentido, ele conceitua as *rotas de modelagem* “[...] como uma progressão de discursos que conduz a um modelo matemático [...]” (BARBOSA, 2007, p.164), em que é necessário analisar como as ações – que são as práticas discursivas – são desenvolvidas com os meios de mediação acessíveis.

Para definir o processo das rotas de modelagem, o autor associa três tipos de discussões, a saber: *matemáticas, técnicas e reflexivas*. As discussões Matemáticas, como o próprio nome já diz, são os discursos produzidos no ambiente de Modelagem que se referem especificamente aos conceitos matemáticos envolvidos; já as discussões técnicas dão subsídio ao processo de matematização da situação e envolvem a estratégia utilizada para resolver o problema por meio das hipóteses assumidas; as discussões reflexivas, por sua vez, conectam

¹ Barbosa (2007) destaca que a noção de *rotas de Modelagem* que propõe é inspirada em Borromeo Ferri (2006), que reflete sobre os processos internos e externos próprios da Modelagem Matemática e a dificuldade de enquadrar uma atividade de Modelagem em fases pré-definidas. Neste sentido, Borromeo Ferri (2006) discute sobre *rotas de Modelagem*, como uma forma de não haver necessidade de cumprir um ciclo pré-determinado, mas de poder caminhar entre as rotas de ações desenvolvidas durante uma atividade de Modelagem Matemática.

os pressupostos usados para construir o modelo matemático aos resultados e, ademais, sobre a sua utilização na sociedade.

Cada discussão possui um papel importante no processo que leva à solução para o problema elencado, e cada uma delas é considerada pelo autor como um componente das rotas de modelagem. Entretanto, dependendo da situação, uma ou outra pode não surgir, o que não descaracteriza o processo. Quando os alunos desenvolvem diferentes tipos de discussões, é possível verificar uma transição entre elas, sendo os impasses encontrados uma das razões pelas quais os alunos transitam entre diferentes discussões, produzidas pela heterogeneidade de vozes presentes (BARBOSA, 2007).

O Quadro 2.3 mostra como as discussões podem ser privilegiadas no ambiente de aprendizagem de Modelagem, conforme os objetivos didáticos:

Quadro 2.3 – Relações entre os propósitos da Modelagem e o tipo de discussão privilegiada

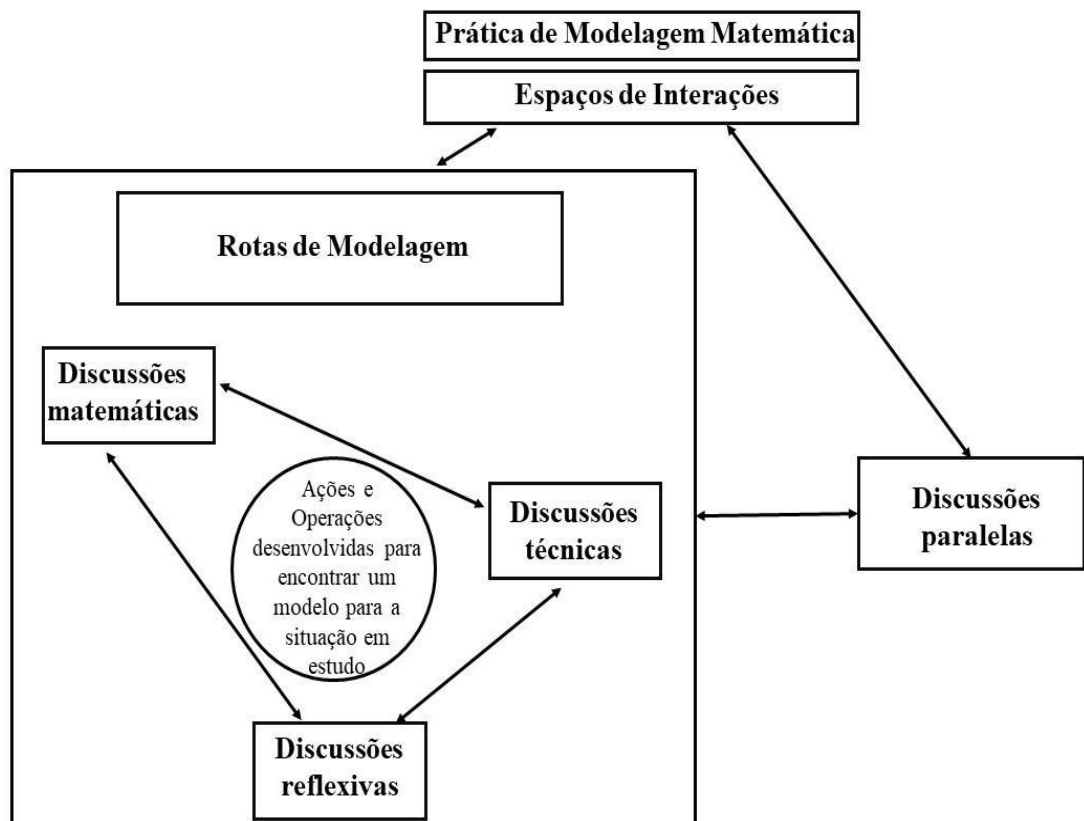
Propósito da Modelagem	Tipos de discussões privilegiadas
Desenvolver conceitos/ideias Matemáticas	Matemáticas
Desenvolver habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados	Técnicas
Analisar a natureza dos modelos matemáticos	Reflexivas

Fonte: Barbosa (2007, p. 169)

É importante destacar que a ênfase em um tipo de discussão não implica suprimir outras discussões, mas evidencia a constituição de diferentes perspectivas de Modelagem (BARBOSA, 2007). Além dessas, Barbosa (2007) descreve outro tipo de discussão que pode contribuir para a reflexão dos alunos a respeito de aspectos da vida em sociedade ou sobre aspectos da Matemática que não têm relação com a produção do modelo matemático, mas que produzem boas ponderações, o que alarga as possibilidades de compreensão sobre o papel da Matemática na sociedade. Esse tipo de discussão, o autor denomina *discussões paralelas*.

Os conceitos propostos por Barbosa (2007) constituem um esboço sobre a prática de Modelagem na sala de aula, considerando-a como um ambiente de aprendizagem nos moldes propostos por Skovsmose (2000). A Figura 2.1 representa os conceitos envolvidos na prática de Modelagem, que constitui um ambiente de aprendizagem:

Figura 2.1 - Prática dos alunos no ambiente de aprendizagem de Modelagem



Fonte: Adaptado de Barbosa (2007, p. 171).

Além do que o autor enfatiza na ação dos alunos como rotas de modelagem, na forma de diferentes discussões, há ainda outras ações e operações que corroboram a constituição do ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, assim como em outros ambientes de aprendizagem, a exemplo de medir, contar, usar materiais manipuláveis, registrar resultados, entre outras. Entretanto, todas as ações são orientadas pelas discussões que se concretizam nesse ambiente, e é essa, segundo Barbosa (2007), a principal especificidade que diferencia o ambiente de Modelagem de outros tipos de ambientes de aprendizagem.

2.3 O ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais

O primeiro trabalho brasileiro de Modelagem nos anos iniciais foi conduzido pelo professor Dionísio Burak e registrado, no ano de 1992, em sua tese (BURAK, 1992). Considerado precursor da Modelagem nos anos iniciais, Burak (1992) relata que orientou diferentes trabalhos de Modelagem em um curso de especialização para professores dos anos iniciais, em que se consolidaram situações de Modelagem com alunos da 1ª à 4ª série do

Ensino Fundamental, envolvendo diferentes temáticas, como pintura de uma sala de aula, arborização e paisagismo, construção de uma horta, entre outras.

Cararo e Klüber (2019) desenvolveram um estudo sobre a presença participativa de professores da Educação Básica na X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), realizada no ano de 2017. Os autores constataram que 54 trabalhos foram desenvolvidos por professores da Educação Básica como autores ou coautores, considerando esse um número expressivo em relação aos 109 trabalhos totais publicados nos anais da X CNMEM. No entanto, a maioria dos professores eram vinculados à Rede Estadual ou Federal de Ensino e, portanto, concentrados nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em se tratando da última CNMEM, que se configurou como a 11ª edição, realizada no ano de 2019, em seus anais foram publicados 42 relatos de experiência e 51 comunicações científicas, totalizando 93 trabalhos. Dentre eles, nove são desenvolvidos no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo quatro relatos de experiência e cinco comunicações científicas, o que representa aproximadamente 10% do total de trabalhos publicados¹. Considerando a lacuna já apontada na literatura quanto às pesquisas que envolvem a prática de Modelagem nos anos iniciais, e os dados relacionados às duas últimas edições da CNMEM, evento sobre Modelagem de maior visibilidade no cenário nacional, é fato que se faz necessário nos debruçarmos sobre esse nível de escolaridade, para melhor compreender sobre o ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais e, ademais, sobre a inserção dessa prática na Educação Básica desde os primeiros contatos dos alunos com o saber escolar.

Burak (1992) afirma que é possível trabalhar com Modelagem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Corroborando essa afirmação, English e Water (2004) defendem que a Modelagem Matemática seja encorajada desde os primeiros anos de escolaridade, especialmente por permitirem o desenvolvimento de algumas habilidades, tais como: interpretação de textos e diagramas que envolvem a Matemática; realização de leitura de tabelas de dados; coleta de dados, bem como sua representação e análise; elaboração de relatórios a partir das análises; trabalho de forma colaborativa em grupos; compartilhamento dos resultados com os colegas da turma.

¹ Dados pesquisados nos anais da XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM). Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/schedConf/presentations>. Acesso em: 20 Nov. 2021.

De acordo com Luna, Souza e Santiago (2009), é na escola que os alunos têm a oportunidade de discutir sobre problemas de ordem social que podem ser resolvidos por meio da Matemática, livrando-os da carga de conceberem a Matemática da certeza e da objetividade. Nesse sentido, o ambiente de aprendizagem de Modelagem possibilita que os alunos dos anos iniciais compreendam a relação entre a Matemática e as decisões tomadas na sociedade e, além disso, que estabeleçam ideologias sociocríticas sobre a Matemática (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, 2009).

Ao se trabalhar com Modelagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é importante considerar que essa proposta “envolve um modo de agir característico, com ações e encaminhamentos específicos, que constitui seu procedimento” (TORTOLA, 2016, p. 268). Além disso, o ambiente de aprendizagem de Modelagem é caracterizado por permitir a abordagem de diversos conceitos matemáticos, e, em geral, não foca especificamente em um conteúdo (TORTOLA; ALMEIDA, 2013; GOMES, 2018), pois se configura em abordagens diferentes dependendo do contexto da sala de aula, o que caracteriza a Modelagem como um ambiente de aprendizagem aberto às possibilidades.

Corroboramos a ideia de que o desenvolvimento do ambiente de aprendizagem de Modelagem é possível em qualquer nível de escolaridade (SANTOS; HERMANN; CEOLIM, 2020; BRAZ; KATO, 2014), considerando que a orientação, a condução e a utilização de linguagem adequada pelo professor nas tomadas de decisões contribuem para o engajamento dos alunos na atividade e, conseqüentemente, para que os objetivos pretendidos sejam alcançados. Tortola (2012) destaca alguns trabalhos desenvolvidos por pesquisadores, no âmbito da pesquisa brasileira e internacional, e afirma que o repertório matemático dos alunos dos anos iniciais precisa ser considerado e valorizado durante o processo de Modelagem.

Embora entendamos que a concepção assumida influencia nos objetivos e no foco do professor em sua condução da atividade, assumimos dois pressupostos sobre o trabalho com Modelagem na sala de aula, independentemente da concepção assumida: primeiramente, que uma atividade de Modelagem constitui-se em um ambiente de aprendizagem, em que o convite é pautado no ambiente do tipo (6); a seguir, que as discussões propostas por Barbosa (2007) medeiam as ações do ambiente de aprendizagem Modelagem em qualquer nível de escolaridade.

As ações dos alunos no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais podem, portanto, diferenciar-se das ações desenvolvidas por alunos em outros níveis de escolaridade, dependendo do repertório matemático, da familiarização com o ambiente de Modelagem, dos objetivos do professor mediador e, certamente, das relações estabelecidas

com o saber durante a trajetória escolar, o que envolve a singularidade de cada estudante e outras particularidades de sua trajetória de vida. Tortola (2016) faz uma diferenciação em relação aos encaminhamentos dos alunos quanto aos níveis de escolaridade em uma mesma atividade de Modelagem: enquanto os alunos dos anos iniciais utilizam adição, multiplicação e gráficos de barras para produzirem seus modelos, os alunos do Ensino Médio poderiam utilizar função afim e entenderem o comportamento da reta no plano cartesiano. Na perspectiva adotada por Tortola (2016), ele diria que “[...] para cada novo modelo, diferentes *jogos de linguagem*¹ são jogados” (TORTOLA, 2016, p. 266, grifo do autor). Na nossa interpretação, na perspectiva da Teoria da Atividade e da relação com o saber, entendemos que, para cada novo modelo, diferentes ações e operações são executadas e diferentes relações com os saberes envolvidos são estabelecidas, dependendo do nível de escolaridade dos alunos.

Nesse sentido, nos instiga o interesse em investigar sobre as ações desenvolvidas no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais e como tais ações se relacionam com os saberes envolvidos nesse ambiente. Para isso, nos apoiamos na questão norteadora: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?* Para responder essa questão, temos o objetivo geral: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade.

Nos pautamos, pois, na perspectiva social, mais especificamente na Teoria da Atividade e nas dimensões da relação com o saber, tentando buscar compreensões sobre esses aspectos do ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais.

¹ A forma que Ludwig Wittgenstein enxerga a linguagem e compreende sua relação com o mundo diz respeito a como a linguagem é usada, ao funcionamento da linguagem; esse filósofo “[...] entende a linguagem como parte de uma atividade, a partir de seus usos, dos *jogos de linguagem*” (TORTOLA, 2016, p. 77). Nessa perspectiva, é nos chamados *jogos de linguagem* que a linguagem tem significado.

3. TEORIA DA ATIVIDADE E RELAÇÃO COM O SABER

Neste capítulo, apresentamos o conceito de atividade e sua estruturação na perspectiva da psicologia sócio-histórica, mais precisamente enfatizando as ideias de Alexis Nikolaevich Leontiev. Sabendo que princípios sócio-históricos que medeiam a Teoria da Atividade são uma das bases epistemológicas da relação com o saber de Bernard Charlot, apresentamos uma seção específica, neste capítulo, para fundamentar os aspectos da teoria de Charlot (2000) que iremos utilizar mais adiante em nossas análises. Em seguida, apresentamos algumas convergências entre essas duas teorias vinculadas à Modelagem, o que fundamenta nossas lentes para as análises.

3.1 Atividade na perspectiva de Leontiev

O desenvolvimento humano é objeto de estudo de vários estudiosos que buscam compreensões acerca de como o homem produz, constrói, se apropria ou transmite¹ conhecimentos, e de como o homem se humaniza.

Embora a teoria de Karl Marx tenha revolucionado as ciências sociais, a psicologia permaneceu alheia a seus ensinamentos por mais de cinco décadas (LEONTIEV, 1978b). Na década de 1920, os primeiros estudos da psicologia pautados na teoria de Marx foram desenvolvidos pelos soviéticos, com um intuito inicial de criticar a visão ideológica da psicologia tradicional, porém sob uma visão um tanto limitada da teoria dialética de Marx. Foram os estudos do soviético Lev Semyonovich Vygotsky² (1896 – 1934) que finalmente alargaram as possibilidades para que o marxismo fosse compreendido no campo da psicologia (LEONTIEV, 1978b). Pautado na teoria marxista, Vygotsky estudou sobre o desenvolvimento humano em uma perspectiva sócio-histórica, promovendo uma linha epistemológica de concepções sobre aprendizagem, desenvolvimento, linguagem e comunicação conhecida

¹ Respeitamos todas as perspectivas epistemológicas acerca de como se dá o conhecimento. Entretanto, defendemos que os sujeitos podem produzir novos conhecimentos, assim como podem apropriar-se de saberes já existentes cultural, social e historicamente. Nesse caso, pautados em nossas bases epistemológicas, utilizaremos as expressões: produção e/ou apropriação de conhecimento, dependendo do caso.

² O nome Vygotsky possui diferentes variações de grafia, dependendo da tradução (Vigotskii; Vygotski; Vigotski; dentre outras). Nesta pesquisa, adotamos a grafia “Vygotsky”, e nas citações preferimos respeitar a variação de grafia adotada por cada obra citada.

como Teoria Histórico-Cultural¹. Por meio de seus estudos, Vygotsky constituiu um grupo em que diversos pesquisadores atuavam em conjunto com suas perspectivas sobre o desenvolvimento humano. Embora as ideias de Vygotsky tenham sido interrompidas por sua morte precoce, é possível resgatar importantes contribuições deste autor para a ciência (VIGOTSKII; LURIA; LEONTIEV, 2010).

Um dos pesquisadores mais próximos de Vygotsky foi o psicólogo Alexis Nikolaevich Leontiev (1903 – 1979), que desenvolveu estudos considerados como um desdobramento da teoria desenvolvida por Lev Vygotsky, especialmente na definição da construção histórica da relação humana com o mundo, mediada por instrumentos (OLIVEIRA, 2001). Uma das contribuições de Leontiev foi o desenvolvimento da Teoria da Atividade², que, de forma geral, representa compreensões sobre o desenvolvimento humano por meio das relações estabelecidas com o meio em que está inserido, impulsionadas pela busca em satisfazer as necessidades do homem (LEONTIEV, 1978a, 1978b). Em outras palavras, é por meio das relações cooperativas presentes na atividade³ humana que os homens são capazes de sobreviverem e buscarem melhores condições para se desenvolverem social, cultural e historicamente.

A definição de *atividade* proposta por Karl Marx como um conceito sensorial, prático e relacional entre homem e objetos do mundo que o circunda quebrou o paradigma da visão idealista, que concebe a atividade como algo abstrato e especulativo (LEONTIEV, 1978b). Nessa perspectiva, o homem é considerado um ser sócio-histórico e a atividade humana, por sua vez, é resultado do desenvolvimento social, histórico e cultural que, ao ser internalizado pelo homem, constitui sua consciência, suas formas de agir e perceber o mundo em que está inserido (OLIVEIRA, 2001). Nesse sentido, a atividade exercida pelo homem resulta no desenvolvimento de suas funções psíquicas por meio de um processo de apropriação que transforma a atividade externa em atividade interna. Esse desenvolvimento é compartilhado historicamente, como parte da cultura humana, de geração em geração, por meio da apropriação de saberes.

¹ É importante ressaltar que a teoria de Vygotsky, ao ser difundida, apresentou diferentes interpretações, inclusive, sendo também chamada de Teoria Sócio-Histórica, Teoria Sócio-Cultural, entre outros. Uma importante pesquisa sobre essas diferentes leituras de Vygostky, inclusive da assepsia feita em sua obra, foi desenvolvida por Tuleski (2007).

² Outros estudiosos como Davidov e Luria também contribuíram para a Teoria da Atividade. Entretanto, neste trabalho, focamos especialmente nos estudos de Leontiev.

³ Neste trabalho, sempre utilizaremos o termo atividade na perspectiva da Teoria da Atividade.

Leontiev (1978b) considera que a teoria marxista enfatiza a importância da atividade humana na origem e no desenvolvimento cognitivo, o que possibilita ao ser humano agir de forma consciente, capaz de pensar, perceber, se comunicar e se relacionar em meio à satisfação de suas necessidades. Em consonância com esses pressupostos, Vygotsky considera a importância das condições objetivas, dentre elas o meio, no desenvolvimento da criança, como fator decisivo para a aprendizagem (GRYMUZA; REGO, 2014). Nesse sentido, o homem se constitui na atividade.

A atividade intencional e consciente é o que diferencia o homem de outros animais, por meio de sua capacidade em desempenhar ações planejadas e dirigidas por um objetivo (OLIVEIRA, 2001). A perspectiva de Leontiev (1978a, 1978b) evidencia, portanto, um conceito de *atividade* que não é tão simples como pode parecer em um primeiro momento. Leontiev (1978a, 1978b) desenvolveu um estudo denso, carregado de significados, quando falamos de atividade.

Ao realizar uma pesquisa em dicionários da Língua Portuguesa, é possível inferir que a palavra *atividade* pode assumir diferentes significados, dependendo do contexto, conforme mostra o Quadro 3.1:

Quadro 3.1 - Alguns significados de *atividade* nos dicionários

Significado de Atividade		Dicionário
<ol style="list-style-type: none"> 1. Qualidade do que é ativo; 2. Estado do que se move ou funciona; ação, movimento, operação; 3. Rapidez de ação; diligência, presteza, prontidão; 4. Conjunto de trabalhos, ações ou funções específicas que se fazem com um fim determinado. Exemplo: Dedicar-se ao estudo da atividade bancária no século XIX. 5. Conjunto de trabalhos, deveres, projetos etc. que devem ser realizados. Exemplo: Tenho tantas atividades que às vezes me perco em algumas delas; 6. Processo que um organismo realiza ou do qual participa devido ao fato de estar vivo. Exemplo: Atividade cerebral; 7. Modalidade de estudo que se destina a estimular a aprendizagem por meio de afazeres curriculares, extracurriculares, de recreação etc; 8. Modo do ser que age ou tem capacidade de ação, não sendo, portanto, meramente receptivo ou passivo; 9. Comportamento de um organismo ou de um indivíduo humano que é diretamente estimulado por condições internas. 	Michaellis	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Qualidade do que é ativo; 2. Faculdade ou possibilidade de agir, de se mover, de fazer, empreender coisas; 3. Exercício dessa faculdade; ação. Exemplo: esteve doente, mas já está em atividade; 4. Realização de uma função específica (de trabalho, profissão). Exemplo: atividade industrial; 5. Forma de estudo extracurricular ou de recreação, entretenimento organizado, dirigido. Exemplo: além da escola, tem como atividade o jiu-jítsu e as aulas de pintura; 6. Execução de várias ações de maneira vigorosa e acelerada; afã, agitação, movimentação. 7. Exemplo: os adultos não conseguem acompanhar a atividade das crianças; 8. Qualidade ou circunstância do ser que age de maneira livre, independente ou incondicionada. 	Dicionário Google	

Fonte: Os autores¹

¹ Links de acesso aos dicionários utilizados: Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa- Michelis. Disponível em: <https://michaellis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=atividade>. Acesso em: 05 Jul. 2021. Dicio – Dicionário online de Português. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/atividade/>. Acesso em 05 jul. 2021.

Podemos inferir que, de forma geral, o significado da palavra atividade tem relação com ação. Segundo Grymuza e Rêgo (2014),

Leontiev parte deste princípio: o desenvolvimento do homem decorre das atividades que ele realiza. Sob essa perspectiva, desenvolveu a Teoria da Atividade, buscando lançar luz sobre como se dá a internalização de conceitos através de atividades e de quais tipos devem ser elas, tendo em vista que não é qualquer tipo de atividade que fará essa promoção (GRYMUZA; RÊGO, 2014, p. 121).

Leontiev (1978a), assim como Karl Marx, considera o trabalho humano como um dos principais exemplos para a compreensão sobre o conceito de atividade, visto que, por meio do trabalho, são desenvolvidas relações sociais, atividades são divididas entre os sujeitos, ações são planejadas com vistas ao alcance de metas e instrumentos são criados e utilizados como mediadores do trabalho. Nesse sentido, atividade, na perspectiva de Leontiev (1978), não é considerada isolada ou individual, mas sim estruturada conscientemente e com objetivos definidos em uma comunidade.

Para Leontiev (1978a), atividade é definida como uma *unidade molecular* que orienta o homem no mundo objetivo. É, portanto, uma unidade vital, que reflete no mundo por meio da psique humana, num sistema estruturado que converge para o desenvolvimento. Nas palavras do autor,

A atividade é uma unidade molecular, não uma unidade aditiva da vida do sujeito corporal, material. Em um sentido mais estrito, quer dizer, a nível psicológico, é a unidade da vida mediada pelo reflexo psicológico, cuja função real consiste em que orienta ao sujeito no mundo objetivo. Em outras palavras, a atividade não é uma reação nem um conjunto de reações, mas um sistema que tem estrutura, suas transições e transformações internas, seu desenvolvimento (LEONTIEV, 1978, p. 66-67).

A estrutura à qual Leontiev (1978a) faz menção ao definir atividade envolve basicamente uma necessidade, um objeto e um motivo. Conforme Asbahr (2005, p. 110), “o motivo é o que impulsiona uma atividade, pois articula uma necessidade a um objeto. Objetos e necessidades isolados não produzem atividades, a atividade só existe se há um motivo”. Nessa perspectiva, Leontiev (1978a) defende a ideia de que a atividade humana pode ser analisada por meio de três elementos estruturantes: a atividade propriamente dita, as ações e as operações. A atividade é orientada por um motivo, as ações são guiadas por objetivos e as

operações referem-se às condições e procedimentos práticos de como as ações são realizadas (ALMEIDA; BRITO, 2005).

As ações e operações podem ser físicas, mas também acontecem internamente, de forma psíquica, assim como pode acontecer, também, com a atividade. Leontiev (1978b) define que as atividades internas são constituídas a partir das atividades externas, ou seja, de fora para dentro, e, dessa forma, é importante considerar as relações sociais estabelecidas com o meio, uma vez que “[...] a forma primária fundamental da atividade é a forma externa, sensório-prática, não apenas individual, mas fundamentalmente social. A transformação da atividade externa em interna acontece por meio do processo de internalização” (ASBAHR, 2005, p. 110). Podemos, então, considerar que

[...] em toda a atividade humana há ações externas e internas. As ações externas, manifestadas por movimentos do corpo, são mediadas por instrumentos e ferramentas. As ações internas, por sua vez, são realizadas por meio de operações mentais, pelas quais o homem opera não com objetos externos, nem com movimentos físicos, mas com imagens mentais, com instrumentos simbólicos: a linguagem, os códigos, a Matemática, etc. A atividade psíquica interna planeja a atividade externa e realiza-se por meio dela. Desse modo, as atividades internas e externas são interdependentes; consciência e atividade são inseparáveis (BRITO, 2004, p. 16).

Leontiev (1978a) organiza a atividade por meio de uma divisão hierárquica de funções, em que diferentes ações são desempenhadas pelos membros do grupo, de forma que atinjam os objetivos (individuais e coletivos) da atividade. A atividade acontece de forma coletiva e cooperativa e, embora os indivíduos possam desempenhar ações e operações individuais, as necessidades coletivas e individuais são supridas ao final da atividade.

Leontiev (1978a) ilustra a divisão de funções por meio do exemplo do batedor em uma caçada primitiva: quando o grupo de homens primitivos se envolviam na atividade de caça, a função do batedor era afugentar o animal para que o restante do grupo pudesse pegá-lo em uma armadilha previamente planejada. A ação do batedor, se analisada isoladamente, parece sem sentido, na medida em que espantar a caça não parece a melhor forma de cumprir o seu objetivo; as ações do restante do grupo parecem igualmente sem sentido se analisadas isoladamente, pois esperar a caça sem fazer nada para atraí-la também não parece a melhor forma de cumprir o objetivo. Mas se analisarmos a atividade de forma geral, ambas as ações fazem sentido para cumprir o objetivo coletivo – pegar o animal – e os objetivos individuais envolvidos – alimentar-se, agasalhar-se, etc. Dessa forma, o resultado da atividade satisfaz as

necessidades do grupo, bem como as necessidades individuais, embora os membros do grupo tenham se organizado e desempenhado ações específicas.

É nessa perspectiva que a divisão de funções em níveis hierárquicos é almejável, pois contribui para cumprir os objetivos e metas estabelecidas em uma atividade e, ademais, medeia as relações sociais estabelecidas entre os membros de uma comunidade desde os tempos remotos, como exemplificado na situação da caçada primitiva. Segundo Brito (2004), podemos considerar a atividade como uma relação homem-mundo, que acontece de forma complexa, mas essencialmente por meio das relações sociais cooperativas e coletivas, conforme ilustra o Quadro 3.2.

Quadro 3.2 - Níveis hierárquicos de funções na atividade

Nível da Atividade	Orientada para	Desempenhado por
Atividade	Motivo/Objeto	Comunidade
Ação	Meta/Objetivo	Individual/Grupo
Operação	Condições	Automatização Humana/Máquina

Fonte: Adaptado de Daniels (2003).

A atividade leontieviana é, portanto, vista como um processo em que o sujeito social é envolvido numa relação homem-mundo e busca satisfazer as necessidades que correspondem a ele, estimulado por um objetivo que coincide com o motivo que o impulsiona a desenvolver essa atividade (SILVA; LIMA, 2016). Entretanto, no exemplo do batedor, o objetivo de sua atividade (afugentar a caça) não coincide com o motivo que o estimulou a executá-la (necessidade de alimento e/ou vestimenta). O processo da atividade em que motivo e objetivo não coincidem, Leontiev (1978b) denomina ação. Essa é a diferença crucial entre os conceitos de atividade propriamente dita e ação, segundo tal perspectiva. Dessa forma, o batedor executou uma *ação*, que funcionou como parte da atividade coletiva executada pelo grupo.

O terceiro nível hierárquico da atividade consiste nas operações, que se configuram como as ações que serão executadas e referem-se aos aspectos práticos da atividade. Isto é, as ações apresentam caráter intencional e, também, operacional, que dependem das condições em que as ações serão executadas (ASBAHR, 2005). Portanto, uma mesma ação pode ser executada de diferentes maneiras, dependendo das condições proporcionadas para a sua execução. Esses diferentes modos de realizar uma ação, Leontiev (1978a) denomina operação; ademais, esta é a tecnificação da ação e, geralmente, é realizada automaticamente (ASBAHR,

2005; MORAES, 2008). O Quadro 3.3 ilustra os níveis hierárquicos da atividade, com referência ao exemplo do batedor.

Quadro 3.3 - Níveis hierárquicos no exemplo do batedor

Nível da Atividade	Orientada para	Desempenhado por
Atividade: Caçada do animal	Necessidade/Objeto: Sobrevivência/ vestimenta e/ou alimento	Comunidade: Outros caçadores
Ação do Batedor: Afugentar o animal	Meta/Objetivo: Espantar o animal para o local onde se encontram outros caçadores tocaiados	Individual/Grupo: Batedor
Operação Característica prática para afugentar o animal	Condições: Como espantar o animal: - gritar; atear fogo; correr; jogar pedras; etc. (operações externadas); - raciocinar como precisa correr para espantar o animal; qual a força necessária para jogar a pedra, etc. (operações internas) (é necessário considerar: condições climáticas; disponibilidade de ferramentas; a capacidade física do batedor, dentre outros)	Batedor

Fonte: Adaptado de Brito (2004).

Brito (2004, p. 20) afirma que a “[...] atividade pode ser tomada, portanto, como uma unidade de análise para a compreensão dos processos psicológicos porque inclui tanto o indivíduo como seu ambiente, culturalmente definido”, ao passo em que a ação individual tem significado ao ser analisada na atividade coletiva, mediada pelas relações sociais estabelecidas com os outros e com o mundo.

A atividade permite, portanto, organizar a comunidade, por meio da divisão do trabalho e das regras estabelecidas implícita ou explicitamente, relacionando um processo de transformação de um objeto a um resultado (BRITO, 2004). Nesse sentido, é possível considerar, também, que, por meio da atividade, o homem estabelece relações consigo mesmo, com os outros e com o mundo. Tais relações medeiam a atividade e, conseqüentemente, os processos de apropriação de saber e de produção de novos conhecimentos, o que possibilita ao sujeito apropriar-se do mundo, nas esferas epistêmica, pessoal e social, conforme discutiremos na seção seguinte.

3.2 A relação com o saber e suas diferentes dimensões

Charlot (2000) concebe o ser humano como sujeito social, que nasce em um mundo precedente a ele, em um momento da história da humanidade. Nascer é, portanto, adentrar na condição de (ser) humano, em uma história, “[...] a história singular de um sujeito inscrita na história maior da espécie humana. Entrar em um conjunto de relações e interações com outros homens. Entrar em um mundo onde ocupa um lugar (inclusive, social) e onde será necessário exercer uma atividade” (CHARLOT, 2000, p. 53). Nesse sentido, Charlot (2005) enfatiza que o homem nasce inacabado e adquire humanidade por meio da relação com outros homens, definição diretamente relacionada com a orientação desenvolvida pela Teoria da Atividade, que “parte [...] da ideia de que o homem é um ser de natureza social, que tudo o que tem de humano nele provém da sua vida em sociedade, no seio da cultura criada pela humanidade” (LEONTIEV, 1978a, p. 261).

Ao encontro dos pressupostos sócio-históricos que medeiam a Teoria da Atividade, Bernard Charlot desenvolveu a noção da Relação com o Saber, uma teoria focada no sujeito como um ser singular que estabelece relações consigo mesmo, com os outros e com o mundo, o que o torna humano e lhe permite aprender (CHARLOT, 2000). Diferentemente de Leontiev (1978a, 1978b), Charlot (2000, 2013) utiliza a palavra *móbil*¹ em vez de *motivo* para definir o conceito que impulsiona uma atividade, indo em direção ao conceito de *desejo* sob a perspectiva lacaniana. Para Charlot (2000):

A criança mobiliza-se, em uma atividade, quando investe nela, quando faz uso de si mesma como de um recurso, quando é posta em movimento por móveis que remetem a um desejo, um sentido, um valor. A atividade possui, então, uma dinâmica interna. Não se deve esquecer, entretanto, que essa dinâmica supõe uma troca com o mundo, onde a criança encontra metas desejáveis, meios de ação e outros recursos que não ela mesma (CHARLOT, 2000, p.55).

As relações cooperativas estabelecidas em uma atividade, na perspectiva de Leontiev, configuram relações deste tipo e são o foco do conceito de relação com o saber de Charlot (2000). Em sua teoria, Charlot (2000) apresenta “uma articulação multidisciplinar de ideias provenientes de diversas áreas do conhecimento [...]” (HERMANN, 2018, p. 40), pautada,

¹ Como esta pesquisa tem enfoque na atividade sob a perspectiva de Leontiev (1978a, 1978b), utilizaremos o termo *motivo* para denominar o conceito que impulsiona uma atividade. No entanto, os termos *móbil* e *mobilizar-se* poderão constar em citações diretas referentes aos estudos de Charlot (2000, 2005, 2013).

especialmente, em fundamentos da Psicanálise Lacaniana, da Psicologia, da Antropologia, da Educação, da Sociologia, da Epistemologia e da Filosofia (HERMANN, 2018).

A relação com o saber proposta por Charlot (2000) evidencia uma *sociologia do sujeito* como um ser singular. Conforme salienta Hermann (2018, p. 41), “o exterior e o interior, a posição social, as relações sociais e o psiquismo fundamentam a sociologia do sujeito charlotiano, o qual se constitui como um ser singular por meio da sua relação com o mundo [...]”. Assim, as relações que o sujeito estabelece com o saber são definidas, em sua essência, por meio de quatro dimensões: epistêmica, identitária, social (CHARLOT, 2000) e pessoal (HERMANN; PASSOS; ARRUDA, 2019). Essas dimensões abarcam as relações do sujeito com o mundo, consigo mesmo e com outros sujeitos.

Epistemologicamente, tais relações são fundamentais no processo de produção e apropriação de conhecimento, e precisam ser consideradas e investigadas nos processos de ensino e aprendizagem. A essência da relação com o saber reside nas suas dimensões e, portanto, é importante abordarmos mais detalhadamente o significado de cada uma delas, visando a melhor entendermos essa teoria.

A dimensão epistêmica envolve a apropriação de saberes-objetos, a exemplo da leitura de um livro. Pode ser mediada por uma pessoa que já percorreu certa trajetória, como um professor. Nessa dimensão, “aprender é passar da não posse à posse, da identificação de um saber virtual à sua apropriação real. Essa relação epistêmica é relação com um saber-objeto” (CHARLOT, 2000, p. 68), e significa “colocar coisas na cabeça” (CHARLOT, 2000, p. 68). Nesse caso, “o saber pode ser enunciado sem a evocação do processo de aprendizado; pode-se assim, falar no teorema de Pitágoras sem dizer nada da atividade que permitiu aprendê-lo” (CHARLOT, 2000, p. 69). O saber pode, então, ser entendido como resultado de um processo que não precisa ser mencionado para ser enunciado, ou seja, o saber pode ser separado da atividade que o constituiu.

Porém, seria limitado dizermos que dimensão epistêmica consiste basicamente em apropriar-se de um saber já existente, incorporado em um objeto. Charlot (2000) enfatiza que o domínio de práticas e a capacidade de utilização de certo objeto também faz parte dessa dimensão; assim, aprender a nadar, a amarrar os cadarços do sapato, a vestir-se, a cozinhar etc., também faz parte da relação epistêmica com o saber. Nesse caso, não significa mais “passar da não posse à posse de um objeto (o ‘saber’), mas, sim, do não-domínio ao domínio [...]” (CHARLOT, 2000, p. 69) de uma prática. Ao contrário da apropriação de um saber-objeto, o domínio de uma prática não pode ser referenciado sem a prática que o constituiu, ou

seja, aprender a andar de bicicleta é aprender a própria prática e, nesse caso, não pode ser separado da prática, de acordo com a visão de Charlot (2000).

Enfim, a dimensão epistêmica pode envolver o domínio relacional, no sentido de controlar as próprias emoções e desenvolver-se. Trata-se de dominar “a relação consigo próprio, a relação com os outros; a relação consigo próprio através da relação com os outros, e reciprocamente. Aprender é tornar-se capaz de regular essa relação e encontrar a distância conveniente entre si e os outros, entre si e si mesmo” (CHARLOT, 2000, p. 70). Como produto desse processo, temos um sujeito com sentimentos, que estabelece e aprende a dominar as relações consigo mesmo e com os outros. A atividade por trás desse processo, portanto, não pode ser separada do produto de seu domínio.

Esses três processos envolvidos na dimensão epistêmica da Relação com o Saber são construídos por meio de atividades, mesmo que de caráter distintos “(constituição de um universo de saberes-objetos, ação no mundo, regulação da relação com os outros e consigo)” (CHARLOT, 2000, p. 71).

Charlot (2000) ressalta que toda relação com o saber abarca a dimensão epistêmica, como uma forma de apropriação do mundo. E qualquer relação abarca, também, uma dimensão identitária, na qual “aprender faz sentido por referência à história do sujeito, às suas expectativas, às suas referências, à sua concepção da vida, às suas relações com os outros, à imagem que tem de si e à que quer dar de si aos outros” (CHARLOT, 2000, p. 72).

Na dimensão identitária, Charlot (2000) salienta que a relação com o saber é uma relação do sujeito consigo mesmo e, dessa forma, todo processo que envolve o aprender contribui para a construção de si mesmo e da imagem reflexiva que o sujeito expõe de si para os outros, na forma de relação com “[...] esse outro virtual que cada um leva dentro de si como interlocutor” (CHARLOT, 2000, p. 72). O autor ilustra uma situação em que os alunos relacionam o interesse pela Matemática quando mantêm uma boa relação com o professor da disciplina. Com essa reflexão, Charlot (2000) interpreta que “a relação com o mundo depende da relação com o outro e da relação consigo. Está claro que as questões aqui imbricadas são ao mesmo tempo epistêmicas e de identidade” (CHARLOT, 2000, p. 73).

Relacionar-se com um saber é também uma forma de relação com o mundo, em meio às relações que o estruturam. Conforme Charlot (2000, p. 73), a criança nasce em um mundo que a precede, marcado por desigualdades sociais e pela cultura, em um momento da história da humanidade, e “não há sujeito senão em um mundo e em uma relação com o outro”. Nesse caso, a relação com o saber envolve, também, uma “dimensão social que não se acrescenta às dimensões epistêmica e identitária: ela contribui para dar-lhes uma forma particular”

(CHARLOT, 2000, p. 73). O autor explica que, como o sujeito é um ser singular, sua identidade e seu ser social constroem o sujeito, ou seja, suas escolhas podem estar particularmente relacionadas com o que o afetam em seu mundo.

No entanto, a relação com o saber, na dimensão social, não se trata somente da posição social, no sentido de que o sucesso ou fracasso em quaisquer contextos aconteça em virtude da posição que o sujeito ocupa na sociedade, pois “para compreender a relação de um indivíduo com o saber, deve-se levar em consideração sua origem social, mas também a evolução do mercado de trabalho, do sistema escolar, das formas culturais, etc.” (CHARLOT, 2000, p. 74). Essa análise da dimensão social da relação com o saber é diretamente relacionada às dimensões epistêmica e identitária; para Charlot (2000), a Relação com o Saber não deve ser analisada por meio de lentes puramente epistêmicas, sociais ou identitárias. Considerando tais aspectos, Hermann (2018) introduziu a ideia de intersecções entre as dimensões da relação com o saber, revelando características inferidas ao observar situações em que uma ou outra dimensão se destaca.

Hermann, Passos e Arruda (2019) avançaram na teoria da relação com o saber e caracterizaram uma dimensão que abarca as preferências do sujeito, seus prazeres, seus gostos, afinidades ou a falta delas em relação a um saber. A dimensão pessoal constitui-se dos elementos que caracterizam o sujeito como um ser singular, e, assim, Hermann, Passos e Arruda (2019) ressaltam que

a dimensão pessoal da relação com o saber, delimitada pelas afinidades (ou pela falta de afinidade) do sujeito; por seus gostos, suas vontades, seus interesses, seus sentimentos etc., refletem a sua singularidade. As afinidades, os sentimentos e os interesses são elementos que dizem respeito à relação com o saber, que distinguem a trajetória singular do sujeito dentre as muitas histórias possíveis. Como exemplo de tais elementos podemos citar: o gostar ou não gostar de determinado saber; o querer ou o não querer aprender determinado conteúdo; sentir prazer ou não sentir prazer em estudar algo relacionado a determinado saber; interessar-se ou não por determinado saber; sentir-se inteligente e capaz de mobilizar saberes, etc. (HERMANN; PASSOS; ARRUDA, 2019, p. 28).

As dimensões da relação com o saber são essenciais e interligadas no processo envolvido na relação estabelecida por um sujeito singular com o saber. Então, conhecê-las e investigá-las é importante nesta pesquisa. No entanto, a dimensão identitária é mais ampla e complexa que as outras três dimensões, pois envolve o desenvolvimento da identidade subjetiva do sujeito e da imagem que reflete de si para os outros. Por entendermos que as outras dimensões podem nos fornecer os elementos que necessitamos para esta pesquisa,

nossas análises têm um enfoque com o olhar voltado para três dimensões: epistêmica, social e pessoal.

3.3 Relações com o saber no ambiente de Modelagem Matemática como atividade

Ao estruturar as dimensões da relação com o saber, Charlot (2000, 2013) utiliza o conceito de *atividade* na perspectiva de Leontiev (1975). Para Charlot (2000, 2013), podemos considerar a relação como um processo que se desenvolve temporalmente e implica atividades. O autor revela que, para estar em atividade, o sujeito precisa se mobilizar e, para que essa mobilização aconteça, é necessário que a situação envolvida tenha significado para o sujeito. Nestes moldes, mobilizar-se é

[...] engajar-se em uma atividade originada por móveis, porque existem "boas razões" para fazê-lo. Interessarão, então, os móveis da mobilização, o que produz a movimentação, a entrada em atividade. O próprio móvel não pode ser definido senão por referência a uma atividade: a atividade é um conjunto de ações propulsivas por um móvel e que visam a uma meta (Leontiev, 1975; Rochex, 1995). Ações são operações implementadas durante a atividade. A meta é o resultado que essas ações permitem alcançar. O móvel, que deve ser distinguido da meta, é o desejo que esse resultado permite satisfazer e que desencadeou a atividade. [...] Apoiar-me-ei agora sobre Leontiev e sua teoria da atividade (Leontiev, 1975; Rochex, 1995). Para Leontiev, o sentido de uma atividade é a relação entre sua meta e seu móvel, entre o que incita a agir e o que orienta a ação, como resultado imediatamente buscado (CHARLOT, 2000, pp. 55-56).

Ao tratar o sujeito como um ser singular e social, Charlot (2000) enfatiza que o saber é relação. Ao assumir que tal relação implica atividades na perspectiva de Leontiev (1975), Charlot (2000) infere que o sujeito de saber estabelece com o mundo uma relação específica, apesar de estar envolvido em outras relações. Isso porque

O sujeito de saber desenvolve uma atividade que lhe é própria: argumentação, verificação, experimentação, vontade de demonstrar, provar, validar. Essa atividade é também ação do sujeito sobre ele mesmo: tomar partido da Razão e do saber é endossar exigências e proibições relativas a si próprio. Essa atividade implica ainda uma forma de relação com os outros, percebidos como comunidade intelectual. Por fim, seria fácil mostrar que essa atividade do sujeito de saber supõe e sugere uma certa relação com a linguagem e o tempo (CHARLOT, 2000, p. 60).

Portanto, para Charlot (2000), na atividade, segundo a perspectiva de Leontiev (1978a, 1978b), tais relações com o saber são estabelecidas pelos sujeitos e internalizadas no processo de apropriação de conhecimentos, especialmente na escola, em que o processo de aprendizagem precisa acontecer de forma orientada e com fins específicos.

Ao materializar-se no contexto escolar, é importante que a atividade do sujeito em aprendizagem seja baseada na compreensão, para que os conceitos escolares sejam internalizados e promovam a aprendizagem dos conteúdos e, por conseguinte, o desenvolvimento da psique humana (GRYMUZA; RÊGO, 2014). Sabendo que a atividade, na perspectiva de Leontiev (1978a), é estruturada coletivamente, o contexto social e as relações entre os sujeitos envolvidos são elementos que precisam ser analisados. Grymuza e Rêgo (2014, p. 136), destacam que “[...] a aprendizagem é uma atividade humana, movida por um objetivo, a qual concebe três pontos de relevância: acontece em um meio social; através de uma atividade; mediada nas relações entre os sujeitos e entre o sujeito e o objeto de aprendizagem”, ou seja, na atividade de aprendizagem, o aluno se relaciona com o saber nas dimensões epistêmica, pessoal e social, por meio do motivo que o impulsiona a aprender.

Na atividade que se constitui no ambiente de aprendizagem de Modelagem, o estudante precisa estar envolvido nesse ambiente, com vistas a encontrar uma solução para o problema por meio das ações e operações desenvolvidas de forma física e/ou psíquica, impulsionado por um motivo relacionado com o interesse em desenvolver relações com os saberes envolvidos. Se isso acontecer, podemos dizer que o ambiente se constituiu como uma atividade, pois os grupos de alunos orientados pelo professor buscaram alcançar, de forma consciente, os objetivos pedagógicos para os quais a atividade de aprendizagem foi planejada, satisfazendo as necessidades individuais e coletivas referentes ao processo de ensino e aprendizagem, tal qual proporcionando um ambiente que possibilita a aprendizagem de Matemática.

Nesta mesma linha de pensamento, Grymuza e Rêgo (2014), apoiadas em Nuñez (2009, p. 59), apresentam três princípios fundamentais que estruturam a atividade no ambiente escolar: *i*) atividade que preocupa-se com os conceitos da disciplina a serem ensinados; *ii*) organização da atividade, de maneira que o aluno realize as ações voltadas para a aprendizagem dos conceitos; *iii*) organização da atividade, com vistas a compreender as etapas para a formação dos conceitos, de modo que o processo seja orientado do início ao fim.

Esses princípios visam à organização estrutural para o planejamento da atividade com ênfase na aprendizagem dos conceitos, de forma prática. Segundo Grymuza e Rêgo (2014), Nuñez (2009) destaca que, além desses princípios, o desenvolvimento da atividade acontece

em três momentos: *i*) inicial, caracterizado pela etapa motivacional, em que os estudantes são preparados para a atividade de aprendizagem; *ii*) execução, em que as ações são executadas de forma sistematizada. Nesse momento, os objetivos precisam estar claros; *iii*) controle, momento em que o professor realiza as correções necessárias, identificando a necessidade de aprofundamento dos conceitos ou da reformulação das ações executadas, tencionando não perder de vista o objetivo a ser alcançado.

Se considerarmos o ambiente de aprendizagem de Modelagem, esses momentos podem ser interpretados como: *i*) convite inicial e inteiração com o tema; *ii*) matematização e busca por uma ou mais soluções; *iii*) validação dos modelos para as soluções encontradas. É importante deixar claro que esses momentos não obedecem a uma ordem rígida, mas podem permear início, meio e fim da atividade, dependendo do caso, pois pode ser necessário voltar ao convite, por exemplo, dependendo do engajamento dos alunos. Nesse processo, o professor tem papel fundamental: o de orientar (SKOVSMOSE, 2000) e intervir durante a atividade.

O próprio Vygotsky já postulava que não é qualquer ensino que promove a aprendizagem, mas o que se adianta ao desenvolvimento e é organizado de forma adequada, possibilitando o desenvolvimento mental (EIDT; DUARTE, 2007). Mas como o ensino deve ser organizado, com vistas a satisfazer a aprendizagem dos conceitos de Matemática como um campo de conhecimento produzido culturalmente, ao longo da história? Sobre essa organização, alguns estudos apontam a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como uma possibilidade para organizar o ensino tomando os pressupostos da Teoria da Atividade (ARAÚJO, 2003; MORAES, 2009; MOURA, 1996, 2001; MOURA et al., 2010; ARAÚJO, 2019). Moura *et al.*, 2010, afirmam que

A AOE mantém a estrutura de atividade proposta por Leontiev ao indicar uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõe ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar (MOURA *et al.*, 2010, p. 217).

Moura (2001) conceitua AOE como “[...] aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (MOURA, 2001, p. 155). A dimensão orientadora da AOE tem a intencionalidade de conduzir ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem, o que vai ao encontro dos pressupostos de Vygotsky (ARAÚJO, 2019). Nessa perspectiva, Araújo (2019) afirma que a AOE é uma “[...] unidade formativa do professor e do estudante. Podemos compreender essa unidade pela questão de que professor e

estudante estão em atividade. O professor na atividade de trabalho pelo ensino, e o estudante na atividade de estudo” (ARAÚJO, 2019, p. 131).

Nessa unidade relacional entre professor e alunos, a AOE é a atividade que medeia as *relações* entre os sujeitos que ocupam lugares e papéis diferentes no ambiente da sala de aula (ARAÚJO, 2019). As relações constituídas nessa atividade podem ser entendidas por meio da relação com o saber (CHARLOT, 2000, 2013), como relações epistêmicas (com os conteúdos ou conhecimentos acumulados cultural e historicamente), relações pessoais (subjetivas à história de cada sujeito, suas preferências e escolhas) e relações sociais (do sujeito com o mundo e com outros sujeitos – nesse caso, dentro da comunidade escolar).

Na perspectiva da AOE, o núcleo da atividade do professor é chamado de atividade de ensino (MOURA, *et.al*, 2010). A atividade de ensino tem por objetivo organizar o ensino, de forma que teoria e prática sejam articuladas. A atividade de ensino é, portanto, o próprio trabalho do professor. Conforme afirma Moretti (2007, p. 101), “podemos dizer então que: se, dentro da perspectiva histórico-cultural, o homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então o professor constitui-se professor pelo seu trabalho – a atividade de ensino”. Daí a importância de o professor manter atualizada sua atividade de estudo e reflexão sobre sua prática docente, pois, nessa perspectiva, a constituição do sujeito enquanto professor é condicionada ao modo como desenvolve sua atividade.

Grymuza e Rêgo (2014, p. 134) destacam que “atividades que geram questionamentos e reflexão dos alunos estimulam a compreensão dos conteúdos matemáticos que estão sendo ensinados, e [...] os alunos precisam saber o porquê de determinada atividade, para quê irão aprendê-la e aonde se pretende chegar com ela”. O ambiente de Modelagem proporciona levantamento de hipóteses, questionamentos, reflexões e discussões peculiares, o que o diferencia de outros ambientes de aprendizagem (BARBOSA, 2004), com a produção de modelos, validação de soluções, entre outras ações. Nesse sentido, a Modelagem pode favorecer a atividade de aprendizagem, pautada na compreensão de conceitos, e não apenas em desenvolver uma atividade com um motivo estreitamente ligado a avançar no nível escolar, ser presenteado pelos pais por ter alcançado uma nota alta, ou simplesmente para agradar o professor. Nestes casos, o motivo que impulsiona a atividade (avançar no nível escolar, etc.) não coincide com o seu objetivo (aprender Matemática) e, segundo Leontiev (1978b), se motivo e objetivo não coincidem, então o processo se relaciona com o nível hierárquico da ação, que, conforme afirma Leontiev (2010), está situada na atividade da qual faz parte. Para Charlot (2013):

Aprender requer uma atividade intelectual. Só se engaja em uma atividade quem lhe confere um sentido. Quando esse sentido é afastado do resultado visado pela ação de estudar, o engajamento nesta é frágil. Ao contrário, quando motivo e objetivo da atividade coincidem, esta faz muito sentido e sente-se prazer ao desenvolvê-la e, ainda mais, ao atingir o objetivo. Atividade, sentido, prazer: esses são os termos da equação pedagógica a ser resolvida (CHARLOT, 2013, p. 146).

Por conseguinte, é importante considerar que as ações dos alunos precisam engajá-los na busca do objetivo da atividade propriamente dita. Isso porque o aluno não é um objeto na atividade, mas um sujeito que se constitui como tal na atividade quando participa ativa e intencionalmente (ASBAHR, 2005). Nesse caso, “a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante, deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade” (MOURA, *et al.*, 2010, p. 213). Na perspectiva da AOE, a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem dos alunos têm o mesmo nível de importância; daí a preocupação em organizar o ensino de forma que possibilite aos alunos diferentes formas de aprendizagem dos conceitos e de envolvimento na atividade. Para que AOE tenha sucesso, portanto, é essencial que os sujeitos envolvidos estejam não somente ativos, mas em atividade.

Nesta pesquisa, as ações orientadas e executadas na atividade planejada pelo professor são o foco de nossas análises. Como caracteriza-se como parte da estrutura hierárquica da atividade (LEONTIEV, 2010), o conceito de ação também possui um motivo (um porquê), um objetivo (para quê) e uma necessidade (consiste em quê), quando é executada durante a atividade. Nesse caso, o conjunto de ações (e também operações) desenvolvidas conectam o motivo ao objetivo da atividade propriamente dita. Tomemos novamente a situação do batedor (LEONTIEV, 1978a), na busca por compreender a estrutura da atividade e da ação observadas isoladamente, por meio do Quadro 3.4:

Quadro 3.4 - Estrutura da Atividade e da Ação no exemplo do Batedor

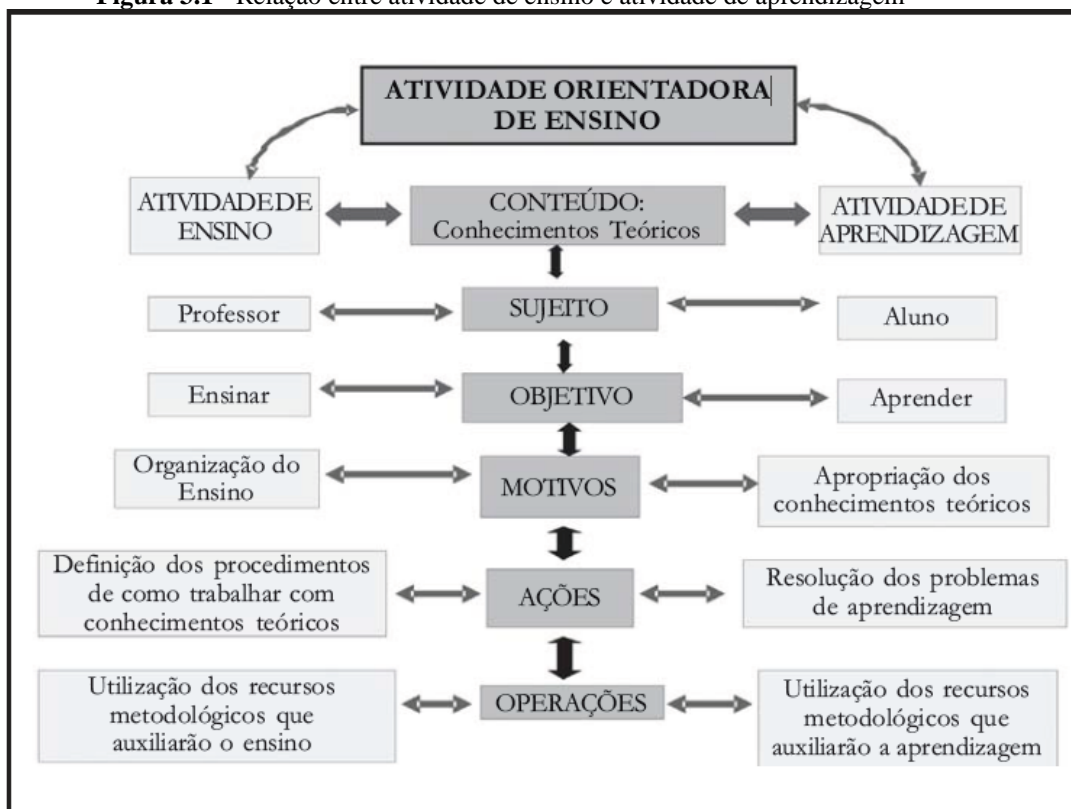
	Ação	Atividade
Necessidade (Em que consiste?)	Espantar o animal	Vestimenta/Alimentação
Objetivo (Para quê?)	Para levá-lo à armadilha	Sobrevivência do grupo
Motivo (Por quê?)	Porque precisa separar aquele animal dos demais	Sobrevivência do grupo
Operações	Gritando/Jogando pedras/	Fazendo uma armadilha para

(Como é executada?)	ateando fogo (depende das condições)	capturar o animal (depende das condições)
Individual ou Coletivo (Quem executa?)	Batedor (caráter individual)	Comunidade (caráter coletivo)

Fonte: Os autores, pautados em Leontiev (1978a).

Por meio da interpretação dos conceitos apresentados por Leontiev (1978a, 2010), o Quadro 3.4 mostra a diferença crucial entre ação e atividade. O homem primitivo aprendeu como caçar porque se engajou em uma atividade planejada, com objetivos definidos e metas a serem cumpridas por todos os membros do grupo, a fim de satisfazerem necessidades individuais e coletivas. Em nosso ver, no ambiente de aprendizagem de Modelagem é possível relacionar e interpretar as ações pertinentes às atividades de ensino do professor e de aprendizagem dos alunos, com base nos pressupostos da AOE. A Figura 3.1, proposta originalmente por Moraes (2008, p. 116) e adaptada por Moura (2010, p. 219), ilustra a relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem com base na perspectiva da AOE:

Figura 3.1 - Relação entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem



Fonte: Moura (2010, p. 219)

Poderemos considerar, no âmbito das ações como parte da atividade, que existem ações de ensino, executadas pelo professor, e ações de aprendizagem, executadas pelos alunos orientados e conduzidos pelo professor, para que a atividade propriamente dita aconteça segundo os objetivos definidos. Na perspectiva da AOE, o professor é quem mobiliza os estudantes no processo de apropriação de conhecimentos. No ambiente de aprendizagem, podemos considerar, portanto, que se o aluno não se engajar em uma atividade de estudo e não atribuir um sentido a ela, dificilmente sua aprendizagem será eficaz. Ou seja, a atividade de ensino do professor medeia a atividade de aprendizagem do aluno, pois o professor tem grande responsabilidade no processo. É importante ressaltar que o cerne da atividade estudada por Leontiev é pautado na dialética marxista, que concebe o trabalho como a primeira forma de atividade humana, e envolve a transformação da natureza. Entretanto, a atividade de ensino envolve subjetividade, sendo que o objeto da ação é vinculado à transformação do sujeito, um ser singular e social.

Uma atividade em sala de aula é realizada em um contexto social no qual diferentes relações epistêmicas, pessoais e sociais são estabelecidas com o saber e precisam ser consideradas no processo de aprendizagem de Matemática, pois no ambiente da sala de aula os alunos se relacionam com os conteúdos, com os outros alunos e com o professor. Todas essas relações são determinantes para que o aluno aprenda e podem estimular ações de engajamento na atividade escolar, como também podem comprometê-las e prejudicar a atividade, se estabelecidas pelos sujeitos de forma negativa.

O papel das ações orientadoras do professor é essencial durante todo o processo que envolve a atividade de ensino e aprendizagem, dado que o objeto de ensino do professor precisa se tornar o objeto de aprendizagem dos alunos (MOURA, *et al.*, 2010). Assim, no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, marcado por discussões, as ações do professor precisam, portanto, ir ao encontro do engajamento dos alunos. Tortola (2016) esclarece que desenvolver uma atividade de Modelagem não garante a aprendizagem dos conceitos, visto que os alunos precisam aprender as regras e conceitos matemáticos envolvidos no processo de Modelagem, o que acontece nas “[...] relações sociais entre os sujeitos, por meio das experiências vividas, a partir das práticas e atividades desenvolvidas no interior de uma forma de vida. O professor, portanto, que orienta a atividade de modelagem Matemática, precisa estar consciente de seu papel [...]” (TORTOLA, 2016, p. 267).

No caso do ambiente de aprendizagem de Modelagem como atividade, analisar as dimensões epistêmica, social e pessoal das relações que os alunos estabelecem nesse ambiente, especialmente com a Matemática, pode contribuir para caracterizar o ambiente de

aprendizagem de Modelagem como uma atividade e, conseqüentemente, inferir sobre como acontecem o ensino e a aprendizagem de Matemática na atividade escolar, por meio da Modelagem.

Charlot (2000, p.78) define a relação com o saber como uma “[...] relação do sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros”; todavia, o âmago da noção de relação com o saber reside em “uma forma de relação com o mundo” (CHARLOT, 2000, p. 77). Nesse sentido, Arruda e Passos (2017), pautados nas ideias de Charlot (2000), entendem que

Se a sala de aula é o foco da investigação – como se dá em nosso caso – podemos entender a relação com o mundo como a relação do sujeito com o *mundo escolar*. Um local com finalidades específicas, o campo em que estão presentes os saberes escolares, definidos pelos currículos; os atores deste ambiente, como os alunos, os professores, os administradores e orientadores educacionais deste local (diretores, supervisores, pedagogos) etc.; e toda a parte física e virtual deste mundo (o prédio, as salas de aula, as carteiras, os equipamentos, os laboratórios, os computadores, a internet etc.) (ARRUDA; PASSOS, 2017, p. 98, grifos dos autores).

Considerando os aspectos que permeiam o mundo escolar, Arruda e Passos (2017) constataram em seu estudo que os sujeitos envolvidos têm visões específicas e peculiares a respeito do mundo, sobretudo do mundo escolar. Nesse sentido, a relação com o saber no ambiente escolar “[...] pode ser separada em três modalidades as quais denominamos: epistêmicas, pessoais e sociais [...]” (ARRUDA; PASSOS, 2017, p. 98).

Para entendermos como os sujeitos manifestam suas relações nas dimensões epistêmica, pessoal e social por meio do seu discurso, podemos simbolizar de forma sintetizada como essas relações estão presentes nos discursos dos sujeitos, conforme demonstramos no Quadro 3.5.

Quadro 3.5 - Relações epistêmicas, pessoais e sociais com o mundo escolar

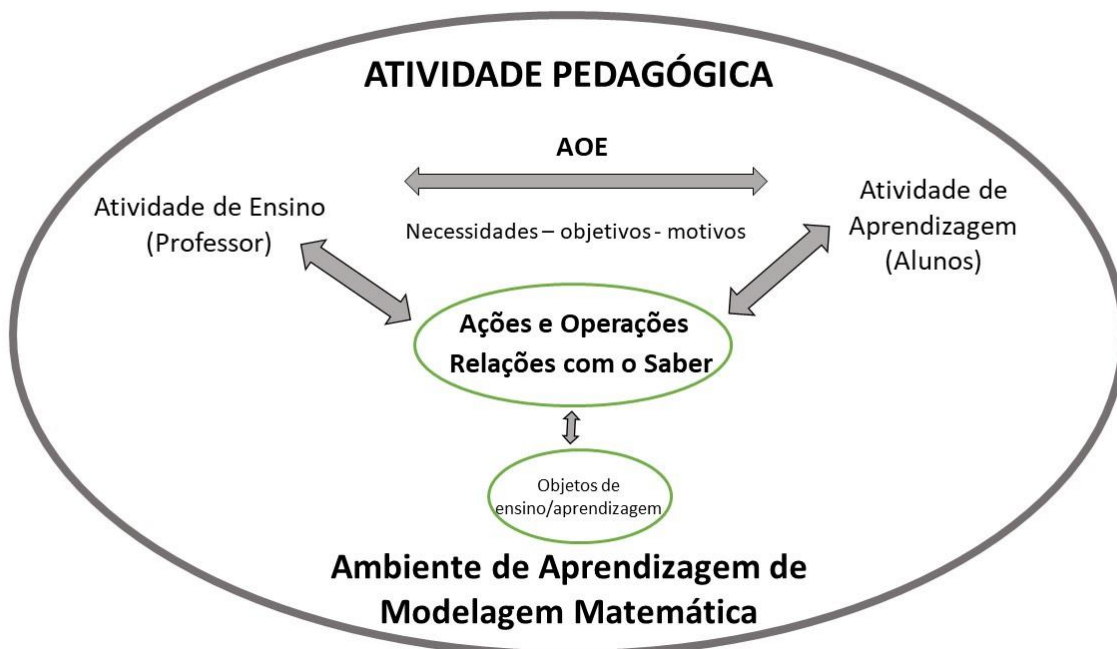
- | |
|---|
| <p>a) <i>Relação epistêmica</i>: o sujeito demonstra uma relação epistêmica com o mundo escolar quando utiliza discursos puramente intelectuais ou cognitivos a respeito do ensino, da aprendizagem e dos eventos que ocorrem nesse universo, expressando-se, em geral, por meio de oposições do tipo sei/não sei, conheço/não conheço, compreendo/não compreendo etc.</p> <p>b) <i>Relação pessoal</i>: o sujeito demonstra uma relação pessoal com o mundo escolar quando utiliza discursos que remetem a sentimentos, emoções, sentidos, desejos e interesses, expressando-se, em geral, por meio de oposições do tipo gosto/não gosto, quero/não quero, sinto/não sinto etc.</p> <p>c) <i>Relação social</i>: finalmente, o sujeito demonstra uma relação social com o mundo escolar quando utiliza discursos que envolvem valores, acordos, preceitos, crenças, leis, que têm origem dentro ou fora do mundo escolar, expressando-se, em geral, por meio de oposições do tipo valorizo/não valorizo, devo/não devo (fazer), posso/não posso (sou ou não autorizado a fazer) etc.</p> |
|---|

Fonte: Arruda e Passos (2017, p. 99).

O ambiente de aprendizagem de Modelagem, conforme mencionado no capítulo anterior, é permeado por discussões em que tais discursos podem acontecer durante o desenvolvimento da atividade, uma vez que o ambiente investigativo é estimulado por diálogos, trabalhos coletivos, discussões, levantamento de hipóteses, questionamentos, entre outros. Ao encontro dessas características, é importante investigar as relações estabelecidas pelos sujeitos com o saber na atividade de Modelagem, uma vez que elas proporcionam o aprender em uma atividade. É importante ressaltar que o aprender é mais amplo que o saber, pois depende de cada sujeito e da singularidade das relações que ele estabelece com o mundo, apropriando-se de parte deste mundo (CHARLOT, 2000), isto é, “[...] ao mesmo tempo em que as atividades são socialmente definidas, elas também fazem parte do sujeito” (FRANCISCO, 2016, p. 6).

A Figura 3.2 ilustra uma possibilidade para representar os conceitos envolvidos nesta pesquisa e sintetizá-los, de forma a contribuir para analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade, conforme nosso objetivo.

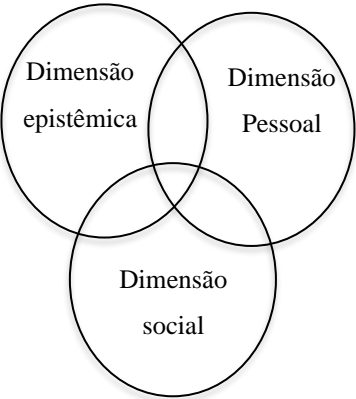
Figura 3.2 - Relações com o Saber no ambiente de Modelagem Matemática como atividade



Fonte: Os autores.

No Quadro 3.6, buscamos sintetizar os conceitos sobre atividade orientadora de ensino e relação com o saber no ambiente de aprendizagem de Modelagem, para analisar as ações executadas neste ambiente.

Quadro 3.6 - Relações com o saber que se evidenciam nas ações de ensino e de aprendizagem

	Ação de ensino	Ação de aprendizagem	Relações com Saber que se evidenciam nesta ação
Necessidade	Em que consiste para o professor?	Em que consiste para os alunos?	
Objetivo	Para que o professor executa esta ação?	Para que o aluno executa esta ação?	
Motivo	Por que esta ação é executada pelo professor?	Por que esta ação é executada pelo aluno?	
Operações	Como o professor executa esta ação?	Como os alunos executam esta ação?	

Fonte: Os autores

As interseções constantes nos conjuntos de relações com o saber, inspiradas na matriz de propriedades da relação com o saber proposta por Hermann (2018), representam a condição de que elementos epistêmicos, pessoais e sociais podem estar, simultaneamente, numa mesma ação, mesmo que um ou outro se destaque¹, pois, assim como afirma Charlot (2000), nenhuma relação é puramente inserida em uma dimensão específica. Contudo, em nossas análises, temos a pretensão de olhar para as relações que se revelam com mais ênfase em cada ação executada no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Em nosso estudo, temos a intencionalidade de abarcar um olhar mais voltado para *as ações do professor* e, a partir desse olhar, identificar as relações com o saber que se revelam no ambiente de Modelagem nos anos iniciais. Isso porque, segundo a perspectiva da AOE, as ações de ensino executadas pelo professor direcionam as ações dos alunos durante a atividade, e é muito importante que os alunos estejam não apenas ativos, mas em atividade, o que promove o

¹ O diagrama da Figura 2.3 representa uma intersecção relacional das três dimensões da relação com o saber que consideramos nesta pesquisa. Nossa intenção não é, portanto, configurar uma ideia de proporcionalidade entre as dimensões, mas a presença das três, que são indissociáveis, com ênfase em uma ou outra, dependendo do caso.

desenvolvimento das funções psíquicas superiores, segundo a perspectiva de Leontiev (1978a). Conforme afirma Moura *et al.* (2010),

a complexidade da práxis pedagógica [...] evidencia a verdadeira dimensão da atividade de ensino. Nesta, estão presentes o conteúdo de aprendizagem, o sujeito que aprende, o professor que ensina e, o mais importante, a constituição de um modo geral de apropriação da cultura e do desenvolvimento do humano genérico (MOURA *et al.*, 2010, p. 216).

Ponderando a complexidade do ambiente de aprendizagem de Modelagem, as relações com o saber estabelecidas fazem parte do processo de apropriação de conhecimentos, importantes do ponto de vista histórico-cultural; mais do que isso, elas são uma maneira de os sujeitos enxergarem novas possibilidades, por meio da apropriação de parte do mundo que se dá nas relações com o saber (CHARLOT, 2000). Considerando todos os aspectos até aqui apresentados, retomamos o objetivo geral nesta pesquisa: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais, à luz da Teoria da Atividade.

4. ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

O presente estudo se enquadra no método de pesquisa qualitativo, que permite ao pesquisador interpretar os dados por meio de descrição de cenários e/ou sujeitos, análises e categorização, bem como da significação que emerge após o pesquisador filtrar os dados e aplicar suas lentes pessoais e teórico-metodológicas de interpretação (CRESWELL, 2007).

Inicialmente, tínhamos a intencionalidade de desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula nos anos iniciais, nos moldes do ensino presencial. Entretanto, essa possibilidade foi inviabilizada pela pandemia da COVID-19, que ocasionou a suspensão das aulas presenciais. No contexto pandêmico, a aplicação de atividades na modalidade remota se tornou inviável, uma vez que os alunos dos anos iniciais estavam recebendo materiais impressos para estudarem em casa, não estando adaptados à modalidade remota *online* do ensino pandêmico. Portanto, precisamos nos adaptar ao cenário diferenciado, o que nos influenciou a buscar dados em atividades descritas na literatura. De acordo com Creswell (2007), a pesquisa qualitativa não é estritamente pré-configurada, mas emergente, sendo que diversos aspectos surgem no decorrer do estudo e que, inclusive, “o processo de coleta de dados pode mudar à medida que as portas se abrem ou se fecham para a coleta de dados, e o pesquisador descobre os melhores locais para entender o fenômeno central de interesse” (CRESWELL, 2007, p. 186).

Nesse sentido, esta pesquisa tem subsídios na pesquisa documental. Muito semelhante à pesquisa bibliográfica, “[...] a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados segundo os objetos da pesquisa” (GIL, 2002, p. 45). O que diferencia a pesquisa documental da bibliográfica é o tipo de documentos selecionados para análise. Enquanto a pesquisa bibliográfica se atém a documentos que já possuem tratamento analítico, na pesquisa documental podem ser utilizados desde documentos de primeira mão, que ainda não foram tratados, tais como: cartas pessoais, documentos conservados e arquivados, diários, gravações, fotografias e etc., bem como documentos de segunda mão, que de alguma forma já foram analisados, como por exemplo: relatórios de pesquisa, tabelas estatísticas, dentre outros (GIL, 2002).

Classificamos, portanto, nossa pesquisa como documental, segundo a visão de Gil (2002), em que nossos documentos são relatórios de pesquisa, que fornecem dados sobre o desenvolvimento de atividades de Modelagem nos anos iniciais para realizarmos nossas análises próprias, diferentes das análises realizadas pelos autores dos relatórios elencados, seguindo nosso objetivo de pesquisa: analisar as relações com o saber estabelecidas em

ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais, à luz da Teoria da Atividade.

Corroboramos o argumento de que fazer pesquisa não é um ato neutro (GARNICA, 2004; TORTOLA, 2016), e, portanto, temos consciência de que os dados desta pesquisa emergem da significação e da interpretação realizada pelos pesquisadores ao produzirem e analisarem seus dados conforme suas lentes teórico-metodológicas, conduzidos pelos objetivos de seus respectivos estudos, o que pode limitar a descrição dos dados produzidos. Contudo, esse fato não é impeditivo ao nosso olhar, segundo nossas próprias interpretações, orientados por nossos objetivos, ou a analisar os dados elencados conforme nossas lentes teóricas, a partir da descrição realizada pelos autores dos documentos por nós selecionados.

Na intencionalidade de selecionar documentos para compor nossos dados de pesquisa, fizemos uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, a fim de encontrar teses e dissertações que tiveram atividades de Modelagem aplicadas nos anos iniciais. Utilizamos os filtros, com aspas e letras maiúsculas/minúsculas exatamente conforme descritos a seguir: “MODELAGEM MATEMÁTICA” AND “ANOS INICIAIS”; "Modelagem Matemática" AND "anos iniciais"; “modelagem Matemática” AND “anos iniciais”. Não utilizamos filtros para limitar temporalmente. Esta busca foi realizada no dia 06 de janeiro do ano de 2021 e encontramos, nessa data, 22 trabalhos, sendo 12 dissertações de mestrado acadêmico; 5 dissertações de mestrado profissional; e 5 teses de doutorado. No Quadro 4.1, apresentamos todos os trabalhos que encontramos nessa busca inicial.

Quadro 4.1 - Apresentação dos trabalhos encontrados

Tipo de Pesquisa	Autor	Título	Ano	Instituição de Ensino Superior (IES)
Mestrado	Kaviatkovski, Marinês Avila Chaves	A modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2012	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
	Machado, Simone Raquel Casarin	Percepções da Modelagem Matemática nos anos iniciais	2010	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
	Tortola, Emerson	Os usos da linguagem em atividades de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2012	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA
	Teodoro, Flavia Pollyany	A recontextualização da modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos	2018	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

		iniciais		
	Alves, Lilia Cristina dos Santos Diniz	A perspectiva da criança em atividades de modelagem Matemática nos anos iniciais'	2018	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
	Silva, Elvys Wagner Ferreira da	Saberes estatísticos mobilizados na formação docente de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental	2016	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
	Souza, Janaína Carvalho de.	Cultura amazônica e Educação Matemática na formação de professores dos anos iniciais: caminhos oferecidos pelo curso Pedagogia das Águas	2012	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
	Goncalves, Jose Antonio	Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: indícios de uma proposta interdisciplinar	2019	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
	Silva, Carlos Alberto Nobre da.	Os projetos de investigação nas aulas de Matemática em escolas ribeirinhas na ilha de cotijuba	2013	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
	Teres, Silvana Leonora Lehmkuhl	Em direção à Educação Matemática Crítica: a análise de uma experiência de modelagem pautada na investigação e no uso da tecnologia	2014	UNIVERSIDADE DO VALE DO ITAJAÍ
	Giacomini, Aristóteles Toline	Modelagem e simulação computacional do motor de indução linear (M.I.L.)	1998	UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Mestrado Profissional	Dente, Elise Candida.	Modelagem Matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquari	2017	FUNDAÇÃO VALE DO TAQUARI DE EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO SOCIAL - FUVATES
	Sousa, Valeria Muniz Lima de	Construção do pensamento matemático das noções de discreto e contínuo no ambiente da modelagem Matemática	2015	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
	Brasil, Rodrigo Ruiz	Modelagem Matemática: uma contribuição para a construção do conhecimento matemático nos anos iniciais da Educação Básica	2013	UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
	Gomes, Joice Caroline Sander Pierobon.	Professoras dos anos iniciais em práticas de modelagem Matemática	2018	UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

	Bastos, Antonio Roberto	Modelagem Matemática na Educação Básica: uma proposta para a formação inicial dos professores do magistério	2018	UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE
Doutorado	Tortola, Emerson	Configurações de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2016	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA
	Ribeiro, Rogerio Marques	Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didáticos matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais	2016	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
	Zanella, Marli Schmitt	Atividades de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros	2016	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
	Costa, Lucelida de Fatima Maia da	Vivências autoformativas no ensino de Matemática: vida e formação em escolas ribeirinhas	2015	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
	Marques, Valeria Risuenho	Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural	2016	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
Total de trabalhos	22: (12 de mestrado acadêmico; 5 de mestrado profissional; 5 de doutorado)			

Fonte: Dados da pesquisa

Após o levantamento dos trabalhos apresentados no Quadro 4.1, selecionamos as teses para averiguar se forneciam dados suficientes para nossas análises, no sentido de serem descritas e analisadas pelo menos 3 atividades que contemplassem diferentes anos. A opção por começar pelas teses se deu por se tratarem de pesquisas mais longínquas e que, por isso, poderiam fornecer descrição minuciosa das atividades desenvolvidas, o que é essencial para possibilitar uma pesquisa documental com o rigor necessário.

Inicialmente, realizamos a leitura dos resumos das cinco teses encontradas, a fim de verificar se todas tratavam do tema “Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”. Segundo Gil (2002), a leitura do material tem por objetivos: identificar informações e dados do material; estabelecer relações entre os dados encontrados e os objetivos do estudo; analisar a consistência dos dados e informações constantes nos materiais.

Na leitura inicial, identificamos que nas teses intituladas *Vivências autoformativas no ensino de Matemática: vida e formação em escolas ribeirinhas* (COSTA, 2015) e *Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural* (MARQUES, 2016) os pesquisadores não utilizaram a Modelagem em seus estudos. Por constar no Catálogo de

Teses e Dissertações da CAPES, a linha de pesquisa desses trabalhos, intitulada *EtnoMatemática, Linguagem, Cultura e Modelagem Matemática*, esses dois estudos apareceram quando utilizamos os filtros anteriormente mencionados. Desse modo, ambas não foram consideradas em nossa seleção.

A tese intitulada *Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didáticos matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais* (RIBEIRO, 2016) é resultado de um estudo desenvolvido na formação de professores. Optamos por selecionar somente trabalhos desenvolvidos com alunos dos anos iniciais, visto que o repertório matemático de professores se diferencia significativamente do apresentado por alunos dos anos iniciais e, assim, o desenvolvimento das atividades pode divergir em muitos aspectos, se compararmos a sala de aula dos anos iniciais com um curso de formação de professores dos anos iniciais.

Ao descartarmos esses três estudos, selecionamos as duas teses que nos interessavam, segundo nosso objetivo geral, para realizarmos a leitura detalhada e verificar a consistência dos dados, conforme o terceiro objetivo proposto por Gil (2002) sobre a leitura do material, qual seja, analisar a consistência dos dados e informações constantes nos materiais. Os dois trabalhos selecionados para a leitura minuciosa da descrição das atividades são: *Atividades de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros* (ZANELLA, 2016) e *Configurações de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental* (TORTOLA, 2016). Nesse sentido, realizamos a leitura detalhada das atividades descritas nas duas teses elencadas, a fim de compor nosso *corpus* para análise.

Ao realizar a etapa da leitura das atividades descritas nesses dois estudos, chegamos à conclusão de que eles seriam suficientes, pela quantidade de atividades desenvolvidas e descrição detalhada de cada uma delas. Dessa forma, descartamos as dissertações, visto que as duas teses selecionadas nos forneceram os dados necessários para o desenvolvimento de nossa pesquisa, uma vez que não intentamos fazer um mapeamento de estudos, mas encontrar dados em atividades realizadas para que seja possível realizar esta pesquisa, em que a aplicação de atividades de Modelagem foi inviabilizada pela pandemia, conforme já mencionamos.

Os dados obtidos a partir das duas teses (ZANELLA, 2016; TORTOLA, 2016) foram analisados conforme sugerido por Moraes e Galiazzi (2011), por meio da Análise Textual Discursiva (ATD). Para esses autores, essa metodologia possibilita uma análise criteriosa das informações, sem a necessidade de testar hipóteses para a comprovação de fatos, sendo o foco

principal a compreensão dos dados, o que caracteriza um enfoque em conformidade com esta pesquisa.

Conforme Moraes e Galiazzi (2011), o processo da ATD é constituído por quatro focos, que permitem uma análise rigorosa dos dados referentes à pesquisa. Esses dados, coletados de diferentes formas, compõem-se de produções textuais, que são o *corpus* da pesquisa, formado assim por textos, figuras e outras expressões de linguagem. A seguir, apresentamos resumidamente o processo de cada foco da ATD segundo Moraes e Galiazzi (2011), por meio do Quadro 4.2.

Quadro 4.2 - Focos da ATD

FOCO	PROCESSO DE ANÁLISE
Desmontagem dos textos ou unitarização	Examinar detalhadamente os textos, fragmentando-os, a fim de “atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 11).
Estabelecimento de relações ou categorização	Separar os dados unitários por categorias que se relacionam, buscando uma classificação de elementos que se aproximam, obtendo sistemas de categorias.
Captando o novo emergente	Compreender, a partir dos dois focos anteriores, o todo, de forma diferenciada do início do processo, resultando em metatextos a partir da crítica e validação das análises anteriores. Este foco permite a constituição de um processo auto-organizado.
Um processo auto-organizado	Analisar o ciclo composto pelos três focos anteriores, permitindo resultados criativos e originais a partir das novas compreensões do todo.

Fonte: Os autores

Podemos perceber, a partir dessa síntese, que o processo da ATD exige análise criteriosa e interpretação detalhada por parte do pesquisador, o que dialoga diretamente com a proposta e as intencionalidades desse estudo. No decorrer de nossas análises, procuraremos

dialogar com a proposta da ATD, para que seja compreensível ao leitor a maneira como realizamos cada foco da análise segundo essa metodologia.

4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA DOS ANOS INICIAIS

Nesta seção, apresentamos como foram selecionadas as atividades que compõem o *corpus* desta pesquisa, descrevendo-as na sequência. A seleção do *corpus* aconteceu por meio da leitura minuciosa das descrições presentes em cada tese que compõe nossos dados: Tortola (2016) e Zanella (2016). Selecionamos, portanto, atividades que contribuem qualitativamente para nosso objeto de pesquisa e que nos fornecem dados suficientes, de acordo com nosso objetivo.

A partir da leitura, verificamos que as teses selecionadas fornecem descrições do desenvolvimento de atividades de Modelagem realizadas com turmas do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Nesse sentido, optamos por selecionar uma atividade com cada ano, a fim de abarcar todos os anos em nosso estudo, ou seja, dentre as atividades descritas por Tortola (2016) e Zanella (2016), selecionamos cinco atividades para nossas análises, sendo elas desenvolvidas do 1º ao 5º ano.

Outro requisito para a seleção foi a respeito de como as atividades foram desenvolvidas. Tortola (2016) desenvolveu diversas atividades segundo os momentos de familiarização propostos por Almeida e Dias (2004), e, assim, de sua tese, optamos por selecionar as atividades em que os alunos escolhiam o tema. Já na tese de Zanella (2016), os temas das atividades desenvolvidas foram escolhidos pela pesquisadora, requisito que nos dá sustentação para nossos dados e pode contribuir para enriquecê-los, dadas as diferentes formas de abordar um tema em sala de aula por meio da Modelagem. É importante destacar que nossas intencionalidades não abarcam uma comparação entre as duas teses, até porque entendemos que as atividades são realizadas com diferentes objetivos, sendo que ambas contribuem para a pesquisa em Modelagem Matemática nos anos iniciais. Dada a flexibilidade de propor a Modelagem em sala de aula, nossas intenções são claramente olhar para diferentes atividades e diferentes constituições de Modelagem nos anos iniciais para, então, analisar com nossas lentes, conforme nossos objetivos de pesquisa.

4.1.1 O estudo de Tortola (2016)

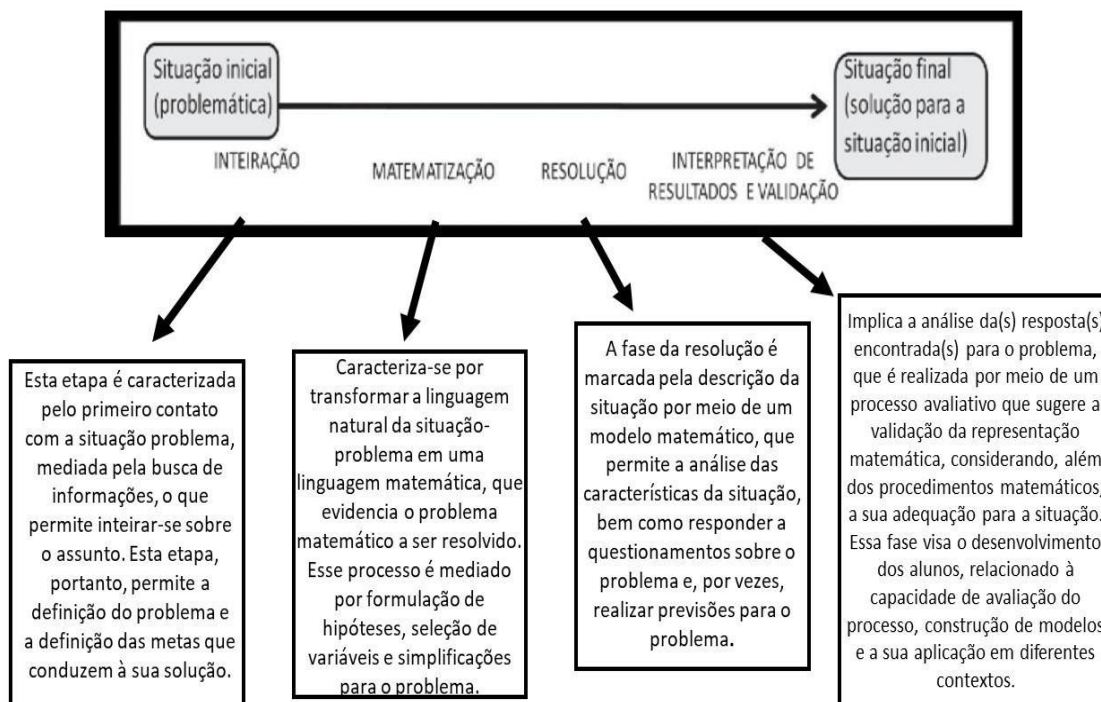
O estudo de Tortola (2016) foi orientado pela concepção de Modelagem segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), o que nos motiva a apresentar tal concepção, na intenção de compreender as atividades desenvolvidas por ele.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) consideram que a Modelagem é uma alternativa pedagógica em que um problema não essencialmente matemático é abordado por meio da Matemática. A possibilidade de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem é permeada pelo comportamento ativo dos alunos e do professor desde a definição de um problema, e não somente na resolução.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) definem que a Modelagem parte de uma situação inicial e se encaminha para uma situação final desejada, que representa uma possível solução para a problemática elencada na situação inicial. O processo que medeia o encaminhamento de uma situação à outra é o conjunto de procedimentos e conceitos necessários para a resolução (ou resoluções) do problema envolvido. Nesse contexto, a relação entre Matemática e realidade é fortalecida, por meio dos conhecimentos matemáticos e não matemáticos acionados e/ou produzidos durante todo o processo de Modelagem.

O conjunto de procedimentos proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012) é permeado por *fases*, que, segundo os autores, são necessárias para configurar e estruturar uma atividade de Modelagem. São elas denominadas *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados e validação*. O processo de Modelagem segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) é ilustrado por meio da Figura 4.1:

Figura 4.1 - Fases de Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Ao propor o trabalho com Modelagem em sala de aula por meio de fases, Almeida, Silva e Vertuan (2012) não atribuem linearidade ao processo; pelo contrário, as fases “[...] podem ocorrer de forma não linear, e constantes movimentos de ‘ida e vinda’ entre essas fases caracterizam a dinamicidade da atividade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16-17). Nesse caso, todo processo de Modelagem é envolvido em um constante movimento entre as fases que configuram os procedimentos necessários para caminhar da situação inicial para a situação final. É importante destacar que o modelo matemático referido na etapa da resolução por Almeida, Silva e Vertuan (2012) não configura necessariamente um modelo formalizado e generalizado matematicamente, mas um modelo que representa a situação em estudo por meio da Modelagem. Nesse caso, diferentes objetos de linguagem podem ser considerados como modelo (gráficos, desenhos, registros da resolução dos alunos, entre outros).

Pautado em tal concepção de Modelagem, o trabalho de Tortola (2016) foi orientado pela questão: “*Que configurações podem assumir atividades de modelagem Matemática desenvolvidas por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental?*” (TORTOLA, 2016, p. 28), em que investigar as *configurações* de Modelagem sinaliza o interesse “[...] em conhecer a forma que tomam atividades de Modelagem quando desenvolvidas por alunos dos anos iniciais e identificar características que essas atividades apresentam” (TORTOLA, 2016, p.

28). A partir dessas inquietações, Tortola (2016) desenvolveu 15 atividades de Modelagem com alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em uma Escola Municipal localizada na cidade de Terra Boa/PR. Das 15 atividades desenvolvidas, seis foram descritas na íntegra, e as restantes foram consideradas nas análises realizadas pelo pesquisador. Tortola (2016) relata que

[...] ao todo, 118 alunos atuaram como sujeitos da pesquisa por um período aproximado de três meses: 23 alunos do 1º ano – idade predominante: 6 anos; 21 alunos do 2º ano – idade predominante: 7 anos; 26 alunos do 3º ano – idade predominante: 8 anos; 31 alunos do 4º ano – idade predominante: 9 anos; e 17 alunos do 5º ano – idade predominante: 10 anos (TORTOLA, 2016, p. 33).

Segundo Tortola (2016), foi selecionada uma atividade desenvolvida com cada turma, e uma atividade desenvolvida com todas as turmas, para serem descritas na íntegra. As análises de Tortola (2016) foram realizadas por meio de uma interpretação filosófica da linguagem, pautada na perspectiva de Ludwig Wittgenstein, filósofo contemporâneo que “[...] revolucionou a forma de olhar para a linguagem e de compreender sua relação com o mundo; que entende a linguagem como parte de uma atividade, a partir de seus usos, dos *jogos de linguagem*” (TORTOLA, 2016, p. 72).

O planejamento das atividades desenvolvidas por Tortola (2016) teve respaldo nas *fases* propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), mediadas pelos encaminhamentos de Almeida e Dias (2004), denominados *momentos de familiarização*, em que a prática com Modelagem é desenvolvida de forma gradativa, mas não linear, “[...] como um *continuum* de ações que oferece aos alunos a oportunidade de, atividade a atividade, familiarizarem-se com os procedimentos do fazer modelagem Matemática, conquistando a cada momento mais autonomia e habilidades com relação a esse fazer [...]” (TORTOLA, 2016, p. 34). A escolha do tema das atividades foi realizada ora pelo professor e ora pelos alunos, conforme seus interesses (TORTOLA, 2016). O desenvolvimento das atividades foi realizado “[...] em grupos, formados por 2, 3, 4 ou todos os alunos, dependendo da atividade, do ano escolar e das circunstâncias” (TORTOLA, 2016, p. 91). A Figura 4.2 apresenta as 15 atividades, com quais turmas foram desenvolvidas e quais foram descritas na íntegra.

Figura 4.2 - Atividades desenvolvidas por Tortola (2016)

Turma que desenvolveu a atividade	Temática	Análise
Todas as turmas	Atividade 1: Crescimento das unhas	Descrita e analisada
	Atividade 2: Desafio do balde de gelo	Considerada nas análises
	Atividade 3: Coleta de lixo	Considerada nas análises
1º ano	Atividade 4.1: Neve	Descrita e analisada
	Atividade 4.2: Peixes	Considerada nas análises
2º ano	Atividade 4.3: Joanelha	Considerada nas análises
	Atividade 4.4: Tigres	Descrita e analisada
3º ano	Atividade 4.5: Recordes	Descrita e analisada
4º ano	Atividade 4.6: Animais em extinção	Considerada nas análises
	Atividade 4.7: Evolução do homem	Descrita e analisada
	Atividade 4.8: Sono	Considerada nas análises
5º ano	Atividade 4.9: Animais de estimação	Descrita e analisada
	Atividade 4.10: Cabelos	Considerada nas análises
	Atividade 4.11: Futebol	Considerada nas análises
	Atividade 4.12: Plantas	Considerada nas análises

Fonte: Tortola (2016, p. 93).

Além da descrição das seis atividades, como mostra a Figura 4.2, Tortola (2016) descreve separadamente, de forma detalhada, os encaminhamentos realizados pelos alunos em cada atividade. A descrição desses encaminhamentos nos fornece ricas contribuições e, assim, também constituem nosso *corpus*. A partir da leitura minuciosa das descrições das atividades e dos encaminhamentos realizados pelos alunos, selecionamos quatro atividades descritas na íntegra, conforme apresenta o Quadro 4.3:

Quadro 4.3 - Atividades selecionadas do trabalho de Tortola (2016)

Turma	Temática
1º	Neve
2º	Tigres
3º	Recordes
4º	Evolução do Homem

Fonte: Os autores

A atividade com a temática *Crescimento das Unhas*, desenvolvida com todas as turmas e a atividade *Animais de Estimação*, desenvolvida pelo 5º ano, ambas descritas na íntegra, foram descartadas de nosso *corpus*. Como a atividade selecionada do trabalho de Zanella (2016) já contempla o 5º ano, optamos por selecionar as atividades desenvolvidas por

Tortola (2016) do 1º ao 4º ano do Ensino Fundamental, de modo a trazer uma atividade para cada ano, conforme mencionamos anteriormente.

4.1.2 O estudo de Zanella (2016)

O estudo de Zanella (2016) foi orientado pelo objetivo geral “*identificar e caracterizar as estratégias de resolução de situações multiplicativas de isomorfismo de medidas em atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas por alunos alemães e brasileiros, à luz da Teoria dos Campos Conceituais e da Modelagem Matemática enquanto competência*” (ZANELLA, 2016, p. 22).

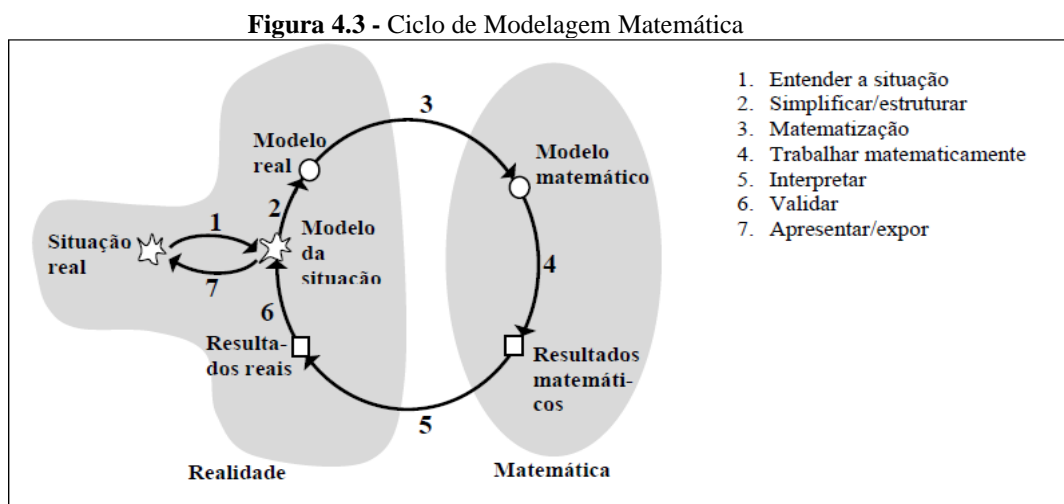
É importante destacar que a concepção de Modelagem assumida por Zanella (2016)¹ é diferente da concepção que assumimos nesta pesquisa (BARBOSA, 2001, 2004, 2007), portanto, apresentamos a concepção de Modelagem segundo Blum (2006), assumida pela autora.

Blum (2006) reconhece que há diferentes maneiras de interpretação acerca do que é Modelagem Matemática, desde visões mais restritas de como configurar um modelo adequado a uma situação real, até a problemas que podem ser aplicados com sentido mais amplo. De forma geral, Blum (2006) considera que a Modelagem pode ser entendida como uma maneira de resolver problemas oriundos do mundo real por meio de modelos encontrados com o auxílio da Matemática. Nesse caso, a Modelagem é uma maneira de estabelecer conexão entre a Matemática e o mundo real. Segundo Zanella (2016), na perspectiva de Blum (2006), a situação inicial tem uma problemática como ponto de partida e diferentes estratégias e procedimentos são utilizados, sendo os alunos primeiramente envolvidos em uma investigação acerca do problema para, posteriormente, trabalharem matematicamente e encontrarem resultados que visem “[...] desenvolver um modelo real, a partir de dados reais e simplificações para que, por meio do processo de matematização, se possa desenvolver um modelo matemático” (ZANELLA, 2016, p. 35).

Para que a Modelagem aconteça, algumas características são admitidas por Blum (2006). Esse processo pode ou não acontecer de forma sequencial, dependendo das ações dos alunos e das estratégias utilizadas, uma vez que pode ocorrer a necessidade de voltar à

¹ Pautada em sua concepção, Zanella (2016) chama o trabalho com Modelagem de *tarefas de Modelagem*. Nós assumimos o pressuposto de que seu trabalho, mesmo que desenvolvido segundo outra concepção, constitui ambientes de aprendizagem de Modelagem e, ademais, as ações que configuram esse trabalho podem ser analisadas conforme as lentes epistemológicas da Teoria da Atividade. Portanto, nesta pesquisa, padronizamos como *ambiente de aprendizagem de Modelagem e atividades de Modelagem*.

situação inicial ou ao processo de matematização para reorganizar algumas ações que configuram a validação da resposta final encontrada. Nesse sentido, Blum (2006) propõe o processo de Modelagem em sala de aula por meio de um processo conhecido como *ciclo de modelagem*, conforme descreve a Figura 4.3. Para Zanella (2016), o ciclo de modelagem segundo Blum (2006) é, portanto, caracterizado por um movimento espiral que configura as ações e estratégias estabelecidas para a resolução da problemática.



Fonte: Blum (2006, p. 9), traduzido por Zanella (2016, p. 35).

Ao encontro do que Almeida, Silva e Vertuan (2012) propõem, o ciclo de modelagem de Blum (2006) pode ser sintetizado “[...] em termos de uma situação inicial – referente à problemática em estudo, e uma situação final – referente ao modelo matemático, que representa uma resolução ao problema e vários procedimentos que permitem a passagem entre a situação inicial e final (modelo)” (ZANELLA, 2016, p. 37). Entretanto, em alguns outros aspectos, as nuances entre as propostas desses dois autores podem diferenciar-se, a exemplo dos conteúdos matemáticos. Segundo Zanella (2016), em uma atividade de Modelagem planejada por meio das lentes do ciclo de modelagem de Blum (2006), os conceitos matemáticos precisam ser selecionados *a priori* pelo professor, embora seja comum que nas ações dos alunos outros conceitos possam surgir. Já para Almeida, Silva e Vertuan (2012), os conceitos matemáticos envolvidos emergem da situação problema e, muito embora seja necessário planejamento por parte do professor, os conteúdos não são determinados *a priori*, ou seja, a Modelagem acontece como um processo que não é desenvolvido com foco em um conteúdo específico. Isso porque o foco da atividade de Modelagem é a resolução do problema.

Por ter um olhar voltado para a Didática da Matemática, a preocupação de Blum (2006) se dá acerca de como os alunos lidam com as atividades de Modelagem, que são desenvolvidas de forma não-rotineira, haja vista que as atividades mais abertas implicam em criar estratégias e apresentar uma (ou mais de uma) solução, em vez de apresentar um número como resultado. Os modelos criados pelos alunos podem, portanto, descrever uma situação real; entretanto, não é necessário que seja um modelo novo para ser validado. Dessa forma, os modelos podem possibilitar aos alunos “[...] resolver, descrever, simplificar, revisar e refinar suas ideias (validar), bem como utilizar uma variedade de meios de representações para explicar as estratégias utilizadas” (ZANELLA, 2016, p. 38).

Pautada nessa concepção de Modelagem, Zanella (2016) desenvolveu e descreveu oito atividades de Modelagem na íntegra, sendo quatro desenvolvidas com alunos brasileiros do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma Escola de Educação Integral da Rede pública Municipal de Ensino de Maringá/PR, e quatro desenvolvidas com alunos alemães da 4ª série da Escola Primária da Alemanha. Por entendermos que a natureza dos sistemas de ensino nesses dois países se diferencia, e a fim de mantermos a regularidade nas atividades selecionadas, descartamos as atividades desenvolvidas na Alemanha e selecionamos *uma* dentre as quatro desenvolvidas no Brasil, visto que autora trabalhou todas as atividades com o 5º ano e que optamos por selecionar uma atividade desenvolvida com cada ano de escolaridade no nível dos anos iniciais, conforme supracitado.

Colaboraram com a pesquisa de Zanella (2016) no Brasil somente os alunos que entregaram a autorização assinada pelos pais ou responsáveis, por meio do Termo de Consentimento Livre Esclarecido. Dessa forma, 9 alunos participaram do desenvolvimento das atividades, divididos em dois grupos, com 5 e 4 alunos respectivamente. Segundo Zanella (2016), a formação dos grupos ocorreu por escolha livre dos participantes e foi mantida em todas as atividades. Os grupos foram “[...] denominados Grupo E (alunos: E1, E2, E3, E4) e Grupo F (F1, F2, F3, F4 e F5) [...]” (ZANELLA, 2016, p. 192).

As atividades desenvolvidas no Brasil não tiveram autorização serem gravadas em áudio e vídeo. O registro da coleta dos dados aconteceu por meio de anotações em diário de campo, dos registros produzidos nas atividades pelos alunos e das entrevistas escritas e, dessa forma, foi necessária a presença de um assistente de pesquisa (Pesquisador F) para acompanhar um grupo, enquanto a pesquisadora (Pesquisador E) acompanhava o outro (ZANELLA, 2016).

Zanella (2016) utilizou o ciclo de Modelagem Matemática proposto por Blum (2006) na seleção e organização das atividades que propôs em seu estudo, de modo que os

encaminhamentos da atividade priorizassem a identificação de competências desenvolvidas nas ações dos alunos (ZANELLA, 2016). Na Figura 4.4, apresentamos as quatro atividades desenvolvidas pela pesquisadora com alunos brasileiros.

Figura 4.4 - Atividades desenvolvidas por Zanella (2016) com alunos brasileiros

Data: 2015	Duração: em minutos	Título da Tarefa	Objetivo	Princípios Orientadores
21/09	75	Altura da Catedral de Maringá	Determinar a quantidade de crianças necessárias para atingir a medida da altura da Catedral de Maringá.	Números e Operações; Grandezas e Medidas.
23/09	75	Congestionamento em Maringá.	Determinar a quantidade de pessoas que se encontram em um congestionamento de mil e quinhentos (1500) metros.	
28/09	75	Peças do Lego.	Determinar a quantidade de peças de Lego para construir uma casa, cujas paredes têm quarenta (40) centímetros de altura.	
30/09	90	Bebendo água.	Determinar a quantidade de água que uma criança de 10 anos bebeu desde o seu nascimento.	

Fonte: Zanella (2016, p. 191).

A partir da leitura detalhada das quatro atividades apresentadas na Figura 4.4, selecionamos a atividade *Altura da Catedral de Maringá*, por considerarmos que é a que mais contribui para nosso objeto de pesquisa, de acordo com a descrição e as inferências realizadas pela autora ao descrevê-la. É importante destacar que Zanella (2016) utiliza o conceito de campo conceitual da estrutura multiplicativa, pautada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, em suas análises, a partir de situações de Modelagem capazes de promover a mobilização de competências multiplicativas de isomorfismo de medidas pelos alunos. Portanto, as atividades desenvolvidas por Zanella (2016) foram planejadas com essas intencionalidades, o que influencia em suas descrições.

Após a seleção, codificamos as atividades¹ selecionadas dos trabalhos de Zanella (2016) e Tortola (2016), organizadas conforme mostra o Quadro 4.4.

Quadro 4.4 - Atividades selecionadas para o Corpus

Código	Tema da Atividade	Ano de Escolaridade	Desenvolvida por
A1	Neve	1º ano	Tortola (2016)
A2	Tigres	2º ano	Tortola (2016)

¹ Utilizamos os códigos A1, A2, A3, A4 e A5 para designar as atividades desenvolvidas, de acordo com cada ano de escolaridade. Entretanto, ressaltamos que nos fragmentos analisados poderão aparecer códigos utilizados por Tortola (2016) e Zanella (2016).

A3	Recordes	3º ano	Tortola (2016)
A4	Evolução do Homem	4º ano	Tortola (2016)
A5	Altura da Catedral de Maringá	5º ano	Zanella (2016)

Fonte: Os autores

É importante frisar que, além da descrição das atividades selecionadas, também são consideradas nas nossas análises as inferências realizadas pelos autores das teses em relação aos encaminhamentos realizados pelos alunos no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Isso porque as interpretações descritas em ambos os estudos se caracterizam como ricas contribuições aos nossos dados, uma vez que são descritas particularidades observadas pelos pesquisadores no desenvolvimento das atividades e, dessa forma, fazem parte de nosso *corpus* de análise.

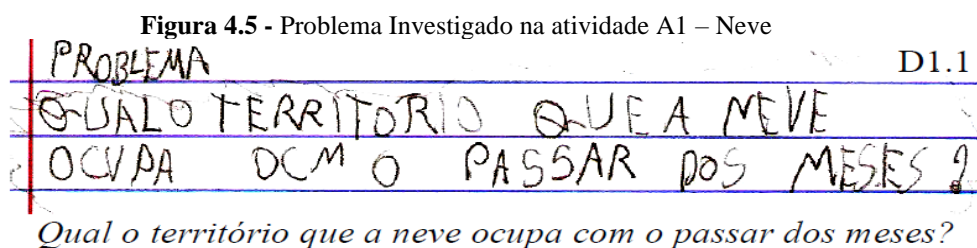
Uma vez selecionado o *corpus* do estudo, apresentamos, nas seções que se seguem, o desenvolvimento de cada atividade em sala de aula, de acordo com a descrição dos autores que as desenvolveram.

4.1.3 AI – Neve

A atividade que Tortola (2016) nomeou como *Neve* teve o tema escolhido por um grupo de alunos do 1º ano, com idade predominante de seis anos. A escolha foi justificada por um filme infantil com boa repercussão entre as crianças, em que o cenário era formado por neve. Os procedimentos foram respaldados no terceiro momento de familiarização propostos por Almeida e Dias (2004), o que indica que os alunos tiveram maior autonomia durante o processo de Modelagem.

Conforme Tortola (2016), mesmo tendo sido convidados a fazerem pesquisa sobre o tema, os alunos não trouxeram muitas informações. Consciente dessa realidade, uma vez que já havia sido informado pela professora regente que os alunos não tinham familiaridade com atividades investigativas, Tortola (2016) se antecipou em realizar uma pesquisa sobre o tema, a fim de disponibilizar informações para os alunos, possibilitando que a atividade fosse desenvolvida conforme planejado e para a formulação do problema a ser investigado. Para isso, Tortola (2016) selecionou informações com linguagem acessível, de acordo com a idade, e, especialmente que pudessem favorecer o engajamento na atividade.

A leitura das informações foi realizada por alguns alunos já alfabetizados, orientados e auxiliados pelo pesquisador. Diversas discussões surgiram acerca de como se forma a neve, temperatura, estações do ano e do porquê não neva no Brasil. As informações foram registradas pelo pesquisador, a partir da relevância de interesse demonstrada pelos alunos. O problema a ser investigado foi registrado por um dos alunos¹, conforme mostra a Figura 4.5:



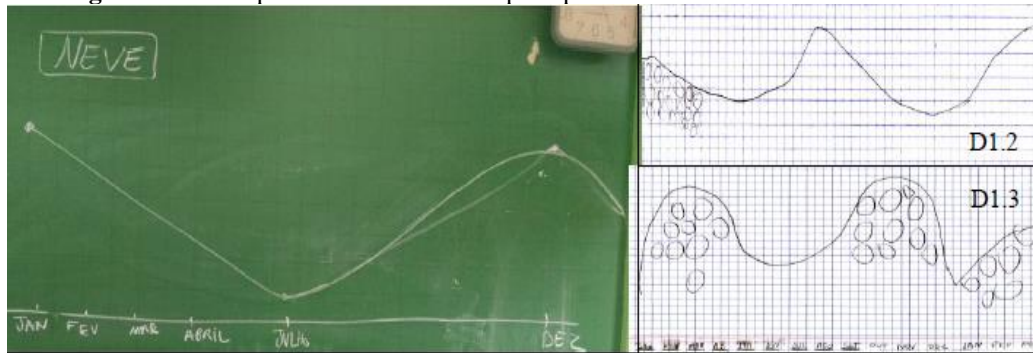
Fonte: Tortola (2016, p. 105).

Tortola (2016, p. 105) relata que a questão investigada pelos alunos foi: *Qual é a área do território mundial que é ocupada por neve ao longo do tempo?* A questão foi formulada, especialmente, a partir de um *gif* animado, que demonstra como se comporta a formação de neve no cenário global de acordo com a temperatura média do ar. A partir das informações registradas pelos alunos e pela legenda de cores do *gif*, eles perceberam que como “[...] neva apenas em lugares cuja temperatura do ar está abaixo de 0 °C, eles inferiram que essas cores indicam também, ao longo dos meses, a área ou extensão do território mundial que é ocupada por neve” (TORTOLA, 2016, p. 106).

A partir dessas constatações, os alunos notaram as áreas em que neva ao longo dos meses e realizaram registros que se aproximam de gráficos matemáticos, conforme demonstra a Figura 4.6.

¹ Para preservar a identidade dos alunos, participantes da pesquisa, nas descrições das atividades, Tortola (2016) atribuiu “[...] a cada aluno um código, de acordo com a atividade desenvolvida, o qual utilizamos para nos referir a ele. O código indica: a atividade, A para a primeira atividade desenvolvida pelo aluno, B para a segunda, C para a terceira e D para a quarta; a série, 1 para o 1º ano, 2 para o 2º ano, e assim por diante; e o aluno, cuja numeração está de acordo com a ordem em que seu nome aparece na lista de nomes de cada turma fornecida pela escola ao pesquisador. Dessa forma, chamamos de A1.3, por exemplo, o 3º aluno da lista de nomes do 1º ano, referente à sua atuação na primeira atividade” (TORTOLA, 2016, p. 93). Os códigos utilizados por Tortola (2016) são preservados nas citações e fragmentos de análise em que aparecem, mas, em nossas inferências e análises, utilizaremos os códigos das atividades conforme descritos no Quadro 4.4 e dos fragmentos conforme detalhados no capítulo 5.

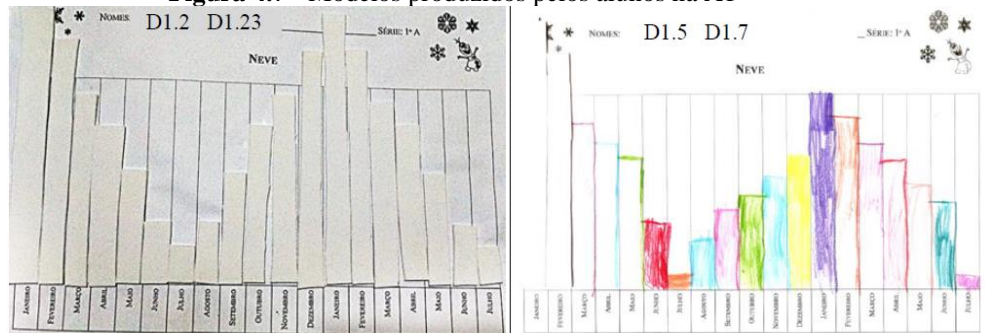
Figura 4.6 - Comportamento da área ocupada por neve no território mundial



Fonte: Tortola (2016, p. 106).

A partir dos esboços realizados pelos alunos, conforme apresentado na Figura 5.1.2, Tortola (2016) desenvolveu um material manipulável, produzido com E.V.A, para que os alunos produzissem modelos que atendessem à formalidade Matemática. Os modelos produzidos pelos alunos nessa atividade são apresentados na Figura 4.7.

Figura 4.7 - Modelos produzidos pelos alunos na A1



Fonte: Tortola (2016, p. 107).

Para Tortola (2016, p. 107), “o modelo sinaliza a periodicidade associada ao fenômeno, e, para sua construção, os alunos utilizaram, principalmente, conceitos associados à ordenação e à comparação”. Para finalizar essa atividade, os alunos apresentaram seus modelos, discutiram sobre eles, e tiveram a oportunidade para esclarecerem possíveis dúvidas a respeito dos resultados alcançados.

4.1.4 A2 – Tigres

Tortola (2016) afirma que os alunos do 2º ano participantes de seu estudo demonstraram interesse em investigar sobre diversos temas; entretanto, o tema que mais se destacou foi sobre animais, âmbito no qual foram sugeridos jacarés, tigres, joaninhas, dentre outros.

Conforme orientado pelo pesquisador, os alunos escolheram dois temas para serem investigados, sendo um deles o tema *Tigres*.

Tortola (2016) relata que orientou os alunos a pesquisarem sobre o tema em parceria com a professora regente da turma, que se responsabilizou por recordá-los sobre a pesquisa de informações para que a atividade fosse desenvolvida. Tortola (2016, p. 108) afirma que “alguns alunos trouxeram recortes de reportagens, trechos de textos da internet ou de livros, com informações que contribuíram com a discussão a respeito do tema”. O pesquisador também se antecipou em disponibilizar algumas informações sobre os tigres para serem discutidas, conforme mostra a Figura 4.8.

Figura 4.8 - Informações levadas pelo pesquisador sobre o tema Tigres
A respeito dos Tigres

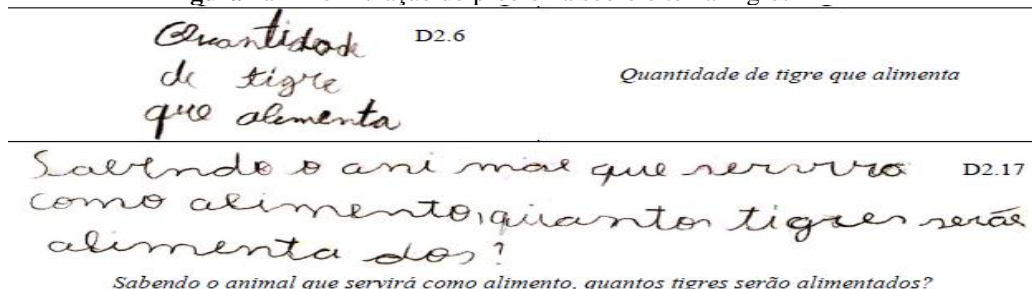
- Classe: Mamíferos
- Ordem: Carnívoros
- Comprimento: Varia de 1,42 m a 2,60 m, até a raiz da cauda. A cauda pode ter mais de 1 metro.
- Altura: 90 a 100 cm
- Período de gestação: 100 a 108 dias
- Filhotes: 1 ninhada (1 a 4 filhotes) a cada 3 anos.
- Tempo de vida: O tempo de vida médio de um tigre é de 20 anos.
- As listras da cara do tigre são como a impressão digital de uma pessoa. Não há duas pessoas com a mesma impressão, assim como não há dois tigres com o mesmo padrão de listras.
- Quando faminto, um tigre pode comer até 45 quilos de carne em uma só refeição. Isso equivale a 1/5 do seu próprio peso.
- Os tigres são suficientemente fortes para arrastar grandes presas por longas distâncias. Um único tigre, por exemplo, pode puxar um búfalo-indiano que pesa cerca de 900 quilos. Para locomover um peso tão grande seriam necessários cerca de 14 homens fortes.



Fonte: Tortola (2016, p. 109).

Tortola (2016) relata que, durante as discussões, os alunos eram questionados sobre o que queriam investigar sobre o tema. Demonstrando interesse sobre a alimentação dos tigres, um problema foi formulado pelos alunos, conforme mostra a Figura 4.8.

Figura 4.9 - Formulação do problema sobre o tema Tigres



Fonte: Tortola (2016, p. 109).

Para investigarem essa questão, outras considerações foram realizadas, a exemplo de quais animais servem de alimento para os tigres e de qual o peso desses animais. Para elucidar as informações, os alunos fizeram uma tabela com o peso médio de alguns animais que servem de alimento para os tigres, sendo que o escolhido inicialmente para a resolução do problema foi o búfalo, com peso aproximado de 900 quilogramas.

Utilizando o *material dourado*, os alunos representaram o peso médio do búfalo. Para isso, Tortola (2016) relata que orientou as discussões sobre as representações do *material dourado*. De acordo com as informações pesquisadas para a atividade, os alunos consideraram que cada tigre se alimenta com 45 quilogramas. Com a utilização de giz, os alunos pintaram no *material dourado* cubinhos de 45 em 45, como estratégia para solucionar o problema *quantos tigres um búfalo de 900 quilogramas pode alimentar*. A Figura 4.10 demonstra o diálogo para chegarem a essa estratégia de resolução.

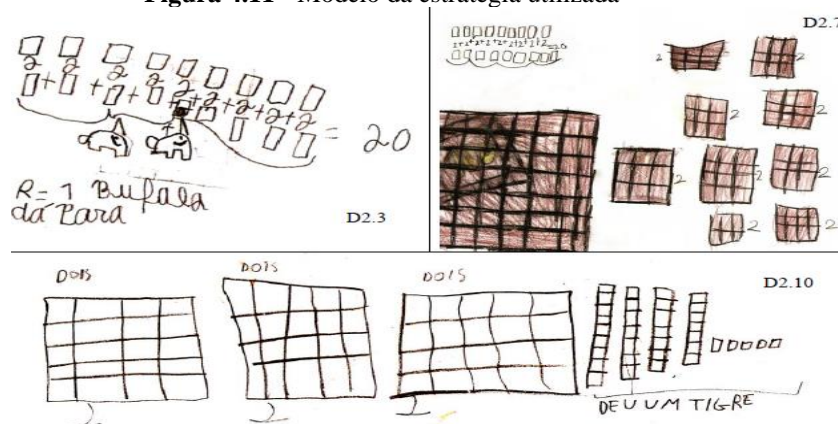
Figura 4.10 - Diálogo sobre o problema com o tema Tigres

- P: *Pessoal, quantos quilos [de carne] um tigre come em sua refeição?*
D2.10: *Quarenta e cinco.*
P: *Quarenta e cinco. Então quantos cubinhos a gente vai pintar para representar quarenta e cinco? [...] Quantos cubinhos precisa pintar?*
D2.2: *Quarenta e cinco.*
P: *Quarenta e cinco, né? Então, vocês pintem quarenta e cinco... Será que dá para pintar mais quarenta e cinco? E depois mais quarenta e cinco? Quantos "quarenta e cinco" dá para pintar?*
D2.6: *Dois [fala baixo].*
P: *Por que cada quarenta e cinco não corresponde a um tigre? Então descubram quantos tigres dá para pintar [para alimentar].*

Fonte: Tortola (2016, p. 111).

Os alunos foram orientados pelo pesquisador a registrarem a sua estratégia, visto que o *material dourado* foi utilizado para auxiliar nas compreensões. Os alunos perceberam que a cada centena de quilogramas, dois tigres poderiam ser alimentados e sobraria uma dezena. Ao fim da pintura das nove centenas do *material dourado* que utilizaram, constataram que 9 dezenas restaram, o que seria suficiente para alimentar exatamente mais dois tigres. O modelo matemático para a estratégia adotada é apresentado na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Modelo da estratégia utilizada



Fonte: Tortola (2016, p. 112).

Essa estratégia foi utilizada da mesma forma para verificar sobre outros animais que podem alimentar os tigres. Segundo Tortola (2016), após as resoluções do problema, os modelos matemáticos foram discutidos, e os resultados, socializados.

4.1.5 A3 – Recordes

A atividade intitulada *Recordes* foi inspirada pela primeira atividade desenvolvida por Tortola (2016), denominada *Crescimento das Unhas*, em que o pesquisador levou informações sobre uma mulher que havia alcançado um recorde de unhas mais compridas do mundo. O interesse dos alunos do 3º ano em investigar recordes se intensificou ao passo em que as atividades eram desenvolvidas, e se consolidou quando foram convidados a escolherem um tema para investigação. Dentre outros temas sugeridos, o tema *recordes* se destacou entre os grupos de alunos do 3º ano, sendo então o escolhido.

Assim como nas atividades A1 e A2, Tortola (2016) relata que solicitou aos alunos que pesquisassem a respeito do tema. Os alunos, por sua vez, trouxeram informações que relatavam sobre recordes mundiais de seus interesses. Desse modo, “os recordes pesquisados pelos alunos foram anotados pelo professor no quadro. Os alunos foram, então, questionados sobre o que era possível investigar, que problema poderia ser definido diante das informações pesquisadas” (TORTOLA, 2016, p. 113). Tortola (2016) afirma que os alunos precisaram de orientações e esclarecimentos para definirem o problema a ser investigado, conforme mostra o diálogo presente na Figura 4.12.

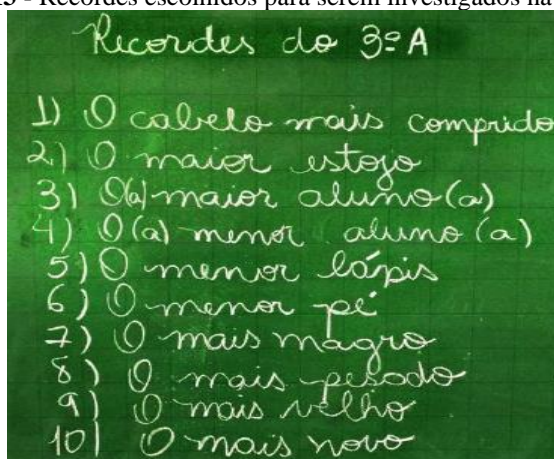
Figura 4.12 - Diálogo com orientações para definição do problema da A3

- P: *O que dá para gente pesquisar?*
D3.18: *O maior oceano.*
P: *Isso vocês já pesquisaram. Isso é informação que a gente já tem. O que são esses recordes? Por que eles são recordes?*
[...]
D3.24: *Ah já sei, porque causa que eles... porque cada um deles... ninguém conseguiu alcançar o recorde deles.*
P: *Isso, ninguém conseguiu alcançar, é o mais, o maior, o mais velho, o menos, o menor, o mais novo...*
[...]
P: *Pessoal, a gente não quer pesquisar novos recordes, porque é só ir lá e olhar e pesquisar, por que a gente não faz os nossos recordes aqui da sala?*
Alunos: *Sim! Sim.*

Fonte: Tortola (2016, p. 113).

Tortola (2016) afirma que os alunos se empolgaram em descobrir outros recordes e gostaram da ideia de investigarem recordes entre a própria turma. O problema a ser investigado nesta atividade foi definido pela questão: *Como se encontram recordes?* (TORTOLA, 2016, p. 114). O primeiro passo da investigação consistiu em definir quais aspectos seriam investigados e determinar quem seriam os recordistas da turma em relação a cada aspecto definido. Algumas sugestões foram dadas pelos alunos, e ficou acordado que os aspectos investigados seriam os da lista apresentada na Figura 4.13.

Figura 4.13 - Recordes escolhidos para serem investigados na A3



Fonte: Tortola (2016, p. 114).

Os alunos foram questionados acerca de como encontrariam cada um dos recordes escolhidos para serem investigados na turma, como proceder, quais instrumentos utilizar em

cada um, e quais alunos poderiam concorrer aos recordes. O diálogo apresentado na Figura 4.14 demonstra discussões iniciais sobre o recorde *o cabelo mais comprido*.

Figura 4.14 - Discussões sobre o primeiro recorde na A3






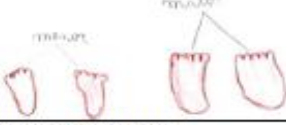




- P: Como que dá para gente medir o cabelo mais comprido?*
D3.9: Uma régua.
D3.8: Uma fita métrica.
D3.3: Fita métrica.
D3.2: Uma trena, régua...
P: Régua é mais difícil, eu acho que fita métrica é melhor, o que vocês acham?
Alunos: É.
P: Porque será que a fita métrica é melhor?
Alunos: Porque ela estica mais.
P: A régua não é flexível, né?

Fonte: Tortola (2016, p. 114).

Tortola (2016) relata que algumas estratégias foram adotadas pelos alunos para a resolução do problema de cada recorde elencado. Por exemplo, para o recorde *o maior estojo* ficou estabelecido que tanto estojos mais largos como mais compridos seriam recordistas, ou seja, foram adotados dois tipos de recordes. Sobre quem iria ser investigado em cada recorde, os alunos definiram, por meio de discussões e diálogos sobre cada aspecto investigado. Por exemplo, ficou acordado que o recorde de cabelo mais comprido da turma seria de uma menina, uma vez que todos os meninos da turma tinham corte de cabelo curto. Desse modo, “para cada recorde foi realizada uma medição dos concorrentes utilizando instrumentos e estratégias consideradas pelos alunos como apropriadas e as unidades de medidas correspondentes e conversões foram colocadas em discussão” (TORTOLA, 2016, p. 115).

Ao fim da atividade, um livro de recordes do 3º ano foi elaborado pelos alunos, conforme mostra a Figura 4.15:

Figura 4.15 - Livro de recordes elaborado na A3

<p>1) O cabelo mais comprido 1º lugar: D3.16, 67 cm 2º lugar: D3.1, 63 cm</p> 	<p>2) O maior estojo Mais comprido: D3.21 e D3.13, 23 cm Mais largo: D3.15, 11 cm</p> 
<p>3) O maior aluno 1º lugar: D3.4, 1 metro e 51 centímetros (1,51 m) 2º lugar: D3.6, 1 metro e 50 centímetros (1,5 m)</p> 	<p>4) O menor aluno 1º lugar: D3.25, 1 metro e 23 centímetros (1,23 m) 2º lugar: D3.11, 1 metro e 25 centímetros (1,25 m)</p> 
<p>5) O menor lápis 1º lugar: D3.24, 17 mm ou 1,7 cm 2º lugar: D3.6 e D3.17, 19 mm ou 1,9 cm</p> 	<p>6) O menor e o maior pé 1º lugar: D3.4, 18 centímetros e 8 milímetros (18,8 cm) 2º lugar: D3.6, 25 centímetros e 2 milímetros (25,2 cm)</p> 
<p>7) A mais magra 1º lugar: D3.10, 52 cm de barriga 2º lugar: D3.11, 54 cm de barriga</p> 	<p>8) O mais pesado e a mais leve Mais pesado: D3.6, 73 kg Mais leve: D3.11, 23 kg</p> 
<p>9) O mais velho D3.6: 9 anos, nasceu 20 de maio de 2006</p> 	<p>10) A mais nova 1º lugar: D3.19, nasceu 25 de dezembro de 2007, 7 anos 2º lugar: D3.14, nasceu 7 de dezembro de 2007, 7 anos</p> 

Fonte: Tortola (2016, p. 116).

A socialização entre os grupos aconteceu por meio do compartilhamento dos livros de recordes elaborados e com o pesquisador por meio do quadro negro, uma vez que Tortola (2016) afirma que todos os recordes investigados foram registrados no quadro. Para Tortola (2016),

Com essa atividade, além de discutirem diferentes unidades de medida e os instrumentos apropriados para cada medição, os alunos também discutiram a noção de distância e a noção de todo, pois os recordistas determinados eram os recordistas entre os alunos do 3º ano, daquela turma em particular e, possivelmente, se comparados com outras turmas – outras populações – os recordes registrados poderiam ser batidos. Tais discussões revelam uma simplificação da situação, uma vez que os recordes foram definidos dentro de um conjunto restrito de pessoas: os alunos do 3º ano.

A Matemática envolvida na resolução diz respeito, principalmente, ao uso de instrumentos de medida, leitura e comparações de números [...] (TORTOLA, 2016, p.117).

Tortola (2016) considerou como modelos matemáticos as respostas dos alunos sobre como encontrariam recordes, como: *Medindo e depois comparando os resultados*. Essa consideração justifica-se pelo fato de que foi seguindo essas orientações que os alunos conseguiram desenvolver resultados e validar as respostas, de acordo com as informações pesquisadas.

4.1.6 A4 – Evolução do Homem

No 4º ano, dois grupos de alunos demonstraram interesse em pesquisar sobre a *evolução do homem*. Conforme realizado com outras turmas, Tortola (2016) relata que solicitou aos alunos, predominantemente com idade de 9 anos, que trouxessem informações sobre o tema. Os alunos pesquisaram várias informações, dentre as quais textos disponíveis na *internet* sobre as etapas da evolução humana e sobre a Teoria da Evolução.

Antecipando-se para complementar os dados trazidos pelos alunos, caso necessário, Tortola (2016) disponibilizou aos alunos uma reportagem intitulada *As pessoas mais altas são mais saudáveis?* e solicitou aos alunos que lessem as informações que trouxeram e as disponibilizadas por ele, para pensarem sobre as possibilidades para formulação de uma pergunta relacionada ao tema para ser investigada.

Os alunos de um grupo entenderam que deveriam formular perguntas a respeito da leitura dos textos, o que, segundo Tortola (2016), contribuiu para a familiarização com o tema. Desse modo, “perguntas como *o que é evoluir, a evolução foi boa?, o que veio antes dos humanos? E herdamos a inteligência dos primatas?* São exemplos das formulações dos alunos” (TORTOLA, 2016, p. 119). Para que os alunos conseguissem evoluir na formulação do problema a ser investigado, Tortola (2016) explicou que um problema deveria ser formulado, e não somente questões para buscarem respostas nos textos. Assim, a partir de uma pergunta presente em uma das reportagens, os alunos conseguiram encontrar um problema a ser investigado. A Figura 4.16 mostra o diálogo realizado pelos alunos na definição do problema.

Figura 4.16 - Discussões do primeiro grupo para definição do problema

- D4.16: *As pessoas altas são mais saudáveis? (Lê o título da reportagem).*
D4.23: *Já acabaram? Já acabaram? Eu vou começar a ler o texto.*
D4.16: *Ow, ow... (chama os colegas) D4.23, tem uma pergunta aqui e tem o texto.*
D4.23: *Depois lê esse também.*
D4.16: *Não você já não entendeu? Tem uma pergunta... no texto, se a gente pegar essa pergunta, a gente vai ver as resposta aqui.*
D4.23: *Boa! Esperta.*

Fonte: Tortola (2016, p. 119).

Os alunos do outro grupo demonstraram interesse em um gráfico sobre o tamanho dos brasileiros, presente na mesma reportagem que o grupo anterior utilizou. O gráfico utilizado indicava “[...] com base em informações fornecidas pelo exército brasileiro, a média de altura dos recrutas do serviço militar no período de 1990 a 2010, década a década” (TORTOLA, 2016, p. 120). A Figura 4.17 apresenta o diálogo dos alunos do segundo grupo para a definição do problema.

Figura 4.17 - Discussões do segundo grupo para definição do problema

- P: Então com os passar dos anos, o que está acontecendo com a altura dos brasileiros?*
- D4.31: Está crescendo.*
- P: Está crescendo. E de quanto em quanto será que está crescendo? Será que se vocês acharem...*
- D4.31: De dez em dez.*
- P: Não sei, está aumentando o tempo de dez em dez! Estou perguntando a altura. Se vocês olharem aqui (aponta para o gráfico), de dez em dez, será que vai continuar crescendo?*
- D4.31: Vai.*
- P: Parece que vai. Será que vai ou parece que vai?*
- D4.31: Vai, porque o ser humano cresce mais.*
- [...]*
- P: Olha não está passando de dez em dez anos?*
- Alunos: Está.*
- P: Se passar dez anos será que vai aumentar [a altura]?*
- Alunos: Vai.*
- P: E quanto será que vai ser a altura? Dá para pesquisar qual vai ser a altura nos próximos dez anos.*

Fonte: Tortola (2016, p. 120).

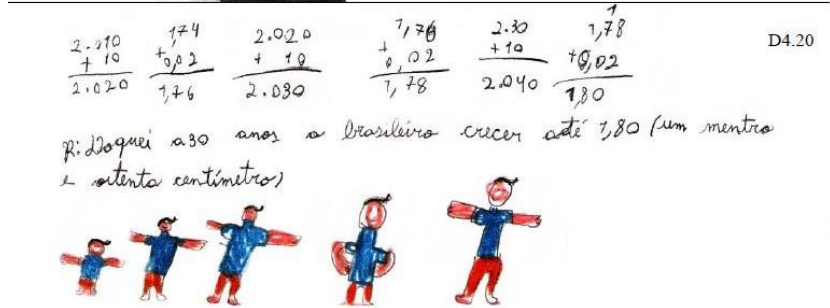
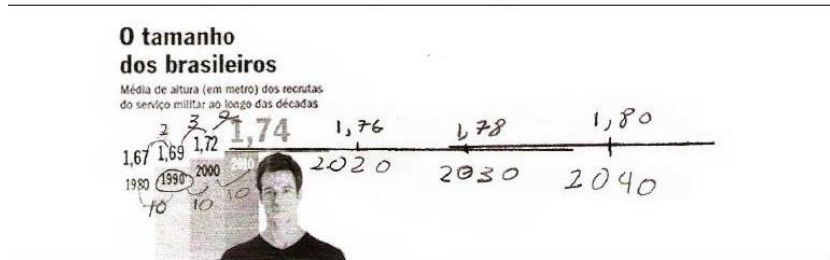
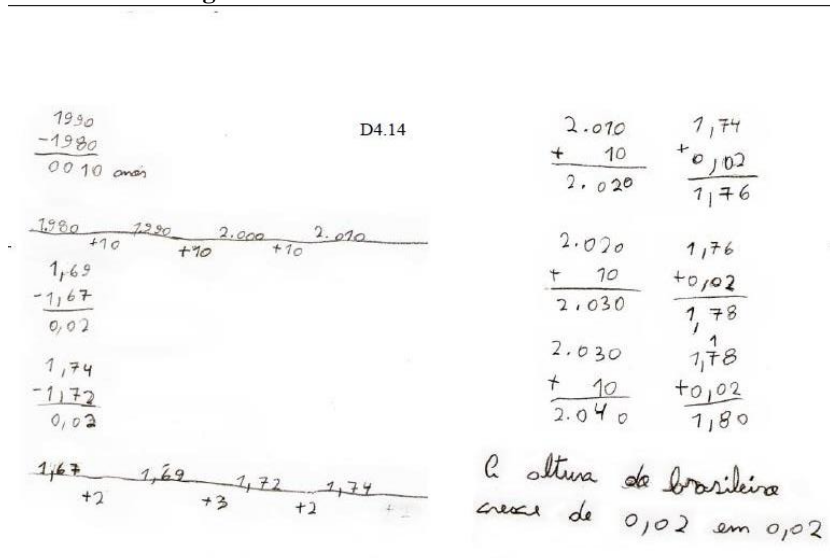
A partir do diálogo apresentado na Figura 5.4.2, os alunos definiram a questão: *Em média quantos centímetros o brasileiro vai crescer nos próximos anos?* (TORTOLA, 2016, p. 120). Para Tortola (2016),

Apesar de os textos utilizados nos enunciados das perguntas serem diferentes, os alunos de ambos os grupos investigaram problemas semelhantes. Ambos analisaram o crescimento da média de altura dos brasileiros ao longo do tempo e estimaram a média de altura para as próximas décadas. E, considerando que o comportamento do crescimento dos homens nos próximos anos permanecerá o mesmo que o apresentado pelas informações, a estratégia de resolução utilizada pelos alunos foi identificar a regularidade no crescimento da estatura dos homens nas últimas décadas (TORTOLA, 2016, p. 120).

Os alunos dialogaram, sob a orientação do pesquisador, para que conseguissem estabelecer a regularidade apresentada no gráfico, para que pudessem estimar a altura dos brasileiros nos próximos anos. Desse modo, conseguiram entender que, a cada década, a diferença de altura era de 2 centímetros. A partir desses esclarecimentos, produziram modelos

matemáticos por meio dos cálculos realizados, utilizando as informações do gráfico. A Figura 4.18 mostra os modelos matemáticos produzidos pelos alunos.

Figura 4.18 - Modelos Matemáticos



Fonte: Tortola (2016, p. 120-121).

Em relação à atividade A4, Tortola (2016) afirma que, após os alunos inferirem acerca da regularidade dos dados, calcularam a estimativa de estatura média do brasileiro para os próximos anos. Utilizando, portanto, a hipótese de que *a altura média aumenta de dois em dois*, foi possível chegar a um modelo, que foi socializado e compartilhado entre os grupos.

4.1.7 A5 – Altura da Catedral de Maringá

Zanella (2016) inspirou-se em Blum e Ferri (2009) para o desenvolvimento dessa atividade, em que manteve o objetivo do problema adaptando-a para o contexto dos alunos, que, por serem de Maringá/PR, conheciam a Catedral Basílica Menor Nossa Senhora da Glória, localizada na cidade.

Segundo Zanella (2016), a Catedral de Maringá é a mais alta da América Latina, tendo sido arquitetada e construída em formato de um cone de 114 metros de altura, com uma cruz de 10 metros no topo. A Figura 4.19 é uma foto que mostra a Catedral de Maringá.

Figura 4.19 - Catedral Basílica Menor Nossa Senhora da Glória



Fonte: <https://www.catedraldemaringa.com.br/catedral-de-maringa-pr/>. Acesso em: 21 Set. 2021.

Zanella (2016) afirma que a atividade foi iniciada com questionamentos sobre a Catedral de Maringá, inclusive sobre quem já conhecia ou já havia visitado a Catedral. Os alunos dialogaram sobre o tema, comentando que já conheciam a Catedral, mas que ainda não tinham subido no mirante, “[...] ponto este que possibilita uma visão panorâmica da Cidade de Maringá” (ZANELLA, 2016, p. 193). Alguns alunos questionaram os pesquisadores se eles já haviam ido ao mirante da Catedral, e o Pesquisador E confirmou que sim. Nesse momento, outros alunos intrigaram-se sobre como isso foi possível, visto que a Catedral é muito alta. O Pesquisador E respondeu, então, que a Catedral possui escadarias internas que possibilitam a chegada ao mirante. Zanella (2016) relata que aproveitou essa curiosidade para questionar os alunos sobre a altura da Catedral, o que possibilitou algumas discussões, conforme segue:

O estudante E4 respondeu que a Catedral poderia ter 150 metros e o estudante F1 respondeu que altura da Catedral seria próxima de 100 metros de altura. O Pesquisador F inseriu a problemática aos grupos, questionando-os: “Vocês saberiam nos dizer se é possível agrupar algumas crianças, umas sobre as outras, para obter a altura da Catedral?”. O aluno F2 exclamou: “Muitas! 100 crianças!”. Novamente, o Pesquisador F questionou: “Como você chegou a esse número?”. E a resposta dada por F2: “São muitas crianças! A Catedral é muito alta. Não sei ao certo” (ZANELLA, 2016, p. 194).

Zanella (2016) relata que os grupos receberam fita métrica e a problemática da atividade, conforme mostra a Figura 4.20.

Figura 4.20 - Problemática da A5

Altura da Catedral de Maringá



Quantas crianças de seu grupo são necessárias para que, uma sobre as outras, atinjam a altura aproximada da Catedral de Maringá?

Altura da Catedral: 114 m; Cruz no topo: 10 m

Fonte: Adaptado de Zanella (2016, p. 194).

Em sua tese, Zanella (2016) descreve separadamente a atividade da Altura da Catedral de Maringá desenvolvida por dois grupos, os quais nomeou E e F. Por se tratar da mesma atividade desenvolvida por grupos distintos, mas com encaminhamentos que se assemelham em alguma medida, nesta pesquisa optamos por descrever as ações realizadas pelo grupo E, composto por quatro alunos (E1, E2, E3 e E4).

Zanella (2016) relata que o aluno E2 liderou as ações desempenhadas pelo grupo. Para resolver o problema, os alunos decidiram, primeiramente, medir as alturas de todos os componentes do grupo, o que evidencia que compreenderam o problema de situação real,

“[...] visto que definem que a medida da altura de todos os alunos do grupo é um dado relevante para a resolução da atividade” (ZANELLA, 2016, p. 195).

Para facilitar, o grupo negociou que a conversão das medidas de metros para centímetros seria uma boa opção, pois, desta forma, poderiam trabalhar com números inteiros nos próximos cálculos. Para realizar os cálculos, consideraram a altura da Catedral sendo 124 metros (114 metros de altura somados a 10 metros da altura da cruz no topo), o que equivale a 12400 centímetros de altura (ZANELLA, 2016). A figura 4.21 mostra os cálculos iniciais realizados pelo grupo E.

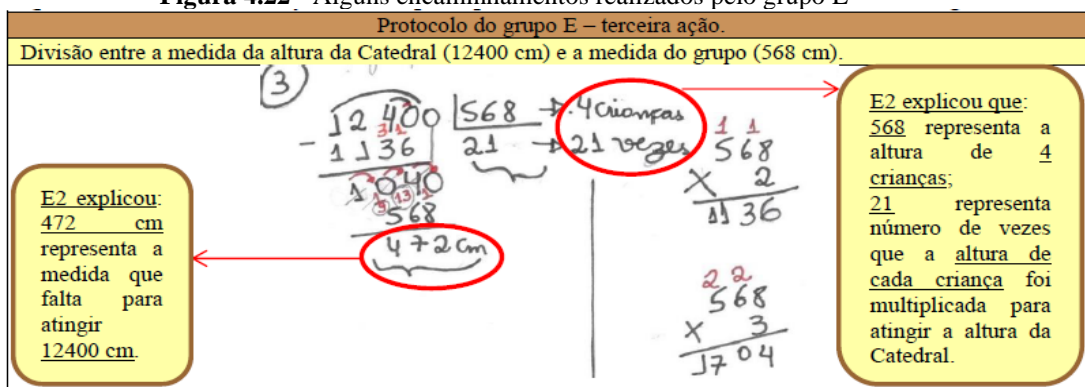
Figura 4.21 - Cálculos iniciais realizados pelo grupo E

Protocolo do grupo E – segunda ação.		
(a) Adição entre a medida da altura da Catedral (124 m) e a cruz (10 m) no topo, totalizando 124 m.	(b) Representação de 124 metros em 12400 centímetros.	(c) Adição das medidas das alturas dos alunos do grupo E. Representação de 5,68 metros em 568 centímetros.
$\begin{array}{r} 114 \\ + 10 \\ \hline 124 \text{ m} \end{array}$	$\begin{array}{l} = 124,00 \text{ m} \\ = \\ 12.400 \text{ cm} \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ 152 \\ + 138 \\ + 143 \\ \hline 135 \\ 568 \text{ cm} \leftarrow 5,68 \text{ m} \end{array}$

Fonte: Zanella (2016, p. 196).

Após a realização dos cálculos para encontrar a medida de altura total dos componentes do grupo e da conversão de medidas de metros para centímetros, os alunos dividiram a altura total da Catedral pela altura total dos componentes do grupo. Segundo Zanella (2016), os procedimentos realizados pelos alunos evidenciam a mobilização de “[...] competências para investigar os dados reais da situação, bem como para desenvolver um modelo real a partir da estruturação dos dados [...]” (ZANELLA, 2016. P. 196), isto é, os alunos interpretaram, matematizaram e encontraram uma possibilidade coerente para resolverem o problema proposto. A figura 4.22 mostra alguns encaminhamentos adotados pelo grupo E.

Figura 4.22 - Alguns encaminhamentos realizados pelo grupo E

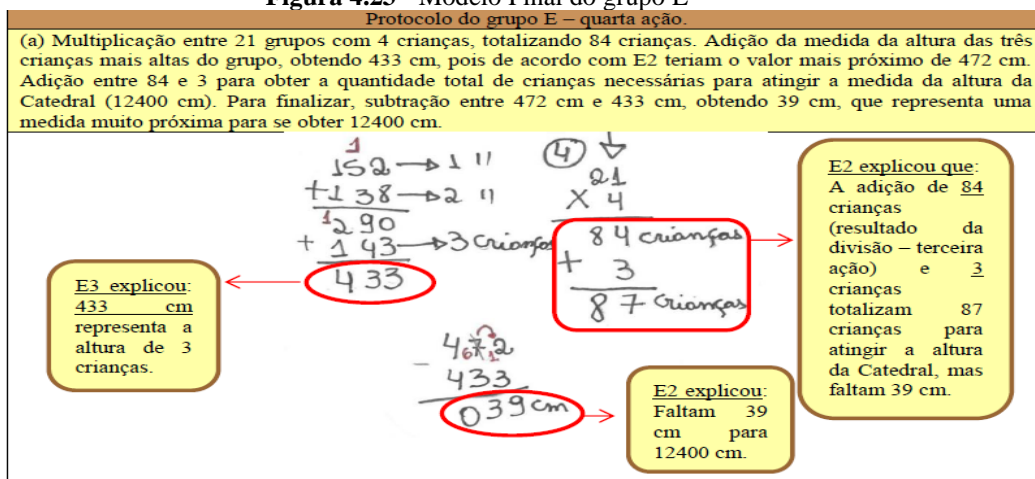


Fonte: Zanella (2016, p. 196).

Zanella (2016) relata que questionou os alunos do grupo E sobre a operação de divisão, e percebeu que os alunos interpretaram os procedimentos realizados, pois identificaram que o número 21 representa a quantidade de vezes que cada 4 crianças serão repetidas para se alcançar a altura da catedral, e que, como sobram 472 cm, ainda cabiam mais crianças na medida restante. “Esta reflexão mostra a capacidade dos alunos para interpretar resultados matemáticos em contexto real e apontar argumentos pertinentes para encaminhar o problema à uma solução próxima da realidade” (ZANELLA, 2016, p. 197).

A partir das argumentações dos alunos, a próxima ação realizada foi a identificação de quantas crianças seriam necessárias para compor a medida restante na terceira ação. A Figura 4.23 mostra os encaminhamentos adotados e o modelo matemático produzido pelo grupo E.

Figura 4.23 - Modelo Final do grupo E



Fonte: Zanella (2016, p. 197).

Após os cálculos, os alunos descreveram os encaminhamentos realizados e registraram cada ação tomada pelo grupo para resolver o problema proposto. Ao passo em que registraram

suas ações, os alunos tiveram a oportunidade de validá-las, uma vez que todas as ações foram verificadas ao serem descritas e os resultados foram interpretados. Concluíram, portanto, que chegaram a uma boa aproximação para a problemática: 87 crianças mais 39 centímetros se igualam aos 12400 centímetros de altura da Catedral de Maringá.

5. ANÁLISE DAS AÇÕES RELATADAS NOS AMBIENTES DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Esta pesquisa é orientada pela questão: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais, à luz da Teoria da Atividade?* A fim de buscar compreensões para respondê-la, nos desdobramos no objetivo geral: analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais, à luz da Teoria da Atividade.

Nossas análises são pautadas pela ATD, conforme sugerido por Moraes e Galiazzi (2011), com um olhar voltado para a perspectiva da Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1978a, 1978b) e das dimensões da relação com o saber (CHARLOT, 2000). Nesse sentido, para iniciar a análise do *corpus*, realizamos a fragmentação dos textos, caracterizando o primeiro foco proposto por Moraes e Galiazzi (2011), que consiste em examinar detalhadamente os textos, fragmentando-os, a fim de “[...] atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 11). A partir do primeiro foco, foram elencados 140 fragmentos, codificados conforme segue: EA1.1 – primeiro fragmento retirado dos encaminhamentos de A1. EA2.2 – segundo fragmento retirado dos encaminhamentos de A2, e assim por diante. Vale ressaltar que os focos da ATD podem ser realizados de maneira recursiva e, dessa modo, o total de fragmentos por nós elencados foram selecionados a partir de vários movimentos analíticos acerca do *corpus* de análise.

Os fragmentos foram separados a partir de aspectos que se relacionam, por meio da realização de leitura minuciosa, a fim de constituir categorias iniciais por meio de um processo organizado para agrupar elementos com significados próximos. Para a formação das categorias iniciais, selecionamos fragmentos que possuem familiaridade em relação ao nosso objetivo. Nesses moldes, separamos os dados unitários por categorias que se relacionam, buscando uma classificação de elementos que se aproximam, obtendo sistemas de categorias (MORAES; GALIAZZI, 2011). Esses sistemas de categorias iniciais, chamamos *grupos de análise*. A partir dos fragmentos, elencamos 9 grupos de análise, dos quais emergiram 3 categorias finais, a saber: *ações motivacionais*; *ações de execução*; *ações de validação*. O Quadro 5.1 mostra quais fragmentos pertencem aos respectivos grupos de análise e como foram formadas as categorias a partir desses sistemas:

Quadro 5.1 - Categorias Emergentes dos Dados

Categorias	Grupos de análise	Unidades de análise
Ações Mobilizadoras	G1: CONVITE INICIAL	EA1.2; EA1.4; EA5.9; EA5.10.
	G2: ESCOLHA DO TEMA	EA1.1; EA1.3; EA1.5; EA1.6. EA1.7; EA1.8; EA1.9; EA1.10; EA1.11; EA1.12; EA1.37; EA2.1; EA2.2; EA3.1; EA3.2; EA3.3; EA4.1; EA4.2; EA4.3; EA5.1; EA5.4.
	G3: INTEIRAÇÃO	EA1.17; EA1.19; EA1.20; EA2.3; EA2.4; EA2.5; EA2.6; EA2.7; EA4.4; EA4.5; EA4.10; EA5.5; EA5.6; EA5.7; EA5.8; EA1.18; EA2.8; EA5.3.
	G4: FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	EA1.21; EA2.19; EA4.6; EA4.7; EA4.8; EA4.9; EA4.11; EA4.25; EA1.22; EA1.23; EA1.24; EA2.9; EA2.10; EA2.21; EA3.5.
Ações de Execução	G5: INVESTIGAÇÃO	EA1.13; EA1.14; EA1.15; EA2.17; EA2.20; EA3.4; EA4.29; EA1.16; EA2.18.
	G6: LEVANTAMENTO DE HIPÓTESES	EA1.25; EA1.26; EA2.11; EA2.12; EA4.12; EA4.13; EA4.26; EA5.31.
	G7: RESOLUÇÃO	EA1.32; EA1.33; EA1.36; EA1.38; EA1.39; EA2.13; EA3.6; EA3.7; EA3.8; EA3.9; EA3.10; EA3.14; EA3.15; EA4.14; EA4.15; EA4.19; EA4.20; EA4.27; EA4.28; EA5.11; EA5.12; EA5.13; EA5.14; EA5.15; EA5.16; EA5.17; EA5.18; EA5.19; EA5.20; EA5.21; EA5.22; EA5.23; EA5.24; EA1.27; EA1.34; EA1.35; EA4.17; EA4.18; EA4.28; EA5.25.
Ações de Validação	G8: SOCIALIZAÇÃO DE RESULTADOS	EA1.28; EA1.29; EA2.14; EA3.11; EA4.21; EA5.29; EA5.32.
	G9: VALIDAÇÃO E REFLEXÃO	EA1.30; EA1.31; EA2.15; EA2.16; EA2.22; EA3.12; EA3.13; EA3.16; EA4.22; EA4.23; EA4.24; EA5.26; EA5.27; EA5.28; EA5.30.

Fonte: Dados da Pesquisa

Após a organização dos dados, os interpretamos de acordo com nossas lentes epistemológicas e registramos nossas compreensões na forma de *metatextos*. Segundo Moraes e Galiazzi (2011), os metatextos são descritivos e interpretativos, representando um conjunto de argumentos capazes de evidenciar as compreensões do pesquisador em relação ao fenômeno investigado, a partir do *corpus* de análise, o que permite ao pesquisador a construção de um processo auto-organizado que configura o terceiro foco da ATD. Nessa etapa, “a qualidade dos textos resultantes das análises não depende apenas de sua validade e confiabilidade, mas é, também, consequência do fato de o pesquisador assumir-se autor de seus argumentos” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p. 32). O autor, portanto, tem autonomia para assumir os argumentos resultantes da interpretação dos dados, pautados nas bases epistemológicas das quais está impregnado. Ou seja, os mesmos dados podem ser interpretados de diferentes modos, a partir das lentes de quem está analisando. Esclarecemos,

a essa altura, que nossas inferências são produzidas de forma particular, a partir de nossas compreensões próprias e dos pressupostos teóricos que assumimos enquanto pesquisadores.

A leitura crítica e interpretativa pautada nos focos anteriores das análises permite que o processo auto-organizado construído no foco anterior seja analisado e validado, o que permite resultados criativos a partir dos *insights* proporcionados pela análise rigorosa do processo (MORAES; GALIAZZI, 2011). Nesse sentido, apresentamos, nas próximas seções, as análises dos dados segundo nossas lentes teórico-metodológicas, referentes às três categorias elencadas: *ações mobilizadoras*; *ações de execução*; *ações de validação*.

Conforme apresentamos no Quadro 3.4 (página 58), a atividade propriamente dita, assim como as ações desenvolvidas no ambiente de aprendizagem, podem ser analisadas conforme uma estrutura própria, pautadas na Teoria da Atividade de Leontiev e, mais especificamente, no âmbito da sala de aula, conforme orientações da AOE (MOURA, 2001; MORAES, 2008). As ações executadas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais são analisadas por meio das informações constantes no Quadro 3.6 (página 62). A partir da estruturação das ações, interpretamos o ambiente de Modelagem Matemática, segundo as dimensões da relação com o saber.

5.1 Primeira Categoria: Ações Mobilizadoras

O ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais configura algumas ações particulares em relação ao ambiente de Modelagem constituído em outros níveis de escolaridade (TORTOLA, 2016). Os dados que constituem a primeira categoria evidenciam que ações mobilizadoras são desenvolvidas no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais de forma muito intensa ao longo de todo o processo da atividade. Nesse sentido, elencamos 4 grupos de análise (G1, G2, G3, G4) de ações mobilizadoras desenvolvidas nos ambientes investigados, com olhar mais voltado às ações dos pesquisadores envolvidos, no papel de orientadores das atividades.

Ao encontro de nosso primeiro objetivo específico, o primeiro passo da análise referente à primeira categoria foi *identificar as ações do professor desenvolvidas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais sob a perspectiva da Teoria da Atividade*, o que realizamos por meio do modelo constante no Quadro 3.6 (página 62), referente à estrutura de uma ação, com base nos pressupostos da atividade orientadora de ensino. Após identificar todos os grupos de análise pertencentes a esta categoria, demos o segundo passo, conforme nosso segundo objetivo específico, de *identificar*

as relações com o saber estabelecidas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz de três dimensões da relação com o saber (epistêmica; social; pessoal).

O primeiro grupo pertencente a esta categoria (G1 – convite inicial) refere-se à ação de convidar os alunos a participarem da atividade a ser desenvolvida, a qual chamamos de convite inicial¹. Percebemos algumas características diferentes em relação ao convite quando realizado em uma atividade mais aberta ou em uma atividade em que a participação dos alunos nas ações é menos compartilhada com o professor.

As atividades elencadas do estudo desenvolvido por Tortola (2016) – A1, A2, A3 e A4 – são atividades em que o pesquisador e os alunos compartilharam a maior parte do processo de Modelagem, desde a escolha do tema a ser estudado, visto que foram trabalhadas conforme orienta o terceiro momento proposto por Almeida e Dias (2004). É importante destacar que Tortola (2016) desenvolveu diversas atividades com os alunos a fim de familiarizá-los com o ambiente de aprendizagem de Modelagem, assim como proposto por Almeida e Dias (2004), antes de propor maior participação dos alunos.

A atividade A5, proposta por Zanella (2016), foi a primeira a ser desenvolvida pelos alunos brasileiros participantes de sua pesquisa, e as oito atividades desenvolvidas por Zanella (2016), em seu estudo, são pautadas em temas selecionados *a priori* pela pesquisadora, de acordo com suas intencionalidades, voltadas aos objetivos específicos da sua pesquisa, focada mais especificamente no estudo de um conteúdo.

Portanto, assim como afirma Skovsmose (2000), a natureza do convite pode diferenciar-se, dependendo dos objetivos didáticos assumidos pelo professor. Em nosso estudo, observamos que o professor pode convidar inicialmente os alunos a escolherem um tema de interesse e, democraticamente, os alunos elencarem temas a serem estudados, ou o professor pode ter interesse em investigar temas que permitam o estudo de um conteúdo específico, que seja interessante propor por meio de um tema com referência na realidade. Vejamos alguns fragmentos que evidenciam tal diferenciação da natureza do convite inicial:

- *P: A gente fez então sobre o desafio do balde de gelo, sobre as unhas e sobre a coleta de lixo. Tem algum outro tema que vocês gostariam de investigar?*

Alunos: Sim (EA1.4; G1);

¹O convite não é uma ação exclusiva do início da atividade de Modelagem. Pelo contrário, é uma ação que precisa ser desenvolvida no decorrer de todo processo, uma vez que se os alunos não se engajarem no início da atividade, podem encontrar caminhos que os levem a se envolverem no ambiente de aprendizagem em outros momentos (BRAZ, 2014). Nesta pesquisa, analisamos o convite inicial especificamente.

- *O Pesquisador F apresentou a problemática aos grupos, questionando-os: “Vocês saberiam nos dizer se é possível agrupar algumas crianças, uma sobre as outras, para obter a altura da Catedral?” (EA5.9; G1);*
- *O aluno F2 exclamou: “Muitas! 100 crianças!”. Novamente, o Pesquisador F questionou: “Como você chegou a esse número?”. E a resposta dada por F2: “São muitas crianças! [...]. Não sei ao certo” (EA5.10; G1).*

Observa-se que, enquanto Tortola (2016) relembra outras atividades desenvolvidas, ele busca referências para instigar os alunos a se envolverem na discussão, e o *sim* dos alunos representa o aceite do convite inicial para o cenário de investigação (SKOVSMOSE, 2000).

É possível inferir que a natureza do convite de Zanella (2016) é baseada na problemática envolvida, o que leva os alunos a desenvolverem conhecimentos relacionados à estrutura multiplicativa. Quando o aluno responde ao convite, dizendo “Muitas! 100 crianças” (EA5.10; G1), tal resposta representa, além de características de mobilização de competências sobre o conteúdo desejado pela pesquisadora, o aceite ao convite realizado, uma vez que o aluno demonstrou interesse em responder à questão convidativa realizada pela pesquisadora.

A ação do professor durante o convite inicial é importante para que o convite ao cenário de investigação seja aceito (SKOVSMOSE, 2000). Tal ação de ensino precisa ser organizada “[...] inicialmente visando colocar em movimento a construção da solução da situação desencadeadora de aprendizagem” (MOURA *et al*, 2010, p. 222). Ou seja, a ação do professor presente no convite inicial precisa desencadear motivos para que os alunos estejam em atividade e, desse modo, é necessária a organização do ensino para que a ação aconteça de forma a buscar envolver os alunos com sua participação. Assim, demanda-se “[...] criar estratégias para provocar o interesse dos alunos e mantê-lo durante o desenvolvimento da atividade” (TORTOLA, 2016, p. 95), sobretudo se o tema envolvido for proposto pelo professor, dada a condição de que o tema pode não ser de interesse dos alunos. Portanto, *nesta ação* a constituição do ambiente de aprendizagem pode ser mais desafiadora para a organização da ação do professor ao propor um tema de investigação.

Tais características presentes na ação do convite inicial vão ao encontro dos pressupostos de Leontiev (1978a, 1978b), no sentido de que a atividade precisa ser planejada conscientemente, com objetivos específicos. Nesse caso, “[...] cabe ao professor organizar sua prática de maneira a dar conta desses objetivos. Cabe ao professor planejar atividades orientadoras de ensino” (ASBAHR, 2005, p. 114). A atividade orientadora de ensino é estruturada de forma que os sujeitos interajam com vistas a solucionarem coletivamente

situações-problema, ao passo que conteúdos forem compartilhados no processo de significação (MOURA, 2001).

Entendemos que as ações, como parte da atividade, são planejadas quando se trata de uma atividade de ensino, cabendo ao professor se antecipar sobre a condução das ações no ambiente de aprendizagem de Modelagem. É importante ressaltar que, ao organizar o ensino conforme as bases da AOE, o professor precisa considerar as

condições objetivas para o desenvolvimento da atividade: as condições materiais que permitem a escolha dos recursos metodológicos, os sujeitos cognoscentes, a complexidade do conteúdo em estudo e o contexto cultural que emoldura os sujeitos e permite as interações sócio-afetivas no desenvolvimento das ações que visam o objetivo da atividade – a apropriação de certo conteúdo e do modo geral de ação de aprendizagem. Em outras palavras, os sujeitos, mobilizados a partir da situação desencadeadora, interagem com os outros segundo as suas potencialidades e visam chegar a outro nível de compreensão do conceito em movimento (MOURA *et al.*, 2010, p. 223).

Nos casos investigados nesta pesquisa, percebemos que a natureza do convite inicial depende dos objetivos didáticos do professor e da concepção assumida para a condução do ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, ou seja, os objetivos didáticos da atividade planejada podem variar de acordo com a concepção de Modelagem assumida. A partir das lentes da Teoria da Atividade, poderíamos então afirmar: a natureza da ação de ensino convite inicial depende da necessidade e do objetivo didático que a motivam a ser executada. O Quadro 5.2 mostra a estrutura do *convite inicial* como uma ação de ensino, na perspectiva de ação como parte da atividade, sob a perspectiva da AOE:

Quadro 5.2 - Estrutura da Ação Convite Inicial

Ação de ensino	Participação dos alunos por meio do Convite inicial
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemática.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do Ensino: Engajar e direcionar os alunos na atividade conforme as intencionalidades pedagógicas.
Operações (Como é executada?)	Diálogos e discussões em grupos.

Fonte: Os autores

É importante ressaltar que, nossas análises, limitadas a dados que não produzimos de forma prática na sala de aula, não têm foco nas operações internas, somente as externadas. Contudo, vale destacar que várias operações internas podem ser potencializadas em uma atividade pedagógica, como por exemplo: raciocínio lógico, memória, abstração, análise, síntese, dentre outros.

Por meio do Quadro 5.2, podemos perceber que a ação do professor presente no convite inicial tem caráter mobilizador, com o objetivo de despertar o interesse do aluno em participar da atividade, a fim de engajá-lo desde o início no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Nesta pesquisa, observamos que tal objetivo independe da concepção de Modelagem assumida. Conforme já observado por Skovsmose (2000), o aceite do convite é condicionado à resposta dos alunos e, além disso, depende da natureza com que a ação convidativa é realizada. Nesse aspecto, as estratégias do professor, considerando as ações a serem desenvolvidas de forma consciente e com finalidades específicas, podem contribuir para o engajamento dos alunos.

A ação do professor no que diz respeito ao convite inicial na descrição dos ambientes de aprendizagem nos anos iniciais analisados, embora de naturezas diferentes, buscou sinalizar o interesse dos alunos para se envolverem na atividade. Nesse caso, é possível identificar que a ação proposta no convite inicial engaja os alunos em algumas discussões que demonstram afinidade com as escolhas realizadas, o que demonstra que a ação do professor durante o convite inicial possibilita a relação do aluno com a *dimensão pessoal* da relação com o saber em sala de aula e, nesse caso, o professor também tem a oportunidade de estabelecer uma relação com o ensino que pratica, com os saberes dos alunos e com sua própria aprendizagem (ARRUDA; PASSOS, 2017). Nessa dialógica relacional possibilitada ao professor, “[...] a relação entre conhecimento teórico (conceitos) e como se ensina para que o outro aprenda deve ser pensada articuladamente” (MORAES, 2008, p. 150).

A segunda ação pertencente a esta categoria (G2 – escolha do tema) refere-se à ação de escolha do tema. Nas atividades que constituem nosso *corpus*, essa ação aconteceu sob duas formas distintas, a saber: i) *realizada exclusivamente pelo professor*; ii) *realizada pelos alunos, conduzidos pelo professor*. Percebemos, por meio dos fragmentos elencados em G2, que a forma de escolher o tema pode interferir no trabalho em sala de aula. A primeira forma é marcada pela escolha do tema *a priori* pelo professor, que precisa planejar a condução da atividade segundo o tema selecionado de forma pensada, de acordo com seus objetivos. Na segunda forma, os alunos escolhem um tema para ser investigado e o professor conduz as discussões referentes à escolha do tema, direcionando a atividade. Em ambos os casos, a ação

precisa ser delineada com finalidades específicas, assim como sugere a atividade orientadora de ensino proposta por Moura (2001). Vejamos alguns fragmentos elencados neste grupo, que sustentam nossas discussões:

- *D1.4: Eu quero navio.*

P: Navio?

D1.17: Não... o meu poderia ser fundo do mar.

D1.22: O meu poderia ser os power rangers.

P: Sobre desenho?

P: O que mais, gente?

D1.10: Sobre os peixinhos.

D1.15: Sobre navegar.

D1.4: Sobre os tubarões.

(Repetem seus temas).

Alunos:

P: Mais alguém? Algum tema diferente?

D1.7: Sobre a neve.

D1.13: Sobre os animais.

D1.15: Sobre os carros.

[...] (EA1.37; G2)

- *dentre uma lista de temas sugeridos pelos alunos, dois foram escolhidos: peixes e neve (EA1.3; G2);*

- *os alunos iniciaram a atividade com a escolha do tema. Essa escolha já vinha sendo sinalizada nos encontros anteriores, uma vez que os alunos sempre comentavam sobre recordes, e se confirmou no momento da escolha do tema (EA3.1; G2);*

- *As quatro atividades de Modelagem Matemática contemplaram situações multiplicativas de isomorfismo de medidas, que foram aplicadas mantendo-se a mesma sequência realizada na Alemanha (EA5.1)*

- *Esta atividade de Modelagem Matemática foi adaptada de Blum e Ferri (2009), em que manteve-se o objetivo do problema, mas considerada em outro contexto, de modo a privilegiar a realidade local dos estudantes (EA5.4; G2).*

É possível inferir, especialmente no diálogo estabelecido em A1 (EA1.37; G2), que essa ação possibilita a construção de diálogos democráticos em sala de aula, o que vai ao

encontro da proposta de Skovsmose (2001). Ademais, mesmo quando a ação de escolha do tema não foi compartilhada com os alunos, a exemplo de A5, Zanella (2016), enquanto pesquisadora, preocupou-se em adaptar a atividade e contextualizá-la para um ambiente familiar aos alunos, visando privilegiar a realidade local. Em ambos os casos, revelou-se uma relação intrínseca entre a ação de escolher o tema com o interesse dos alunos, sendo que este interesse pode se revelar nos diálogos dos próprios alunos, como no caso em que os alunos escolheram o tema, ou pode se revelar por meio do planejamento do professor, no caso em que o professor propôs o tema. Tais argumentos se sustentam quando trazemos à tona outros fragmentos:

- *de modo geral, os alunos escolhem um tema segundo seus interesses, ainda que haja diferentes razões para esse interesse (EA1.11; G2);*
- *há indícios de que na escolha feita pelos alunos “há o interesse, a busca, o desejo de conhecer mais sobre um assunto específico” (EA1.12; G2);*
- *é um tema que, de antemão, parece não estar associado a nenhum aspecto que circunda a realidade dos alunos, a não ser por intermédio do filme citado (EA1.10; G2);*
- *os alunos, com idade predominante de 7 anos, participam de várias atividades lúdicas, assistem a desenhos animados, que têm como personagens animais. O tema tigras, possivelmente, surgiu nesse contexto (EA2.2; G2);*
- *O diálogo indica que a inspiração para a escolha do tema recordes foi a primeira atividade desenvolvida por eles no âmbito da pesquisa, sobre o crescimento das unhas, que, como informação, apresentou a mulher recordista das maiores unhas do mundo (EA3.3; G2);*
- *Um diferencial dessa atividade é que a aluna que sugeriu o tema evolução do homem optou por investigar outro tema, sugerido por outro aluno. Ainda assim o tema se manteve, pois vários alunos mostraram interesse em investigá-lo. [...] Assim como outros alunos se interessaram pelo tema proposto pela aluna, ela também se interessou por um tema proposto por outro aluno (EA4.1; G2).*

Podemos perceber que o que move a ação de escolha do tema é o interesse dos alunos. É por meio do interesse acerca do tema que as ações têm continuidade e a atividade se desenvolve. Quando os alunos são convidados a escolherem o tema a ser investigado, é necessário ter cautela quanto a possíveis frustrações sobre o tema de interesse de um ou outro aluno não ser selecionado para estudo, especialmente ao considerarmos os anos iniciais.

Nessa perspectiva, algumas nuances presentes na orientação do professor se fazem necessárias. Tortola (2016) resalta aspectos de como conduziu a ação dos alunos para a escolha do tema no 1º ano em que muitos temas diferentes foram sugeridos:

- *Sete temas é muito, vamos fazer assim, vamos escolher (pergunta cada tema quem quer estudar e os alunos levantam a mão quando o tema que os interessa é mencionado) (EA1.5; G2);*
- *Os temas grifados foram os temas anotados pelo professor no quadro, desconsiderando temas como navegar, que poderia ser associado ao tema navio, e tubarões, que poderia ser associado a peixes (EA1.6; G2).*

O caminho escolhido para a condução dessa ação foi o diálogo e a associação de temas que se relacionam, para diminuir o tamanho da lista de temas. Grymuza e Rêgo (2014) ressaltam que a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do aluno precisam se relacionar, sendo necessário que o professor organize as atividades “[...] de modo que atenda ao seu objetivo – o de ensinar – e às expectativas dos alunos, que irão motivá-los a estudar determinado conteúdo - e para ensinar esse mesmo conteúdo” (GRYMUZA; RÊGO, 2014, p. 130). Na situação descrita por Tortola (2016), esse caminho contribuiu na ação de escolha do tema e para que o ambiente de aprendizagem de Modelagem se constituísse, visto que os alunos permaneceram engajados na investigação. A ação orientadora do professor foi, portanto, essencial no desenvolvimento do ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais.

O Quadro 5.3 mostra a estrutura da ação do professor na escolha do tema na perspectiva da Teoria da Atividade:

Quadro 5.3 - Estrutura da Ação Escolha do Tema

Ação de ensino	Possibilitar que os estudantes escolham o tema a ser estudado; Selecionar um tema com referência na realidade para ser estudado por meio da Matemática.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino - Se o tema for proposto pelos alunos: investigar um tema de interesse por meio da matemática; Se proposto pelo professor: familiarizar os alunos com atividades desta natureza ou estudar conceitos matemáticos definidos <i>a priori</i> por meio de um tema não matemático.

Operações (Como é executada?)	Essa ação pode ser executada por meio de discussões em sala de aula, de forma democrática, ou pode ser executada pelo professor <i>a priori</i> , por meio de pesquisas e estudos, dependendo de seus objetivos didáticos.
---	--

Fonte: Os autores

Esta ação destacou, especialmente, a dimensão pessoal da relação com o saber, que envolve os gostos, preferências, interesse e afinidades (ou não) (HERMANN; PASSOS; ARRUDA, 2019) e estão diretamente relacionadas ao engajamento dos alunos. Quando os alunos dizem, por exemplo, que *a neve é legal* (EA1.8; G2), sinalizam que gostam do tema e se interessam por investigá-lo. As afinidades dos alunos, manifestadas por meio de seus interesses sobre o tema, podem estar relacionadas ao contexto em que vivem (dimensão social) ou a saberes apropriados (dimensão epistêmica), como no caso dos alunos do 3º ano que escolheram o tema *recordes* a partir de outra atividade de Modelagem desenvolvida anteriormente. Tais aspectos vão ao encontro do que Charlot (2000) observa: não tem como analisar uma situação com lentes puramente epistêmicas, puramente pessoais ou puramente sociais; o elo entre as dimensões da relação com saber torna-as indissociáveis.

Há momentos, porém, em que uma ou outra se manifesta com maior destaque que as demais. No caso da ação envolvida na escolha do tema, a dimensão pessoal se manifesta explicitamente, o que nos permite inferir que as preferências dos alunos nessa ação estão diretamente ligadas aos seus objetivos em participarem (ou não) de uma atividade de Modelagem, como manifestado no fragmento: *a conjectura pelo interesse, curiosidade, se sustenta pelo fato de a aluna, no dia da escolha do tema, já ter levado um texto contendo informações a respeito da evolução do homem* (EA4.1; G2), ou seja, o interesse da aluna pelo tema motivou a busca de informações para a aula, antes mesmo que a escolha fosse feita. Nesse sentido, os dados até aqui apresentados evidenciam que a relação pessoal com o saber contribuiu para que os alunos desenvolvessem suas ações no ambiente de Modelagem.

O grupo de análise G3 refere-se à ação de inteiração com o tema a ser investigado. Essa ação dá abertura para a formulação do problema a ser investigado e das metas para sua solução, bem como permite se inteirar do tema em questão e das informações sobre ele (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Essa etapa, marcada por discussões, revela-se por meio de alguns fragmentos, conforme segue:

- *nem todos os alunos sabiam ler. Diante disso, a orientação do professor foi que os alunos que sabiam ler fizessem a leitura para os colegas do grupo. Após um tempo o professor também leu algumas informações e as discutiu com os alunos (EA1.18; G3);*
- *as discussões sobre as informações auxiliaram os alunos a compreender a situação, bem como as discussões Matemáticas que emergiram, como foi o caso das discussões relativas a como medir a temperatura e o que significa dizer que uma temperatura está “abaixo de zero” (EA1.19; G3);*
- *Os pequenos textos pesquisados pelos alunos serviram como ponto de partida para discussões associadas ao tema e que possibilitaram aos alunos conhecer um pouco a respeito dos tigres e de seus hábitos (EA2.3; G3);*
- *Para entender essa informação, foi preciso explicar aos alunos o que significa dizer “um quinto de algo”, nesse caso, do peso do tigre. E para tal explicação, uma discussão a respeito de como somar números maiores que dez foi realizada (EA2.6; G3);*
- *Cabe, nesse momento de inteiração, decidir que aspectos deseja-se investigar, selecionar os mais importantes, com vistas ao problema, e mantê-los. Essa seleção de informações foi realizada pelos alunos e as informações selecionadas foram registradas por eles (EA4.4; G3);*
- *O Pesquisador E explicou que a Catedral possui escadarias internas que levam até o mirante, e aproveitou para questionar os alunos sobre a altura da Catedral (EA5.3; G3);*
- *O estudante E4 questionou o pesquisador E para saber como ele foi até o mirante da Catedral, uma vez que a Catedral é muito alta (EA5.7; G3).*

A ação de inteiração apresentou naturezas diferentes, dependendo do nível de compartilhamento das ações no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Enquanto a atividade desenvolvida por Zanella (2016) – A5 – utiliza das informações para problematizar a situação da altura da Catedral de Maringá/PR, a inteiração realizada por Tortola (2016) nas atividades que desenvolveu visa enxergar lacunas e curiosidades sobre o tema que possibilitem a formulação de um problema para investigação.

A estrutura das ações na perspectiva da Teoria da Atividade é apresentada no Quadro 5.4.

Quadro 5.4 - Estrutura da Ação Inteiração

Ação de ensino	Inteiração com o tema, por meio do envolvimento dos alunos com o tema estudado para que o compreendam.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: Dar abertura para formular ou propor um problema para ser estudado sobre o tema, por meio da Matemática; direcionar a familiarização com o tema a ser investigado.
Operações (Como é executada?)	Por meio das discussões associadas ao tema e das leituras realizadas sobre as informações.

Fonte: Os autores

Os alunos e os professores/pesquisadores relacionaram saberes epistêmicos e pessoais nessa ação, com destaque, especialmente, nas discussões paralelas e matemáticas envolvidas, conforme podemos observar nos fragmentos que seguem:

- *P: Como o Brasil é um país quente, a temperatura geralmente é dezesseis graus, vinte graus, trinta graus... Para nevar tem que estar muito abaixo disto, precisa chegar ao quatro, três, dois, um, zero.*

D1.17: Até o zero tem... [interrompe a fala].

P: Só que para contar abaixo de zero a gente conta do mesmo jeito. Quem vem depois do zero?

D1.18: Zero, um, dois, três, quatro...

P: Isso, um, dois...

D1.18: Três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez (conta rápido).

P: Três, quatro, cinco, seis, igual os outros. Da mesma forma que vai para cima, vai para baixo (refere-se à numeração do termômetro desenhado no quadro). [...] Só que nesses valores que são abaixo de zero a gente coloca um tracinho assim, de menos. Para indicar que ele está abaixo de zero. Certo? Então quando que forma a neve? Quando neva?

D1.17: Abaixo de zero (EA1.20; G3);

- *As discussões sobre as informações auxiliaram os alunos a compreender a situação, bem como as discussões matemáticas que emergiram, como foi o caso das discussões relativas a como medir a temperatura e o que significa dizer que uma temperatura está “abaixo de zero” (EA1.19; G3);*

- *Diante dessas informações, surgiram diferentes discussões que abordaram desde o que é um mamífero, o que é um carnívoro, até qual é o peso (massa) de um tigre, como o tigre se alimenta, quanto ele come etc. (EA2.4; G3);*
- *Os alunos se interessaram pela segunda temática. Leituras e discussões foram realizadas na tentativa de compreender a situação-problema definida. Nesse momento, experiências pessoais foram trazidas à tona, ou seja, os alunos mobilizaram seus conhecimentos para definir um caminho para a resolução do problema (EA4.10; G3).*

A inteiração é essencial na busca por compreender sobre o tema durante o processo de Modelagem (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Discussões conduzem essa ação, mediadas pelas ações do professor, que precisa focar “[...] nas necessidades dos seus alunos de modo que possa construir um sistema de operações voltado para uma ação que os motive a estudar e, por consequência, a aprender, dando-lhes condições propícias para o ensino [...]” (GRYMUZA; RÊGO, 2014, p. 130). Assim, esse processo de inteiração que possibilita percepções sobre o tema estimula a ação de formulação do problema a ser investigado e oportuniza discussões que envolvem diferentes saberes.

O grupo de análise G4 refere-se à ação de formulação do problema a ser investigado. Para iniciarmos nossas reflexões sobre esta ação, é importante ressaltar o que compreendemos por “problema”. Para Pozo (1998), “um problema é, de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização estratégica de técnicas já conhecidas” (POZO, 1998, p. 15). Problema é, portanto, uma situação desafiadora que requer ações e estratégias na busca por soluções. Podemos inferir que só resolve problemas aquele que está motivado e interessado em chegar a uma resposta para o desafio proposto. Desse modo, o problema pode materializar a atividade de aprendizagem do aluno, ou seja, pode ser a situação desencadeadora de aprendizagem da atividade, caso o aluno se interesse em resolvê-lo.

De acordo com Santos Júnior (2020), o professor precisa

(...) propor ao estudante somente problemas acessíveis ao mesmo, de modo que o estudante tenha um conhecimento prévio para desenvolver soluções para os problemas propostos, se sinta motivado para resolvê-los e que facilite o desenvolvimento de sua intuição e criatividade, conduzindo-o ao desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores (SANTOS JÚNIOR, 2020, p. 97).

O direcionamento que o professor realiza nessa ação é, portanto, muito importante para a constituição da atividade propriamente dita e, dessa forma, é importante que busque engajar os alunos na situação desencadeadora de aprendizagem, para que desenvolvam ações estratégicas que visem à solução do problema, com a intencionalidade de desenvolver as funções psíquicas superiores dos alunos por meio da aprendizagem de Matemática.

Assim como nas ações anteriores, percebemos que a formulação do problema difere de acordo com a condução da atividade. No caso das atividades desenvolvidas por Tortola (2016) – A1, A2, A3 e A4 –, a ação de formulação do problema foi compartilhada com os alunos, enquanto na atividade desenvolvida por Zanella (2016) – A5 – essa ação foi inspirada por uma atividade presente na literatura e proposta aos alunos na forma de problemática. Nesse sentido, fragmentamos as ações de Tortola (2016) compartilhadas com os alunos do 1º ao 4º ano quanto à formulação do problema. Nas atividades investigadas, as ações desenvolvidas no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais revelaram-se com caráter motivacional, por meio de discussões desenvolvidas entre o professor pesquisador e os alunos envolvidos. Na sequência, trazemos alguns fragmentos sobre essa ação:

- *P: O que está acontecendo aqui? Vocês não falaram que está aumentando, está diminuindo... Olha, acabou dezembro...*

D1.7: É... abaixou.

P: Depois de dezembro o que acontece? Que mês que vem depois dezembro?

D1.7: É... ai... (ri).

P: Volta em janeiro não é?

[...]

P: Então por que a gente não investiga qual é a quantidade de países, ou o território, o lugar que tem neve ao longo dos meses? (EA1.23; G4);

- *o professor, em vários momentos, questionou os alunos “Então o que dá para investigar?”, “Que pergunta dá para a gente fazer?” “Pensem na pergunta, pensem no que está acontecendo aqui...”, “O que vocês podem investigar?”, e, ainda assim, nenhum problema tinha sido formulado, nesse sentido, levando em conta o tempo disponível – lembrando que as atividades foram desenvolvidas em aulas regulares –, o professor sinalizou um caminho e ajudou na formulação do problema, ou seja, desempenhou seu papel de orientador. Essa liberdade dada aos alunos é fundamental, pois incentiva que eles participem da problematização da situação, e aprendam a formular problemas (EA1.22; G4);*

- *A mediação do professor nas discussões direcionou o olhar dos alunos para algumas informações selecionadas segundo seus objetivos, de acordo com o problema que foi formulado (EA1.24; G4);*
- *Essas discussões desencadearam o problema definido para estudo. [...]. Como os alunos mostraram interesse pela alimentação dos tigres, o professor sugeriu um caminho (EA2.9; G4);*
- *[um quadro] apresenta o problema escrito nas palavras de um aluno e o problema escrito pela turma com a ajuda do professor (EA2.21; G4);*
- *Várias discussões tiveram que ser realizadas para que os alunos pudessem compreender em que consistia a formulação de um problema. Os alunos mostraram-se muito apegados às curiosidades pesquisadas, e, para eles, a investigação que o professor propôs consistia em buscar recordes em outros aspectos. Nesse momento, o professor interferiu, de modo a trazer os alunos para o contexto da investigação, sugerindo a discussão de aspectos mais próximos a eles, como, por exemplo, investigar os recordes da própria sala, o que configurou-se como o problema da atividade (EA3.5; G4);*
- *O professor teve a oportunidade de explicar aos alunos que um problema não se constitui quando as respostas já são conhecidas, ou já estão no texto, mas – no caso de atividades de modelagem Matemática – quando o aluno constrói interpretações a partir da análise de situações reais e as formulam como problemas matemáticos (EA4.7; G4);*
- *No momento de definir a situação, uma escolha teve que ser tomada (EA4.8; G4).*

No que concerne aos ambientes investigados, de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, os fragmentos supracitados revelam que a ação de formulação do problema precisa ser bem conduzida e orientada pelo professor, sobretudo no 1º ano, em que os alunos ainda não são totalmente alfabetizados. Em outros níveis de escolaridade, pode ser que tal ação aconteça de forma mais independente dessa condução. Porém, nos anos iniciais, diversas inferências do professor foram necessárias para que os alunos entendessem a dinâmica da ação. Ao compartilhar com os alunos, mais liberdade é atribuída a eles: liberdade para discutir, questionar, propor, pensar, etc. Tais características vão ao encontro da pedagogia de Freire (2020), ao passo em que o aluno é protagonista do ambiente de aprendizagem constituído pela Modelagem.

A estrutura da ação do professor na formulação do problema na perspectiva da Teoria da Atividade é apresentada no Quadro 5.5:

Quadro 5.5 - Estrutura da Ação Formulação do Problema

Ação	- Elencar um problema acerca do tema para ser resolvido por meio da matemática, se compartilhada com os alunos; - Propor o estudo de uma situação problema que conduza o aluno a uma estratégia de resolução que prevê alguns conceitos a serem utilizados, se realizada exclusivamente pelo professor.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: para problematizar o tema em estudo, a fim de: - se a ação for compartilhada com os alunos, o motivo é obter respostas às curiosidades emergentes por meio da Matemática; - se a ação for realizada exclusivamente pelo professor, o motivo é ensinar sobre um conteúdo matemático definido <i>a priori</i> ou familiarizar os alunos com a Modelagem.
Operações (Como é executada?)	Por meio de diferentes discussões sobre o tema de investigação ou por meio de estudos e pesquisas na literatura.

Fonte: Os autores

Nessa etapa, evidenciaram-se discussões paralelas interessantes, em que os alunos destacaram relações pessoais e epistêmicas com os saberes, o que contribuiu para que o ambiente de aprendizagem se constituísse durante a ação de formulação do problema a ser investigado. Nossas argumentações são sustentadas pelos fragmentos que se seguem:

- *D4.16: Gente, a gente não está falando sobre o crescimento, mas sim a evolução. A gente tem que falar sobre a evolução dos homens, como eles vão evoluindo, as raças, o que foi mudando;*

D4.23: Nós podemos estudar com esse e com esse (refere-se a duas reportagens) (EA4.9; G3);

- *Questões como “você não vai fazer bebês até mil anos, né?” “Décadas são quantos anos?”, “meu irmão mede quase dois metros”, “vocês lembram o que é uma tabela?”, “isso é uma tabela”, “vai continuar crescendo [...] porque o ser humano cresce mais” são alguns exemplos (EA4. 11; G3).*

A ação de formulação de um problema como situação desencadeadora de aprendizagem da atividade evidencia a continuidade das ações desenvolvidas pelos alunos no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Sem um problema a ser investigado sobre o tema, a atividade é inviabilizada. Essa ação é, portanto, essencial para o processo de constituição da atividade de Modelagem, pois evidencia uma necessidade da atividade (o problema como situação desencadeadora de aprendizagem) e estimula a busca por um objeto que a satisfaça (a

solução/modelo matemático), dando continuidade às ações. Ou seja, esta etapa relaciona uma necessidade a um objeto e, por isso, é considerada uma ação mobilizadora para a atividade.

5.1.1 *Discussões Acerca da Primeira Categoria*

A primeira categoria, intitulada *ações mobilizadoras*, nos permite enxergar que os ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática dos anos iniciais descritos nas atividades analisadas nesta pesquisa podem ter suas ações estruturadas na perspectiva da Teoria da Atividade, sobretudo, com foco na atividade do professor. Para nortear nossas discussões sobre a primeira categoria, focamos no terceiro objetivo específico deste estudo: *interpretar a relação entre a constituição de uma atividade e as relações estabelecidas com o saber em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais*.

As ações mobilizadoras desenvolvidas por meio da orientação do professor permitem a constituição de ambientes de aprendizagem de Modelagem em que relações com o saber são desenvolvidas, com ênfase na dimensão pessoal, que envolve o interesse, as preferências e as afinidades dos sujeitos (HERMANN; PASSOS; ARRUDA, 2019).


As discussões desenvolvidas no ambiente de aprendizagem de Modelagem orientadas pelo professor conduziram as ações mobilizadoras, ao passo em que informações e saberes foram compartilhados entre os sujeitos envolvidos, por meio da comunicação integrada ao processo. Compartilhar saberes “[...] permite assegurar-se certo domínio do mundo no qual se vive, comunicar-se com outros seres e partilhar o mundo com eles, viver certas experiências e, assim, tornar-se maior, mais seguro de si, mais independente” (CHARLOT, 2000, p. 60). Os saberes compartilhados entre os alunos e professores nas discussões desenvolvidas nas ações mobilizadoras podem contribuir, portanto, para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, ao passo em que o professor exerce o seu papel fundamental de orientador da atividade.

A atividade planejada e organizada com fins específicos, no caso dos ambientes de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, pode favorecer o engajamento dos alunos nas ações da atividade, o que contribui para que o objetivo do professor seja alcançado (GRYMUZA; RÊGO, 2014). Nesse caso, os objetivos são variáveis, dependendo da organização de sala de aula e da concepção adotada para o desenvolvimento das ações no ambiente de Modelagem nos anos iniciais.

A flexibilidade da Modelagem em sala de aula sobre as ações a serem desenvolvidas para caracterizar uma atividade de Modelagem nos dão subsídios para inferir que tal flexibilidade interfere nas ações executadas pelo professor na sala de aula, mas que as

relações com o saber em suas dimensões de destaque foram mantidas nos casos analisados. Ou seja, independentemente da forma como a ação é executada e dos objetivos didáticos do professor, o aluno é conduzido a se relacionar com o saber, o que lhe permite aprender e se apropriar do mundo (CHARLOT, 2000). Para sintetizar a primeira categoria, finalizamos nossas análises sobre as ações mobilizadoras com o Quadro 5.6, com mais destaque para a dimensão pessoal:

Quadro 5.6 - Relação com o saber na estrutura das Ações Mobilizadoras

Ações	- Mobilizar a participação dos alunos na atividade; - Despertar interesse para que os alunos se envolvam com o tema e aceitem investigar um problema relacionado a ele.	Relações com Saber que se evidenciam nesta ação
Necessidade	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.	
Objetivo	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.	
Motivo	Organização do ensino: direcionar a uma situação desencadeadora de aprendizagem para que um tema com referência na realidade seja investigado por meio da Matemática	
Operações	Por meio de discussões e inteirações sobre o tema na sala de aula.	

Fonte: Os autores

Hermann (2018) caracteriza subcategorias que compõem as intersecções entre as três dimensões da relação com o saber: epistêmica, pessoal e social. Conforme afirma Charlot (2000), uma análise não é puramente ancorada em uma das dimensões, visto que a relação com o saber tem dimensões indissociáveis. Mas Hermann (2018) facilita a compreensão sobre a ênfase de cada dimensão nessa interrelação, ao justificar, por meio de uma matriz de

propriedades, algumas características das intersecções entre as dimensões da relação com o saber. Hermann (2018) classifica as intersecções com caráter de causa/efeito ou argumentação/justificação.

Nas características referenciadas por Hermann (2018), alguns aspectos podem ter primazia sobre outros, ou seja, podem refletir a dimensão que mais se destaca. Ao refletir sobre a Teoria da Atividade, podemos ancorar as intersecções da relação com o saber por meio da necessidade, objetivos, motivos e operações, que são os elementos que utilizamos para analisar as ações de ensino enquanto nível hierárquico da atividade de ensino. Ao corroborar a teoria de Hermann (2018), em nosso ver, motivos e necessidades têm primazia nas ações de ensino, ou seja, estão associados às dimensões de destaque. Isso porque o motivo é o que impulsiona a atividade (LEONTIEV, 1978b); já a necessidade é o que “[...] dirige e regula a atividade concreta do sujeito em um meio objetual” (ASBAHR, 2005, p. 109). Objetivos e operações, por sua vez, são orientados pelo motivo (por quê) da atividade. Com esse pensamento, as intersecções entre as relações com o saber podem ser classificadas em: *motivação e relação*. Os motivos pessoais que contribuem para a atividade de aprendizagem dos alunos, por meio de uma situação desencadeadora de aprendizagem, direcionam a constituição de relações com diferentes saberes no ambiente de aprendizagem de Modelagem.

Observamos que as ações mobilizadoras desta pesquisa têm caráter predominantemente pessoal-epistêmico (p-e); nesse caso, essas ações podem ser classificadas por motivação pessoal com relação epistêmica. A primazia das ações mobilizadoras caracteriza-se, porquanto, por necessidade e motivos pessoais e objetivos e operações epistêmicos. Ao estabelecer relação com a Teoria da Atividade, podemos inferir que motivos pessoais são mobilizados para o estudo e a aprendizagem com caráter epistêmico; entretanto, tudo isso acontece em um contexto social, que se encaixa na subcategoria pessoal-epistêmico-social (p-e-s) (HERMANN, 2018). As ações mobilizadoras têm, portanto, motivação predominantemente pessoal, com relação epistêmico-social, isto é, os motivos pessoais que mobilizam a aprendizagem e a relação com saberes epistêmicos acontecem no mundo escolar, em meio às relações sociais desenvolvidas pelos sujeitos em grupos.

5.2 Segunda Categoria: Ações de Execução

A segunda categoria analisada, intitulada *ações de execução*, evidencia o processo de Modelagem, que busca a resolução da situação-problema formulada em uma das ações mobilizadoras da atividade, conforme analisamos na categoria anterior. As ações de execução

são, portanto, as que desvelam um modelo matemático para o problema em estudo e, nessas condições, configuram-se como ações muito importantes no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Com olhar voltado para a Teoria da Atividade, podemos afirmar que, enquanto as ações mobilizadoras evidenciam a necessidade da atividade, as ações de execução o fazem com o objeto da atividade propriamente dita (o modelo matemático/solução/conteúdos matemáticos), pois elas têm intencionalidades estritamente relacionadas à busca pela solução do problema, isto é, constituem-se de estratégias técnicas direcionadas a encontrar uma resposta para a situação desencadeadora de aprendizagem.

Observamos que, nessa etapa, alguns relatos mostram *divisões de funções* nas ações, o que é uma característica da atividade propriamente dita, conforme Leontiev (1978a). Nos relatos dos pesquisadores e nos diálogos, é possível perceber que alguns sujeitos assumem liderança durante as ações de execução da atividade de Modelagem, o que pode contribuir positivamente para as relações com o saber estabelecidas no ambiente de aprendizagem.

Elencamos 3 grupos de análise nesta categoria (G5 – Investigação; G6 – Levantamento de Hipóteses; G7 – Resolução), constituídos de fragmentos que configuram ações de execução da atividade. Assim como na categoria anterior, voltamos nosso olhar para as ações de ensino.

Para nortear as análises dessa categoria, primeiramente nos orientamos pelo primeiro objetivo desta pesquisa: *identificar as ações do professor desenvolvidas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais sob a perspectiva da Teoria da Atividade*, o qual buscamos atingir por meio do modelo constante no Quadro 3.6 (página 62), referente à estrutura de uma ação, com base na perspectiva da atividade orientadora de ensino. Após identificar todos os grupos de análise pertencentes a essa categoria, demos o passo seguinte conforme nosso segundo objetivo específico: *identificar as relações com o saber estabelecidas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz de três dimensões da relação com o saber (epistêmica; social; pessoal)*.

A ação de investigação (G5) envolve basicamente a coleta de informações sobre o tema. Embora seja realizada antes da formulação do problema, já a consideramos como uma ação de execução da atividade em si, visto que envolve pesquisa, seleção e anotação de dados pertinentes sobre o tema, o que contribui para encontrar possíveis respostas. Para investigar, o sujeito já precisa estar mobilizado e envolvido na atividade, ou seja, o sujeito já precisa ter experienciado ações de mobilização, como o convite inicial, por exemplo. Já as ações de inteiração e formulação do problema geralmente ocorrem após a investigação sobre o tema, por vezes até em dias diferentes e, nesses moldes, o convite precisa ser reforçado durante a

execução da atividade. Porquanto, o convite não é uma ação realizada somente no início da atividade de Modelagem, mas sim durante todo o desenvolvimento. As ações de Modelagem que analisamos, por conseguinte, têm lugar em *rotas de Modelagem*, nos moldes em que Barbosa (2007) propõe, pautado nos conceitos de Borromeo Ferri (2006), o que afasta a atividade de Modelagem da rigidez e da linearidade de etapas.

Na atividade A5, proposta por Zanella (2016), a investigação realizada pelos alunos envolveu outros aspectos que analisaremos posteriormente, mais voltados para a resolução, visto que a pesquisadora propôs o tema e disponibilizou aos alunos as informações pertinentes ao desenvolvimento. A ação de investigação que mencionamos é, portanto, sobre as atividades desenvolvidas por Tortola (2016), nas atividades A1, A2, A3 e A4.

Nos anos iniciais, sobretudo com os alunos mais novos, a ação de investigação precisa ser muito bem conduzida pelo professor, de forma que o acontecimento da atividade esteja garantido. O professor pode pesquisar informações e solicitar auxílio aos pais dos alunos por meio de bilhetes, incentivando-os a compartilharem dessa busca sobre o tema, a fim de se antecipar e evitar que a atividade seja frustrada pela falta de informações, especialmente no caso de atividades mais compartilhadas com os alunos, que são desafiados a realizar pesquisas sobre o tema juntamente com o professor. Os fragmentos elencados a seguir mostram a importância da ação do professor na ação de investigação nos anos iniciais:

- *A busca por informações representa o primeiro passo para a familiarização com o tema e foi o meio pelo qual os alunos conseguiram formular um problema (EA1.13; G5);*
- *Eles ainda não sabiam pesquisar sozinhos, nem explicar a tarefa para os pais (EA1.14; G5);*
- *Solicitamos que, quem pudesse, pesquisasse e trouxesse informações sobre o tema neve para a aula seguinte, mas nenhum aluno trouxe (EA1.15; G5).*

Conforme relatado por Tortola (2016) no fragmento EA1.15, podemos perceber que nos anos iniciais, independentemente de se o professor compartilha as ações com os alunos, é importante pesquisar sobre o tema e já refletir sobre as possibilidades e rumos que a atividade de Modelagem pode tomar. Contudo, é importante familiarizar os alunos com processos de investigação, mesmo nos anos iniciais, conforme importância destacada por Tortola (2016) no fragmento EA1.13 para a consolidação da atividade de Modelagem. Tais conceitos vão ao

encontro da consolidação do ambiente de aprendizagem investigativo ao qual Skovsmose (2000) faz referência e em que Barbosa (2001, 2004, 2007) se pauta para conceituar a Modelagem Matemática.

Além disso, o desenvolvimento da autonomia investigativa dos alunos, se os considerarmos como sujeitos sociais, é atingido por meio da experiência que, a nosso ver, pode e precisa ser incentivada desde as primeiras relações dos sujeitos com o saber escolar, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Moura *et al* (2010), ressaltam que

dada a vastíssima experiência da humanidade, mais importante do que ensinar todo e qualquer conhecimento, o que seria tarefa impossível, é ensinar ao estudante um modo de ação generalizado de acesso, utilização e criação do conhecimento, o que se torna possível ao considerar-se a formação do pensamento teórico. Nesse movimento, a qualidade de mediação da Atividade Orientadora de Ensino se evidencia ao possibilitar que o sujeito singular aproprie-se da experiência humana genérica. Ou seja, a AOE configura-se como particular na relação entre o humano singular e o humano genérico no contexto escolar (MOURA, *et al*, 2010, p. 219).

Nessa perspectiva, portanto, consideramos importante envolver os alunos em investigações, pesquisas e coleta de dados sobre um tema e familiarizá-los com cenários investigativos, a fim de construir a capacidade de refletir sobre um tema e, posteriormente, discutir e argumentar sobre ele, o que possibilita o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e do pensamento teórico. Para isso, o sujeito precisa estar envolvido em atividades (LEONTIEV, 1978a) e ser incentivado a investigar, a ser curioso, a querer aprender. Ou seja, além da dimensão epistêmica com o saber, é importante que o sujeito se relacione de forma pessoal e positiva com a atividade, isto é, demonstrando afinidades com a investigação, o que pode contribuir para mobilizar motivos pessoais ao se engajar na atividade. Para isso, a ação do professor é muito importante. A exemplo disso, temos a atividade A1 desenvolvida por Tortola (2016), em que, devido à pouca idade, os alunos não trouxeram nenhuma informação sobre o tema, e, assim, a ação de investigação do professor foi pesquisar a respeito por meio de reportagens e imagens sobre o tema. Observamos na Figura 5.1 que Tortola (2016) utilizou reportagens com informações interessantes sobre o tema, com textos curtos e imagens.

Figura 5.1 - Coleta de informações sobre o tema neve (A1)

Saiba mais sobre o fenômeno meteorológico neve

A neve é um fenômeno meteorológico que consiste na precipitação leve, moderada ou forte de pequenos flocos de gelo. A neve é formada nas mais altas nuvens, quando a temperatura está abaixo de zero, onde os vapores de água se congelam. Esse fenômeno ocorre principalmente nos lugares de clima polar, frio ou temperado.

Fonte: <http://www.universitario.com.br/noticias/n.php?i=4991>

Curiosidade sobre a formação da Neve

Compartilhar Curiosidade | Compartilhar | Compartilhar



Como é que se forma a neve?
A neve é formada nas camadas mais altas das nuvens, quando a temperatura lá em cima está abaixo de zero.

As gotas de água congelam-se e transformam-se em flocos de neve.

Isto é comum em grandes altitudes, mas nem toda a neve chega ao chão.

Fonte: <http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/curiosidade-sobre-a-formacao-da-neve.html>



Fonte: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/MonthlyMeanT.gif>

• PARANEVAR A TEMPERATURA DEVE ESTAR ABAIXO DE ZERO

• PARA MEDIR A TEMPERATURA PODEMOS USAR O TERMÔMETRO D1.1

Fonte: Tortola (2016, p. 145).

Tal ação precisa ser realizada de forma organizada, no sentido de se antecipar e se programar para imprevistos que podem acontecer, sobretudo quando os alunos ainda não têm autonomia e familiaridade com a pesquisa de informações. Daí a importância de compartilhar a atividade com os alunos aos poucos, assim como fez Tortola (2016). Como já mencionamos, é importante engajar os pais dos alunos na ação investigativa, especialmente os dos alunos dos anos iniciais, que têm menos autonomia com a prática de pesquisa, uma vez que estão sendo alfabetizados.

. O fragmento EA1.16 mostra a importância da ação do professor na atividade de Modelagem no ambiente de aprendizagem nos anos iniciais, no que diz respeito à investigação:

- *Considerando sua pouca idade, pensamos ser pertinente o professor suprir essa busca, de modo a inserir os alunos em atividades de pesquisa, como requer uma atividade de modelagem Matemática, e até mesmo para que os alunos consigam vislumbrar a importância de buscar informações e coletar dados (EA1.16; G5).*

Segundo os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, a criança se desenvolve individualmente em ações compartilhadas no meio social. Conforme afirma Vygotski (1997), “as formas coletivas de colaboração precedem as formas individuais da conduta, que crescem sobre a base das mesmas e constituem suas progenitoras diretas e as fontes de sua origem” (VYGOTSKI, 1997, p. 219 apud Moura *et al.*, 2010, p. 225).

Nas demais atividades desenvolvidas, Tortola (2016) relata que os alunos trouxeram algumas informações e já tiveram alguma autonomia para coletarem dados sobre o tema escolhido, conforme fragmentos elencados a seguir:

- *No dia do desenvolvimento da atividade, alguns alunos trouxeram recortes de reportagens, trechos de textos da internet ou de livros, com informações que contribuíram com a discussão a respeito do tema (EA2.17; G5);*
- *Após a definição do tema os alunos foram orientados pelo professor a pesquisarem informações a respeito. Essa orientação foi reforçada pela professora regente, que se responsabilizou por lembrar os alunos dessa tarefa (EA2.18; G5);*
- *Para responder a esse problema, outras informações foram necessárias, como de que animais se alimentam os tigres e qual o peso desses animais. Essas informações foram obtidas por meio de diferentes reportagens (EA2.20; G5);*
- *O professor solicitou aos alunos que informações a seu respeito (do tema) fossem pesquisadas e levadas para a aula. As informações levadas pelos alunos referiram-se a recordes mundiais que lhes chamaram atenção, recordes presentes no livro dos recordes, ou que aspiravam estar nesse livro, mas ainda não eram comprovados. Com base nessas informações, o professor sugeriu aos alunos que pensassem em um problema que poderia ser investigado por eles (EA3.4; G5);*
- *Sob a orientação do professor, os alunos pesquisaram informações a respeito do tema e trouxeram para a aula textos que encontraram na internet. [...] Outras informações a respeito da teoria da evolução também foram encontradas pelos alunos (EA4.29; G5).*

Mesmo nessas situações, Tortola (2016) relata que levou informações sobre cada tema escolhido, ou seja, pesquisou e também se inteirou sobre ele. A ação de investigação é, portanto, uma ação importante no planejamento da atividade de ensino, mesmo quando compartilhada com os alunos. Nessa ação, a dimensão com a relação com o saber que se revelou com mais destaque foi a *dimensão epistêmica*.

Quando os alunos e o professor pesquisam sobre um tema, estão se apropriando de saberes epistêmicos acerca deste tema. Há a possibilidade de se aprofundar sobre um tema ou

apenas se ater às curiosidades encontradas e formular um problema, mas algumas vezes é necessário buscar informações pertinentes acerca do tema para que o problema tenha solução. Tomemos o exemplo que podemos observar no fragmento EA2.20: *para responder a esse problema, outras informações foram necessárias, como de que animais se alimentam os tigres e qual o peso desses animais. Essas informações foram obtidas por meio de diferentes reportagens (EA2.20; G5)*. Ou seja, os alunos precisaram se relacionar com assuntos sobre a alimentação dos tigres (que animais o alimentam, qual o peso desses animais).

Quando os alunos coletam informações sobre determinado assunto, eles têm a oportunidade de se apropriar de parte do mundo até então alheia a eles. Esses conhecimentos fazem parte da história de um sujeito singular, em um dado momento da história da humanidade (CHARLOT, 2000), e podem fazer sentido para que o sujeito aprenda de forma eficaz. A estrutura da ação do professor na investigação sob a perspectiva da Teoria da Atividade é apresentada no Quadro 5.7:

Quadro 5.7 - Estrutura da Ação Investigação

Ação	Investigação, por meio da busca de dados e curiosidades sobre o tema escolhido.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: contribuir para que os sujeitos se inteirem com o tema; orientar a formulação de um problema (se compartilhada com os alunos); formular um problema (se realizada somente pelo professor).
Operações (Como é executada?)	Pesquisa; leitura; anotação de dados pertinentes.

Fonte: Os autores

O grupo de análise G6 trata sobre levantamento de hipóteses. Para trabalhar com Modelagem Matemática em sala de aula, diferentes hipóteses podem ser assumidas durante a produção de um modelo para a situação em estudo. Tomemos como exemplo a atividade A2: para considerar que um tigre se alimenta de um búfalo, hipóteses sobre seu peso precisam ser consideradas (por exemplo: considera-se somente o peso da carne ou o peso total?). Cada escolha de hipóteses pode influenciar no modelo para a situação e, portanto, é necessário estudar qual a melhor hipótese para se assumir, na intencionalidade de produzir modelos que se adequem à realidade da situação em estudo. Os fragmentos a seguir representam a necessidade de assumir hipóteses nas atividades de Modelagem que analisamos:

- *Os alunos assumiram que as regiões azuis do mapa (Quadro 6) – referentes às temperaturas abaixo de zero – são as regiões em que determinado mês pode nevar (EA1.26; G6);*
- *Embora não tenham sido mencionadas de maneira explícita nas falas ou registros dos alunos, temos indícios para afirmar que as hipóteses consideradas para o desenvolvimento da atividade foram H1: Todos os tigres se alimentam com a mesma quantidade de carne, a saber, 45 kg; e H2: Todo o peso do animal que servirá como alimento ao tigre será considerado comestível. Essas hipóteses foram necessárias para que a situação-problema fosse matematizada (EA2.12; G6);*
- *Para resolver o problema, duas hipóteses foram consideradas pelos alunos, ainda que não as tenham registrado por escrito. H1: A altura média dos brasileiros continuará crescendo de forma constante nas próximas décadas, ou seja, aumentará 2 cm a cada 10 anos; e H2: Pessoas mais altas são mais saudáveis (EA4.12; G6);*
- *[Os alunos] consideraram relevante a medida total da altura do grupo, dados que foram obtidos de forma experimental pelos participantes, onde a medida da altura de cada criança era diferente e essa informação iria interferir no processo de resolução. Com isto, os grupos mobilizaram uma composição aditiva de valores diferentes para obter a medida da altura do grupo (EA5.31; G6);*
- *Os trechos das conversas dos alunos apresentados a seguir nos fornecem indícios para inferir que tais hipóteses foram assumidas por eles, em uma atitude que vislumbrava a idealização da situação [...] a fim de lhe atribuir uma roupagem Matemática, isto é, de simplificar a situação, tornando-a um problema matemático. (EA4.13; G6);*
- *Considerando que o comportamento do crescimento dos homens nos próximos anos permanecerá o mesmo que o apresentado pelas informações [...] (EA4.26; G6).*

Observamos que, nessa ação, são concretizadas discussões em grupo sobre diferentes aspectos, acerca do *tema* e acerca da *Matemática*. Conforme afirma Barbosa (2007), o ambiente de Modelagem proporciona discussões destas naturezas, as quais o autor intitula de

discussões paralelas e discussões matemáticas, respectivamente. Tais momentos discursivos em grupos contribuem, portanto, para que os sujeitos se relacionem com saberes sociais e epistêmicos com mais destaque.

Para considerar hipóteses, os alunos precisam discutir em grupos e precisam da orientação do professor para encontrar os melhores caminhos a seguir. O fragmento EA1.25 revela que assumir hipóteses pode contribuir para o desenvolvimento da atividade: *as discussões encaminham os alunos para a formulação de uma hipótese, que, uma vez assumida, além de simplificar a situação em busca de uma idealização [...] indica qual caminho seguir, isto é, aponta um “norte para a resolução”* (EA1.25; G6).

Ao assumir hipóteses, a atividade de Modelagem é encaminhada e, ademais, facilita o processo de matematização da situação, assim como evidencia o fragmento EA5.32: *nas discussões dos grupos participantes de nossa pesquisa foram levantadas diversificadas hipóteses e negociadas entre eles, além do que outros conceitos matemáticos foram mobilizados pelos grupos* (EA5.32; G6). Ao negociar hipóteses, os sujeitos têm a oportunidade de se *relacionarem socialmente* e entender como o *outro* pensa a respeito do assunto tratado. Charlot (2000) evidencia a importância das relações sociais para o desenvolvimento do sujeito, visto que o mundo é estruturado por relações sociais, segundo a perspectiva charlotiana.

Por isso, é importante considerar que “não há sujeito senão em um mundo e em uma relação com o outro. Mas não há mundo e outro senão já presentes, sob formas que preexistem. A relação com o saber não deixa de ser uma relação social, embora sendo de um sujeito” (CHARLOT, 2000, p. 73). Ou seja, o mundo existe independente de um único sujeito singular, mas o sujeito se apropria de parte do mundo por meio de suas relações sociais com o outro, se desenvolve, aprende e produz sua história singular, torna-se quem é, se humaniza. Nessa perspectiva, Charlot (2000) afirma que a identidade social do sujeito contribui para formá-lo, o que vai ao encontro do pensamento de Leontiev (1978a) sobre as influências do lugar social ocupado pelo sujeito no sistema de relações em sua atividade. Para Santos e Asbahr (2020), “[...] a estrutura e conteúdo da atividade se alteram de acordo com o lugar ocupado pelo sujeito no sistema de relações sociais [...]” (SANTOS; ASBAHR, 2020, p. 1).

Ações dessa natureza, executadas por meio de compartilhamentos sociais e negociação entre os sujeitos, podem favorecer o engajamento em situações democráticas e empáticas em sala de aula, ao socializar opiniões, aprender a se posicionar e a ouvir o outro. O professor, por sua vez, é o orientador das discussões e se relaciona socialmente com os alunos, o que

possibilita ensinar e aprender por meio de sua ação orientadora. Tais aspectos são almejados nos ambientes de aprendizagem investigativos propostos por Skovsmose (2000).

No que diz respeito aos pressupostos da Teoria da Atividade, ações em grupo, compartilhadas por meio de relações sociais, conduzem ao desenvolvimento do indivíduo, uma vez que a perspectiva vigotskiana considera que a aprendizagem acontece num primeiro momento de forma interpessoal (social) para, posteriormente, se transformar em intrapessoal (individual) (MOURA, *et al.*, 2010). Esse desenvolvimento é possível por meio da comunicação e, por conseguinte, se envolver em ações discursivas em sala de aula vai ao encontro do desenvolvimento coletivo e individual do grupo. Porquanto, olhando com lentes da Teoria da Atividade de Leontiev (1978a) e das relações com o saber de Charlot (2000), no sentido de que o homem é um ser social, é possível afirmar que a ação de levantamento de hipóteses pode contribuir para a formação do professor e do estudante, ao passo em que os sujeitos pensam coletivamente nas escolhas de qual o melhor caminho a seguir para resolver um problema com referência na realidade. O Quadro 5.8 sintetiza os conceitos envolvidos na ação de ensino presente no levantamento de hipóteses, estruturada com base na Teoria da Atividade:

Quadro 5.8 - Estrutura da Ação Levantamento de Hipóteses

Ação	- Levantamento de Hipóteses para simplificar a situação em estudo;
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: orientar e direcionar a escolha dos grupos para encontrarem o melhor caminho para resolver o problema e orientar a matematização da situação em estudo.
Operações (Como é executada?)	Orientações, discussões e negociações em grupo.

Fonte: Os autores

O grupo de análise G7 contempla a ação de resolução do problema. Nessa ação, alunos orientados pelo professor buscam resolver o problema por meio da Matemática. É nessa ação, portanto, que se concretiza o processo de produção de um modelo matemático para o problema. Espera-se, com isso, que muitos conceitos matemáticos sejam necessários para encontrar uma ou mais soluções. É possível que diferentes modelos surjam e, ainda assim, respondam o problema de forma coerente. Essa flexibilidade da Modelagem contraria o que

Borba e Skovsmose (2001) chamam de ideologia da certeza¹, conceito que entende a Matemática como exata, precisa e que pressupõe somente uma resposta correta. Ao surgirem diferentes modelos que respondem a um mesmo problema, com diferentes conceitos envolvidos em sua produção, a ideia de certeza e resposta única não são os únicos caminhos concretizados na atividade.

Em uma atividade, o objeto é o elemento que satisfaz a necessidade. Sem objeto, não existe motivo, visto que a necessidade conectada a um objeto gera um motivo que impulsiona a atividade (LEONTIEV, 1978a). Desse modo, sem objeto não se concretiza a atividade. No ambiente de Modelagem, por sua vez, a etapa de resolução do problema evidencia diversos conceitos matemáticos. Segundo os pressupostos da AOE propostos por Moura (2001), o conceito matemático diz respeito ao objeto da atividade e, portanto, é um elemento essencial para que as atividades de ensino e de aprendizagem se constituam. Por sua significativa importância, analisamos as ações do professor durante a resolução do problema de forma minuciosa, conforme os pressupostos da ATD (MORAES; GALIAZZI, 2011).

Observamos que a ação de resolução foi escrita e analisada de forma muito bem detalhada nas duas teses analisadas (TORTOLA, 2016; ZANELLA, 2016). Sobre as relações com o saber, já era esperado que nesta ação se revelasse com ênfase a dimensão epistêmica, que envolve saberes constituídos historicamente. Nessa dimensão, os saberes escolares estão inclusos. Para Charlot (2000), o sujeito se apropria de conhecimento por meio de *figuras do aprender*. Tais figuras podem ser objetos, emoções, experiências e *atividades*. Portanto, em uma organização do ensino subsidiada pelo conceito de atividade de acordo com a perspectiva leontieviana, os alunos têm diferentes oportunidades de aprender e diferentes formas de se apropriar de conhecimentos. Podemos observar que os alunos dos anos iniciais se comunicam de forma curiosa e motivada, o que denota a necessidade de se expressar presente no ambiente de aprendizagem. É possível inferir que, enquanto os sujeitos se comunicam, se expressam e demonstram curiosidade, há a necessidade de dominar algumas operações antes de iniciar o processo de resolução Matemática. Tais oportunidades presentes no ambiente de

¹ O termo *ideologia da certeza* utilizado por Borba e Skovsmose (2001) denota uma linguagem de poder utilizada para se falar de Matemática. Termos como: *foi provado matematicamente, os números falam por si*, entre outros, atribuem à Matemática certa intocabilidade e certeza, que tem poder de influenciar em decisões sociais e políticas, o que pode contribuir para legitimar discursos, até mesmo negativos e/ou controversos, e para entender a Matemática como uma forma particular de ciência que não pode ser criada, somente descoberta. Tais conceitos são fundamentados na Educação Matemática Crítica (Skovsmose, 2000; Skovsmose, 2001), que tem interesse em pensar criticamente a respeito não somente de assuntos sociais e educacionais, mas também sobre a Matemática e a Educação Matemática.

aprendizagem de Modelagem podem contribuir, portanto, para evidenciar diferentes formas (figuras) de aprender Matemática.

Ao fazer Modelagem em sala de aula, nós, enquanto educadores matemáticos, não podemos nos ater somente às discussões paralelas que se constituem no ambiente e deixar de lado os conceitos matemáticos. É importante, portanto, que o professor, enquanto orientador da atividade, esteja em atividade, preocupado com o conceito a ser ensinado, para conduzir as discussões de forma que contribuam para a atividade de aprendizagem, mantendo um ambiente favorável às ações da atividade. Ou seja, é importante valorizar as discussões que surgirem, mas de forma que os sujeitos não se distanciem consideravelmente dos interesses e objetivos da atividade.

Nesta pesquisa, os dados da *ação de resolução (G7)* envolvem: *estratégias utilizadas; processo de resolução; modelo matemático para a situação*. Iniciamos então a discussão sobre as estratégias utilizadas.

As discussões que se concretizam no ambiente de aprendizagem de Modelagem dos anos iniciais frequentemente têm caráter interdisciplinar e contribuem para compreensão da situação problema (TORTOLA, 2016). Na ação de resolução, tais discussões podem ser classificadas como paralelas, mas oferecem grandes possibilidades de entender o problema (BARBOSA, 2007). As discussões, conforme já aponta Barbosa (2007), medeiam o processo durante a resolução, especialmente no tocante a assumir uma estratégia. Os fragmentos a seguir denotam esses aspectos:

- *A resolução da situação-problema se deu a partir da comparação da área representada pela cor azul no mapa. Essas comparações foram utilizadas pelos alunos para produzir seus modelos matemáticos, gráficos de barras que indicam a periodicidade em que o território mundial é ocupado por neve (Quadro 15). Isto é, começando por janeiro, essa área diminui até chegar ao seu mínimo, em julho, e depois começa a aumentar novamente até janeiro, e o ciclo se repete, o que se justifica pelo movimento de translação do planeta Terra, que caracteriza o fenômeno das estações do ano (EA1.32; G7);*
- *A resolução desse problema consistiu, portanto, na produção de um livro dos recordes dos alunos do 3º ano, e para isso uma lista de recordes foi investigada (EA3.6; G7);*
- *Diálogos e registros dos alunos colocam em evidência as variáveis envolvidas na situação-problema: Tempo, em décadas; e Altura, em metros (EA4.14; G7);*

- *A estratégia de resolução utilizada pelos alunos foi identificar a regularidade no crescimento da estatura dos homens nas últimas décadas (EA4.27; G7);*
- *As ações do grupo ao desenvolver uma estratégia para resolver a problemática foram organizadas e lideradas pelo estudante E2 (EA5.12; G7);*
- *A primeira ação sugerida por E2 foi medir a altura de cada um dos alunos do grupo com auxílio da fita métrica de 150 centímetros (EA5.13; G7);*
- *O grupo mobilizou competências para entender o problema da situação real, visto que definem que a medida da altura de todos os alunos do grupo é um dado relevante para a resolução da tarefa (EA5.16; G7);*
- *A segunda ação do grupo compreende a adição das medidas da altura dos alunos e a apresentação de uma justificativa para trabalhar matematicamente com as medidas em centímetros. De acordo com o estudante E2, converter a medida para centímetros facilitaria os próximos cálculos, pois trabalhariam com números inteiros. Além disso, os estudantes justificaram que a altura da Catedral de Maringá era de 124 metros, o que equivale a 12400 centímetros. Neste caso, consideraram a altura da Catedral (114 metros) e a cruz no topo (10 metros) (EA5.17; G7).*

Percebemos que Zanella (2016) ressalta que um líder assumiu o controle da estratégia de resolução do seu grupo (EA5.12; G7). Se observarmos esse fato com as lentes da Teoria da Atividade, podemos considerá-lo um dado importante para a atividade propriamente dita, visto que denota a divisão de funções durante a execução das ações. Se compararmos ao exemplo do batedor, proposto por Leontiev (1978a), podemos observar que cada função tem sua importância na atividade e pode trazer benefícios para o grupo, bem como dar indícios sobre o engajamento dos alunos (CAMPOS, 2013), o que eleva as chances de contribuição para o sentido pessoal durante a atividade, de caráter individual. Ou seja, a divisão de funções pode contribuir individual e coletivamente para a atividade. Ademais, a organização de sala de aula observada nas cinco atividades analisadas nesta pesquisa é realizada por meio da divisão em pequenos grupos, organização que se revela de acordo com os pressupostos de uma atividade e, sobretudo no que diz respeito à resolução do problema, converge para os interesses da AOE, pois, de acordo com esta perspectiva,

a solução da situação-problema pelos estudantes deve ser realizada na coletividade. Isso se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações

que exijam o compartilhamento das ações na resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. Garantir que a atividade de estudo dos educandos se dê prioritariamente dentro de um coletivo busca concretizar o princípio ou lei de formação das funções psíquicas superiores elaborado pela Teoria histórico-cultural [...] (MOURA, *et al*, 2010, p. 225).

Podemos observar, ainda, que durante a ação de resolução as discussões destacam a relação epistêmica com o saber, envolvendo desde assuntos pontuais sobre o tema, como também conceitos matemáticos emergentes da situação. Os fragmentos a seguir sustentam nossos argumentos:

- *Comparando as imagens apresentadas pelo gif, os alunos observaram quais são as áreas em que neva mês a mês e, diante disso, descreveram esse comportamento a partir de alguns esboços, que se aproximam de gráficos (EA1.33; G7);*
- *As estruturas produzidas indicam aos alunos que os aspectos devem ser analisados nos candidatos que concorrem a tais recordes, utilizando os instrumentos de medida apropriados, e as medidas obtidas devem ser comparadas e organizadas da maior para a menor, ou se for o caso, da menor para a maior. É o recordista aquele que tem a menor ou a maior medida, dependendo do aspecto considerado. Toda essa descrição foi sintetizada pelos alunos em textos (EA3.10);*
- *Foram exploradas unidades de medida de comprimento para realizar as medidas das alturas, estojos, lápis, cabelo etc.; unidades de medida de massa, para comparar o peso dos alunos; e unidades de medida de tempo, para comparar as idades dos alunos. Dessa forma, as relações milímetros-centímetros-metros; gramas-quilos; e dias-meses-anos foram abordadas. A exploração das unidades de medida proporcionou ainda um ambiente em que discussões de como expressar tais medidas emergiram (EA3.14; G7);*
- *A terceira ação do grupo, descrita por E2, consistiu em dividir a medida da altura da catedral (12400 cm) pela medida da altura do grupo (568 cm). Destacamos que nesta ação os estudantes mobilizaram competências para investigar os dados reais da situação, bem como para desenvolver um modelo real a partir da estruturação dos dados, ou seja, desenvolveram a*

matematização e adotaram procedimentos coerentes para resolver a situação (EA5.19; G7);

- *A quarta ação do grupo foi identificar a quantidade de crianças necessárias para atingir a medida de altura da Catedral, a partir da operação de divisão realizada na terceira ação (EA5.22; G7).*

Ao iniciar as análises, já prevíamos o destaque da relação epistêmica com o saber durante a ação de resolução, uma vez que ela envolve a produção de um modelo matemático para a situação em estudo. Charlot (2000, p. 71) afirma que “[...] uma relação com o saber é algo que se constrói” e, portanto, é passível de erros, acertos, mudanças e transformações. Dessa forma, a relação epistêmica com o saber é construída e transformada (também) no mundo escolar. Particularmente, a relação com a Matemática se constrói e se transforma durante toda a trajetória do sujeito. Respaldamos tal afirmação em Hermann (2018, p. 136), ao assegurar que “[...] a identificação com a Matemática é um processo histórico que envolve um ciclo que realimenta positivamente a relação que o sujeito tem com ela”.

Ao relacionar-se com o saber em um ambiente investigativo, como o da Modelagem, os alunos dos anos iniciais podem desenvolver habilidades a nível psíquico que envolvam informações para além do nível de repertório de conhecimentos que se concretizam como *escolares*. Segundo Barbosa (2004), a Modelagem pode contribuir para desenvolver diferentes aptidões, sobretudo sobre a exploração e compreensão do papel da Matemática no âmbito sócio-cultural. Isso porque atividades de Modelagem podem contribuir para

colocar lentes críticas sobre as aplicações da Matemática. Discussões na sala de aula podem agendar questões como as seguintes: O que representam? Quais os pressupostos assumidos? Quem as realizou? A quem servem? etc. Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social [...] (BARBOSA, 2004, p. 74).

A ação de resolução envolve diferentes discussões, mas as que sobressaíram nos relatos analisados foram discussões matemáticas ou que de alguma forma envolvem saberes epistêmicos. Conforme afirma Charlot (2000), como as três dimensões são indissociáveis na análise, podemos afirmar que a dimensão social também se destacou, porém com menos ênfase do que a epistêmica.

Nesta pesquisa, consideramos como *ação de resolução* todos os elementos e operações envolvidos na produção de um modelo matemático para a situação em estudo. Portanto, o último elemento que se revela na *ação de resolução* é a produção do modelo matemático.

Com orientação e direcionamento do professor, todas as atividades analisadas tiveram um modelo matemático produzido, ou seja, os sujeitos envolvidos executaram a ação de resolução com sucesso ao produzir uma solução para o problema em estudo.

Nos anos iniciais, esperamos que os alunos produzam modelos condizentes com o repertório matemático que possuem. Nos relatos analisados, diferentes tipos de modelo matemático para a situação foram produzidos, dependendo do ano em que a atividade foi desenvolvida. De forma geral, as análises apontam a emergência de representações gráficas, tabelas, desenhos, textos e algoritmos como modelo para a situação. Os fragmentos a seguir denotam nossos argumentos:

- *Esses gráficos consistem no modelo matemático para a situação (EA1.38; G7);*
- *O modelo sinaliza a periodicidade associada ao fenômeno, e para sua construção os alunos utilizaram, principalmente, conceitos associados à ordenação e à comparação. Conceitos como crescente, decrescente, maior, menor, tempo, temperatura e até mesmo a noção de números negativos foram discutidos (EA1.39; G7);*
- *Nesse contexto, os modelos matemáticos da quantidade de tigres que podem ser alimentados a partir de um determinado animal foram constituídos de desenhos, construídos a partir do uso do material dourado e envolveram a ideia de divisão, ainda que a contagem tenha se mostrado bastante útil na formulação dos modelos (EA2.13; G7);*
- *O livro produzido por cada grupo configurou-se como resposta para o problema, pois apresentou os recordes dos alunos do 3º ano para os aspectos definidos. Ao produzirem tal resposta, os alunos produziram também o modelo matemático da situação, um modelo de caráter diferente dos anteriores por eles produzidos, uma vez que por meio de um texto o modelo descrevia como proceder para classificar recordistas (EA3.8; G7);*
- *Embora sejam os modelos matemáticos produzidos pelos alunos para a situação-problema constituídos por textos, estes revelam uma estrutura Matemática que indica aos alunos o que deve ser feito para definir um recordista em um determinado aspecto (EA3.9; G7);*

- *Para responderem ao problema, modelos matemáticos envolvendo a construção de tabelas, operações aritméticas de adição e de multiplicação, desenhos e gráficos foram produzidos (EA4.20; G7);*
- *Para finalizar, subtração entre 472 cm e 433 cm, obtendo 39 cm, que representa uma medida muito próxima para se obter 12400 cm. E2 explicou: Faltam 39 cm para 12400 cm. De acordo com o estudante E2 o resultado obtido para atingir a medida da altura da Catedral é uma boa aproximação, pois com 87 crianças faltaram apenas 39 cm para completar 12400 cm (EA5.24; G7).*

A relação que os alunos têm com os saberes escolares influenciam na produção do modelo matemático, ou seja, o modelo depende do repertório matemático desses alunos. Nesse caso, podemos inferir que uma atividade de Modelagem pode ter diferentes constituições, a depender do ambiente de sala de aula e do nível de escolaridade e, ainda, para uma mesma situação, diferentes modelos podem ser produzidos, o que pode afastar a Matemática da ideologia da certeza. Zanella (2016), entretanto, observou que um grupo persistiu nos cálculos para encontrar um modelo que se encaixasse exatamente para a situação, sem aproximações, conforme mostra o fragmento a seguir: *o Grupo E mobilizou a ideia de que a resposta para um problema matemático é sempre um número inteiro não negativo, ou seja, busca-se o valor exato ou pelo menos o valor mais próximo de 124 m (EA5.25; G7).*

Segundo Zanella (2016, pp. 197-198), “[...] o trabalho realizado na busca de uma melhor aproximação, da forma como foi colocado pelos alunos, apresenta indícios de buscar exatidão nos cálculos, como a ideia de que a Matemática é exata”. Tais fatos, de acordo com nossa perspectiva, tornam a orientação do professor e a explicação de alguns conceitos ainda mais necessária, na intencionalidade de que os alunos estabeleçam uma relação com a Matemática de forma que se permita abertura à exploração, crítica e possibilidade de diferentes respostas e caminhos para um mesmo problema, dependendo da situação. Concordamos com Araújo (2019) quando afirma que

[...] surgem velhas/novas questões: a quem ensinar, quando ensinar, o que ensinar, como ensinar, para quem ensinar? De imediato poderíamos responder: ensinar a todos, sempre; o conhecimento matemático como produto cultural; por meio de atividades de ensino nas quais o significado social do conhecimento se torne pessoalmente significativo para o estudante; para que

as novas gerações se apropriem da riqueza humana e nesse processo se forme o humano no homem (ARAÚJO, 2019, pp. 126-127).

Ou seja, o homem se humaniza no processo de significação social e internaliza saberes que o levam a atribuir sentido para o que aprende. Por conseguinte, é importante aproximar a Matemática de modelos reais e ensinar aos alunos os fatos sobre como se comporta a Matemática em cada situação analisada, de forma que o modelo tenha sentido para quem o produz.

Durante toda ação de resolução (G7), os relatos analisados evidenciam a orientação do professor em cada detalhe (estratégias utilizadas; resolução; produção do modelo), conforme mostram os fragmentos a seguir:

- *Cabe ao professor estabelecer relações entre o tema e outros fenômenos ou entre as tendências de seus valores e, por conseguinte, entre as estratégias de resolução (EA1.27; G7);*
- *Para a construção desse “gráfico”, o professor colocou o giz em um determinado ponto do quadro e questionou os alunos (EA1.34; G7);*
- *Esses esboços, contudo, para atender as formalidades Matemáticas, precisavam de algumas adequações. Com essa intenção, elaboramos uma estrutura para que os alunos pudessem construir com o auxílio de material manipulável um gráfico que descrevesse a situação. Foram disponibilizadas aos alunos barras, feitas de E.V.A, de diferentes alturas, as quais os alunos utilizaram para expressar o comportamento do fenômeno (EA1.35; G7);*
- *Cabe ao professor orientar o caminho para que o uso da linguagem Matemática seja feito de acordo com a formalidade que tal linguagem exige (EA.4; 18; G7);*
- *Os alunos utilizaram ainda operações de adição e subtração com números racionais, a partir das quais puderam lembrar a regra algorítmica que sempre é repetida pelos professores quando entra em cena esse tipo de contas: “vírgula embaixo de vírgula”. A questão do valor posicional foi abordada, chamando atenção, nessa situação, para o valor posicional das casas decimais: décimos, centésimos e milésimos. Além disso, outras dúvidas e questões que, porventura, surgiram, foram também discutidas: “Existe zero vezes um, zero vezes dois?”. “Isso é uma tabela” e “décadas são dez anos” (EA4.19; G7);*

- *O caminho pelo qual os alunos chegaram ao cálculo da diferença também oportunizou que o professor explicasse aos alunos em que momentos a subtração pode ser utilizada, de modo a incentivar que eles não se apegassem a pintas sintáticas – mais, menos, maior, menor – para identificar que operações Matemáticas utilizar na resolução de problemas (EA4.28; G7);*
- *O Pesquisador E questionou os estudantes sobre a utilização da operação de divisão como estratégia para resolver a problemática, e o estudante E2 explicou que a divisão fornece a quantidade de vezes que a medida (568 cm) se repetiria em 12400 cm. O estudante E4 complementou a fala de E2 e disse que “na conta de divisão, o 21 significa que cada criança será repetida 21 vezes até chegar à mesma altura da Catedral” (EA5.20; G7).*

Tortola (2016) configura as atividades de Modelagem nos anos iniciais de três modos diferentes (1º ano; 2º e 3º ano; 4º e 5º ano) e ressalta que os alunos do 4º e 5º ano apresentam mais autonomia nas ações, a exemplo de anotar dados importantes evidenciados durante as discussões, diferentemente dos alunos do primeiro ano, que estão aprendendo há menos tempo sobre as regras e conhecimentos escolares. Tais aspectos podem ser considerados ao propor um ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, visto que os alunos menos experientes com o ambiente de sala de aula ainda não operacionalizaram algumas regras e conceitos matemáticos, bem como regras e conhecimentos escolares, de forma geral. Ao olhar com as lentes da Teoria da Atividade, entendemos que para operacionalizar uma ação é preciso praticá-la. Nesses moldes, as ações são internalizadas, tornam-se operações e modificam o nível hierárquico para aquele sujeito ao serem internalizadas.

É fato, portanto, que no 1º ano do Ensino Fundamental o papel do professor é mais incisivo, pois esses alunos ainda não possuem autonomia nas decisões e estratégias de resolução, necessitando, então, de mais acompanhamento por parte do professor durante suas ações, sobretudo na resolução, considerando que a produção do modelo matemático é um dado muito relevante e importante para entender a situação-problema investigada no ambiente de aprendizagem.

Os fragmentos anteriormente elencados sobre *as ações do professor/pesquisador durante a resolução* revelam que parte do trabalho orientador do professor na atividade de Modelagem reside no fato de preocupar-se com a formalidade Matemática. Tais aspectos podem estar relacionados à ação docente – que é ensinar e criar possibilidades para a

produção de conhecimentos (FREIRE, 2020) – e, também, ao repertório matemático muito mais elevado, se comparado ao dos alunos, que estão no início de sua trajetória e relacionam-se diretamente com o ambiente de aprendizagem de Modelagem dos anos iniciais, visto que, conforme revelam os fragmentos EA4.19, EA4.28 e EA5.20, o pesquisador questiona, esclarece dúvidas, introduz novos conceitos e preocupa-se com as necessidades emergentes de um ambiente investigativo, o que é característica do ambiente de Modelagem, sobretudo dos anos iniciais (SANTOS; HERMANN, CEOLIM, 2020), em que os alunos têm menos autonomia.

Em uma atividade de Modelagem nos anos iniciais, a ação orientadora do professor durante a resolução denota-se como um elemento fundamental na atividade de aprendizagem, uma vez que a orientação do professor medeia a relação entre instrumentos, conceitos matemáticos (objeto de aprendizagem), sujeitos e conhecimentos emergentes, conforme podemos observar no fragmento que se segue: *várias medições foram realizadas para a resolução do problema. Algumas unidades de medida desconhecidas pelos alunos foram introduzidas e discussões associadas à Matemática foram trazidas à tona, como: que instrumentos de medida utilizar (Para medir alturas, comprimentos nós usamos a fita métrica, a régua...); como converter algumas unidades de medida, de milímetros para centímetros, por exemplo (22 milímetros ou 2,2 centímetros, 19 milímetros ou 1,9 centímetros); como registrar medidas (Um metro e cinquenta centímetros, um metro e meio, precisa colocar o zero depois do cinco?); etc. (EA3.7; G7).*

Conforme afirmam Moura *et al.* (2010), a atividade de ensino (do professor) e a atividade de aprendizagem (dos alunos) se relacionam por meio da análise do professor e sua avaliação da atividade propriamente dita. Portanto, “as ações de aprendizagem realizadas pelos estudantes se constituirão como foco da análise do professor [...]” (MOURA, *et al.*, 2010, p. 224-225). Desse modo, o professor, enquanto orientador da atividade de Modelagem, pode analisar e fazer a avaliação do ambiente de aprendizagem, com foco na aprendizagem dos alunos. A configuração da ação de resolução pelo professor durante a atividade, segundo as lentes da Teoria da Atividade, segue o formato a seguir:

Quadro 5.9 - Estrutura da Ação Resolução

Ação	- Orientar e direcionar a produção de um modelo matemático que responda o problema.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.

Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: produzir um modelo para um problema, considerando o repertório matemático dos alunos e engajá-los em discussões que permitam evidenciar a importância da Matemática para responder problemas com referência na realidade, com vistas ao desenvolvimento de pensamentos críticos sobre o tema investigado e sobre a própria Matemática.
Operações (Como é executada?)	Orientação na aplicação de conceitos matemáticos; orientação na formalização da estratégia; direcionamento da representação dos modelos matemáticos.

Fonte: Os autores

Os aspectos destacados sobre a orientação do professor durante a ação de resolução reforçam a importância do papel do professor no ambiente de aprendizagem da sala de aula. Na perspectiva histórico-cultural, entendemos que a aprendizagem parte do meio social e, portanto, não aprendemos sozinhos no mundo. A socialização do conhecimento e da cultura é essencial para o desenvolvimento humano e, assim, o ambiente escolar possibilita que o sujeito se humanize, se torne um sujeito singular de saber e, além disso, se desenvolva como um sujeito democrático. Essas configurações que caracterizam o ser humano que desejamos formar têm influência da ação orientadora do professor durante discussões em sala de aula e produção de modelos matemáticos que respondem a um problema, a exemplo do ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática.

5.2.1 Discussões Acerca da Segunda Categoria

A segunda categoria emergente nesta pesquisa, intitulada, *ações de execução*, nos mostra o corpo da atividade de Modelagem ao evidenciar a produção de um modelo matemático. Ao propor uma atividade de Modelagem é importante a discussão de diferentes conhecimentos pautados na realidade e em temas não matemáticos, mas o processo de resolução nos mostra que, em uma atividade de Modelagem, não podemos nos esquecer, enquanto orientadores, que, considerando o contexto da Educação Matemática, o principal objetivo da atividade de ensino é *ensinar Matemática*. Independentemente da concepção assumida, as ações de execução referentes aos trabalhos analisados confirmam que ensinar Matemática é a principal intencionalidade de uma atividade de Modelagem.

Para nortear nossas discussões acerca da segunda categoria focamos no terceiro objetivo específico de nosso estudo: *interpretar a relação entre a constituição de uma atividade e as relações estabelecidas com o saber em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais*.

Nas ações de execução das atividades analisadas, a dimensão epistêmica foi a que predominou nos ambientes de aprendizagem. Isso porque as ações de execução envolvem investigação, levantamento de hipóteses e a resolução do problema. Tais ações são predominantemente epistêmicas, uma vez que buscam produzir um modelo matemático para uma dada situação de estudo com referência na realidade.

A intersecção que mais se destacou foi a epistêmica-social (e-s) (HERMANN, 2018), haja vista que atividades de Modelagem são realizadas em grupos e envolvem ações coletivas, diálogos e discussões. De forma geral, as ações de execução buscam meios que possibilitam a produção de um modelo matemático; entretanto, mais do que isso, oferecem alternativas aos sujeitos em que é possível o desenvolvimento social e humano, bem como o individual.

Nessa perspectiva, podemos observar que as ações de execução presentes na atividade propriamente dita têm caráter epistêmico de efeito social, ou seja, refletem no grupo e fazem parte das escolhas assumidas por ele. Observando com olhar voltado para a Teoria da Atividade, mais especificamente para a AOE (MOURA, 2001), podemos afirmar que os sujeitos, a partir da necessidade social acerca de uma situação, encontram motivos pessoais que os mobilizam a resolver um problema com referência nela. A solução para o problema é o objeto de ensino. A ação de ensino, por sua vez, busca desencadear motivos para que o sujeito tenha a oportunidade de aprender conceitos, não apenas matemáticos, mas com foco especial para a Matemática. A ação de ensino, portanto, se preocupa com que os sujeitos envolvidos se “apropriem da experiência social da humanidade presente neste conhecimento matemático” (ARAÚJO, 2019).

Para sintetizar a segunda categoria, finalizamos nossas análises sobre as ações de execução com o Quadro 5.10, com mais ênfase para a dimensão epistêmica:

Quadro 5.10 - Relação com o saber na estrutura das Ações de Execução

Ações	- Orientar a resolução do problema formulado com referência na realidade; - Produzir um modelo matemático para o problema em estudo.	Relações com Saber que se evidenciam nesta ação
Necessidade	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.	
Objetivo	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não	

	matemático.	
Motivo	Organização do ensino: trabalhar conceitos matemáticos por meio de um tema com referência na realidade, considerando o repertório matemático dos alunos.	
Operações	Pesquisas, discussões, algoritmos, operações Matemáticas, construção de gráficos, tabelas, desenhos, dentre outros.	

Fonte: Os autores

Se olharmos com as lentes propostas por Hermann (2018) para as subcategorias da relação com o saber, podemos perceber que a intersecção predominante nesta ação é a epistêmico-pessoal (e-s). Classificando-as com nossas lentes da Teoria da Atividade, podemos observar que as ações de execução têm motivação epistêmica, pois refletem, a todo momento, a dimensão epistêmica com o saber, em que conhecimentos acumulados historicamente são apropriados pelos sujeitos envolvidos, de forma a se envolverem com o tema, resolverem o problema por meio da Matemática e produzirem um modelo matemático que represente a situação em estudo.

A motivação epistêmica das ações de execução tem relação social; isto se justifica, especialmente, pelo fato de que as atividades de Modelagem analisadas foram desenvolvidas em grupos e, portanto, muitas discussões foram realizadas de forma a enxergar a opinião do outro e de expor a opinião para o outro. Nesse movimento, claramente, a dimensão pessoal também pode aparecer, embora com menor ênfase. Portanto, a intersecção em que se inserem as ações de execução é a e-s-p (epistêmico-social-pessoal), com motivação epistêmica, relação social-pessoal.

5.3 Terceira Categoria: Ações de Validação

A terceira categoria analisada, intitulada *ações de validação*, tem como foco a validação do modelo, ou seja, a comprovação de que o modelo (ou os modelos, dependendo da atividade) produzido por meio das ações de execução serve para responder ao problema motivador da atividade. Nesse contexto, assim como as ações anteriores, o processo de

validação de um modelo é muito importante para a atividade propriamente dita, pois evidencia uma ou mais possibilidades de solução para o problema.

Como realizado nas análises das categorias anteriores, o primeiro passo das análises da terceira categoria vai ao encontro de nosso primeiro objetivo específico: *identificar as ações do professor desenvolvidas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais sob a perspectiva da Teoria da Atividade*, que sintetizamos com referência no modelo constante no Quadro 3.6 (página 62), alusivo à estrutura de uma ação, com base nos pressupostos da atividade orientadora de ensino. Após realizar essa identificação, demos o segundo passo, de acordo com nosso segundo objetivo específico: *identificar as relações com o saber estabelecidas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz de três dimensões da relação com o saber (epistêmica; social; pessoal)*.

A terceira categoria é composta por dois grupos: *G8 – Socialização de resultados – e G9 – Validação e Reflexão*. As ações pertencentes a esses dois grupos – no sentido de socializar e validar os modelos matemáticos para a situação problema – denotam a conclusão da atividade, de modo a apresentar modelos de soluções que respondem ao problema investigado na atividade de Modelagem Matemática. Nesses momentos, portanto, o ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais torna-se mais reflexivo, e o papel orientador do professor na atividade, muito importante, haja vista a importância de finalizar a atividade de forma a validar todo trabalho desempenhado durante as ações dos alunos.

Em nosso ver, os modelos podem não ser validados, o que não exclui todo trabalho desempenhado, mas abre espaço para novas discussões e para investigar produtivamente os erros, o que pode contribuir como suporte para a aprendizagem (LUCKESI, 2002).

É importante ressaltar que o foco de nossas análises tem olhar voltado para a ação do professor na atividade. Os fragmentos elencados de G8 evidenciam relatos dos pesquisadores sobre a concretização da socialização dos resultados de cada grupo, ou seja, do compartilhamento de modelos no ambiente de aprendizagem da atividade de Modelagem. Tal concretização pode ser verificada nos fragmentos abaixo elencados:

- *Os alunos mostraram seus registros aos demais, socializando como foi a experiência desenvolvida por eles, socialização que se deu por meio de uma exposição dos trabalhos aos colegas da turma [...] (EA1.28; G8);*

- *Por fim, os resultados foram apresentados e discutidos com toda a turma, de modo a avaliar os modelos matemáticos produzidos e socializar com os colegas a investigação realizada (EA2.14; G8);*
- *7 Exposição - O grupo expôs o processo de resolução (EA5.29; G8);*
- *Após explicar ao Pesquisador E as ações realizadas para resolver a problemática da Altura da Catedral de Maringá, o grupo enumerou e descreveu cada uma das ações desenvolvidas para, ao término, expor os resultados obtidos aos demais alunos participantes (EA5.32; G8).*

A ação *socialização dos resultados* nem sempre precisa ser realizada de maneira formal, expositiva e ao final da atividade, podendo acontecer durante a atividade de Modelagem, conforme podemos verificar por meio do fragmento a seguir:

- *Nessa exposição os alunos mostraram os seus trabalhos aos colegas e poucas discussões foram realizadas, pois mesmo organizados em grupos e trabalhando com temas diferentes, todos os alunos acabaram discutindo os dois temas e, dessa maneira, todos estavam a par das investigações (EA1.29; G8).*

Tal fragmento evidencia a Modelagem nos anos iniciais como um ambiente de aprendizagem que não é engessado em etapas, mas flexível e construído pelos sujeitos envolvidos nesse ambiente, em que as ações podem ser executadas de diversas formas, o que torna o ambiente de Modelagem nos anos iniciais uma atividade aberta às possibilidades.

Podemos observar que a ação de socialização dos resultados evidencia o compartilhamento da investigação no ambiente de aprendizagem. Ao passo que os alunos socializam o processo de resolução, discussões reflexivas sobre os resultados são realizadas, de modo a avaliar os modelos, por vezes comparando-os, conforme podemos observar nos fragmentos a seguir:

- *Os resultados foram socializados por meio de uma dinâmica na qual os livros produzidos foram trocados grupo a grupo para que todos pudessem observar o trabalho de todos e para que os resultados pudessem ser validados. Para isso,*

discussões foram realizadas com toda a turma com base na Matemática e na situação (EA3.11; G8);

- *Os resultados foram socializados com a turma e, nesse momento, houve a validação dos modelos matemáticos e a avaliação dos resultados. Além disso, os alunos puderam comparar os resultados obtidos, já que dois grupos investigaram problemas semelhantes (EA4.21; G8).*

Notamos, nesses casos, que a ação de socialização dos modelos gera discussões que motivam a ação de validação. As duas ações (socialização e validação) por vezes até se confundem nos fragmentos, uma vez que são duas ações que, geralmente, aconteceram de forma simultânea, nas situações em que analisamos. Podemos validar tal afirmação por meio da conclusão do grupo do 4º ano que desenvolveu a atividade A4: “Essas respostas e encaminhamentos são, por fim, apresentados de modo que oportunizam que os resultados sejam comparados e avaliados quanto sua pertinência à situação-problema” (TORTOLA, 2016, p.165, grifos nossos). Ou seja, ao passo em que a apresentação acontece, é possível avaliar e validar os modelos.

É importante destacar, portanto, que a ação de socialização tem caráter explicativo, em que a intencionalidade é apresentar e explicar como a investigação foi desenvolvida por cada grupo, para que todos compreendam diferentes maneiras de produção dos modelos matemáticos para aquela situação. O papel do professor nessa ação é o de orientador e encorajador da ação, de forma a despertar motivos para que os alunos desenvolvam a ação. Tal papel é, geralmente, realizado por meio de discussões coletivas. A estrutura da ação de ensino na ação de socialização sob a perspectiva da Teoria da Atividade é apresentada no Quadro 5.11:

Quadro 5.11 - Estrutura da Ação Socialização

Ação	- Socialização e compartilhamento dos processos de investigação e modelos produzidos nos pequenos grupos; - Interação social entre os grupos e apresentação de modelos matemáticos.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: conduzir interpretações das semelhanças e diferenciações dos modelos produzidos; intervir em situações que apresentam erros.
Operações (Como é executada?)	Apresentação dos modelos; exposição; discussões.

Fonte: Os autores

A socialização dos resultados é uma ação muito importante para a Modelagem, pois permite a interpretação dos resultados, o que contribui para validar ou não um modelo matemático para o problema investigado. Nesse sentido, a ação do professor é motivada pela interpretação dos modelos pelos alunos.

O último grupo de análise é intitulado *validação e reflexão*, pertencente ao grupo G9. Conforme o próprio título traduz, esse grupo de análise refere-se às discussões sobre os modelos e os validam, de forma reflexiva e crítica. Nas atividades analisadas nesta pesquisa, observamos que, independentemente da concepção adotada pelos pesquisadores, a validação aconteceu de forma parecida: exposição da investigação; discussões sobre as soluções; conclusões críticas sobre os modelos produzidos, especialmente entre os alunos do 5º ano.

Na ação de validação, o professor orientador da atividade de Modelagem tem o papel de auxiliar os alunos nas discussões, sempre observando se os modelos produzidos respondem matematicamente ao problema elencado, uma vez que o professor tem maior repertório matemático, mais autonomia e experiência que os alunos, especialmente em se tratando de anos iniciais do Ensino Fundamental. A seguir, os fragmentos elencados denotam momentos de validação dos modelos nas atividades analisadas nesta pesquisa:

- *Nesse contexto a validação se deu por meio da Matemática e com base nas informações utilizadas para o desenvolvimento da atividade [...], momento em que o professor sistematizou a ideia da divisão no quadro (EA2.22; G9);*
- *Uma resposta foi apresentada – o livro produzido por eles – e avaliada em um momento de discussão com toda a turma (EA3.16; G9);*
- *Esta ação possibilitou ao grupo validar os passos utilizados durante esse processo, pois ao passo que descreveram as ações também refletiram sobre a validade de cada uma destas ações, como por exemplo, E3 questionou a informação descrita na terceira ação “Dividimos a altura da catedral pelo resultado da altura do grupo. Pelo qual obtemos 21 vezes cada criança do nosso grupo”. O estudante E3 gesticulou que a altura dela seria repetida 21 vezes, na sequência, a altura de E4, E2 e E1. Mas eles não haviam calculado a altura de cada estudante, de forma isolada (ou seja, 21 vezes 143 cm, ou 21 vezes 152 cm), mas trabalharam com a medida do grupo (21 vezes 568 cm). O estudante E2 explicou que isso não interferia, pois alinhar 21 vezes a medida*

de 568 cm seria o mesmo do que alinhar 21 vezes a medida de cada um dos estudantes (EA5.27; G9);

- *Os estudantes foram capazes de experimentar todo o processo de Modelagem e validar a solução do problema. Além disso, foram capazes de refletir criticamente sobre a solução encontrada e formular um modelo para outras situações (EA5.30; G9);*
- *Durante o processo de validação, o aluno E2 explicitou que “sabendo a medida da altura da Catedral e do grupo é necessário realizar uma divisão entre essas medidas” e que “as possíveis diferenças no resultado ocorrem pelas medidas de altura distintas” (EA5.28; G9).*

Os fragmentos elencados sobre a validação dos modelos denotam que, ao passo em que os alunos avaliam suas soluções, podem refletir criticamente sobre a Matemática, bem como sobre a situação problema, buscando até mesmo formalizar modelos que possam responder a outras situações, o que pode não parecer possível de acontecer nos anos iniciais num primeiro momento. Daí a importância de desenvolver atividades com caráter de investigação, questionamentos e interpretação, como é o caso da atividade constituída no ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática.

O ambiente de aprendizagem de Modelagem, sintetizado pelos alunos do 1º ano, mostra que os alunos reconhecem que a atividade de Modelagem se diferencia das atividades que são comumente desenvolvidas. Reconhecem, também, que a atividade de Modelagem contribuiu para a aprendizagem e atribuem importância para a socialização dos resultados, como forma de entender os encaminhamentos de outros grupos, conforme fragmentos que se seguem:

- *De modo geral, os alunos alegaram ter gostado da experiência proporcionada pela pesquisa, reconheceram que aprenderam muitas coisas, tanto sobre Matemática quanto sobre outras disciplinas, e afirmaram que as atividades desenvolvidas por eles, no âmbito desta pesquisa, são diferentes das atividades frequentemente propostas por seus professores nas aulas [...]. Além disso, os alunos descreveram seus encaminhamentos para as atividades, fornecendo indícios do modo como eles compreenderam o desenvolvimento das atividades de modelagem Matemática (EA1.30; G9);*

- [os alunos] observaram que um tema era proposto, discussões eram realizadas sobre esse tema, anotações foram realizadas e um problema deveria ser investigado e resolvido. Indicaram ainda que para resolver os problemas eles usaram como meios desenhos, textos, contas, gráficos etc. Por fim, alegaram que os resultados da investigação realizada por eles deveriam ser expostos aos colegas, e da forma como foi escrito tal aspecto “ver os trabalhos dos colegas”, temos indícios para afirmar que os alunos chamaram atenção não apenas para apresentar seus resultados, mas para a importância de observar e entender o trabalho e os resultados dos colegas (EA1.31; G9).

Tais aspectos reforçam, também, o que Skovsmose (2000, 2001) chama de *espaços democráticos em sala de aula*, fortemente proporcionado por ambientes investigativos e discursivos, sobretudo pelo ambiente da Modelagem. Ao passo em que os sujeitos têm a oportunidade de desenvolver discussões e interpretações sobre os modelos apresentados de forma respeitosa e coletiva, eles têm a oportunidade, também, de aprender a se comportar democraticamente na sociedade, a partir da microssociedade da sala de aula. O Quadro 5.12 denota a estrutura da ação *validação e reflexão*, pertencente ao grupo de análise G9, segundo conceitos da Teoria da Atividade:

Quadro 5.12 - Estrutura da Ação Validação e Reflexão

Ação	- Validar o(s) modelo(s) matemático(s) produzido(s); - Orientar e intervir em discussões reflexivas e matemáticas sobre os modelos matemáticos produzidos para a situação de forma crítica.
Necessidade (Em que consiste?)	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.
Objetivo (Para quê?)	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.
Motivo (Por quê?)	Organização do ensino: Orientar, direcionar e intervir no ambiente de aprendizagem por meio de reflexões que ampliem as possibilidades de interpretação da solução pelos alunos e validá-la matematicamente.
Operações (Como é executada?)	Discussões (reflexivas, matemáticas e técnicas).

Fonte: Os autores

Podemos perceber, de forma muito explícita, que os dois grupos de análises elencados nessa categoria têm relação muito forte com a dimensão social da relação com o saber, pois evidencia não apenas mais interação social entre os grupos na sala de aula, mas também a

importância dada ao que os demais sujeitos do ambiente de aprendizagem enxergam sobre o processo de investigação realizado. As dimensões epistêmica e pessoal ficaram em segundo e terceiro plano, respectivamente, nas ações de validação.

5.3.1 *Discussões Acerca da Terceira Categoria*

A terceira categoria emergente nesta pesquisa, intitulada *ações de validação*, contribui para entendermos sobre a pluralidade de possibilidades ou as semelhanças na produção de modelos matemáticos para uma atividade, ao discutir, verificar e concluir sobre a produção individual de cada grupo.

Para nortear nossas discussões sobre a terceira categoria, mantivemos foco no terceiro objetivo específico de nosso estudo: *interpretar a relação entre a constituição de uma atividade e as relações estabelecidas com o saber em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais*.

Nas ações de validação, o foco é apresentar os modelos no grande grupo (socializar) e comprovar sua validade para a situação estudada (validação). Nas atividades analisadas, a dimensão da relação com o saber que mais se destacou foi a dimensão social. Se olharmos com as lentes da Modelagem Matemática, nas ações de validação, enquanto um grupo expõe seus resultados, os outros sujeitos envolvidos na atividade têm a oportunidade de: *i)* compreender sobre os caminhos e estratégias adotadas pelo grupo durante a produção do modelo; *ii)* enxergar novas possibilidades de condução da atividade; *iii)* perceber e criticar a dita *certeza* da Matemática, enquanto disciplina; *iv)* questionar e/ou validar o modelo juntamente com os outros sujeitos; entre outras possibilidades que podem surgir, a depender dos sujeitos e do contexto.

Charlot (2000) afirma que a dimensão social da relação com o saber estabelece uma conexão com as outras dimensões, dando-lhes uma forma particular. Ou seja, o contexto social, o momento da história do sujeito e os outros sujeitos contribuem para a relação com o saber de um sujeito, sua relação com o mundo. Nesse contexto, a dimensão pessoal contribui para dar forma ao aprender. Se olharmos com as lentes da Teoria da Atividade, as ações de ensino do professor contribuem para dar forma ao olhar de cada aluno, influenciado, também, por sua história, sua trajetória escolar e suas características peculiares, enquanto sujeito singular de saber, que se apropria de parte do mundo ao internalizar conhecimentos acumulados pela cultura, social e historicamente.

Para sintetizar a terceira categoria, finalizamos nossas análises sobre as ações de validação com o Quadro 5.13, com mais ênfase para a dimensão epistêmica:

Quadro 5.13 - Relação com o saber na estrutura das Ações de Validação

Ações	- Validar o modelo; - Orientar a apresentação e discussões acerca dos modelos produzidos.	Relações com Saber que se evidenciam nesta ação
Necessidade	Humanização, por meio do processo de apropriação do conhecimento matemático.	
Objetivo	Ensinar sobre os conceitos matemáticos, por meio de um tema não matemático.	
Motivo	Organização do ensino: avaliar os modelos e verificar sua validade para o problema investigado por meio de discussões dirigidas em grupos e na sala de aula.	
Operações	Discussões, questionamentos, avaliação e verificação dos modelos.	

Fonte: Os autores

Ao olhar para as subcategorias de intersecções entre as dimensões da relação com o saber, propostas por Hermann (2018), podemos concluir que as ações de validação se apresentam na intersecção s-e-p (social-epistêmica-pessoal). Classificando-as com nossas lentes da Teoria da Atividade, constatamos que as ações de validação têm motivação social, visto que a dimensão social é a predominante, e relação epistêmica-pessoal, isto é, as dimensões epistêmica e pessoal podem aparecer nos discursos, mesmo que com menor destaque.

6. CONCLUSÃO E REFLEXÕES

As experiências vivenciadas por meio da prática docente impulsionaram o desenvolvimento desta pesquisa e, juntamente com as inquietações sobre a Educação Matemática, particularmente, as apresentadas na introdução desta dissertação, acerca do ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, subsidiaram os motivos pessoais que nos mobilizaram a desenvolver esta pesquisa de mestrado com o olhar voltado para as relações com o saber estabelecidas no ambiente de aprendizagem de Modelagem, sob a perspectiva da Teoria da Atividade de Alexis Leontiev. Os motivos que nos impulsionaram a desenvolver esta pesquisa transcendem, portanto, nosso anseio em contribuir para a pesquisa em Educação Matemática ou em nos apropriar de novos conhecimentos teóricos e práticos, mas estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de reflexões que revigorem, fortaleçam e nos deem a esperança de que é possível uma prática docente que promova a humanização dos alunos, por meio da atividade de aprendizagem dos conceitos escolares.

Considerando o relato pessoal que redigimos no início desta pesquisa, é importante ressaltar o desenvolvimento pessoal da pesquisadora. Para realizar esta pesquisa, foi necessário pedir demissão de uma empresa pública à qual me dediquei durante quase 10 anos. Sou grata por tudo que aprendi nessa empresa e por tudo que o meu trabalho me proporcionou, porém o meu lugar é na docência. Enquanto no relato inicial compartilhamos o desejo de frutificar o sonho de infância de ser professora, neste relato final posso dizer com orgulho: sou professora. O sonho tornou-se meta e depois objetivo, o que me fez ter um motivo impulsionador a buscar realizar esse sonho. Como professora, posso afirmar que esta pesquisa contribui para a minha prática em sala de aula, na forma como organizo o ensino e busco ações que promovam o engajamento dos alunos em situações desencadeadoras de aprendizagem.

Ao término desta etapa de estudos, é necessário, ainda, *pausar*, refletir, concluir e iniciar novos caminhos, pois nossa pesquisa não esgota as possibilidades de descobertas e novas conclusões sobre as relações com o saber presentes em uma atividade de Modelagem Matemática, de forma geral.

Considerando os pressupostos da Teoria da Atividade de Leontiev (1978a, 1978b), que subsidiaram nossas análises das relações com o saber no ambiente de aprendizagem de Modelagem nos anos iniciais, é importante destacar que a natureza que se transforma em uma atividade, nessa perspectiva, é natureza humana. Dessa forma, a necessidade da atividade pedagógica enquanto atividade particular da atividade humana é a humanização (MORAES,

2008). Portanto, as ações que visam à apropriação de conhecimentos, particularmente de conhecimentos matemáticos, devem ser organizadas na atividade de ensino buscando desencadear motivos pessoais nos alunos, desenvolvendo suas funções psíquicas superiores com vistas a satisfazer essa necessidade da atividade propriamente dita, ou seja, contribuir para o desenvolvimento da humanização dos sujeitos envolvidos. É neste sentido que Moraes (2008) afirma que o cerne da atividade pedagógica é constituído pela atividade de ensino e pela atividade de aprendizagem.

Para iniciar nossas reflexões sobre as categorias, retomemos nossa questão de pesquisa e nossos objetivos, ao nos desafiarmos nesta jornada.

Buscamos responder, ao longo de nossa pesquisa: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?* Para responder essa questão motivadora, elaboramos o objetivo geral: *analisar as relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz Teoria da Atividade.*

Para nortear nossa pesquisa, desdobramos o objetivo geral em três específicos, a saber:

- Identificar as ações do professor desenvolvidas nos ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais sob a perspectiva da Teoria da Atividade;
- Identificar as relações com o saber estabelecidas nos ambientes de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz de três dimensões da relação com o saber (epistêmica; social; pessoal);
- Interpretar a relação entre a constituição de uma atividade e as relações estabelecidas com o saber em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais.

Ao longo das análises das três categorias emergentes em nosso estudo focamos o olhar nos três objetivos, individualmente em cada grupo de análise pertencente a cada uma das categorias elencadas. Nessa seção de reflexão, vamos focar em sistematizar nossas análises e responder nossa questão de pesquisa.

Nesse movimento, não temos a pretensão de esgotar todas as possibilidades e/ou de colocar um ponto final nesta pesquisa; pelo contrário, almejamos expor nosso olhar sobre os dados analisados e promover reflexões que permitam avanços sobre o tema em pesquisas posteriores.

A primeira categoria que analisamos contribuiu para refletirmos sobre as *ações mobilizadoras* das atividades de Modelagem por nós elencadas, conforme descrevemos na seção 5. Essa categoria envolve ações de caráter impulsionador da atividade. Nesta reflexão, percebemos que motivos pessoais influenciam na mobilização dos sujeitos para que se engajem na atividade, e que a situação desencadeadora de aprendizagem, que se refere ao

problema investigado, possibilita a materialização a atividade de ensino do professor, visto que mobiliza os alunos a buscarem uma solução por meio de conceitos matemáticos, ou seja, engaja os alunos de forma organizada e direcionada.

Com olhar voltado para a ação de ensino executada pelo professor, percebemos que as situações desencadeadoras de aprendizagem evidenciadas na ação formulação do problema revelaram uma relação pessoal dos sujeitos com o saber. Nas atividades dos anos iniciais investigadas, as discussões nessas ações foram realizadas de forma muito particular, de acordo com o repertório de conhecimento e de afinidades demonstrado pelos alunos que participaram das atividades.

Ainda em relação às ações mobilizadoras, percebemos que, assim como observado por Skovsmose (2000), a natureza do convite pode se diferenciar, dependendo dos objetivos do professor. Nesta pesquisa, percebemos que tanto os objetivos didáticos quanto a concepção de Modelagem assumida podem influenciar na natureza do convite realizado pelo professor. Entretanto, em todos os casos, a dimensão pessoal se destacou, independentemente da concepção e objetivos da atividade de ensino.

A ação mobilizadora sobre a escolha do tema revelou duas maneiras diferentes de condução do ambiente de aprendizagem, dependendo da concepção de Modelagem escolhida: na primeira, o tema é escolhido *a priori* pelo professor; na outra, o professor orienta a escolha do tema pelos alunos. Em ambos os casos é preciso organização, com vistas a cumprir os objetivos específicos para a atividade. Nessa ação, a AOE é uma possibilidade de organização do ensino, com vistas a promover a humanização dos sujeitos por meio do ensino de conceitos matemáticos. A escolha do tema revelou uma relação pessoal dos sujeitos com o tema escolhido, isto é, geralmente os alunos escolhem temas de interesse pessoal para investigarem por meio da Matemática. Além disso, foram constituídos diálogos democráticos na sala de aula, conforme vislumbra Skovsmose (2000), quando propõe os cenários para investigação. Tais diálogos podem contribuir para desenvolver sujeitos críticos, empáticos e desenvolvidos socialmente, o que vai ao encontro do processo de humanização do homem (LEONTIEV, 1978a) enquanto ser racional e que se desenvolve socialmente, não apenas considerando suas funções biológicas.

A ação de inteiração visa à compreensão e à aproximação com o tema a ser investigado. Esta ação dá margem à outra ação mobilizadora: a formulação do problema. O problema é a situação desencadeadora de aprendizagem. Sendo assim, a organização do ensino na ação de inteiração precisa promover questionamentos e discussões por meio de leituras sobre o tema escolhido, na intencionalidade de instigar a curiosidade dos alunos e dar

brechas para que desencadeiem motivos pessoais para se engajarem na atividade de aprendizagem. Portanto, o professor pode direcionar, intervir e orientar as discussões de modo a desenvolver o pensamento dos alunos sobre o tema e compartilhar inquietações sobre ele. Nesse movimento discursivo, é possível problematizar o tema, bem como se apropriar de diferentes saberes.

Nas análises referentes à segunda categoria, discutimos sobre as *ações de execução* das atividades de Modelagem analisadas. Diferentemente da primeira categoria, nesta segunda não observamos distinções de acordo com a concepção de Modelagem assumida pelos pesquisadores. A orientação do professor, em todos os casos, revelou-se de maneira a ensinar conceitos matemáticos e discutir sobre o tema. O que podemos observar foi o maior compartilhamento de ações com os alunos que já estavam familiarizados com atividades de Modelagem, no caso, nas atividades desenvolvidas por Tortola (2016). Mas no que diz respeito à produção do modelo matemático, que, a nosso ver, é o cerne das ações de execução, em todos os casos a ação do professor foi a de direcionar, esclarecer dúvidas e corrigir possíveis erros relacionados à Matemática.

No que concerne à ação de investigação, é fundamental a organização do ensino com vistas à antecipação de informações, entretanto faz-se necessário que o professor proponha pesquisas e buscas sobre temas aos seus alunos visando contribuir para que os sujeitos envolvidos se apropriem de conhecimentos acumulados historicamente pela humanidade e, ademais, para que internalizem a prática de pesquisa desde os anos iniciais. A dimensão da relação com o saber que se destacou nas ações de execução foi a dimensão epistêmica. Nas ações analisadas, a relação epistêmica que mais se destacou foi a relação com a Matemática, o que contribui para verificarmos que a necessidade dessas ações, enquanto parte estruturante de uma atividade, é a produção de um modelo matemático. Para isso, diferentes caminhos podem ser assumidos, o que revela flexibilidade do ambiente de aprendizagem da Modelagem nos anos iniciais.

Tais caminhos são permeados pela ação levantamento de hipóteses, que visa simplificar a situação em estudo, com vistas a resolver o problema por meio da Matemática. Nessa ação, é importante que a organização do ensino vislumbre questionar os alunos de forma que os instigue a refletir sobre o tema e os leve a assumir algumas hipóteses sobre a situação em estudo. Com isso, é possível que os alunos se apropriem de práticas questionadoras, para que tenham senso crítico ao buscar resolver um problema com referência na realidade. Neste movimento, a orientação do professor é fundamental. A nosso ver, é importante que o professor busque o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos, não

oferecendo respostas prontas. Conforme os pressupostos da AOE, o professor tem o papel de intervir nas ações da atividade pedagógica, porém, é importante intervir de maneira que vislumbre o desenvolvimento social e a aprendizagem dos conceitos matemáticos pelos alunos.

A ação de resolução do problema materializa a solução para a atividade de Modelagem, pois evidencia o modelo matemático para a situação em estudo. Nas ações analisadas nesta pesquisa, conforme os pressupostos da AOE, podemos inferir que esta ação é realizada de forma coletiva e prevê a divisão de funções para encontrar um modelo matemático para a situação em estudo. Reafirmamos que “a relação que os alunos têm com os saberes escolares influenciam na produção do modelo matemático, ou seja, o modelo depende do repertório matemático desses alunos”. Nesse caso, podemos inferir que uma atividade de Modelagem pode se constituir de diferentes maneiras, a depender do ambiente de sala de aula e do nível de escolaridade e, ainda, para uma mesma situação, diferentes modelos podem ser produzidos, o que pode afastar a Matemática da ideologia da certeza.

É importante ressaltar que a produção de um modelo matemático em uma atividade de Modelagem não é meramente ir ao encontro de uma solução para um problema com referência na realidade. É também contribuir para que o aluno, desde os primeiros anos de sua escolaridade, estabeleça relações que permitam seu desenvolvimento psíquico, com vistas à sua humanização, por meio de situações que lhe permita significar os saberes apropriados a tal ponto que sua aprendizagem faça sentido em sua vida. Nesse sentido, nas ações de execução se destaca relação epistêmica com o saber, de forma que os saberes apropriados podem contribuir para o desenvolvimento do repertório matemático, bem como para a apropriação de saberes em outras áreas do conhecimento, uma vez que a Modelagem estuda temas com referência na realidade por meio da Matemática.

A socialização do conhecimento e da cultura como saberes epistêmicos é importante para o desenvolvimento dos sujeitos. O ambiente escolar possibilita, portanto, que o sujeito se humanize, por meio de um processo singular de apropriação de conhecimentos. Ademais, o ambiente de aprendizagem e as discussões realizadas nas ações de execução podem contribuir para formar sujeitos democráticos e empáticos, por meio do compartilhamento de opiniões, questionamentos e discussões.

A análise da terceira categoria revela as validações referentes aos modelos matemáticos produzidos para os problemas estudados nas cinco atividades por nós analisadas. A nosso ver, validar um modelo matemático é avaliá-lo de forma abrangente, enfatizando todo o caminho percorrido ao longo do desenvolvimento da atividade de Modelagem. Isso

significa mostrar as estratégias utilizadas; as hipóteses assumidas; e a verificação de que o modelo é válido para responder ao problema proposto na atividade. Nas atividades que analisamos, os pesquisadores descrevem, de forma geral, que os alunos expuseram seus modelos, socializaram e apresentaram para a turma. Limitados ao que os pesquisadores analisaram e descreveram em suas respectivas teses, nos excertos que analisamos, percebemos que a dimensão social da relação com o saber tem destaque nas ações de validação.

É interessante observar que alunos dos anos iniciais se preocupam com a apresentação dos colegas de turma, pertencentes a outros grupos na atividade. Tal atitude demonstra interesse pelo outro, pelo que o outro pensa e sobre como o outro vê um problema e o resolve. Além de destacar aspectos democráticos em sala de aula, esse momento dá abertura à análise crítica da situação, o que, em nosso ver, é um traço muito importante da atividade, pois atribui a ela uma forma particular de análise, por meio da dimensão social, que depende do contexto e dos sujeitos envolvidos.

Após sintetizar sobre as relações com o saber em cada categoria de ações de ensino, estruturadas por meio da Teoria da Atividade, voltamos à nossa questão de pesquisa: *o que se evidencia das relações com o saber estabelecidas em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais à luz da Teoria da Atividade?* Nosso foco foi voltado para as ações de ensino, porém as relações com o saber que se revelam dizem respeito não somente ao professor, mas também aos alunos, enquanto sujeitos de aprendizagem, e ao ambiente de aprendizagem de Modelagem, enquanto contexto da atividade pedagógica.

À luz da Teoria da Atividade, e mais especificamente da AOE, percebemos que:

- Todas as dimensões da relação com o saber se revelaram nas atividades de Modelagem analisadas;

- Cada dimensão teve seu momento de destaque, dependendo da ação executada;

- As ações presentes em uma atividade de Modelagem possibilitam a relação dos sujeitos com diferentes saberes, por meio das intersecções entre as dimensões da relação com o saber;

- Ao orientar e conduzir o ambiente de aprendizagem, o professor intervém na atividade de forma a desencadear o engajamento e a participação dos alunos em todas as ações de Modelagem observadas. Neste movimento de intervenção, a Modelagem enquanto ambiente de aprendizagem proporciona aos alunos possibilidades para o desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores e apropriação de conhecimentos, conforme as lentes da Teoria Histórico-Cultural.

Ao corroborar o argumento de Charlot (2000), de que a relação com o saber possibilita o aprender e a apropriação de parte do mundo, e, de Leontiev (1978a), de que o sujeito que está em atividade desenvolve as funções psíquicas superiores, podemos concluir que o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática nos anos iniciais promove essas duas formas de desenvolvimento humano. Além de desenvolver funções do psiquismo humano, é possível transformar a natureza humana por meio de um processo organizado, como propõe a AOE, com vistas a satisfazer a necessidade básica da atividade pedagógica: a humanização dos sujeitos. Tal necessidade pode ser satisfeita, nesse caso, por meio da apropriação de conceitos matemáticos em um ambiente de aprendizagem de Modelagem.

É importante ressaltar que nossa visão se limita às atividades por nós analisadas. Em outras atividades, novas conclusões sobre essa questão poderiam ser adotadas. Outro fato que merece destaque é a forma com que coletamos nossos dados. Uma pesquisa documental tem suas limitações e condicionantes, uma vez que precisamos considerar que não fomos nós que desenvolvemos as atividades aqui analisadas e, dessa forma, não temos posse da experiência vivenciada em cada atividade, e sim do olhar dos pesquisadores, voltados especialmente aos seus objetivos de pesquisa, diferentes do nosso. Porém, uma pesquisa documental nos permitiu um olhar mais amplo, com visões e concepções diferentes de Modelagem, o que contribui positivamente para nossas análises acerca do ambiente de Modelagem nos anos iniciais e para as relações com o saber que se revelam nesse ambiente, enquanto atividade.

Como inspiração para novos olhares que possam surgir acerca das relações com o saber em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais, ou simplesmente sobre atividades de Modelagem nos anos iniciais, sugerimos a aplicação das atividades de Modelagem, planejadas conforme a Atividade Orientadora de Ensino proposta por Moura (2001). Sobre esse tema, é relevante destacar que outros níveis de escolaridade podem ser investigados, o que amplia o debate sobre as bases epistemológicas utilizadas nesta pesquisa. Nesse caso, novas possibilidades para a pesquisa podem se revelar. Enfim, novos caminhos podem ser investigados, com diferentes formas de olhar para o tema e, portanto, não concluímos com ponto final...

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZI, E. C. A comunicação em atividades de modelagem Matemática: uma relação com a teoria da atividade. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 13, 2011, Recife. **Anais...** Recife, 2011. Disponível em: https://kipdf.com/a-comunicacao-em-atividades-de-modelagem-matematica-uma-relacao-com-a-teoria-da-at_5aad28f11723dd7e3347af38.html. Acesso em: 25 Ago. 2022.
- ARAUJO, E. S. **Da formação e do formar-se**: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- ARAUJO, E. S. Atividade orientadora de ensino: princípios e práticas para organização do ensino de Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão, PR, v. 8, n. 15, p. 123-146, jan./jun. 2019. DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.15.123-146>.
- ARRUDA, S. D. M.; PASSOS, M. M. Instrumentos para a análise da relação com o saber em sala de aula. **Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino**, v. 1, n. 2, p. 95–115, 2017. Disponível em: <http://seer.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/1213>. Acesso em: 04 Ago. 2021.
- ASBAHR, F. S. F. A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade. **Revista Brasileira de Educação**, n. 29, p. 108-119, 2005.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. Tese (Doutorado) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem Matemática: o esboço de um *framework*. In: J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007, p. 161-174.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **BioMatemática IX**, Campinas, v. 9, p.9-21, 1999. Disponível em: http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio9art_1.pdf. Acesso em: 30 Nov. 2021.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 07-32, jul. 2009. ISSN 1982-5153. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939>. Acesso em: 14 ago. 2020.

BLUM, W. Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In: **Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis** (Hrsg.: BÜCHTER, A. et al.). Franzbecker, Hildesheim, s. 8-23, 2006. Disponível em: https://www.math.uni-frankfurt.de/~ludwig/vorlesungen/ws1112/modellieren/blum_modellieren.pdf. Acesso em: 30 Nov. 2021.

BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM**. Berlim, v. 38, n. 2, p. 86-95, April, 2006.

BRAZ, B. C. **Contribuições da modelagem Matemática na constituição de comunidades de prática locais** : um estudo com alunos do Curso de Formação de Docentes. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação para o Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

BRAZ, B. C. **Aprendizagens sobre modelagem Matemática em uma comunidade de prática de futuros professores de Matemática**. 2017. 253 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

BRAZ, B. C.; KATO, L. A. O sucesso de uma atividade de modelagem Matemática, segundo as diferentes formas de participação dos alunos. **Rematec: revista de Matemática, ensino e cultura**, n. 17, pp. 77-108. 2014.

BRITO, D.S. **Atribuição de sentido e construção de significados em situações de modelagem Matemática**. 2004. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem. 1992. 460p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CARARO, E. F.; KLÜBER, T. E. Professores da Educação Básica na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, 14 a 16 de novembro de 2019, **Anais...** Belo Horizonte, MG, 2019.

CARVALHO, D. S.; NICOT, Y. E. Concepções De Modelagem Matemática presentes em pesquisas brasileiras na Educação Matemática. **SAJEBTT**, v.6, n.1, pp. 418-430, 2019.

Disponível em: <https://revistas.ufac.br/index.php/SAJEBTT/article/download/2447/1581>. Acesso em; 18 Mai. 2021.

CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: obstáculos e dificuldades apontados por professores. 2015. 151 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

CHARLOT, B. **Da Relação com o Saber**: elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artmed, 2000.

CHARLOT, B. **Relação com o Saber, formação de professores e globalização**: questões para a educação hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005.

CHARLOT, B. **Da Relação com o Saber às Práticas Educativas**. São Paulo: Cortez, 2013

CORTELLA, M. S. Educação e cidadania: algumas heresias. **Rev. paul. Educ. Fis.**, São Paulo, suppl, p.4-6, 1995. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/rpef/article/view/139393/134734>. Acesso em: 29 Abr. 2021.

COSTA, L. F. M. **Vivências autoformativas no ensino de Matemática: vida e formação em escolas ribeirinhas**. 2015. 179 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém, 2015.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Luciana de Oliveira da Rocha. Porto Alegre: Artmed, 2 ed., 2007.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. *In*: BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. p. 11-12.

DANIELS, H. **Vygotsky e a Pedagogia**. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

EIDT, N. M.; DUARTE, N. Contribuições da teoria da atividade para o debate sobre a natureza da atividade de ensino escolar. **Psicologia da Educação**, São Paulo, n. 24, p. 51-72, 2007.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical modelling with young children. *In* HOINES, J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.). **Proceedings of the 28th International PME Conference**. Bergen, v. 2, pp. 335-342, 2004. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489737.pdf>. Acesso em: 20 Nov. 2021.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues, Campinas - SP: Editora da Unicamp, 5 ed., 2011.

FRANCISCO, W. A relação com o saber e o ensino de química: tecendo algumas aproximações para analisar o processo de aprendizagem. *In*: XVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENSINO DE QUÍMICA (XVIII ENEQ), Florianópolis, **Anais...** Florianópolis: Divisão De Ensino De Química Da Sociedade Brasileira De Química (Ed/Sbq), Dpto De Química Da Universidade Federal De Santa Catarina (Qmc/Ufsc), 2016.

Disponível em: <https://www.eneq2016.ufsc.br/anais/resumos/R0259-1.pdf>. Acesso em: 04 Ago. 2021.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler**. São Paulo: Autores Associados: Cortez, 23 ed., 1989.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo – Rio de Janeiro: Paz e Terra, 63 ed., 2020.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 4 ed., 2002.

GOMES, J. C. S. P. **Professoras dos anos iniciais em práticas de Modelagem Matemática**. 2018. 194 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3901>. Acesso em: 30 Nov. 2021.

GRYMUZA, A. M.G.; RÊGO, R.G. Teoria da Atividade: uma possibilidade no ensino de Matemática. **Revista Temas em Educação**, João Pessoa, v.23, n.2, p. 117-138, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/index.php/rteo/article/view/20864/12564>. Acesso em: 04 Ago. 2021.

HERMANN, W. **Sentidos atribuídos por estudantes de um curso de licenciatura em Matemática para as relações que desenvolveram com a Matemática ao longo de suas vidas**. 2018. 184 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

HERMANN, W.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S, M. Dimensões e propriedades da relação com o saber: o desenvolvimento de um sistema de sentidos. **Revista de Estudos de Cultura**, São Cristóvão (SE), v. 5, n. 14, p. 45-58, 2019.

HERMANN, W.; PASSOS, M. M.; ARRUDA, S. M. Modelos representativos de um sistema didático e a criação de um instrumento para analisar a relação com o saber matemático. **Acta Scientiae**, v.19, n.6, nov./dez. 2017. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3048/2714>. Acesso em: 04 Ago. 2021.

LEONTIEV, A. **Activité, conscience, personnalité**. Tradução francesa, Moscou, éditions du Progres, 1975.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte, 1978a.

LEONTIEV, A. N. **Activity, consciousness and personality**. Tradução: Maria Silvia Cintra Martins. The Marxists Internet Archive, 1978b. E-book Kindle.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Tradução: Maria da Pena Villalobos. 11 ed. São Paulo: ícone, 2010, p. 59-83.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 13ed. São Paulo: Cortez, 2002.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o germém da criticidade, **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 135- 157, jul. 2009.

MACHADO, E. S. **Modelagem Matemática e resolução de problemas**. Dissertação de Mestrado-Faculdade de Física. Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. PUC-RS, 2006.

MARQUES, V. R. **Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural**. 2016. 167 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2016.

MARX, K.; ENGELS, F. **A Ideologia Alemã: crítica da mais recente Filosofia alemã em seus representantes Feuerbach, B. Bauer e Stirner, e do socialismo alemão em seus diferentes profetas (1845-1846)**. São Paulo: Boitempo Editorial, 2007.

MORAES, S. P. G. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem de Matemática: contribuições da Teoria Histórico-Cultural**. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MORAES, S. P. G. Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática: contribuições da Teoria histórico-cultural. **Bolema**, Rio Claro, Ano 22, n. 33, 2009.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. Unijuí, 2ed., 2011.

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 2007. 207f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. (Coord.). **Controle da variação de quantidades: atividades de ensino**. São Paulo, Universidade de São Paulo, 1996.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (orgs.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2001. p. 143-162.

MOURA, M. O. *et al.* A atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

NÚÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

OLIVEIRA, M. K. **Vigotsky, aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 2001.

PARANÁ. Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. **Secretaria de Estado da Educação**. Curitiba, 2018. Disponível em: <http://www.referencialcurricularadoparana.pr.gov.br/>. Acesso em 06 Dez. 2021.

POZO, J. I. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Artmed, Porto Alegre, 1998

RIBEIRO, R. M. **Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais**. 2016. 262 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016.

SANTOS, A. C. M. B.; HERMANN, W.; CEOLIM, A. J. Características da Modelagem Matemática evidenciadas em algumas atividades desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos relatos de experiência da XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 11, e4379119999, 2020. DOI: <http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i11.9999>.

SANTOS, M. A.; ASBAHR, F. S. F. A Teoria da Atividade de A. N. Leontiev: uma síntese a partir de suas principais obras. **Revista Brasileira da Pesquisa Sócio-Histórico-Cultural e da Atividade**. v. 2, n. 2, 2020.

SANTOS JÚNIOR, Clóvis Lisbôa. **Geometrias não euclidianas na formação inicial do professor de Matemática: uma proposta à produção de significados no estudo de Geometria**. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SILVA, J. R.; LIMA, J. M. Contribuições da teoria da atividade de Leontiev para o trabalho com bebês na creche. **Textura**, Canoas, v.18, n. 36, p. 286-307, 2016.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papirus. 2001

SOARES, M. R.; IGLIORI, S. B. C.; GUALANDI, J. H.; ALENCAR, E. S. Um panorama da inserção da modelagem Matemática na educação Matemática brasileira. **Revista Cocar**, Belém, v.14, n.29 p. 603-622, 2020.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem Matemática em aulas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Rev. bras. Estud. pedagog. (online)**, Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbeped/a/F5Y6xyMxwkCYf69smDRRDyG/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 30 Nov. 2021.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. Tradução: Maria da Pena Villalobos. 11 ed. São Paulo: ícone, 2010.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e linguagem**. 3.ed. São Paulo: M. Fontes, 1991.

ZANELLA, M. S. **Atividades de modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. 273 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.