

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

AS CONTRIBUIÇÕES DE TAREFAS CRIATIVAS NAS FASES DA
APRENDIZAGEM DA CIRCUNFERÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Camila Bonini Araújo Cassoli
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

AS CONTRIBUIÇÕES DE TAREFAS CRIATIVAS NAS FASES DA APRENDIZAGEM
DA CIRCUNFERÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Camila Bonini Araújo Cassoli

Orientadora: Prof. Dra. Mariana Moran

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Dezembro de 2021

Camila Bonini Araújo Cassoli

AS CONTRIBUIÇÕES DE TAREFAS CRIATIVAS NAS FASES DA
APRENDIZAGEM DA CIRCUNFERÊNCIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Comissão Examinadora:



Dra. Mariana Moran Barroso – Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual de Maringá / Universidade Estadual do Paraná



Dra. Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná



Dra. Célia Finck Brandt
Universidade Estadual de Ponta Grossa

Resultado: APROVADA

Campo Mourão-PR
Dezembro de 2021

Ficha de identificação da obra elaborada pela Biblioteca
UNESPAR/Campus de Campo Mourão
Bibliotecária Responsável: Liane Cordeiro da Silva CRB 1153/9

S586p Cassoli, Camila Bonini Araújo
As contribuições de tarefas criativas nas fases da aprendizagem da
circunferência no ensino fundamental. / Camila Bonini Araújo Cassoli. -- Campo
Mourão, PR, 2021.
145 f. : il. ; color.

Orientador(a): Dra. Mariana Moran.
Tese (Mestrado) – UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná, Programa de Pós-
Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), 2021.
Linha de Concentração: Conhecimento, Linguagens e Práticas Formativas em
Educação Matemática.

1. Ensino-Fundamental-Matemática. 2. Geometria. 3. Tarefas Criativas. I. Moran,
Mariana (orient). II. Universidade Estadual do Paraná–Campus Campo Mourão, PR. III.
UNESPAR. IV. Título.

“Estamos preparados para fazer nossas vozes serem ouvidas!”

Filme: O menino que descobriu o vento, 2019.

Dedico o presente trabalho aos meus pais, que sempre foram minha inspiração e que são os responsáveis por todas as conquistas que tive e por aquelas que ainda não de vir no decorrer da minha vida. Amo vocês.

AGRADECIMENTOS

No percurso deste trabalho, várias pessoas contribuíram para que o projeto inicial se tornasse de fato uma dissertação. Por isso, sou profundamente grata:

A Deus por me dar condições e forças para que eu pudesse realizar esse sonho e por ter colocado pessoas maravilhosas no meu caminho que me ajudaram a prosseguir e a chegar ao final dessa conquista.

À minha orientadora, Mariana Moran, que desde o início me acolheu como sua orientanda, e não mediu esforços para me ajudar em todos os momentos, tanto na dissertação quanto na vida. Obrigada por sempre me incentivar a ser melhor, pelo entusiasmo com nosso progresso durante as descobertas da pesquisa, pelas conversas que me tranquilizaram, pela atenção e por todo o carinho que sempre teve comigo. Sou muito grata por ter tido você como orientadora deste trabalho.

Aos meus pais, Marilene e Valdecir que me deram a oportunidade de estudar e me dedicar inteiramente aos meus estudos, que me deram forças e incentivo para continuar e que hoje são os responsáveis pela profissional que me tornei e por eu estar realizando esse sonho.

Às minhas melhores amigas, Isabela, Isadora, Thayná e Ana Ruiva que sempre me aconselharam, me ouviram, deram forças e me ajudaram a me divertir nos momentos difíceis, além de sempre comemorarem comigo cada conquista, obrigada por compartilharem comigo cada momento.

Aos meus colegas do mestrado, Vinicius, Kayque, Ana Carolina, Ingrid e Thayná pelo companheirismo, pelos momentos de construção e pelo ombro amigo que cada um deles proporcionou durante todo o processo.

À professora Bárbara Braz, que foi minha orientadora da primeira pesquisa que desenvolvi na faculdade, no caso o meu TCC, que me ensinou muitas coisas e me ajudou muito a entrar no mestrado, além de contribuir com o projeto inicial desta pesquisa realizando ricas considerações. Obrigada por tudo, sou muito grata por ter tido a oportunidade de ter você caminhando junto comigo nesse processo

Aos professores doutores Célia Finck Brandt, Emerson Tortola, Veridiana Rezende e Clélia Maria Ignatius Nogueira, por terem aceitado o convite de participação da banca e pelas contribuições que colaboraram para o desenvolvimento e sucesso desta pesquisa.

À escola parceira, à professora de Matemática e aos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, que tornaram possível a realização desta pesquisa.

RESUMO

O objetivo da presente pesquisa é identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como um lugar geométrico em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental. Esta pesquisa é de cunho qualitativo, e busca identificar e esclarecer os processos cognitivos - visualização, construção e raciocínio - propostos por Duval que podem ser identificados por meio das apreensões figurais designadas como perceptiva, operatória, sequencial e discursiva. Para tanto, foram elaboradas 3 Tarefas Criativas com base no conceito de Tarefa - proposto por Ponte e Libâneo – e com base nas dimensões da Criatividade -fluência, flexibilidade e originalidade- propostas pela pesquisadora portuguesa Isabel Vale. Os dados produzidos foram analisados à luz das apreensões figurais que compõem as fases de aprendizagem da Geometria. Assim, foi realizada a análise das 3 Tarefas Criativas que foram implementadas individualmente com seis (6) alunos de uma escola pública do interior do Paraná. Os resultados desta pesquisa indicaram que as Tarefas Criativas potencializaram os processos cognitivos que são identificados por meio das apreensões. No caso da Tarefa Criativa 1, as apreensões mais mobilizadas pelos estudantes participantes foram as apreensões perceptiva, operatória e sequencial, o que indica a possibilidade de que estejam em processo de desenvolvimento os aspectos relacionados com a visualização e a construção da circunferência como um lugar geométrico. A Tarefa Criativa 2, possibilitou em todos os momentos a mobilização da apreensão discursiva em conexão com as outras apreensões, ou seja, ocorreu a conexão entre a apreensão discursiva e perceptiva, discursiva e operatória, discursiva e sequencial, o que indica a possibilidade de desenvolvimento de aspectos relacionados com os três processos cognitivos: a visualização, a construção e o raciocínio. Já na Tarefa Criativa 3, as apreensões mais mobilizadas foram a perceptiva, operatória e sequencial, assim como na Tarefa Criativa 1, o que indica a possibilidade de desenvolvimento dos processos de visualização e construção. Nesse momento da implementação, a apreensão discursiva não foi mobilizada de forma satisfatória, uma vez que a tarefa apresentou conceitos novos aos alunos, de objetos geométricos inscritos na circunferência, visto que o repertório matemático desses alunos era restrito para mobilizar essa apreensão. Portanto, as 3 Tarefas Criativas oportunizaram, em momentos diferentes, a mobilização das apreensões perceptiva, operatória, sequencial e discursiva, de modo a indicar a possibilidade de desenvolvimento dos processos cognitivos de visualização, construção e raciocínio que são fundamentais para a aprendizagem e para a compreensão da Geometria.

Palavras-chaves: Geometria. Apreensões figurais. Circunferência. Tarefas Criativas.

ABSTRACT

The objective of this research is to identify figural apprehensions during the learning of concepts that support the circumference as a geometrical locus in a group of the seventh year of elementary school. This research is qualitative, and seeks to identify and clarify the cognitive processes - visualization, construction and reasoning - proposed by Duval that can be identified through figurative apprehensions designated as perceptive, operative, sequential and discursive. Therefore, 3 Creative Tasks were created based on the Task concept - proposed by Ponte and Libâneo - and based on the dimensions of Creativity -fluency, flexibility and originality- proposed by the Portuguese researcher Isabel Vale. The data produced were analyzed in light of the figurative apprehensions that make up the learning phases of Geometry. Thus, the analysis of the 3 Creative Tasks that were implemented individually with six (6) students from a public school in the interior of Paraná was carried out. The results of this research indicated that Creative Tasks potentiated the cognitive processes that are identified through apprehensions. In the case of Creative Task 1, the apprehensions most mobilized by the participating students were the perceptual, operative and sequential apprehensions, which indicates the possibility that aspects related to the visualization and construction of the circumference as a locus are in the process of development. Creative Task 2 enabled at all times the mobilization of discursive apprehension in connection with other apprehensions, that is, there was a connection between discursive and perceptual, discursive and operative, discursive and sequential apprehension, which indicates the possibility of development aspects related to the three cognitive processes: visualization, construction and reasoning. In Creative Task 3, the most mobilized apprehensions were perceptive, operative and sequential, as well as in Creative Task 1, which indicates the possibility of developing visualization and construction processes. At this time of implementation, the discursive apprehension was not mobilized satisfactorily, since the task presented new concepts to the students, of geometric objects inscribed on the circumference, since the mathematical repertoire of these students was restricted to mobilize this apprehension. Therefore, the 3 Creative Tasks provided opportunities, at different times, for the mobilization of perceptual, operative, sequential and discursive apprehensions, in order to indicate the possibility of developing the cognitive processes of visualization, construction and reasoning that are fundamental for learning and for understanding of geometry.

Keywords: Geometry. Figurative seizures. Circumference. Creative Tasks.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO.....	18
1.1 A Circunferência como um objeto de construção.....	18
1.1.1. O desenho geométrico nos documentos oficiais.....	18
1.1.2. O lugar geométrico da circunferência.....	20
1.1.3. Um estudo da Circunferência em dissertações e teses.....	22
1.2. Processos cognitivos na aprendizagem da Geometria	30
1.2.1 Aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)	31
1.2.2 As apreensões em Geometria.....	33
1.2.3 Conexões entre as apreensões figurais.....	38
1.2.4 Uma investigação das apreensões figurais em dissertações e teses.....	40
1.3 O uso de Tarefas Criativas	48
1.4 O ensino remoto no contexto da pandemia.....	51
2. DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO.....	55
2.1 Características da pesquisa	55
2.2 Contexto da pesquisa	56
2.3 Critérios para a análise dos dados.....	58
2.4 Discussão da Tarefa Criativa 1: construindo um jardim.....	62
2.5 Discussão Tarefa Criativa 2: Circunferências com barbante.....	65
2.6 Discussão da Tarefa Criativa 3: Arte e Matemática na construção de uma Mandala.....	66
3. ANÁLISES DOS DADOS	69
3.1 Contexto escolar	69
3.1.1 O relato sobre a entrevista com a professora da turma Erro! Indicador não definido.	
3.1.2 Sobre a devolução dos dados coletados	71
3.2 Análise dos dados	73
3.2.1 Análise da Tarefa Criativa 1	73
3.2.2 Análise da Tarefa Criativa 2	89
3.2.3 Análise da Tarefa Criativa 3	106
CONSIDERAÇÕES FINAIS	122

REFERÊNCIAS	132
-------------------	-----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Circunferência de centro O e raio OP	21
Figura 2: Exemplo do triângulo	37
Figura 3: Quantos retângulos tem na figura?.....	38
Figura 4: Circunferencia como lugar geométrico	39
Figura 5: Kit tarefas	72
Figura 6: Resposta 1 de Maria	76
Figura 7: Resposta 1 de José.....	77
Figura 8: Resposta 2 de Maria	78
Figura 9: Resposta 1 de Ana	79
Figura 10: Resposta 2 de Ana.....	82
Figura 11: Resposta de Marcos.....	83
Figura 12: Resposta da tarefa 2 de Laura	91
Figura 13: Resposta escrita de Maria da Tarefa Criativa 2.....	92
Figura 14: Registro figural 2 de Marcos.....	93
Figura 15: Registro figural da tarefa 2 de Maria	94
Figura 16: Registro figural de José.....	95
Figura 17: Registro escrito de José na Tarefa Criativa 2.....	97
Figura 18: Resposta de Marcos da Tarefa Criativa 2.....	99
Figura 19: Registro figural de Laura da Tarefa Criativa 2	99
Figura 20: Resposta de Maria na Tarefa Criativa 3	110
Figura 21: Resposta de João da Tarefa Criativa 3	111
Figura 22: Registro figural de José da Tarefa Criativa 3.....	112
Figura 23: Registro escrito de Maria na Tarefa Criativa 3	113
Figura 24: Registro escrito de João na Tarefa Criativa 3	113
Figura 25: Mandala de Ana	114
Figura 26: Mandala de Maria	114
Figura 27: Mandala de José	114
Figura 28: Mandala de Marcos	115
Figura 29: Mandala de Laura	115
Figura 30: Mandala de João.....	115

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Dissertações e Teses sobre a circunferência	23
Quadro 2: Dissertações e Teses sobre apreensões geométricas	41
Quadro 3: documento da Tarefa Criativa 1 que será entregue aos alunos.....	63
Quadro 4: documento da Tarefa Criativa 2 que será entregue aos alunos.....	65
Quadro 5: documento da Tarefa Criativa 3 que será entregue aos alunos.....	67
Quadro 6: relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 1.....	89
Quadro 7: relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 2.....	105
Quadro 8: relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 3.....	121
Quadro 9: relação entre os alunos e os processos cognitivos identificados.....	130

LISTA DE APÊNDICES

Apêndice A: Parecer do Comitê de Ética	138
Apêndice B: Tarefas Criativas realizadas.....	140

INTRODUÇÃO

Por que ensinar Geometria? Quais são as contribuições do ensino da Geometria para o desenvolvimento cognitivo dos alunos? Essas são algumas das questões que suscitaram muitos outros questionamentos para mim¹, professora de Matemática e estudante de mestrado em Educação Matemática. No decorrer da minha graduação em Ciências Exatas com habilitação em Matemática, participei como bolsista de um projeto de extensão que me proporcionou experiências como professora de Matemática em salas de aula do Ensino Básico, antes mesmo do início do estágio de regência. Por meio dessa vivência, foi possível observar que o processo de ensino e aprendizagem da Geometria, comparado aos de outros conceitos matemáticos, apresentou-se como um grande desafio, tanto para os professores ao ensinarem, quanto para os alunos ao aprenderem. Esse episódio foi essencial para o amadurecimento do meu interesse em dar continuidade aos estudos em um mestrado para contribuir para esse campo de pesquisa.

Após ingressar no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), fui convidada para participar do Grupo de Pesquisa em Ensino de Geometria (GPEG), do qual minha orientadora é a líder. Esse ingresso oportunizou discussões e leituras a respeito do ensino e da aprendizagem de Geometria. Durante essas leituras, observamos algumas regularidades a respeito das dificuldades enfrentadas nessa área de ensino, de forma que Perez (1991), Pavanello (1993) e Lorenzato (1993) relatam alguns motivos para essa realidade educacional. Destacamos Lorenzato (1993), o qual menciona que, usualmente, a formação do professor em relação aos conceitos geométricos é falha e não dispõe de conhecimentos necessários para compor sua prática pedagógica. Isso resulta em um ensino geométrico limitado, pautado em conjuntos de definições, nomes e propriedades, ou seja, estabelece-se um vínculo restrito entre os alunos e os conceitos da Geometria.

Embora tais pesquisas sejam da década de 90, atualmente, Lobato (2019) afirma que um dos maiores empecilhos para o ensino da Geometria é a falta de recursos pedagógicos como materiais manipuláveis e bons livros didáticos, recursos esses que auxiliam a prática do professor em sala de aula. Isso porque, em muitas escolas, o apoio financeiro é restrito, o que faz com que as atividades pedagógicas sejam prejudicadas, fato este que a compreensão do conteúdo geométrico seja dificultada.

¹ A fim de descrever percursos pessoais e profissionais da pesquisadora, utilizamos os verbos conjugados na primeira pessoa do singular. Posteriormente a essa descrição, passamos a utilizar a primeira pessoa do plural considerando a pesquisadora e sua orientadora como autoras do presente trabalho.

Esse contexto apresentado pelos pesquisadores citados percorre um viés contrário ao que é previsto pelos documentos curriculares oficiais como a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018). Esse documento evidencia a Geometria como um conhecimento base para conceitos complexos como a Aritmética e a Álgebra. Por isso, entendemos a necessidade do desenvolvimento de tarefas que busquem investigar transformações e ampliações das figuras geométricas planas evidenciando seus elementos variantes e invariantes para elaborar conceitos que demonstrem congruências e semelhanças entre essas figuras como uma forma de explorá-las matematicamente.

Partindo disso, nosso anseio inicial foi pesquisar por metodologias de ensino que contribuíssem para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Sabendo que em uma aula de Matemática, dentre outros fatores, a aprendizagem depende do desenvolvimento de tarefas selecionadas e propostas pelo professor, optamos por pesquisar tarefas que pudessem promover a Criatividade nos alunos. Ou seja, tarefas que para Vale (2015) podem proporcionar aos alunos curiosidade e envolvimento, além de fluxo de ideias (habilidade de elaborar diversas estratégias de resoluções), flexibilidade de pensamento (habilidade de transitar pelas diferentes ideias e estratégias) e originalidade nas respostas (habilidade de raciocinar e desenvolver ideias novas e únicas). Assim, constituímos o termo “Tarefas Criativas” entendido como todas as questões, problemas e desafios que permitem discussões, levantamentos de hipóteses e troca de novas ideias de resoluções, ou seja, tarefas que promovam as três dimensões da criatividade - fluência, flexibilidade e originalidade – tais Tarefas Criativas serão as ferramentas de coleta de dados desta pesquisa. Assim, o intuito da pesquisa não será identificar as três dimensões da criatividade na aprendizagem do aluno, mas, sim, observar como as Tarefas Criativas que já possuem como características a fluência, a flexibilidade e a originalidade contribuem para a aprendizagem da Geometria.

Nessa perspectiva, por meio das Tarefas Criativas, almejamos investigar o processo de aprendizagem de um assunto específico da Geometria e, para tanto, encontramos respaldo nas ideias do pesquisador francês Raymond Duval. Duval (1998) delinea três processos que contribuem para o ensino e a aprendizagem da Geometria, os quais os alunos devem percorrer:

- Processo de visualização: primeira percepção que se tem do espaço.
- Processo de construção: utilização de ferramentas para construção ou interpretação do objeto representado.

- Processo de raciocínio: este ocorre após os dois passos anteriores desenvolvidos. É nessa etapa que será institucionalizado o conceito que está envolvido nas hipóteses levantadas e resoluções desenvolvidas.

Duval (1998) salienta a relação existente entre essas três etapas, porém afirma que devem ser desenvolvidas de modo independente para que o raciocínio seja concluído de maneira efetiva. Ao se deparar com a independência dos três processos cognitivos, surge uma questão: como fazer os alunos observarem a conexão existente entre esses três processos? Da mesma forma, Duval (1998) explicita que essa comunicação só pode ocorrer depois da diferenciação de cada um deles, uma vez que existem diversas maneiras de visualizar e interpretar, por meio de raciocínios, uma figura. Assim, quando o sujeito interage com um problema que apresenta ou recorre a uma figura geométrica, ele se depara com as propriedades heurísticas da figura que podem levar a diversas interpretações autônomas. Essas interpretações são denominadas por Duval (2012) de apreensões, as quais se fazem presentes, nesta pesquisa, como ferramentas para análise e estudo dos dados que serão coletados por meio de três Tarefas Criativas que serão propostas para uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública do Norte do Paraná.

Essas apreensões podem ocorrer de quatro maneiras diferentes: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória, a apreensão discursiva e a apreensão sequencial. Cada apreensão se conecta aos processos cognitivos apresentados por Duval (1998), ou seja, as apreensões perceptivas e operatórias dominam o processo de visualização, ao passo que as apreensões sequenciais regem o processo de construção (em conexão com a apreensão discursiva) e o processo de raciocínio é comandado pela apreensão discursiva (em conexão com a operatória). Dessa forma, “em uma tarefa de Geometria pode ser que esses quatro tipos de apreensões apareçam, porém algumas dessas apreensões podem ser mais requisitadas que outras” (NOVAK, 2018, p. 44).

Devido aos desafios que ainda estão presentes no ensino da Geometria e às potencialidades que Tarefas Criativas e às fases do processo de aprendizagem de Duval possuem para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos, a presente pesquisa será direcionada pela seguinte questão: *quais as apreensões figurais mobilizadas por estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental ao resolverem Tarefas Criativas que contemplam a circunferência como um lugar geométrico?*

Buscando esclarecer nossa problemática de pesquisa, elencamos como objetivo geral: identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a

circunferência como um lugar geométrico em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Para isso, pretendemos alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver tarefas que contemplem os três componentes da Criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade, na aprendizagem do conceito de circunferência como um lugar geométrico.
- Analisar as potencialidades das Tarefas Criativas no desenvolvimento da visualização, da construção e do raciocínio geométrico;
- Explicitar as apreensões que as Tarefas Criativas elaboradas mobilizarão.

Desejando responder ao problema de pesquisa e também alcançar todos os objetivos elencados anteriormente, optou-se pela aplicação de três Tarefas Criativas previamente elaboradas e adaptadas para o ensino da circunferência como um lugar geométrico, com o intuito de possibilitar a observância dos três processos cognitivos da aprendizagem da geometria que podem ser identificados por meio das apreensões figurais.

Devido ao cenário pandêmico, essa aplicação ocorreu de forma remota e, para isso, foi necessário elaborar um material adequado que possibilitasse a coleta de dados de forma satisfatória para o propósito desta pesquisa. Portanto, a aplicação ocorreu via *Google Meet*, de forma síncrona, e envolveu (6) seis estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Norte do Paraná. Como forma de alcançar os objetivos propostos dentro do contexto em que nos encontrávamos, foi entregue para cada aluno um kit tarefas com os materiais necessários para sua resolução. E, também, foram preparados slides com questionamentos para proporcionar uma discussão no momento da implementação. Deste modo, foi possível produzirmos os dados para que as análises fossem realizadas.

No que diz respeito à estrutura, a dissertação é composta por quatro capítulos que foram divididos de modo a tentar esclarecer a teoria que subsidia a pesquisa, a metodologia utilizada e as análises realizadas.

No primeiro capítulo, apresentamos as teorias que embasam nossa pesquisa, isto é, os processos cognitivos na aprendizagem da Geometria e as apreensões figurais. Além do objeto de aprendizagem, no caso, a circunferência. Esse capítulo também é composto por um breve levantamento bibliográfico referente a cada uma dessas teorias. Para melhor organização do texto, dividimos o capítulo em cinco subseções.

Posteriormente, o segundo capítulo é composto pelos procedimentos metodológicos utilizados para desenvolver a investigação e está dividido em subseções, nas quais serão

apresentados: o meio de coleta de dados, as características da pesquisa, o contexto, os critérios para a análise de dados e uma discussão a respeito do uso de Tarefas Criativas de forma a explicar o motivo de as tarefas elaboradas e apresentadas serem consideradas criativas.

No terceiro capítulo, serão apresentadas as análises da Tarefas Criativas 1, 2 e 3, separadamente, de modo a descrever as apreensões identificadas e suas conexões, durante as suas resoluções.

E, por fim, serão apresentadas as considerações finais deste trabalho.

1. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos uma fundamentação teórica sobre a circunferência como objeto de construção e os processos cognitivos na aprendizagem da Geometria que servirão de respaldo para as análises realizadas posteriormente. Além disso, expomos um breve levantamento bibliográfico em que serão apresentadas as principais ideias de pesquisas publicadas tanto na área da Geometria no âmbito da circunferência, quanto no que diz respeito aos processos cognitivos da aprendizagem da Geometria, ressaltando os conceitos que fundamentam nossa pesquisa.

1.1 A Circunferência como um objeto de construção

Nesta subseção, serão apresentados aspectos de como a Geometria e os conceitos de circunferência e lugar geométrico são previstos em documentos curriculares oficiais, além das percepções de pesquisadores da área a respeito do assunto. Tais apontamentos indicarão as definições de cada um dos conceitos, a fim de esclarecer a nossa perspectiva em relação ao conceito de circunferência como um lugar geométrico.

1.1.1. O desenho geométrico nos documentos oficiais

Os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) preveem os conceitos geométricos e suas propriedades como elementares no currículo do Ensino Fundamental. Isso porque são considerados conhecimentos que permitem a compreensão e a descrição do mundo de uma forma organizada, além de serem um suporte importante para outros tipos de conhecimentos. Manoel (2014, p. 29) esclarece que:

O ensino de Geometria auxilia o desenvolvimento da Matemática e de outras ciências por meio das visualizações e representações, como a utilização da Geometria para explicar disposições dos átomos numa molécula de metano; na física, para auxiliar a representação de grandezas vetoriais, como força e velocidade, e na Matemática, como suporte para a representação de entes abstratos, como a representação de gráfico de funções e a visualização de suas propriedades (máximo, mínimo, reta tangente, ponto de inflexão etc.).

Desse modo, o conhecimento teórico que rege a Geometria é abrangente e pode ser alcançado naturalmente por meio de um Desenho Geométrico, sendo ele físico - construído por meio de régua, compasso, transferidor entre outros - ou virtual, desenvolvido com mídias

tecnológicas, como *softwares* (Geogebra, Excel, Cabri entre outros). Além desses aspectos, a linguagem verbal e a linguagem algébrica fazem parte do processo para uma melhor compreensão dos conceitos geométricos. A linguagem algébrica normalmente é conceituada como uma construção fundamental para descrever regularidades, partindo disso a linguagem natural se manifesta na tentativa de justificar as descrições e argumentos. De acordo com os PCNs (BRASIL, 1998), para que todo esse processo ocorra, é necessário propor situações nas quais os estudantes possam investigar padrões em representações geométricas, na tentativa de identificar suas estruturas e assim justificá-las por meio de discursos espontâneos.

No entanto, Oliveira (2018) retrata a carência do Desenho Geométrico no ensino da Geometria nas escolas brasileiras, ressaltando que essa desvalorização do Desenho Geométrico ocasiona a não abordagem de conteúdos e conceitos relacionados por parte dos professores, e afirma que isso se deve à ausência desse conhecimento na formação docente. Dessa forma, no momento de distribuição dos conteúdos, o professor acaba deixando a Geometria para ser ensinada no final do período e, por vezes, justifica-se pela falta de tempo hábil, considerando a quantidade de aulas e os conteúdos de álgebra e aritmética que demandam mais tempo e, ainda, mencionam a pouca abordagem desse conteúdo nos livros didáticos.

Em 1988, Putnoki já apresentava o descaso com o Desenho Geométrico afirmando que isso acontecia em decorrência da falta de intimidade com a composição dos conceitos geométricos causada pela não familiaridade do uso de instrumentos como a régua e o compasso. “Desde os Elementos de Euclides, o Desenho Geométrico se apresenta ligado à Geometria de forma indissolúvel, não com esse título, mas com a denominação de Construções Geométricas” (PUTNOKI, 1988, p. 13).

Na tentativa de compreender um pouco mais esse contexto, Oliveira (2018, p. 15) menciona:

A Lei 5692 da LDB em 1971 dividiu as disciplinas em dois núcleos: Núcleo Obrigatório e Optativo, com isso o ensino fundamental no Brasil sofreu grandes mudanças (ZUIN, 2001). As Construções Geométricas, que até então faziam parte do núcleo das disciplinas Obrigatórias, passou a ser uma disciplina Optativa. Ao mesmo tempo em que as Construções Geométricas entraram para o núcleo das disciplinas Optativas a Educação Artística passou a fazer parte do núcleo das disciplinas Obrigatórias. Algumas escolas optaram por manter as Construções Geométricas, outras usaram as aulas de Educação Artística para ensinar as Construções, e outras as ensinavam sem conexão com a Geometria.

De acordo com o pesquisador, a partir do Desenho Geométrico de forma gráfica é possível a concretização do conhecimento teórico da Geometria, principalmente de conteúdos

e conceitos mais aprimorados como o de circunferência e o de lugar geométrico, uma vez que permite a demonstração de teoremas e propriedades, mesmo sem a formalidade algébrica, possibilitando que os alunos compreendam algumas características e propriedades dos objetos geométricos. Como exemplo disso, citamos a utilização do *software* GeoGebra que preserva todas as propriedades e teoremas do objeto geométrico trabalhado, possibilitando realizar uma demonstração matemática sem, necessariamente, uma formalidade algébrica.

No mesmo viés de Oliveira (2018), a BNCC prevê a aprendizagem de alguns conteúdos e seus conceitos por meio da construção geométrica, como no caso da circunferência, abordada em três momentos que contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de ações que podem ser propostas aos alunos, sendo elas: a construção de circunferências por meio do compasso, o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico e a utilização das circunferências para compor obras de arte.

Tais desafios e previsões no ensino de Geometria motivaram o desenvolvimento dessa pesquisa, na qual serão propostas três tarefas estruturadas nos três momentos previstos pela BNCC e que poderão ser solucionadas por meio de desenhos geométricos, linguagens algébrica e natural, que representem a circunferência e seu lugar geométrico. Diante disso, a primeira tarefa contemplará o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico de uma forma dinâmica e contextualizada; a segunda tarefa, por meio de uma prática, demonstrará a construção da circunferência por intermédio de um barbante que servirá de compasso manual, e, por último, a terceira tarefa contemplará a arte na construção de uma mandala geométrica.

A circunferência é um dos objetos geométricos que viabilizam o aprendizado do manuseio do compasso, durante sua construção, sendo esse manuseio uma ação prevista pelos três momentos apresentados pela BNCC. Assim, mostrar que a circunferência é um lugar geométrico, auxilia no processo de ensino e aprendizagem de outras construções geométricas, visto que as propriedades que definem a circunferência como lugar geométrico estão relacionadas com outros conceitos como: raio, bissetriz, figuras inscritas, tangência, entre outros. Mas, para que essa aprendizagem ocorra da forma prevista pela BNCC, é importante que os conceitos abordados sejam apresentados com coerência, para que as tarefas se desenvolvam apropriadamente. Para isso, definiremos o lugar geométrico e a circunferência como lugar geométrico na seção a seguir.

1.1.2. O lugar geométrico da circunferência

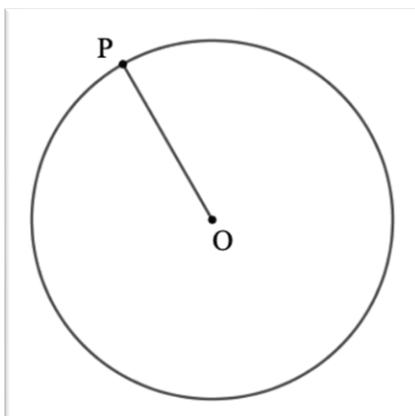
De acordo com Bandin (2016, p. 17), o lugar geométrico pode ser definido da seguinte forma: “Dada uma propriedade “R” relativa a pontos do plano, o lugar geométrico (abreviamos

LG) dos pontos que possuem propriedade “R” é o subconjunto L do plano que satisfaz as duas condições a seguir: 1. Todo ponto de L possui propriedade “R”; 2. Todos os pontos do plano que possui a propriedade “R” pertencem a L.”

Considerando a definição anterior, legitimamos nesta pesquisa o lugar geométrico como um conjunto de pontos que atendem a uma determinada propriedade, e apenas esses pontos satisfazem essa propriedade, ou seja, todos os pontos que pertencem a um determinado conjunto atendem a uma dada condição e nenhum dos pontos que estejam fora desse conjunto satisfarão a condição.

Partindo da definição de lugar geométrico (LG), torna-se possível definir a circunferência como um lugar geométrico dos pontos (P) que pertencem a ela, de forma que cada um deles se encontra equidistante do centro (O). Assim, a circunferência é composta por infinitos pontos que estão a uma mesma distância do centro, em que podem existir infinitos segmentos OP, nomeados como raios da circunferência. Essas características indicam que todos os pontos da circunferência obedecem a uma mesma propriedade, como mostra a Figura 1.

Figura 1: circunferência de centro O e raio OP.



Fonte: a autora.

Portanto, todos os pontos (P) que estão sobre a circunferência (C) estão a uma mesma distância (r) do centro (O) e nenhum outro ponto desse plano satisfaz essa propriedade, uma vez que, se P' pertencer ao interior da circunferência (C), então a distância de P' até O será menor que r. Se existisse um ponto M que estivesse no exterior da circunferência, então a distância de M até O seria maior que r, assim temos que os pontos que não pertencem a C não satisfazem a propriedade enunciada, fato que caracteriza a circunferência como lugar geométrico.

Considerando todos os aspectos apresentados a respeito dos apontamentos realizados nos documentos oficiais curriculares e de alguns pesquisadores sobre os conceitos que abrangem a circunferência, realizamos um levantamento de dissertações e teses com o objetivo de tomarmos conhecimento de trabalhos publicados que abordaram esse tema, os quais serão descritos na sequência.

1.1.3. Um estudo da Circunferência em dissertações e teses

Para compor esta seção, realizamos uma pesquisa bibliográfica no site da Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Organizamos os dados coletados com os seguintes critérios de inclusão:

1. **Temática:** pesquisas que abordam o assunto “circunferência”.
2. **Período de publicação:** pesquisas publicadas de 2000 a 2020.
3. **Idioma:** somente as pesquisas em português.
4. **Tipos de publicação:** dissertações e teses.
5. **Áreas de conhecimento:** Educação Matemática.

No decorrer do levantamento, deparamo-nos com estudos desenvolvidos sobre a circunferência em diversas áreas, como: Biologia, Educação Matemática, Matemática pura, Computação, Medicina, Sistemas Ambientais, entre outras. Diante disso, observamos como o estudo da circunferência é abrangente e o quanto é importante para diversas áreas de estudo.

Na sequência, apresentaremos um quadro com os 23 trabalhos encontrados na área da Educação Matemática. Para a organização deste quadro, consideramos o título da pesquisa, o tipo de publicação/ano da defesa, o autor/orientador, a área em que foi publicado e a instituição de ensino/programa. Assim, as dissertações e teses foram exibidas em ordem crescente a partir do ano de defesa.

Quadro 1: Dissertações e teses sobre circunferência.

Título da pesquisa	Tipo do documento/ ano da defesa	Autor/orientador	Instituição/Programa	Área
Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra.	Dissertação 2010	Péricles B. Araújo Gerson P. de Oliveira	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.	Educação Matemática
Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência	Dissertação 2010	Ricardo Uchoa Fernandes Gerson Pastre de Oliveira	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.	Educação Matemática
Composição de paródias: um recurso didático para compreensão e conceitos sobre circunferência	Dissertação 2011	Valdir de Sousa Cavalcanti Abigail Fregni Lins	Universidade Estadual da Paraíba Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática	Educação Matemática
Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra	Dissertação 2012	Helder Gustavo Pequeno dos Reis Abigail Fregni Lins	Universidade Estadual da Paraíba Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática	Educação Matemática
Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de círculo e perímetro de circunferência	Dissertação 2012	Gilberto Pereira Paulo Saddo Ag Almouloud	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática.	Educação Matemática
A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM	Dissertação 2013	Josélio Lopes Valentim Junior Maria Cristina Araújo de Oliveira	Universidade Federal de Juiz de Fora Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática	Educação Matemática
Descobrimos o número PI	Dissertação 2013	Flávia Adolf Lutz Keller Renato José de Moura	Universidade Federal de Juiz de Fora PROFMAT	Educação Matemática
O uso do Geogebra no ensino da geometria analítica: estudo da circunferência	Dissertação 2013	Carlos André Neiva de Oliveira Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues	Universidade Federal de Goiás PROFMAT	Educação Matemática

Banco geométrico: uma maneira divertida de aprender matemática	Dissertação 2014	Patrícia Stopa Moreira José Barbosa Gomes	Universidade Federal de Juiz de Fora PROFMAT	Educação Matemática
GeoGebra, recurso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino fundamental II	Dissertação 2014	Luis Fernando Selli Pedro Luiz Aparecido Malagutti	Universidade Federal de São Carlos PROFMAT	Educação Matemática
Curvas descritas mecanicamente e geogebra: uma proposta destinada ao ensino médio	Dissertação 2015	Gustavo Camargo Bérti Edson Sidney Figueiredo	Universidade Federal de Santa Maria PROFMAT	Educação Matemática
Geometria plana - um curso no GeoGebra	Dissertação 2015	Ulisses Fernandes Motta Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos	Universidade Federal de Goiás PROFMAT	Educação Matemática
O funcionamento do GPS e a matemática do ensino médio	Dissertação 2015	Marcelo Cardozo de Moraes Pedro Luiz Aparecido Malagutti	Universidade Federal de São Carlos PROFMAT	Educação Matemática
A aprendizagem da Geometria analítica do Ensino médio e suas representações semióticas no grafeq	Dissertação 2015	Fabricio Fernando Alberstadt Leandra Anversa Fioreze	Universidade Federal de Santa Maria PROFMAT	Educação Matemática
Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de Matemática: O caso da circunferência e do círculo	Dissertação 2016	Tony Regy Ferreira da Silva Marcus Bessa de Menezes	Universidade Estadual da Paraíba Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Educação Matemática
Método de comparações visuais entre medidas de segmentos como facilitador da aprendizagem de conceitos trigonométricos	Dissertação 2017	José Sinval Soares Gonsalves Marciano Pereira	Universidade Estadual de Ponta Grossa Programa de Pós-Graduação em Matemática	Educação Matemática
O ensino da Geometria através de resolução de problemas: Explorando possibilidades na	Dissertação 2017	Thâmara Chaves Brasil Roger Ruben Huaman Huanca	Universidade Estadual da Paraíba Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Educação Matemática

formação inicial de professores de Matemática				
Círculo e circunferência: uma proposta de ensino utilizando software de geometria dinâmica	Dissertação 2017	Adriana Keiko Yoshimura Ana Maria Villela Grecco	Universidade Federal da Grande Dourados Programa de Pós-Graduação em Matemática	Educação Matemática
Reta de Euler, circunferência dos nove pontos, sólidos platônicos e arquimedianos: aspectos teóricos, suas construções em GeoGebra e aplicações no ensino	Dissertação 2019	Erick Gomes Pires Stival Thaynara Arielly de Lima	Universidade Federal de Goiás PROFMAT	Educação Matemática
Introduzindo a ideia de séries numéricas nos ensinamentos fundamental e médio	Dissertação 2020	Luciano José Clarimundo Sandro Rodrigues Mazorche	Universidade Federal de Juiz de Fora PROFMAT	Educação Matemática
Compreensão dos conceitos de área do círculo e volume com o uso de tendências metodológicas na educação do campo	Dissertação 2020	Rafael Fernandes de Lara Cordeiro Marli Terezinha Van Kan	Universidade Estadual de Ponta Grossa PROFMAT	Educação Matemática
As geometrias urbanas e isoperimétrica: uma alternativa de uso em sala de aula	Tese 2006	Claudianny Amorim Noronha John Andrew Fossa	Universidade Federal do Rio Grande do Norte Programa de Pós-Graduação em Educação	Educação Matemática
Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos	Tese 2006	Cristiane Fernandes de Souza Francisco Peregrino Rodrigues Neto	Universidade Federal do Rio Grande do Norte Programa de Pós-Graduação em Educação	Educação Matemática

Fonte: a autora.

Diante ao exposto, optamos por apresentar apenas os 23 trabalhos relacionados ao ensino de Matemática e que foram desenvolvidos no contexto de programas *Stricto Sensu*, dentre os quais podemos citar Programas de Pós-Graduação em Educação, Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, Programas de Pós-Graduação em Matemática, Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Partindo disso, as análises foram desenvolvidas por meio dos resumos, dos objetivos centrais e dos conteúdos.

Dentre os 23 trabalhos apresentados no âmbito da Educação Matemática, 11 foram realizados em Programas de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, 4 em Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, 4 em Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2 em Programas de Pós-Graduação em Educação e 2 em Programas de Pós-Graduação em Matemática.

Iniciaremos as descrições com um breve resumo de cada trabalho que abordou aspectos da circunferência, desenvolvidos pelo PROFMAT. Dos 11 trabalhos desenvolvidos nesse programa, 5 aderem ao GeoGebra como recurso didático para o ensino dos conceitos que abarcam a circunferência.

A dissertação intitulada “O uso do GeoGebra no ensino da geometria analítica: estudo da circunferência”, de Oliveira (2013), aborda um breve histórico do aplicativo GeoGebra mostrando algumas ferramentas úteis para o desenvolvimento de atividades sobre circunferências que podem ser propostas para o terceiro ano do Ensino Médio.

Selli (2014) utiliza o GeoGebra, em sua dissertação, para trabalhar com Razão, Proporção, Razões Trigonômicas, Circunferência entre outros, em uma turma de 9 ano do Ensino Fundamental. No mesmo viés, na pesquisa intitulada “Geometria Plana: um curso no GeoGebra”, Motta (2015) apresenta uma proposta para o primeiro ano do Ensino Médio com o uso do Software para o estudo dos conceitos de ângulos, triângulos, polígonos e circunferência.

Com objetivo semelhante ao dos trabalhos anteriores, Stival (2019) propõe em sua dissertação uma abordagem com o GeoGebra para mostrar que ela pode ser favorável em sala de aula para turmas do oitavo e do nono ano do Ensino Fundamental; assim, o intuito foi desenvolver algumas construções geométricas como a reta de Euler, a circunferência dos nove pontos e os sólidos platônicos. Por último, o trabalho de Bérti (2015) tem como objetivo abordar as curvas descritas mecanicamente (hipociclóide, epiciclóide, ciclóide e evolvente da circunferência) como uma possível aplicação no Ensino Médio com o auxílio do GeoGebra.

Observa-se que estes trabalhos consideram o *software* como meio facilitador da construção e compreensão dos conceitos geométricos que envolvem a circunferência. No

entanto, o PROFMAT exhibe outros trabalhos que apresentam outros métodos e recursos didáticos para o ensino desses conceitos. É o caso da pesquisa intitulada “Banco geométrico: uma maneira divertida de aprender matemática”, de Moreira (2014), que consiste em uma proposta diferenciada para o Ensino de Jovens e Adultos (EJA) e tem como objetivo reforçar os conceitos de perímetro e área de polígonos e da circunferência por meio da aplicação de um jogo denominado Banco geométrico.

A dissertação “O funcionamento do GPS e a matemática do ensino médio”, escrita por Moraes (2015), tem como objetivo fazer com que os alunos entendam os conceitos matemáticos que estão por trás do funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS). Para isso, os alunos do segundo ano do Ensino Médio realizaram uma revisão sobre o conceito de intersecção de circunferências e, assim, foi trabalhado a respeito da história da criação do GPS e também sobre o teorema central, afim de induzir à compreensão do funcionamento desse utensílio: “Se quatro superfícies esféricas se intersectam e seus centros são não coplanares, então essa intersecção consiste em um único ponto.”

A dissertação apresentada por Halberstadt, em 2015, tem como objetivo principal estudar a compreensão dos conceitos e propriedades que abrangem a Geometria Analítica por meio do *Software* GrafEq em uma turma do segundo ano do Ensino Médio. Assim, elaboraram atividades que versavam sobre os objetos reta, circunferência e parábola.

A dissertação “Introduzindo a ideia de séries numéricas nos ensinamentos fundamental e médio”, desenvolvida por Clarimundo (2020), argumenta sobre problemas e atividades que colaboram para a introdução de conceitos e teorias referentes a séries numéricas, tais como convergência, divergência e a percepção do infinito. Para tal, a pesquisa realiza construções simples de retângulos, apresenta noções básicas de séries definidas por somatório e por último mostra algumas atividades que contextualizam o cotidiano e que abarcam conceitos básicos da Matemática como potenciação, radiciação, áreas e perímetros da circunferência e o teorema de Pitágoras.

A dissertação “Compreensão dos conceitos de área do círculo e volume com o uso de tendências metodológicas na educação do campo”, publicada em 2020, foi desenvolvida por Cordeiro e propõe algumas atividades experimentais e contextualizadas no meio rural, onde os alunos do nono ano do Ensino Fundamental moravam e estudavam. Assim, foi aplicado um questionário para saber sobre o dia a dia e identificar o conteúdo que seria trabalhado, considerando os conceitos como comprimento da circunferência, área do círculo, régua graduada para medição da altura do recipiente e volume do recipiente cilíndrico.

Por fim, o trabalho “Descobrimo o número PI”, de Keller (2013), tem como objetivo explorar a relação da circunferência e do número Pi, bem como a ampliação dos conjuntos numéricos a partir da constante encontrada na relação.

No levantamento realizado por esta pesquisa, o Programa de Pós-Graduação em Matemática foi contemplado somente com 2 pesquisas: uma delas é a dissertação de Gonçalves (2017), intitulada “Método de comparações visuais entre medidas de segmentos como facilitador da aprendizagem de conceitos trigonométricos”, que consiste em apresentar uma proposta pedagógica pautada em um método denominado Método de Comparações Visuais, por meio do qual são obtidos valores gerados pelas razões entre as medidas de figuras semelhantes e até mesmo o valor do número PI. Para isso, é necessário observar e comparar os comprimentos dos segmentos que apresentam os lados de triângulos de uma circunferência retificada e seu diâmetro. A outra pesquisa encontrada, de Yoshimura (2017), indica uma proposta de ensino para os conceitos de círculo e circunferência no Ensino Fundamental com o uso do Software Wingeom, não na tentativa de abolir o ensino tradicional pautado em livros, quadro, caneta e papel, mas, sim, com o intuito de enriquecer o processo e motivar o interesse dos alunos.

Em contrapartida, um total de 4 pesquisas foram desenvolvidas no âmbito dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática. Dentre elas, Paulo (2012) desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de estudar e analisar os processos de ensino e aprendizagem dos conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental. Para isso, desenvolveu atividades que possibilitaram a compreensão dos conceitos e a diferenciação entre círculo e circunferência.

Explorando uma vertente semelhante, Araújo (2010) elaborou em sua dissertação uma sequência didática que possibilitou aos alunos do nono ano do Ensino Fundamental e do segundo ano do Ensino médio a construção e a compreensão dos conceitos de circunferência e mediatriz, considerando o seu lugar geométrico. Já a dissertação de Fernando (2010), intitulada “Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência”, objetivou construir uma aprendizagem dos conceitos básicos e primordiais da trigonometria na circunferência em uma turma do segundo ano do Ensino Médio com o uso do *software* GeoGebra para auxiliar nas construções. Ademais, Valentin (2013) produziu um estudo histórico sobre a trajetória da geometria analítica como Matemática escolar no Ensino Médio, considerando o período de 1940 a 1970, por meio de análises de livros didáticos pré-selecionados.

Foram estudados também 4 trabalhos no contexto do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Abigail Fregni Lins orientou duas pesquisas com propostas diferentes e uma delas desenvolveu e avaliou uma metodologia alternativa de ensino baseada em composições de paródias para o ensino do conceito de circunferência em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio, na tentativa de contribuir para o processo de aprendizagem dos alunos (CAVALCANTI, 2011). A pesquisa de Reis (2012), por sua vez, propõe o desenvolvimento de uma sequência didática, cujo objetivo é trabalhar com os conceitos de perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio.

Com o mesmo objeto de estudo, a pesquisa “Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de Matemática: O caso da circunferência e do círculo”, de Silva (2016), teve como objetivo analisar as influências do contrato didático em uma sala de aula de Matemática do Ensino Fundamental, no conteúdo de circunferência e círculo, de modo que foram realizadas observações durante a aula de um professor para a obtenção dos dados.

Ademais, o trabalho intitulado “O ensino da Geometria através de resolução de problemas: Explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática”, de Brasil (2017), objetivou a reconstrução de alguns conhecimentos geométricos utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio de resolução de problemas relacionados com os conceitos de Perpendicularismo de reta e plano, Congruência e semelhança de triângulos, Grafos, Círculo e circunferência, Posição relativa entre reta e plano, Fórmula de Euler, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, Teorema do ângulo externo, Paralelepípedo e pirâmide, Cilindro, Cone e esfera, e Topologia.

Por meio deste levantamento, foram encontradas duas teses referentes ao tema e à área escolhida e ambas foram publicadas em Programas de Pós-Graduação em Educação. O trabalho publicado por Noronha (2006) versou sobre uma abordagem metodológica do ensino dos conceitos de circunferência e elipse em uma turma de sétimo ano e outra do oitavo ano do Ensino Fundamental. Para alcançar seus objetivos, o pesquisador fez uma intervenção com várias atividades em grupo sobre o tema. Por fim, Souza (2006) desenvolveu uma pesquisa em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental sobre a escrita e a manipulação algébrica para os conceitos de perímetro e área de alguns polígonos convexos, bem como a obtenção de fórmulas para o comprimento da circunferência e para a área do círculo.

Portanto, o presente levantamento foi elaborado com o intuito de listar, analisar e tomar conhecimento a respeito das produções sobre a circunferência já realizadas no contexto da Educação Matemática. Em vista disso, observou-se uma abrangência a respeito do ensino desse

conceito, uma vez que parte dos trabalhos desenvolvidos utilizaram meios tecnológicos, como o *software* GeoGebra, e desenvolveram pesquisas que utilizaram outros recursos como o papel, lápis, quadro, giz, régua e compasso para realizarem as construções, como é o caso da proposta da presente pesquisa. Também foram observados trabalhos que realizaram análise de documentos oficiais curriculares e livros didáticos, bem como levantamentos bibliográficos para traçar uma linha histórica.

Dessa forma, tal levantamento de pesquisas já desenvolvidas possibilitou a compreensão da abrangência e das possibilidades de aplicação do conceito de circunferência em turmas do Ensino Fundamental e Médio. Além disso, o levantamento colaborou para observarmos algumas maneiras de trabalhar com a circunferência na sala de aula de forma a contribuir para a adaptação e a elaboração de três Tarefas Criativas. Mediante esse pressuposto, destacamos a importância do ensino do conceito de circunferência, uma vez que várias pesquisas apontaram tal conceito como base para entender outros saberes e aplicações, como no caso do GPS, do número PI, das séries numéricas, entre outros. No entanto, não foram encontrados trabalhos desenvolvidos em turmas de sétimos anos do Ensino Fundamental e nem trabalhos que envolvessem diretamente o contexto de circunferência e seu lugar geométrico, conceitos esses que serão retratados nesta pesquisa. Isso reforça o cuidado que devemos ter com a restrição da Geometria no início do Ensino Fundamental e com a maneira como ela é ensinada e desenvolvida em sala de aula.

Diante disso, como uma forma de investigar os aspectos da aprendizagem do lugar geométrico da circunferência, utilizaremos como base as apreensões cognitivas de Duval (1998, 2004, 2012). Por isso, na próxima seção, abordaremos alguns aspectos referentes aos processos cognitivos na aprendizagem da Geometria, os quais subsidiarão a nossa pesquisa.

1.2. Processos cognitivos na aprendizagem da Geometria

Esta seção aborda os aspectos cognitivos que podem ser desenvolvidos durante a aprendizagem de Geometria como a visualização, a construção e o raciocínio. Além disso, apresenta as possíveis interpretações que surgirão no decorrer desse processo, as quais são chamadas por Raymond Duval de apreensões e ocorrem de quatro formas distintas que serão apresentadas na próxima subseção. Logo após, será apresentado um breve levantamento bibliográfico realizado na Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

1.2.1 Aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)

Para a compreensão de alguns conceitos que serão empregados durante as análises, discutiremos brevemente os seguintes aspectos relacionados com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica: registros, representação, tratamento e conversão. Não objetivamos discutir o processo de ensino e aprendizagem dos alunos por meio dessa teoria, mas, sim, contextualizar o leitor a respeito de alguns termos que poderão ser utilizados no decorrer desta pesquisa.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval e oferece importantes contribuições para a área de Educação Matemática com pesquisas na área da psicologia cognitiva desde 1970. O marco da sua carreira foi a obra intitulada “*Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*”, em que investigou a aprendizagem matemática por meio da TRRS, por meio da qual explora os diferentes tipos de representações que podem ser exploradas quando um aluno entra em contato com a Matemática, uma vez que esta é considerada uma linguagem que carece de representações que contribuirão para a compreensão do conceito estudado.

Duval (2012) relata a importância da palavra “representação” em Matemática, que frequentemente é empregada por meio do verbo “representar”. Uma escrita, uma anotação, um desenho, um símbolo ou uma pronúncia podem representar um objeto matemático que nunca deve ser confundido com sua representação, uma vez que pode acarretar uma perda de compreensão, tornando essa distinção um ponto estratégico para a aprendizagem da Matemática.

Durante a solução de uma tarefa podem ser explorados diferentes registros matemáticos, a serem compreendidos por meio do estudo dos registros de representação semiótica, como: a) Registro língua natural, ou seja, a língua que o estudante tem afinidade e que normalmente utiliza para se comunicar; b) Registro simbólico que é a relação entre números e variáveis, como as equações e inequações de primeiro grau; c) Registro gráfico que é um registro visual que pode ser feito por meio de planos cartesianos, barras entre outros; d) Registro figural que consiste em um registro de figuras geométricas planas ou em perspectiva, como um quadrado, uma circunferência ou até mesmo um ponto ou uma reta numérica.

No que diz respeito à forma de explorar esses registros, para Duval (2012), o processo de aprendizagem de um conceito matemático só ocorre quando o aluno consegue coordenar dois ou mais registros de representação de um mesmo objeto matemático. Por exemplo, ao entrar em contato com um problema de geometria, o aluno consegue representar o objeto

geométrico por meio de uma figura geométrica, por meio de uma fórmula, de um símbolo e até mesmo por meio de uma definição escrita.

Diante do exposto, para que um registro possa ser um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão. De acordo com Duval (2012), a formação de uma representação que pode ser identificada como um registro pode ocorrer por meio de uma enunciação de uma frase, de um desenho de uma forma geométrica, de uma expressão de uma forma, entre outros. Essa formação envolve a seleção de relações e de características do conteúdo que está sendo representado, ou seja, “a formação de uma representação poderia ser comparada a realização de uma tarefa de descrição” (DUVAL, 2012, p. 271).

A outra atividade cognitiva, o tratamento de uma representação, é uma transformação que ocorre no mesmo registro no qual a representação foi formada, por exemplo, “a reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico” (DUVAL, 2012, p. 272). A reconfiguração consiste em modificar uma figura de modo a transformá-la em uma outra figura sem alterar seus elementos, uma vez que, durante esse processo de reconfiguração, uma figura pode se decompor em diferentes unidades figurais, que também podem ser combinadas em diferentes subfiguras. No que diz respeito à conversão de uma representação, trata-se da transformação dessa representação em um outro registro, por exemplo, quando o aluno realiza uma ilustração após ler um problema matemático, ocorre a conversão de uma representação linguística em uma representação figural.

Assim, “A conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento” (DUVAL, 2012, p. 272), ou seja, em determinadas situações pode ser que ocorra o tratamento e que a hipótese da conversão não seja pensada; por exemplo, durante o cálculo de funções, os alunos podem realizar os cálculos de encontrar as raízes da função e transformar as raízes decimais em fracionárias e podem não pensar em converter essas raízes para um gráfico. Muitas vezes, são exemplos como esses que indicam a dificuldade dos alunos do Ensino Médio em trabalhar com funções, uma vez que, para Raymond Duval, a aprendizagem só ocorre quando o estudante consegue apresentar duas ou mais formas de registros, e para isso são necessários o tratamento e a conversão dos mesmos.

Diante desses aspectos evidenciados por Duval (2012), contextualizamos alguns dos termos utilizados durante nossas análises, com o intuito de utilizá-los para o entendimento das apreensões figurais.

1.2.2 As apreensões em Geometria

Ao pensar no ensino de Geometria e suas adversidades, surgem alguns questionamentos, tais como: Por que ensinar Geometria? Quais são as contribuições do ensino da Geometria para o desenvolvimento cognitivo dos alunos? Como a Geometria deve ser ensinada para que ela seja aprendida? A partir desses questionamentos, Duval (1998) busca compreender os aspectos cognitivos que podem ser desenvolvidos durante o processo de aprendizagem da Geometria por meio de três aspectos:

- **Visualização:** processo de representação do espaço que ilustra uma situação complexa, a fim de fazer uma exploração heurística, ou seja, uma exploração não racional com um olhar sinóptico, que no caso é uma breve visualização do conjunto como um todo, sobre o que está sendo trabalhado. Assim, nesse caso, a visualização é intuitiva.
- **Construção:** processo de construção de uma configuração que funcionará como um modelo matemático para representar determinada situação e, possivelmente, sofrerá ações para uma melhor observação.
- **Raciocínio:** desenvolvimento de um processo discursivo do que foi desenvolvido nas etapas anteriores, na intenção de provar o que foi feito por meio de conceitos matemáticos como teoremas, propriedades e axiomas.

Esses processos não dependem um do outro. A visualização não depende da construção, uma vez que o sujeito pode visualizar a figura independentemente do modo como ela foi construída. Da mesma forma, a construção não depende da visualização, isto é, depende apenas das ferramentas e propriedades que serão utilizadas, mesmo que a visualização leve à construção. Embora haja necessidade da visualização para concluir o processo de construção, o raciocínio depende apenas das definições, axiomas e teoremas que envolvem o conceito a ser trabalhado.

Diante dessa independência dos três processos cognitivos descritos, surge uma nova questão: como estabelecer uma relação entre esses três processos durante a aprendizagem da Geometria? Duval (1998) explicita que a comunicação dos processos só pode ocorrer depois da diferenciação de cada um deles e essa diferenciação deve estar presente no currículo escolar, uma vez que existem diversas maneiras de visualizar e interpretar, por meio de raciocínios, uma figura ou um objeto geométrico. Assim, quando o sujeito interage com um problema que apresenta uma figura geométrica, ele se depara com suas propriedades heurísticas que podem indicar diversas interpretações autônomas. Essas interpretações são denominadas por Duval

(2012) de apreensões. Logo, a identificação do desenvolvimento dessas fases da aprendizagem propostas por Duval pode ser feita por meio das apreensões geométricas.

As apreensões podem ocorrer de quatro maneiras diferentes: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória, a apreensão discursiva e a apreensão sequencial. Cada apreensão se conecta aos processos cognitivos apresentados por Duval (1998), de forma que as apreensões perceptivas e operatórias dominam o processo de visualização, enquanto que as apreensões sequenciais regem o processo de construção e o processo de raciocínio é comandado pela apreensão discursiva. Dessa forma, “em uma tarefa de Geometria pode ser que esses quatro tipos de apreensões apareçam, porém algumas dessas apreensões podem ser mais requisitadas que outras” (NOVAK 2018, p. 44).

As apreensões perceptivas e operatórias ocorrem durante a visualização e são consideradas por Duval (2004) como dois níveis de apreensões que estão relacionados com o tratamento da figura. Na apreensão perceptiva, o sujeito reconhece as diferentes características figurais dadas, ou seja, é nesse momento que ocorre o reconhecimento imediato da forma geométrica por meio da visualização. De acordo com Duval (2012), esse é considerado o primeiro nível de apreensão, uma vez que uma figura é entendida como uma organização de características e elementos de um objeto que compõem um campo perceptivo. Esses elementos que compõem o objeto podem ser traços e pontos que, normalmente, seguem a lei do contorno fechado e da continuidade. A partir disso, o que a figura permite ao sujeito visualizar em um primeiro momento são suas configurações 1D/2D² (linhas retas ou curvas, contorno fechado etc.) ou 3D/2D (cubos, tigelas e etc.). Portanto “a identificação dessas configurações depende de leis perceptivas da organização, e podem ser usadas para representar objetos reais ou objetos matemáticos” (DUVAL, 1998, p. 43, tradução nossa).

Segundo Duval (2012), quando ocorre uma mudança no modo de visualizar uma figura e desencadeia-se uma desconstrução da configuração dessa figura, a apreensão perceptiva não é mais suficiente, o que torna necessário empregar outro nível de apreensão, ou seja, a apreensão operatória. Nessa apreensão, o sujeito analisa e estuda possíveis alterações na figura inicial e tenta reorganizá-la de outra maneira, de modo que o ajude a entender um pouco melhor o que está sendo proposto. Para Duval (1998), a apreensão operatória, também conhecida como mudança figurativa por tratar-se de processos figurativos específicos, é considerada a mais

² Raymond Duval emprega o termo 2D para designar figuras de dimensão 2, por exemplo a figura de um quadrado. Já o lado de um quadrado, um segmento de reta, é um elemento 1D (dimensão 1) e os pontos são elementos 0D. Assim, o termo 1D/2D indica objetos de dimensão 1D representados no plano 2D. Da mesma forma 3D/2D indica objetos de dimensão 3D representados no plano 2D.

complexa e pode tanto melhorar quanto prejudicar a visualização, dependendo do modo como for desenvolvida. No entanto, pode fornecer recursos para analisar a contribuição heurística de uma figura inicial para um problema específico. Assim, nessa apreensão, uma figura geométrica pode sofrer três tipos de modificações:

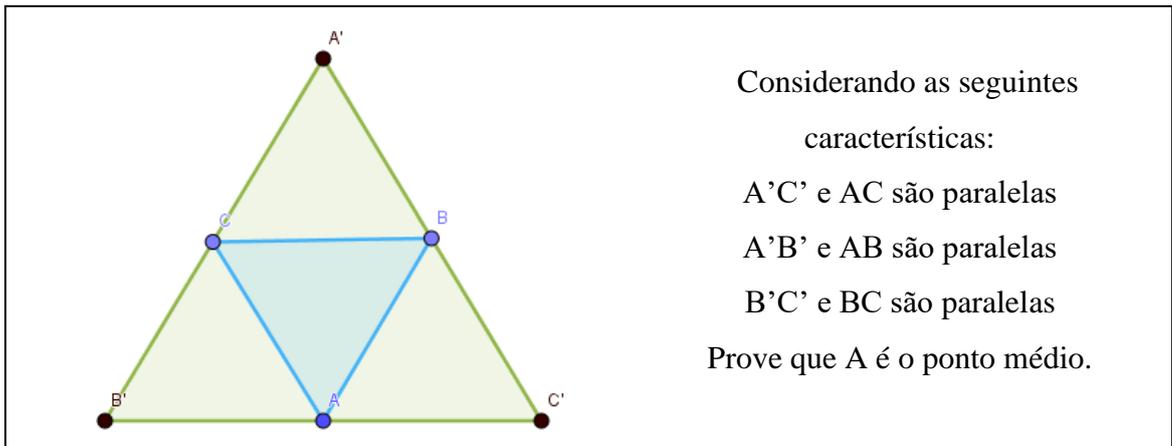
- a. Modificação mereológica: decompor a figura em unidades figurais com dimensões iguais que podem ser combinadas em uma outra figura mantendo ou não (subfiguras) o formato da figura inicial. Esse processo ainda continua sendo heurístico, ou seja, não racional sem incluir axiomas e teoremas.
- b. Modificação ótica: essa modificação mantém o formato da figura inicial, mudando somente o tamanho, possibilitando uma justaposição em profundidade.
- c. Modificação posicional: mantém a orientação e o tamanho da figura, porém modifica sua posição e orientação.

Essas três classes de modificações da apreensão operatória “permitem que as figuras geométricas cumpram a função de suporte intuitivo, favorecendo a interpretação das atividades de Geometria” (NOVAK, 2018 p. 42). Essa interpretação é essencial para a resolução de um problema de Geometria e nem sempre necessita de um enunciado, já que, muitas vezes, é possível interpretar determinado problema apenas observando propriedades que estão evidentes na figura apresentada. Porém, se a figura não apresenta suas propriedades de forma evidente, ocorre uma dependência entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva (DUVAL, 2012), ou seja, nesse caso, para que o aluno possa entender as configurações da figura e suas propriedades, é preciso recorrer a um enunciado que apresente essas propriedades.

Partindo disso, a apreensão discursiva ocorre durante o processo de raciocínio, ou seja, está relacionada com a compreensão do enunciado proposto, o qual apresenta propriedades pertinentes em relação ao conceito trabalhado, podendo ser traços, formas entre outros. Esses enunciados ajudarão a compreender a construção geométrica, já que apresentam hipóteses e teorias que serão úteis para provar a resolução do problema. Porém, Duval (2012) alerta sobre três tipos de situações:

- a. Nem sempre o enunciado deixa perceptível certas unidades figurais, o que pode ocasionar dificuldades na resolução do problema. Por exemplo, na Figura 2, em que o enunciado não deixa claro que para resolver esse problema é necessário usar algumas propriedades de paralelogramos e, nesse caso, não se estabelece diretamente uma relação entre o enunciado e a resolução da tarefa.

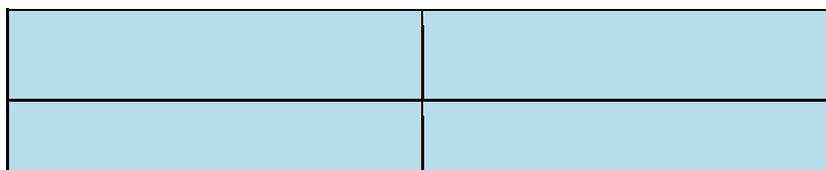
Figura 2: Exemplo do triângulo.

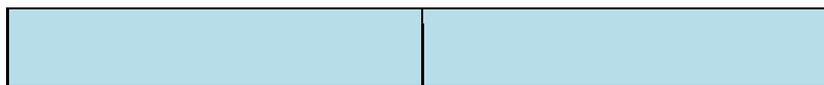


Fonte: adaptado de Duval (2004, p. 163).

- b. O emprego de uma congruência muito explícita entre o enunciado e a resolução pode ocasionar também obstáculos para resolver o problema. Essa congruência é denominada de semântica e ocorre quando há uma correspondência direta entre os conteúdos que, no caso, podem ser a figura e o enunciado, a figura e a resolução ou o enunciado e a resolução. A exemplo disso apresentamos a Figura 3 que faz com que o aluno desenvolva a visualização de um retângulo maior que é formado por vários retângulos menores, no entanto há outras possibilidades de modificação figural que naquele momento podem não fazer parte do conhecimento do aluno. Isso faz com que os estudantes não explorem outras possibilidades necessárias para a resolução do problema, uma vez que eles entendem que apenas observando seria possível resolver o problema. Observa-se que a resolução dessa proposta depende das concepções que se tem do objeto ao observá-lo e analisá-lo. No entanto, se o aluno não dispõe de certos conhecimentos como a lei do contorno e da continuidade, segmentos de retas, pontos, entre outros, ao observar a figura, não perceberá a abrangência de possibilidades de modificações figurais e de estratégias de resoluções que podem estar além da visualização e da compreensão.

Figura 3: Quantos retângulos há nesta figura?





Fonte: adaptado de Duval (2012, p. 124)

- c. A situação dos alunos aderirem à apreensão perceptiva como primeira alternativa, ou seja, ao lerem o enunciado e desenharem a figura, eles não retornam ao enunciado, o que pode ocasionar faltas nas identificações de propriedades que seriam fundamentais para uma interpretação válida do problema. “Este esquecimento ou abandono do enunciado marca a ausência da atitude que chamamos de interpretação discursiva da figura” (DUVAL, 2012 p. 124).

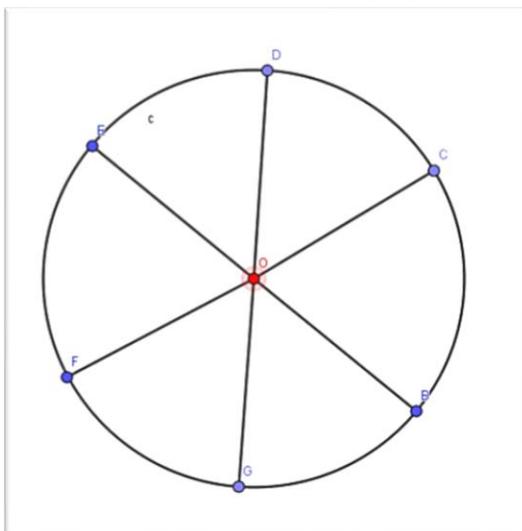
Fica evidente a importância da congruência semântica entre o enunciado, a figura e a resolução para resolver de forma adequada um problema geométrico, uma vez que esses aspectos auxiliam na interpretação discursiva do problema como um todo. Diante disso, a apreensão discursiva é o que diferencia os problemas de demonstração e os problemas apenas de construção de um objeto geométrico, pois possui “outra natureza, diferente daquela que descreve o procedimento de construção que é exigido dos alunos em atividades de jogo de mensagem” (DUVAL, 2012 p. 134).

Esses procedimentos de construção fazem referência à apreensão sequencial que conduz o passo a passo de uma construção geométrica, ou seja, Duval (2012) explicita que, normalmente, essa apreensão é solicitada em problemas de construção e de descrição cujo objetivo é reproduzir uma figura. Assim, essa apreensão decorre do processo de construção apontado por Duval (1998). Vale a pena ressaltar que as atividades de construções costumam ser independentes do enunciado, fazendo com que a apreensão perceptiva seja uma forma de registro que verifica se a ação que está sendo feita é aceitável ou não. Um exemplo que pode ilustrar essa apreensão é a construção de uma circunferência como lugar geométrico, na qual os alunos devem seguir com a ajuda de uma régua e de um compasso os seguintes passos:

1. Marcar em uma folha um ponto que deve seguir as seguintes regras:
 - a. estar no meio da folha;
 - b. nomeá-lo com a letra O;
2. Marcar 6 pontos que estão a uma mesma distância de 3 cm do ponto O;
3. Com o auxílio de um pedaço de barbante, fixe uma das pontas do barbante no ponto O, estique-o e com a ajuda de um lápis na outra ponta tente ligar todos os pontos.

De acordo com as instruções acima, o resultado é apresentado na Figura 3 a seguir:

Figura 4: Circunferência como lugar geométrico.



Fonte: a autora.

Considerando o processo de construção de uma figura geométrica, Duval (2004) salienta que uma figura só irá representar uma situação geométrica quando houver significação de certas unidades figurais que possam ajudar a definir essa figura, uma vez que um mesmo desenho pode representar diversas situações matemáticas diferentes. Dessa forma, para evidenciar algumas propriedades do objeto que devem estar no desenho não é suficiente apenas utilizar a percepção para reconhecer essas unidades figurais, mas, sim, é necessária uma indicação verbal para sustentar a figura como representação do objeto matemático. Essa indicação verbal atribui certa congruência entre a resolução e o enunciado, conduzindo o aluno a uma interpretação discursiva da figura que contribuirá para a compreensão do problema proposto. Portanto, a apreensão sequencial tem o intuito de favorecer a reprodução de figuras específicas para representar os objetos matemáticos em estudo, como no caso da Figura 4 que representa o lugar geométrico da circunferência.

Em algumas situações, as apreensões figurais elucidadas anteriormente sofrem conexões que podem contribuir ou dificultar a compreensão do objeto geométrico trabalhado. Tais conexões serão apresentadas na seção a seguir.

1.2.3 Conexões entre as apreensões figurais

Como discutido na seção anterior (1.2.2), durante a resolução de uma tarefa matemática de cunho geométrico, as apreensões figurais não aparecem de forma isolada, ou seja, em

determinadas situações uma pode ser mais requisitada que a outra, aparecendo com maior ou menor frequência, porém não de forma isolada. De acordo com Moretti e Brandt (2015), a resolução dos problemas geométricos torna-se complexa pelo fato de requerer a conexão de dois ou mais tipos de apreensões figurais ao mesmo tempo. Diante disso, Duval (1997) destaca quatro conexões que podem ocorrer durante a solução de um problema geométrico, sendo elas:

- a) **Figura geométrica:** é a conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, na qual “é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou propriedades evidentes” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 665). Nesse caso, a apreensão discursiva depende da apreensão perceptiva, uma vez que uma figura é reconhecida por meio das propriedades que estão presentes no enunciado, ou seja, ela é “levada a mostrar, em geral, o que está no enunciado” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 665);
- b) **Visualização:** é a conexão das apreensões perceptiva e operatória, de modo que não necessita de demonstrações, teoremas e propriedades matemáticas, apenas da percepção e da habilidade de modificar o objeto geométrico. Assim, a visualização pode dominar a apreensão operatória (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 665);
- c) **Heurística e demonstração:** é a conexão entre as apreensões operatória e discursiva. Destaca-se que a apreensão operatória é subordinada à apreensão perceptiva, ou seja, frequentemente depende da função de identificação da figura (apreensão perceptiva) para ser mobilizada (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 665);
- d) **Construção geométrica:** é a conexão entre as apreensões discursiva e sequencial. Essa conexão ocorre quando é proposta uma tarefa com o objetivo de construir uma figura geométrica. Durante essa construção também é requerida a apreensão perceptiva, pois é necessário que o sujeito reconheça as diferentes características figurais apresentadas para que ocorra o reconhecimento da figura a ser construída (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 665).

Por meio das conexões apresentadas por Duval (1997), observa-se a relevância da apreensão perceptiva na aprendizagem da geometria, devido à subordinação em alguns casos das apreensões sequencial, discursiva e operatória a ela. Mas a apreensão perceptiva por si só não garante a aprendizagem, uma vez que está embasada na percepção inicial do objeto geométrico sem a necessidade de propriedades de definições matemáticas, o que faz com que sejam necessárias conexões que contribuam para a aprendizagem de um conceito geométrico. De acordo com as definições e os aspectos elucidados a respeito das apreensões figurais, realizamos um levantamento de teses e dissertações com o objetivo de termos conhecimento

acerca dos trabalhos publicados que estudam sobre esse tema; o levantamento será descrito na sequência.

1.2.4 Uma investigação das apreensões figurais em dissertações e teses

Nesta seção, apresentamos um levantamento bibliográfico realizado na Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Com o intuito de organizar os trabalhos encontrados, consideramos os seguintes critérios de inclusão:

1. **Temática:** pesquisas que abordam o assunto “apreensões geométricas” e “apreensões em Geometria.
2. **Período de publicação:** pesquisas publicadas de 1997 a 2020.
3. **Idioma:** somente as pesquisas em português.
4. **Tipos de publicação:** dissertações e teses.
5. **Áreas de conhecimento:** Educação, Educação Matemática, Educação e Tecnologia, Educação e ciências, Educação Matemática e Ensino de Física.

No decorrer desse levantamento, deparamo-nos com estudos desenvolvidos sobre as apreensões figurais em diversas áreas da Educação como: Educação, Educação Matemática, Educação e Tecnologia, Educação e ciências, Educação Matemática e Ensino de Física. Diante disso, percebe-se como o estudo das apreensões é abrangente no âmbito de trabalhos desenvolvidos em prol da área da Educação em um contexto escolar da Matemática, da Ciência e da Tecnologia.

Na sequência, apresentaremos um quadro com os 18 trabalhos encontrados nas áreas citadas anteriormente. Para a organização deste quadro, consideramos o título da pesquisa, o tipo de publicação/ ano da defesa, o autor/ orientador, a área em que foi publicada e a instituição de ensino/programa. Diante disso, as dissertações e teses foram exibidas em ordem crescente a partir do ano de defesa.

Quadro 2: Dissertações e teses sobre apreensões geométricas.

Título da pesquisa	Tipo do documento/ ano da defesa	Autor/orientador	Instituição/Programa	Área
Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração	Dissertação 1997	Claudia Regina Flores Bolda Regina Flemming Damm	Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Educação	Educação
Representação semiótica no ensino da Geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores	Dissertação 2006	Ivone Catarina Freitas Buratto Cláudia Regina Freitas	Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica	Educação e tecnologia
Análise exploratória de dados: uma abordagem com alunos do ensino médio	Dissertação 2008	Márcia Vieira Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
Aprendizagem em Geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em Geometria e as capacidades de percepção visual	Dissertação 2012	Daiani Lodete Pirola Méricles Thadeu Moretti	Universidade Federal de Santa Catarina Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica	Educação e tecnologia
Uma sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular	Dissertação 2012	José Fernando Possani Saddo Ag Almouloud	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registro de representação semiótica	Dissertação 2016	Roberta Lied Inês Farias Ferreira	Universidade Federal de Santa Maria Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física	Educação Matemática e Ensino de Física

Design metodológico para análise de atividades de Geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica	Dissertação 2017	Carine Scheifer Célia Finck Brandt	Universidade Estadual de Ponta Grossa Programa de Pós-Graduação em Educação	Educação
Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental	Dissertação 2017	Priscila Arcego Rita de Cássia Pistóia Mariani	Universidade Federal de Santa Maria Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física	Educação Matemática e Ensino de Física
Mobilizações de registro de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software Geogebra	Dissertação 2017	Juliane Carla Berlanda Inês Farias Ferreira	Universidade Federal de Santa Maria Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física	Educação Matemática e Ensino de Física
O ambiente dinâmico Geogebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em Geometria segundo Raymond Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional	Dissertação 2018	Franciele Isabelita Lopes Novak Célia Finck Brandt	Universidade Estadual de Ponta Grossa Programa de Pós-Graduação em Educação	Educação
Aprendizagem de conceitos de Geometria espacial por estudantes do ensino médio: entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica	Dissertação 2018	Cátia Luana Bullmann Cátia Maria Nehring	Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências	Educação e ciências
Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço	Tese 2009	Jesus Victória Flores Salazar Saddo Ag Almouloud	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
As apreensões em Geometria: um estudo com professores da educação básica acerca de registros figurais	Tese 2015	Mariana Moran Barroso Valdeni Soliani Franco	Universidade Estadual de Maringá Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática	Educação e ciências

A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval	Tese 2015	Elisabete Marcon Melo Maria José Ferreira da Silva	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas	Tese 2016	Maridete Brito Cunha Ferreira Sado Ag Almouloud	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri 3D: uma possível transposição didática	Tese 2016	Amarildo Aparecido dos Santos Maria José Ferreira da Silva	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática	Educação Matemática
Diferentes representações na Geometria euclidiana por meio do uso do Geogebra: um estudo com futuros professores de Matemática	Tese 2018	Adelmar André Vanzella Valdeni Soliani Franco	Universidade Estadual de Maringá Programa de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática	Educação e ciências
Graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais	Tese 2018	Fernanda Andrea Fernandes Silva Marcelo Câmara dos Santos	Universidade Federal Rural de Pernambuco Pós-Graduação em Ensino de ciências	Educação e ciências

Fonte: as autoras.

Dentre os 18 trabalhos encontrados neste estudo, 6 foram desenvolvidos em programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, 3 foram produzidos em programas de Pós-Graduação em Educação, 3 em programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, 2 em programa de Pós-Graduação em Ensino de ciências e 2 trabalhos produzidos na Pós-Graduação no Ensino de Ciências e Matemática, todos os programas são *Stricto Sensu*. Ademais, 2 pesquisas complementares ao levantamento fazem parte dos programas de Pós-Graduação relacionados com a tecnologia, de forma que as duas foram desenvolvidas em programas de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Dentre os 6 trabalhos desenvolvidos nos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, 3 foram orientados pelo professor Saddo Ag Almouloud, sendo uma dissertação e duas teses. Na dissertação intitulada “Uma sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular”, Possani (2012) investigou a apropriação dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio ao calcularem o volume de um icosaedro regular por meio de uma sequência didática, na tentativa de analisar de que forma essas atividades que compõem a sequência podem interferir nos processos de ensino e aprendizagem do conceito de volume do icosaedro. Para isso, o autor atentou-se para as apreensões figurais que emergiram durante as resoluções.

A tese de Salazar (2009) objetivou analisar como os estudantes do segundo ano do Ensino Médio se apropriam das transformações geométricas que ocorrem no espaço, quando eles interagem com a Geometria dinâmica Cabri 3D, bem como os tipos de raciocínios que esses alunos mobilizam ao entrarem em contato com esse conteúdo e com as atividades desenvolvidas. Para isso, o autor utilizou a teoria Abordagem Instrumental e a teoria dos Registros de representação semiótica, mais especificamente as apreensões das figuras trabalhadas. Também abordando o conceito de Geometria em sala de aula e as apreensões, Ferreira (2016) investigou uma proposta didática sobre quadriláteros desenvolvida em um curso de licenciatura em Matemática, na qual para a resolução das tarefas era necessário articular construções, provas e demonstrações. Assim, as tarefas envolviam construções geométricas que possibilitavam a mobilização de apreensões figurais e também conversões de registros.

Na mesma área, Maria José Ferreira da Silva orientou duas teses, e uma delas intitulada “A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval” (MELO, 2015), objetivou analisar como os alunos cegos visualizam os objetos geométricos. Assim, para desenvolver a pesquisa, foi realizada uma entrevista e, para isso, as autoras embasaram-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, mais especificamente, nas apreensões propostas por Raymond Duval, para desenvolver a análise. A pesquisa publicada por Santos (2016) buscou investigar a construção de poliedros regulares convexos, por meio da

ferramenta Cabri-3D, realizando uma transposição didática da construção das superfícies dos poliedros desenvolvidos por Euclides. Desse modo, o autor orienta-se pela noção de Transposição Didática e a questão da Ecologia de Yves Chevallard, além dos registros de representação semiótica propostos por Duval que evidenciam as apreensões sequenciais, perceptiva, operatória e discursiva.

Por fim, no âmbito da Educação Matemática, Vieira (2008) objetivou estudar as interações existentes entre o aluno e um ambiente dinâmico de estatística denominado Software Fathom. Para isso, realizou uma discussão de conceitos e procedimentos necessários para fazer uma análise crítica dos conjuntos de dados, de modo a favorecer a dinâmica construída pelo ambiente computacional com o intuito de mobilizar os diferentes tipos de registros de representações semióticas desses dados.

Considerando os trabalhos publicados no âmbito dos Programas de Pós-Graduação em Educação, a professora Célia Finck Brandt orientou duas dissertações de mestrado com objetos de estudo e objetivos diferentes. Em 2017 orientou o trabalho da Carine Scheifer intitulado “Design metodológico para análise de atividades de Geometria segundo a teoria dos registros de representação semiótica”, no qual o intuito era debruçar-se sobre os detalhes e as características da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em relação à Geometria, para elaborar um quadro de categorias para uma análise cognitiva das questões da Prova Brasil. Essa análise possibilitou a compreensão de que as particularidades cognitivas relacionadas com a teoria, como as apreensões e os olhares, são contempladas de maneira incompleta e superficial e em alguns tipos de questões elas não foram requeridas. Já em 2018, Brandt orientou Novak que desenvolveu um estudo com 30 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de apontar as contribuições do uso do GeoGebra para o incentivo da visualização das características geométricas de polígonos e poliedros e também para indicar quais atividades cognitivas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica estavam presentes.

Nesse mesmo contexto, Bolda (1997) desenvolveu uma sequência didática com três turmas da quinta série do primeiro grau, atual sexto ano do Ensino Fundamental. Esse estudo abordou o papel heurístico das figuras durante a resolução dos problemas propostos sobre cálculo de áreas, a fim de observar os aspectos ligados à visualização. Também foram analisadas as organizações perceptivas das figuras considerando os Gestalt (configuração), além do tratamento de cada uma delas.

O levantamento também evidenciou três trabalhos desenvolvidos no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria. Dentre eles, dois foram orientados por Inês Farias Ferreira, um deles investigou a

mobilização dos Registros de Representação Semiótica por meio de uma sequência didática em uma turma de um curso de graduação em Matemática (LIED, 2016). Essa sequência envolveu o conceito de lugares geométricos em dois ambientes de aprendizagem distintos, sendo o Software GeoGebra e as construções realizadas por meio do papel, lápis, régua e compasso. Nesse mesmo viés, Berlanda (2017) procurou investigar por meio de uma sequência de atividades desenvolvidas em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio como os Registros de Representação Semiótica e as apreensões são mobilizados durante a abordagem do conceito de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do GeoGebra.

No mesmo Programa de Pós-Graduação, Arcego (2017) buscou analisar as apreensões sequenciais, perceptivas, discursivas, operatórias e os Registros de Representação Semiótica mobilizados durante o estudo da área do círculo em estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizou-se uma análise em livros didáticos e depois desenvolveu-se uma sequência didática e, assim, observou-se que a sequência mobilizou todas as apreensões, algo que não ocorreu durante as análises dos livros didáticos.

Além disso, foram encontrados dois trabalhos no contexto dos Programas de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. A dissertação “Representação semiótica no ensino da Geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores”, publicada por Buratto (2006), objetivou contribuir para a formação docente inicial, principalmente no contexto da prática pedagógica, no que diz respeito aos conteúdos de Geometria, com ênfase no cálculo de áreas das figuras geométricas planas. Assim, a proposta de alternativa metodológica da pesquisa é fundamentada nos estudos das apreensões em Geometria e dos Registros de Representação Semiótica. Nesse mesmo viés, Pirola (2012) propõe um conjunto de atividades para alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, com o intuito de explorar as relações existentes entre as apreensões e as capacidades de percepção visual em Geometria.

O pesquisador Valdeni Soliani Franco também orientou duas teses a respeito desse tema. A tese “Diferentes representações na Geometria euclidiana por meio do uso do Geogebra: um estudo com futuros professores de matemática”, publicada em 2018 em conjunto com Zanella, teve como objetivo central compreender como as diferentes representações semióticas coordenadas por meio do GeoGebra influenciam a apreensão dos objetos geométricos e suas propriedades em uma turma de futuros professores de Matemática. Já Moran (2015) desenvolveu um curso de extensão para professores da Educação Básica da rede pública, no qual abordou conteúdos de Geometria de diferentes maneiras, ou seja, utilizando diferentes registros figurais como: materiais manipuláveis, Software de Geometria e Expressões gráficas,

com o objetivo de analisar as influências dos tipos de registros figurais nas apreensões perceptivas, discursivas e operatórias.

Na área de Educação e ciências, por meio de uma sequência de atividades com o uso do GeoGebra, Bullmann (2018) buscou identificar as aprendizagens ocorrentes durante o ensino dos conceitos de volume em sólidos geométricos. Para isso, a autora considerou os tratamentos, as conversões dos Registros de Representação Semiótica e percebeu que o Geogebra possibilita o desenvolvimento das visualizações, das construções e do raciocínio, além da mobilização das apreensões geométricas. Em consonância com essa área, Silva (2018) propôs um estudo de categorização dos graus de não congruência semântica na conversão entre registros bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais. Assim, adotou como referência alguns estudos de Duval referentes aos tipos de representações semióticas e às apreensões.

Este estudo foi delineado a fim de obtermos conhecimento acerca das produções que envolvem os aspectos e as principais características das apreensões figurais e dos processos cognitivos em Geometria. Diante das análises, foi possível observar a importância da mobilização das apreensões para o ensino da Geometria em geral, uma vez que possibilita o desenvolvimento cognitivo para uma melhor compreensão dos conceitos geométricos a serem ensinados. Partindo disso, exploramos os cenários de cada pesquisa e evidenciamos, de forma satisfatória, a potencialidade das atividades que foram propostas aos alunos nas escolas e nos cursos de graduação para mobilizar as diferentes apreensões e desenvolver os processos de visualização, construção e raciocínio. Nesse sentido, a presente pesquisa possui um viés diferente das pesquisas já publicadas e apresentadas neste estudo, uma vez que esta busca relacionar os processos cognitivos que podem ocorrer na aprendizagem de conceitos geométricos com as apreensões figurais atreladas às interpretações dos alunos durante a resolução de Tarefas Criativas.

Embora tenhamos encontrado pesquisas com resultados satisfatórios em relação à utilização das apreensões figurais nas análises de aplicações realizadas em sala de aula, entre os anos de 1997 a 2020, apenas 18 pesquisas que estudam esse tema foram encontradas. Esse fato aponta uma escassez de pesquisas na área e ressalta a importância de potencializar e produzir estudos considerando esse repertório. Além disso, alguns dos estudos descritos empregaram o uso da tecnologia como meio facilitador para compreender alguns conceitos, apresentando um contexto de ensino híbrido de maneira indireta. Desenvolver esses tipos de estudo é fundamental para as circunstâncias vividas no momento pandêmico atual, no qual as escolas estão se adaptando para o modelo de ensino híbrido, um assunto que será abordado na seção 1.4.

1.3 O uso de Tarefas Criativas

Durante uma aula de Matemática, a interação entre o professor, o aluno, o saber e o processo de aprendizagem que irá ocorrer por meio dessa comunicação dependem, dentre outros fatores, das tarefas selecionadas e propostas pelo professor, com o intuito de criar um ambiente que proporcione discussões e trocas de informações. Para que isso ocorra, Simon e Tzur (2004) afirmam que os professores precisam refletir sobre o design e sobre o propósito das tarefas matemáticas para que promovam uma aprendizagem conceitual da Matemática. Essa reflexão do professor inclui a proposição das tarefas, o estabelecimento dos modos de trabalho na sala de aula e a condução do discurso, podendo assumir exclusivamente um papel de autoridade matemática ou partilhá-lo com os estudantes, incentivando a capacidade de raciocínio e de argumentação deles (VIEIRA *et al.*, 2020).

O papel do professor, portanto, é o de planejar, selecionar e organizar os conteúdos, programar Tarefas, criar condições de estudo dentro da classe, incentivar os alunos para o estudo, ou seja, o professor dirige as atividades de aprendizagem dos alunos a fim de que estes se tornem sujeitos ativos da própria aprendizagem. Não há ensino verdadeiro se os alunos não desenvolvem suas capacidades e habilidades mentais, se não assimilam pessoal e ativamente os conhecimentos ou se não dão conta de aplicá-los, seja nos exercícios e verificações feitos em classe, seja na prática da vida (LIBÂNEO, 2011, p. 5).

Portanto, o ensino e a aprendizagem se movem em torno das tarefas selecionadas e desenvolvidas pelo professor e pelo aluno, e também da forma como os conteúdos escolares são desenvolvidos em sala de aula, visando o desenvolvimento do pensamento, uma vez que “a formação dos conceitos e a generalização em relação ao material estudado dependem da realização de Tarefas de aprendizagem que possibilitem o exercício de operações mentais da transição do universal para o particular e vice-versa” (LIBÂNEO, 2012, p. 12).

O termo “tarefa” tem origem árabe e se refere a um conjunto de trabalhos determinados para uma pessoa e, usualmente, é empregado no contexto de ensino e aprendizagem do cotidiano. Assim, procuramos aqui explorar algumas perspectivas referentes a esse termo, de um ponto de vista pedagógico e didático. Em consonância com as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (NCTM, 1991/1994), as tarefas podem ser situações propostas pelo professor, nas quais os alunos se envolvem em sala de aula, por exemplo: projetos, questões, problemas, construções, aplicações, tudo aquilo que fornece circunstâncias racionais para o desenvolvimento matemático do aluno.

Nessa mesma direção, Ponte (2014) afirma que as tarefas são ferramentas indispensáveis no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, assim elas podem ter ou não potencialidades que podem ajudar a mobilizar conceitos e processos matemáticos, dependendo da forma que ela for proposta. Ademais, “Tarefa de aprendizagem (...) é aquela que pelos meios definidos na relação dialética entre professor, aluno e objeto do conhecimento, consegue resolver a necessidade existente no aluno em consonância com sua capacidade de receber e executar as respectivas ações de aprendizagem” (MIRANDA, 2016, p. 254).

Em consonância com as citações anteriores, Libâneo (2012) apresenta alguns exemplos de tarefas, sendo elas: exploração de materiais, planejamento de experimentos, exercícios de análise e síntese, comparação, dedução, resolução de problemas, correlações de causa e efeito, formulação de hipóteses e etc. Estas configuram-se como tarefas de aprendizagem que também podem ser nomeadas de tarefas cognitivas que mobilizam a aprendizagem dos alunos em relação à pertinência de conceitos científicos.

Nesta pesquisa, adotamos a compreensão do termo tarefa como o meio que o professor utiliza como ferramenta para auxiliar no processo de aprendizagem e na compreensão de um novo conceito ou de um resultado (um teorema, uma propriedade etc.): problemas, questões, desafios, projetos, análises etc. Ou seja, são as propostas que o professor faz aos alunos para que possam realizar ações como interpretar, analisar, deduzir e entender determinado conteúdo, conceito ou a aplicação de um resultado.

Considerando os apontamentos anteriores, ressaltamos que, enquanto professores de Matemática, é necessário pensarmos em tarefas que superem a abordagem técnica e superficial dos conceitos abrangidos pela Geometria e que também mobilizem pensamentos matemáticos apropriados para os conceitos ensinados. Partindo disso, Vale (2015) ressalta que essas tarefas devem motivar a curiosidade e o envolvimento e, também, apresentar resoluções que proporcionem fluxo de ideias, flexibilidade de pensamento e originalidade nas respostas, sendo essas componentes características da Criatividade Matemática, as quais serão definidas posteriormente.

“Definir Criatividade Matemática é uma tarefa complexa, mas é consensual considerar-se que começa com curiosidade e envolve os alunos na exploração usando a imaginação e a originalidade” (VALE, 2015, p. 134). Nessa perspectiva, uma possível proposta para que o professor abranja todas essas características da Criatividade, ao desenvolver uma tarefa, é a utilização da seleção ou da elaboração de Tarefas que contemplem as duas propostas: Tarefas e Criatividade. Daí surge o termo Tarefas Criativas, definido e implementado, por meio da proposta desta pesquisa.

Compreendemos como criatividade na Matemática as mesmas ideias de Vale (2015), ou seja, manifestações em situações que envolvam curiosidade e experimentações e que explorem a imaginação e a originalidade para criar novas soluções. A concepção de criatividade que aqui adotamos não é inata, isto é, pode ser desenvolvida, caso for oportunizado um ambiente de aprendizagem adequado. Tal ambiente precisa promover tarefas matemáticas de modo a desenvolver e a instigar algumas das componentes da Criatividade Matemática como a fluência, a flexibilidade e a originalidade.

De acordo com Vale (2015), a fluência é uma habilidade que pode ser desenvolvida durante a resolução de uma tarefa na tentativa de esgotar as variedades de respostas possíveis para resolver a situação proposta. Assim, quanto mais for discutido e trabalhado sobre o tema ou situação, mais ideias podem surgir. Portanto, a fluência está relacionada com a habilidade de elaborar diferentes resoluções em uma mesma tarefa. Já a flexibilidade, para Isabel Vale, está associada à competência de transitar por diferentes ideias que um determinado problema pode evidenciar, ou seja, é quando o aluno tem a liberdade de ser flexível para explorar e transitar de uma maneira de resolver para a outra. Assim, identifica-se a flexibilidade pela quantidade de vezes que o estudante transita entre as diferentes maneiras de resolver, justificar ou exemplificar uma situação ou problema. Por fim, destacamos a originalidade que está associada à prática de raciocinar e desenvolver ideias novas e únicas, não usuais. Para isso, Vale (2015) afirma que é necessário que a situação ou problema seja aberto para possibilitar a interação com diferentes conceitos matemáticos.

Portanto, institucionalizamos o termo Tarefas Criativas como as tarefas em que são possíveis realizar ações com a finalidade de desenvolver o pensamento cognitivo matemático, como analisar dados, construir objetos matemáticos, definir conceitos matemáticos, e que também possibilitem uma certa liberdade aos alunos para que eles consigam pensar nas possibilidades de resoluções, transitar pelas diferentes ideias que podem surgir e criar novas hipóteses e estratégias. Dito de outro modo, Tarefas Criativas são problemas, situações e desafios com propostas abertas que não se restringem a um modo de resolver e viabilizam a troca de informações, discussões, levantamento de hipóteses, de modo que promovem as dimensões da criatividade (fluência, flexibilidade e originalidade), com o intuito de expandir o conhecimento do aluno.

Este ensino deve proporcionar que alunos desenvolvam métodos de pensamentos matemáticos fundamentais para resolver problemas que encontram no dia a dia e na própria Matemática ou na disciplina. É fundamental que os alunos compreendam e relacionem conceitos, propriedades e operações que lhes permitam o necessário desenvolvimento da fluência nos procedimentos Matemáticos, a

flexibilidade necessária para aplicar e compreender os procedimentos (...) assim como ter capacidades para pensar de modo lógico e justificar seu pensamento e o dos outros (VALE, 2015, p. 136).

A partir dos apontamentos de Vale (2015) para uma aula de Matemática, as tarefas que dispõem um maior potencial criativo são aquelas que oportunizam ao aluno diferentes resoluções, a utilização de múltiplas representações e que envolvam propriedades dos conceitos matemáticos que estão sendo desenvolvidos. Dessa forma, as tarefas elaboradas para esta pesquisa foram pensadas previamente de modo que promovessem a criatividade, ou seja, suas propostas e enunciados foram elaborados pensando nos aspectos das componentes da criatividade e, por esse motivo, podem ser consideradas Tarefas Criativas.

Esclarecemos que esta pesquisa não busca analisar o desenvolvimento das dimensões da criatividade matemática nos alunos, pois as tarefas elaboradas já foram pensadas de modo que a fluência, a flexibilidade e a originalidade pudessem ser exploradas durante suas resoluções. Assim, utilizamos as Tarefas Criativas como ferramentas para desenvolver as fases da aprendizagem (visualização, construção e raciocínio) e identificamos esse desenvolvimento por meio das apreensões que emergiram durante a resolução de cada uma delas na aprendizagem do conceito de circunferência como lugar geométrico.

Apresentaremos a seguir as três Tarefas que foram desenvolvidas com uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, de forma que fique evidente o motivo de essas tarefas serem consideradas Tarefas Criativas e as potencialidades que cada uma delas para propiciar a identificação das apreensões durante as fases da aprendizagem da circunferência como um lugar geométrico.

1.4 O ensino remoto no contexto da pandemia

O ano de 2020 foi marcado por um cenário de ruptura das ações e dos contatos sociais no mundo inteiro, em decorrência da pandemia da COVID-19, que teve início em dezembro de 2019, na China, apresentando-se como uma ameaça sanitária em todos os países do mundo. Para conter a contaminação, as atividades cotidianas foram aos poucos paralisadas e, assim, os serviços em grandes e pequenas empresas, comércios, aeroportos, igrejas e instituições de ensino foram cancelados, sendo necessário implementar estratégias para suprir essas atividades.

No Brasil, os governos federal, estadual e municipal priorizaram o distanciamento social e restringiram as ações de todas as escolas e instituições de ensino públicas e particulares, motivando a instauração do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação como

alternativa para criar estratégias e readequar as aulas para o ensino remoto, com o intuito de dar continuidade aos processos de ensino e aprendizagem.

Tais alternativas são fundamentais para manter o vínculo dos estudantes com a escola, ajudando a diminuir as taxas de abandono e evasão no retorno. Mais do que isso: assegurar o mínimo (...) de conteúdos pedagógicos neste momento, mediante a utilização das ferramentas tecnológicas (Facebook, Whatsapp, E-mail, formulário Google- Forms, atividades pela plataforma Zoom e Classroom etc.), de formas mais democráticas possíveis, como também, elaboração de atividades impressas para os discentes desprovidos de aparato tecnológico, buscando alcançar a todos (SILVA; MACHADO, 2021, p. 2-3).

Diante disso, os autores compreendem essa adaptação como uma forma de evitar a ampliação das desigualdades já existentes em todos os ambientes de ensino. Nesse mesmo viés, Rosa (2020) afirma que na organização das aulas remotas, nesse contexto pandêmico, os professores e alunos tiveram que dominar ferramentas como o *Google Meet*, *Moolgles*, *chat e lives*, entre outros, de forma imediata, experienciando um processo de formação continuada e colaborativa para uma adaptação rápida aos novos recursos. Para Sunde, Júlio e Nhaguaga (2020, p. 4), “o uso da tecnologia, por si só, não consolida a transformação da educação no século XXI, ainda é preciso avançar em campos fundamentais como a formação de habilidades e competências que possibilitem aos alunos tornarem-se protagonistas no seu processo de aprendizagem”. Para isso, é fundamental que o docente compreenda que a tecnologia é um caminho para que essa transformação se efetive.

A dificuldade de integrar a tecnologia nos processos pedagógicos não era comum apenas entre os professores, mas também na escola como um todo, isso porque, de acordo com Rodrigues e Castro (2020), alguns professores não se sentiam preparados para o uso das tecnologias eletrônicas em suas aulas e, assim, consideravam inválida a troca dos livros e do papel, pela tecnologia. No entanto, com a chegada da pandemia, foi necessária uma quebra de paradigma para dar continuidade às aulas e à comunicação entre professores, pais e alunos.

Sabe-se que a convivência social em um ambiente escolar é fundamental no processo de ensino e aprendizagem do aluno, pois é nesse contexto que ele inicia a construção do senso crítico, da sua independência e da sua autoconfiança. Isso é tão importante quanto o conteúdo que é oferecido em sala de aula. É nesse contexto que se constroem as bases para um bom convívio na sociedade. É por esses e muitos outros motivos que o retorno às aulas presenciais, em meio a pandemia, é significativo para o desenvolvimento dos alunos de modo geral.

Nesse sentido, considerando os decretos, protocolos e regras já disponibilizados, as instituições escolares empregaram o ensino remoto como uma alternativa viável para que os

alunos não perdessem o contato com o ambiente escolar representado, nesse momento, pela figura do professor.

No ensino remoto, as aulas são realizadas ao vivo no mesmo dia e horário em que ocorreriam as aulas presenciais, podendo ser gravadas para serem vistas novamente pelos alunos em outro momento. Partindo disso, “essa foi uma fase importante de transição em que os professores se transformaram em youtubers gravando vídeo aulas e aprenderam a utilizar sistemas de videoconferência como o Skype, o Google Hangout ou o Zoom e plataformas de aprendizagem, como o Moodle, o Microsoft Teams ou o Google Classroom” (MOREIRA, HENRIQUES, BARROS, 2020, p. 352). Essas opções tecnológicas se tornaram o meio de comunicação entre o professor, o aluno e o saber. Foi nesse ambiente que as tarefas propostas e desenvolvidas nesta pesquisa ocorreram.

Em um primeiro momento, as tarefas foram organizadas de modo que pudessem ser desenvolvidas na escola com todos os alunos presentes, pois acreditávamos que, até o momento da aplicação, as aulas já estariam ocorrendo de forma presencial na escola. No entanto, com o passar do tempo e com as condições da saúde pública piorando devido à pandemia, tivemos que repensar o modo como poderia ocorrer a produção de dados, uma vez que todas as aulas estavam ocorrendo de forma síncrona, porém de modo remoto.

Ao entrar em contato com a pedagoga da escola, para conversar sobre a implementação da pesquisa, ela relatou que grande parte dos alunos tinham acesso restrito à internet e ao computador e que poucos estudantes participavam das aulas remotas, mas poderíamos tentar associar à aula remota algum material impresso com explicações e exercícios a serem propostos que poderiam ser deixados na escola e, desse modo, incentivar a participação dos alunos na *meet* da implementação.

Pensando nisso, para que pudéssemos propor as mesmas condições de aprendizagem, por meio das Tarefas Criativas para todos os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, fizemos um *kit tarefas* contendo todos os materiais necessários para a resolução das tarefas, ou seja, com todos os enunciados impressos em folhas coloridas, além de régua e barbante. Além disso, desenvolvemos slides interativos e explicativos para que os estudantes que participassem pudessem acompanhar as explicações dos enunciados no decorrer das aulas remotas de Matemática em que ocorreria a coleta de dados. Esses meios que utilizamos contribuíram, de forma significativa, para a coleta de dados neste momento atípico.

Com base nesse ambiente de aprendizagem voltado para o ensino remoto e respaldadas nas teorias discutidas nas seções anteriores, no próximo capítulo, abordaremos os

procedimentos metodológicos e os materiais que foram utilizados para a obtenção e organização dos dados, a fim de alcançar todos os objetivos estabelecidos.

2. DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO

Neste capítulo, descrevemos os procedimentos metodológicos da pesquisa, isto é, as características e o percurso da pesquisa, a maneira como se ocorreu a produção dos dados e quem são os sujeitos participantes. Além disso, as Tarefas propostas serão descritas de forma que sejam evidenciadas sua elaboração, organização e caracterização.

2.1 Características da pesquisa

Norteadada pela questão “Como as Tarefas Criativas contribuem para as fases de aprendizagem da circunferência como um lugar geométrico, em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental?”, esta pesquisa assume um caráter qualitativo, uma vez que seu objetivo é identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como um lugar geométrico em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental.

O autor Santos Filho (2009) esclarece que uma pesquisa qualitativa busca identificar fenômenos ocorrentes em uma situação, visto que esse tipo de estudo não prioriza dados numéricos, mas, sim, a qualidade, a interpretação e a análise dos dados. Nessa mesma perspectiva, podemos reiterar que:

A pesquisa qualitativa parece ser o tipo de estudo mais apropriado para tentar dar sentido ao fenômeno educacional, em termos dos significados que as pessoas apontam sobre ele. Por outro lado, a pesquisa qualitativa é um campo inerentemente político, formado por múltiplas posições éticas e políticas, o que permite olhar para seus objetivos de estudo com um foco multiparagmático e possibilita um tratamento dos problemas que vão além do diagnóstico (SANTOS; GRECA, 2013, p. 17).

Assim, fica evidente que a pesquisa qualitativa enfatiza debates que favorecem a compreensão de situações e fenômenos educacionais. Diante disso, esta pesquisa qualitativa é inspirada em uma perspectiva analítica, pois procura “problematizar o objeto de estudo e confrontá-lo com uma teoria já existente” (PONTE, 2006, p. 6). A modalidade de estudo que optamos foi o estudo de caso, que contou com a participação de 6 alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Norte do Paraná.

De acordo com Ponte (2006), um estudo de caso intenciona compreender de forma bem definida uma pessoa, um grupo, uma instituição, uma disciplina, um sistema político ou educativo, ou seja, qualquer unidade social de interesse. Embora esse tipo de pesquisa também seja empregado na medicina, no direito e na economia, “na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e

contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, etc.” (PONTE, 2006, p. 3).

Nessa mesma perspectiva, Yin (2010) afirma que o objetivo do estudo de caso é compreender o “como” e os “porquês” da entidade definida pelo pesquisador, ou seja, esse tipo de pesquisa almeja contribuir para os estudos que se embasam em acontecimentos grupais, individuais, sociais, políticos entre outros, com o intuito de esclarecer a natureza do estudo. Em sua obra, Yin (2010) cita três tipos de estudos de caso: a) descritivo: quando descreve de forma detalhada e profunda uma intervenção e o contexto no qual ela ocorreu, ilustrando os tópicos propostos pelo pesquisador e suas características; b) explanatório: quando se estabelece uma relação entre duas variáveis para explicar o fenômeno ocorrente, na tentativa de entender e formar uma teoria por meio dos dados coletados dessa relação; c) exploratório: quando se estuda uma intervenção que não possui um único e claro conjunto de resultados, de modo que são estudos com poucas referências de literatura e trabalhos anteriores.

Partindo disso, destacamos que este estudo de caso é descritivo, uma vez que, mediante todos os recursos de coleta de dados, as teorias que embasam a investigação e o esperado contato com os alunos participantes, pretende-se investigar e analisar os aspectos, aqui já apresentados, relacionados ao ensino do conceito de circunferência como um lugar geométrico por meio de Tarefas Criativas que perpassam os três momentos previstos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e também propõe-se desenvolver as três etapas de aprendizagem indicadas por Duval.

Na próxima seção, escreveremos todos os aspectos que descrevem o contexto da pesquisa, desde os sujeitos participantes até a descrição das tarefas desenvolvidas para a obtenção dos dados.

2.2 Contexto da pesquisa

Buscando investigar as contribuições de Tarefas Criativas para as fases da aprendizagem do conceito de circunferência como um lugar geométrico, consideramos pertinente o desenvolvimento de três Tarefas Criativas que perpassam os três momentos previstos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Também almejamos percorrer as três etapas de aprendizagem propostas por Duval, com 6 estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola Estadual do Norte do Paraná. As Tarefas (Apêndice B) foram implementadas pela autora e pela orientadora deste trabalho, no período de 31 de maio a 02 de junho de 2021, totalizando 4 horas-aula.

As Tarefas Criativas estão divididas nos três momentos previstos pela BNCC, sendo eles: construção de circunferências por meio do compasso, reconhecimento como lugar geométrico e utilização das circunferências para fazer composições artísticas.

Partindo disso, a primeira tarefa desenvolvida, intitulada “Construindo um jardim”, é uma adaptação de uma proposta de atividade realizada em um plano de aula de Galvão (2010), cujo objetivo foi apresentar uma situação baseada em na construção de um jardim, em que os alunos deveriam associar de forma intuitiva as características e os aspectos da circunferência como lugar geométrico. Assim, inicialmente, foi realizada uma discussão a respeito dos formatos de jardins e, logo após, foi proposta a construção de um jardim de rosas, em que todas as rosas deveriam estar a uma mesma distância de uma torneira de irrigação.

Em um segundo momento, foi proposta a tarefa “Circunferências com barbante”, na qual o objetivo consistia em construir circunferências de tamanhos diferentes, por meio da utilização de um barbante de 30 cm que, no caso, serviu de compasso manual. Tal tarefa teve o intuito de reconhecer as características da circunferência como lugar geométrico e incentivar os alunos a generalizarem a circunferência como lugar geométrico e observarem que as suas características permanecem independentemente do tamanho do raio.

A última tarefa desenvolvida, “Artes e Matemática na construção do Mandala”, teve como objetivo explorar as características da circunferência como lugar geométrico por meio da arte de construir mandalas. Dessa forma, a partir do desenho de uma circunferência, os estudantes dividiram-na em três partes iguais, de acordo com seus próprios conhecimentos geométricos, com o intuito de confeccionar a mandala geométrica. Essa tarefa articula-se com os conteúdos presentes nos componentes curriculares de Matemática e Artes, pois possibilita que os alunos produzam e apresentem suas ideias e interpretações de forma generalizada.

Deste modo, após a aprovação da pesquisa pelo Comitê Permanente de Ética em Pesquisa com seres humanos da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) por meio do parecer 4.640.657, fizemos contato com a pedagoga da escola na qual tínhamos a intenção de implementar nossas tarefas. A pedagoga possibilitou o contato com uma professora de Matemática do sétimo ano, que se interessou pela pesquisa e sua aplicação. Logo, agendamos uma data para a implementação e, como parte do planejamento da produção dos dados, foram disponibilizados aos alunos, por meio da escola, um kit com as tarefas impressas, os materiais necessários para desenvolvê-las, e duas cópias do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE – Apêndice A). Nesse termo, constavam algumas explicações éticas solicitando as assinaturas dos pais e dos alunos, para algumas permissões tais como, a realização das gravações em áudio e vídeo.

A ideia inicial era desenvolver as três Tarefas Criativas com os participantes organizados em grupos de três pessoas para discutirem as resoluções e trocarem ideias, que seriam registradas com um gravador disponível para cada grupo. Assim, eles iriam realizar seus próprios registros, para que pudéssemos identificar as contribuições das Tarefas Criativas para o processo de visualização, de construção e de raciocínio geométrico. Com base nessas informações, analisaríamos a possível mobilização das apreensões e também a aprendizagem dos conceitos que envolvem a circunferência como lugar geométrico.

No entanto, devido ao momento atípico da pandemia, as tarefas tiveram que ser desenvolvidas individualmente e de modo remoto, respeitando todas as normas do Conselho Nacional de Educação (CNE).

Assim, para o momento da implementação, foi compartilhado pela professora da turma do sétimo ano do Ensino Fundamental um link de acesso ao *Classroom*, que possibilitou à pesquisadora e à orientadora adentrarem ao *Google Meet* durante a implementação síncrona. O modo remoto não dificultou a coleta de dados, em razão de que cada aluno iria realizar seus registros escritos individualmente, porém ocasionou uma restrição do contato com os alunos, de modo que impossibilitou a observação dos registros produzidos no momento da aula e, conseqüentemente, da pesquisa a ser realizada. Por outro lado, o modo remoto dificultou a comunicação dos estudantes entre si, no entanto foi possível gravar todas as aulas e discutir o conceito de circunferência como lugar geométrico e as estratégias que cada estudante participante propôs para resolver as Tarefas Criativas.

Para auxiliar na explicação de cada uma das tarefas, utilizamos como aporte teórico slides para contribuírem para o entendimento e as generalizações dos conceitos presentes e, desse modo, os alunos utilizavam os materiais que haviam sido disponibilizados.

Diante disso, considerando os materiais e métodos utilizados no decorrer da pesquisa, descreveremos na seção seguinte os critérios para a análise dos dados obtidos durante a implementação.

2.3 Critérios para a análise dos dados

Os dados foram coletados por meio do desenvolvimento de três Tarefas Criativas, de forma que os raciocínios matemáticos foram expostos por meio das falas, dos registros escritos e figurais dos estudantes participantes. Além disso, foram realizadas gravações em vídeo durante o desenvolvimento de cada uma das tarefas, para auxiliar na análise por meio de transcrições das discussões e troca de ideias entre os alunos e as professoras.

Com base nisso, as respostas individuais dos alunos foram analisadas sob o olhar dos três processos cognitivos geométricos independentes propostos por Duval (1998), ou seja, a visualização, a construção e o raciocínio. Tais processos podem ser identificados por meio das manifestações das apreensões geométricas que, no caso, são as interpretações dos alunos em relação ao objeto matemático estudado, de forma que podemos citar a apreensão perceptiva, a apreensão operatória, a apreensão sequencial e a apreensão discursiva.

Para desenvolver a análise por meio da teoria sugerida por Duval (1998, 2004, 2012), foi fundamental realizar um olhar sinóptico³, de cada etapa dos registros dos alunos, com o intuito de identificar as apreensões que emergiram (perceptiva, operatória, sequencial e/ou discursiva) durante a resolução das tarefas. Assim, por meio dessa identificação, pretendemos observar se houve indícios do processo de visualização que está relacionado com a representação do espaço ou objeto geométrico, bem como identificar a ocorrência do processo de construção de uma configuração que representará um modelo matemático; e, por último, identificar se o aluno desenvolveu um processo de raciocínio discursivo, provando por meio de conceitos matemáticos aquilo que foi desenvolvido.

Para auxiliar nesse momento de análise, as transcrições dos diálogos foram fundamentais, uma vez que “a produção oral e escrita não tem os mesmos papéis na tomada de consciência, [...] das unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma representação” (DUVAL, 2011, p. 105). Isto é, embora pareça mais simples falar e trocar ideias sobre determinado assunto, muitas vezes, torna-se necessário escrever o raciocínio desenvolvido para auxiliar na tomada de decisões que se manifesta no momento da consciência, da organização da escrita e da generalização do conceito.

Pensando nisso, desenvolvemos uma dupla análise das produções escritas, figurais e discursivas dos alunos, sendo elas: a) uma análise da ocorrência das fases da aprendizagem da circunferência manifestadas a partir das apreensões figurais; b) uma análise da compreensão do conceito de lugar geométrico da circunferência, considerando a análise anterior e as potencialidades das Tarefas Criativas.

No que diz respeito ao item a), foram observados, cuidadosamente, os seguintes critérios:

I) Análise da visualização:

³ Aquele que possibilita ver as partes de um conjunto como um todo. (Dicionário online de Português: <https://www.dicio.com.br/sinoptico/>. Acesso 07 de julho de 2021 às 10h02min).

De acordo com Duval (1998), é possível observar a ocorrência do processo de visualização em tarefas de geometria quando determinadas apreensões se manifestam e, principalmente, por meio de suas conexões. No que diz respeito à ocorrência da visualização, é possível obter conclusões por meio da manifestação e da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória.

i. Apreensão perceptiva

Consideraremos que ocorreu uma manifestação da apreensão perceptiva:

- Se houve o reconhecimento de características figurais do objeto geométrico de maneira intuitiva;
- Se houve o reconhecimento imediato de uma figura geométrica por meio da observação;
- Se houve observações das configurações 1D/2D (linhas retas ou curvas, contorno fechado etc.) ou 3D/2D (cubos, tigelas e etc.);

Tais características foram observadas nos estudantes participantes da pesquisa, durante a resolução das Tarefas Criativas propostas.

ii. Apreensão operatória

A apreensão operatória se manifesta durante a resolução:

- Se houve a observação de possíveis mudanças figurais;
- Se houve a reorganização figural de um objeto geométrico;
- Se ocorreu um ou mais tipos de modificações: mereológica, ótica e posicional.

Portanto, com base nas manifestações da conexão entre as apreensões operatória e perceptiva, é possível observar o desenvolvimento da visualização, uma vez que ambas estão relacionadas com o tratamento da figura geométrica que depende do processo de visualização para ocorrer.

II) Análise da construção

Da mesma forma que a visualização, o processo de construção pode ser observado de acordo com Duval (1997,1998), por meio da conexão entre duas apreensões: a apreensão sequencial e a apreensão discursiva. A apreensão sequencial tende a se manifestar quando é proposto um problema de construção cujo objetivo é reproduzir uma figura geométrica e, para isso, torna-se necessária a significação de uma unidade figural que reconheça a construção realizada como uma figura geométrica, e essa significação ocorre por meio da apreensão discursiva.

iii. Apreensão sequencial

Consideramos a manifestação da apreensão sequencial:

- Se houve uma compreensão do processo de construção;
- Se houve significação de unidades figurais que definam a construção realizada como uma figura geométrica;

Características essas que foram observadas durante o processo de construção do objeto geométrico proposto nas Tarefas desenvolvidas.

III) Análise do raciocínio

O processo de raciocínio torna-se evidente durante a manifestação da conexão entre a apreensão discursiva e a operatória, ou seja, quando ocorre a compreensão do enunciado e das propriedades que este apresenta, relacionado com a construção. Assim, torna-se possível realizar modificações na construção, a fim de observar e compreender cada característica e propriedade como um todo.

iv. Apreensão discursiva

A apreensão discursiva se manifesta:

- Se houve a observação das propriedades e conceitos sobre o objeto geométrico conforme o enunciado;
- Se houve a interpretação do enunciado e das propriedades neste apresentadas;
- Se houve o uso discursivo de algum conceito ou propriedade na resolução da tarefa;

Diante disso, tais características foram observadas durante o processo de resolução das Tarefas Criativas propostas, uma vez que, para resolvê-las, foi necessário ler e compreender o enunciado proposto para assim realizar as modificações necessárias para a resolução.

Com relação à análise a ser realizada para o item b) da dupla análise, destacamos que as tarefas foram elaboradas sob a perspectiva da Criatividade e assim denominadas Tarefas Criativas, para que o conceito de circunferência como lugar geométrico fosse construído.

Desse modo, ao realizar as observações desse momento, fixamos nossa atenção nos seguintes critérios:

- O caminho percorrido por cada aluno para resolver as Tarefas Criativas;
- Se houve o reconhecimento de aspectos geométricos contextualizados nas situações propostas pelas Tarefas Criativas;
- Se as tarefas propostas possibilitaram a compreensão das propriedades de circunferência como um lugar geométrico;

- Se as Tarefas Criativas contribuíram para o processo de aprendizagem do conceito trabalhado (o lugar geométrico da circunferência);

- Se ocorreram as conexões entre as apreensões: perceptiva e operatória, sequencial e discursiva, operatória e discursiva.

Com base nesses critérios estabelecidos e no método sugerido por Duval (1998, 2004 e 2012), objetivamos investigar as contribuições das Tarefas Criativas para o processo de aprendizagem do lugar geométrico da circunferência, intencionando analisar cada interpretação mobilizada pelos alunos. Essas análises serão descritas no capítulo 3.

2.4 Discussão da Tarefa Criativa 1: construindo um jardim

A Tarefa Criativa 1 é uma adaptação formada pela junção de duas propostas de atividade, ou seja, uma proposta elaborada pelo professor Galvão (2010) e outra pela pesquisadora Vale (2015). A adaptação foi feita com a intenção de contemplar as três dimensões da criatividade (fluência, flexibilidade e originalidade). Assim, o intuito dessa tarefa é discutir o conceito de circunferência como lugar geométrico, de forma que os alunos farão uma associação do conceito a ser ensinado com uma situação do cotidiano. Tal conceito ainda não foi estudado pelos alunos e será discutido na forma de uma construção como um lugar geométrico.

Quadro 3: Documento da Tarefa Criativa 1 que será entregue aos alunos.

Tarefa 1: Construindo um jardim

1) a) Vocês têm algum jardim em casa?

b) Se sim, como organizaram as plantas no espaço?

c) Se não, como organizariam as plantas?

d) Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam?

e) Por que utilizaram ou utilizariam esse formato?

2) Suponhamos que você (aluno) queira construir um canteiro de rosas no seu jardim de forma que todas as rosas fiquem a uma mesma distância da torneira de irrigação para que todas recebam a água igualmente.

a) Qual estratégia você usaria para organizar as rosas?

b) Qual será o formato do canteiro?

c) Explique e desenhe sua resposta.

Fonte: as autoras.

Sabe-se que o ensino da Matemática é um processo que depende de diversos aspectos simultâneos que favoreçam a aprendizagem, dentre eles, o desenvolvimento do pensamento matemático fundamental para resolver problemas encontrados no dia a dia e que viabilizam, de acordo com Vale (2015, p. 135), a “fluência nos procedimentos matemáticos, a flexibilidade necessária para aplicar e compreender os procedimentos que utilizam na resolução de um problema e a capacidade para formular e resolver problemas matemáticos.” Por isso, Vale (2015) valoriza a estratégia “procurar ver”, ou seja, valoriza a visualização que oportuniza inúmeras possibilidades durante a resolução de um problema.

A Tarefa Criativa 1 apresenta uma situação baseada no dia a dia que oportuniza ao aluno um pensamento intuitivo na direção da solução da tarefa. Dessa forma, as primeiras questões

proporcionam uma discussão sobre as possíveis construções a serem realizadas, que viabilizam a fluência, flexibilidade e a originalidade, uma vez que um jardim pode ter diversos formatos a serem desenhados, de forma que, aos poucos, por meio da transição em cada uma dessas construções, chegarão à circunferência de uma forma natural e intuitiva.

Assim, o enunciado da tarefa, mesmo que apoiado em uma situação cotidiana, institucionaliza o conceito de circunferência como lugar geométrico, pois apresenta a característica de seus pontos estarem a uma mesma distância do centro. Como os alunos não estudaram a circunferência, as diferentes construções que eles podem realizar (fluência e originalidade) e a transição entre elas (flexibilidade) é que os encaminharão até a consolidação da circunferência e de seu conceito. Portanto, essa tarefa viabiliza tanto a visualização quanto a intuição, que são aspectos fundamentais para a criatividade matemática, bem como as dimensões da criatividade, da fluência, da flexibilidade e da originalidade, podendo ser considerada uma Tarefa Criativa.

Além disso, essa Tarefa Criativa possibilita ao aluno visualizar e interpretar o objeto geométrico de formas diferentes, ou seja, promove interpretações que, de acordo com Duval (2012), são consideradas como apreensões. Nesse caso, como o recurso visualização é o que predomina durante as construções dessa tarefa, as apreensões que acreditamos que serão mobilizadas são as perceptivas e as operatórias, uma vez que, no decorrer das construções, os estudantes podem reconhecer as características figurais de forma que identifiquem o objeto geométrico descrito. Por exemplo, ao ler a proposta o aluno pode tentar desenhar um quadrado para observar se esse objeto se enquadra nas características dadas pelo problema. Da mesma forma, ele também pode querer modificar esse quadrado na tentativa de resolver a tarefa, ou seja, usará da apreensão operatória. Além disso, o enunciado proposto apresenta propriedades pertinentes para que os alunos cheguem a uma resposta adequada, ou seja, o enunciado ajuda a compreender a construção geométrica proposta, o que indica a mobilização da apreensão discursiva.

Na próxima subseção realizaremos a mesma análise para a Tarefa Criativa 2, de modo a esclarecer as características e possíveis mobilizações a respeito do conceito de circunferência como um lugar geométrico.

2.5 Discussão Tarefa Criativa 2: Circunferências com barbante

A Tarefa Criativa 2 é uma adaptação da Tarefa quadrados com palitos, elaborada por Vale (2012), e tem como objetivo realizar construções de circunferências com raios diferentes, por meio de um barbante que servirá como um compasso manual.

Quadro 4: Documento da Tarefa Criativa 2 que será entregue aos alunos.

Tarefa 2: Circunferências com barbante

1) O que estudamos em geometria? Cite alguns exemplos.

2) Agora vamos para a ação! Marque na folha verde um ponto que deve seguir as seguintes regras:

- Marcar um ponto no meio da folha;
- Nomeá-lo com a letra O;

Tome o barbante de 30 cm de comprimento, dado. Considere um ponto O desenhado por vocês na folha verde. A partir do ponto O, estique o barbante dado. Agora, com o barbante fixo no ponto O, gire o barbante esticado formando o desenho de uma circunferência com o auxílio de um lápis. Utilizando o barbante, construa outras circunferências com medidas diferentes. Descubra o maior número possível de soluções e desenhe-as na folha verde.

3) Quantas soluções você encontrou?

4) E quais estratégias você utilizou para encontrar essas soluções?

Fonte: as autoras.

No mesmo viés que a Tarefa Criativa 1, a resolução da tarefa 2 inclui “procurar ver”, pois, para que o aluno compreenda os possíveis lugares geométricos para a circunferência, será necessário, com o uso do material barbante, uma conclusão a respeito das circunferências construídas com o barbante em seus diferentes tamanhos, estabelecendo uma relação entre a imaginação e a criatividade. De acordo com Vale (2015), essa criatividade que deriva da imaginação pode ser expressa por meio de desenhos, na procura de um padrão e até mesmo na organização de uma lista. A criatividade da solução dessa tarefa se manifesta quando o aluno consegue compreender o infinito limitado, ou seja, quando o estudante consegue concluir a

possibilidade de uma quantidade infinita de números existentes do centro da circunferência até o 30cm (tamanho do barbante) e começa a construir inúmeras circunferências com raios diferentes que pertencem a esse intervalo. Ou seja, é quando ocorre o rompimento da institucionalização dos números inteiros e finitos e a compreensão da existência das infinitas possibilidades associadas aos números reais.

A Tarefa Criativa 2 propõe a construção das circunferências por meio do compasso manual que, no caso, é o barbante e, nesse momento, os alunos podem ter diferentes ideias a respeito dos possíveis tamanhos para a circunferência. Logo, durante sua construção, os alunos poderão transitar entre os diferentes tamanhos da circunferência e também pelos conhecimentos que essa construção propõe, tais como: a própria construção da circunferência, a possibilidade de diferentes tamanhos para o raio, a ideia de que todos os pontos de cada circunferência estão a uma mesma distância do centro, a proposição da existência de infinitos números do ponto O até os 30 cm (tamanho do barbante), entre outros.

Além de mobilizar a criatividade por meio do fluxo de ideias, da flexibilidade de pensamento e da originalidade das respostas, essa Tarefa tem potencialidades de fazer emergir as apreensões figurais uma vez que, ao ler o enunciado, o aluno entrará em contato com diversas propriedades que estão relacionadas ao conceito de circunferência como lugar geométrico de uma forma indireta. Assim, é possível também identificar a apreensão discursiva que leva a apreensão sequencial, uma vez que o próprio enunciado apresenta uma sequência de passos para a construção e, durante essa construção, é necessário desenvolver a visualização para compreender as características trabalhadas e para pensar nas estratégias, aspectos esses que fazem parte das apreensões perceptivas e operatórias. Diante disso, caracterizamos a tarefa 2 como uma Tarefa Criativa que promove as dimensões da Criatividade e possibilita perpassar as fases da aprendizagem que serão identificadas por meio das apreensões geométricas.

2.6 Discussão da Tarefa Criativa 3: Arte e Matemática na construção de uma Mandala

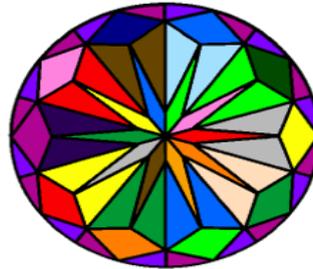
A Tarefa Criativa 3 é uma adaptação de uma situação proposta por Duval (2012b), na qual o intuito é explorar conceitos e relações geométricas da circunferência por meio da construção de mandalas. Partindo disso, essa construção se articula com conteúdos presentes nos componentes curriculares de Matemática e Artes, fazendo com que os estudantes possam produzir e expressar suas interpretações e ideias de forma generalizada.

Tarefa 3: Arte e matemática na construção de uma Mandala

VOCÊS SABIAM?!

A palavra mandala significa círculo em *sânscrito* e é considerada como um símbolo de cura e espiritualidade. Para os hinduístas e budistas, a mandala ajuda na concentração da prática meditativa e é comum encontrá-la nos templos dessa religião.

Uma mandala é composta por figuras de centro comum que possuem várias simetrias e repetições de desenhos a partir de um eixo, ou seja, é composta por quadrados, triângulos, círculos que são construídos a partir de uma circunferência que atribui forma a mandala. O ponto de partida da construção é a divisão igualitária da circunferência, assim os arcos e retas que compõem as figuras são construídos por meio de compasso e régua.



- 1) Considerando a curiosidade apresentada anteriormente, tome a folha azul que contém o desenho da circunferência de centro O . Divida a circunferência em três partes iguais, a partir do centro O . Descreva a(s) sua(s) estratégia(s) pensadas para resolver esse problema, no espaço abaixo.

- 2) Por meio da construção realizada anteriormente, desenhe diferentes figuras geométricas no interior da circunferência.

- 3) Anteriormente você desenhou algumas figuras geométricas dentro da circunferência. Use sua criatividade para construir uma mandala na folha em branco dada. Para isso, deve pensar e planejar 4 figuras geométricas a serem utilizadas dentro das limitações da circunferência (círculo, triângulo, quadrado, retângulo, ou outras que conhecer). Após finalizar a construção escolha cores harmônicas para pintá-las. Desse modo, sua mandala será exclusiva, com cores e formas geométricas da sua escolha!

Fonte: as autoras.

A tarefa 3 é uma proposta que envolve a Matemática e a Arte, pois, na construção da mandala, é necessário colocar em prática os conceitos trabalhados anteriormente, principalmente a compreensão de que todos os pontos da circunferência estão a uma mesma distância do centro (lugar geométrico da circunferência). Também é solicitado que dividam a circunferência em três partes iguais, possibilitando uma observação de formas geométricas inscritas na circunferência. Desse modo, os conceitos básicos de raio, diâmetro e comprimento também serão trabalhados.

Desse modo, durante a construção da mandala, a fluência se fará presente, uma vez que a proposta possibilita um fluxo de ideias que formarão a composição artística desejada, ou seja, várias possibilidades de desenhos e de figuras poderão emergir da criatividade dos participantes. Com essa proposta, também haverá a transição entre os conceitos já trabalhados e as possibilidades de subfiguras a serem construídas, possibilitando a flexibilidade. Por fim, esperamos que cada mandala desenhada por cada aluno tenha características únicas, uma vez que as ideias não serão as mesmas, compondo, assim, a construção de uma obra de arte.

Além disso, com a proposta da tarefa 3, esperamos identificar algumas apreensões, principalmente a perceptiva e a operatória, uma vez que a visualização imediata e a modificação de objetos geométricos são fundamentais para a construção de uma mandala geométrica. Da mesma forma, veremos em quais aspectos poderá surgir a apreensão discursiva, haja vista que esta está diretamente relacionada com a interpretação que o aluno tem do enunciado. Portanto, essa tarefa é uma Tarefa Criativa considerando os pressupostos de Vale (2015) que apresenta potencialidades para fazer aparecer as apreensões geométricas propostas por Duval (2012).

No próximo capítulo, apresentaremos os dados coletados por meio dessas três Tarefas Criativas apresentadas e propostas em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental, de forma que as análises estarão ancoradas nos pressupostos teóricos já abarcados nesse texto.

3. ANÁLISES DOS DADOS

Neste capítulo, apresentamos as análises das Tarefas Criativas desenvolvidas à luz dos processos cognitivos e das apreensões figurais propostas por Duval (1998, 2004, 2012), os quais foram apresentados nas seções anteriores. Para isso, consideramos os registros escritos dos alunos e algumas transcrições de suas falas durante as aulas em que ocorreu a produção dos dados. Consideramos também uma discussão a respeito do contexto escolar da escola em que os dados foram coletados, por meio de uma conversa realizada com a professora regente da turma do sétimo ano do Ensino Fundamental participante da pesquisa, que será descrita em forma de relato na próxima seção.

3.1 Contexto escolar

Minutos antes de iniciar a aula em que ocorreria a implementação da pesquisa e o início da coleta dos dados, tivemos a oportunidade de conversar com a professora de Matemática da turma do sétimo ano do Ensino Fundamental. Durante os relatos feitos pela professora, observamos que o ambiente no qual ocorreria a coleta dos dados possuía características peculiares, que seriam interessantes para contextualizar os leitores desta pesquisa, sobre o ambiente ao qual os alunos e a comunidade escolar pertencem. Embora não estivesse nos planos da presente pesquisa, após essa conversa inicial, decidimos marcar uma breve reunião com a professora da turma em um outro dia, com o intuito de conhecer mais a respeito do ambiente em que coletaríamos os dados. Essas informações serão descritas na seção a seguir em forma de relato.

3.1.1 O relato sobre a conversa com a professora da turma

A professora da turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, em que foi realizada a coleta de dados, é formada em Licenciatura em Ciências e Licenciatura em Matemática. Leciona na rede pública e particular há mais de quarenta e três anos e, especificamente, na escola onde ocorreu a produção dos dados ministra aulas há quinze anos.

A instituição de ensino descrita atende cerca de 100 alunos que estão entre o 6º e o 9º ano do Ensino Fundamental. Ao questionar a professora a respeito da quantidade de alunos da escola, ela afirmou que a comunidade que vive próxima a escola tem uma certa rejeição por ser uma escola pequena, portanto relatou que:

“abaixo da comunidade Vila Rica, abriu-se muitos conjuntos, muitos, o Vilar 1, Vilar 2, Santa Helena, são muitos conjuntos. Mas o povo, ainda tem uma certa rejeição por nossa escola, por que é uma escola pequena, funcionava da primeira à quarta até 4 anos atrás, e daí mudaram para outra escola, então era uma escola que tinha muitos alunos, muitos problemas.”

Dessa forma, como a escola possui poucos alunos, sua estrutura é acessível para todos, ou seja, todas as salas são grandes, as carteiras e cadeiras são boas, a quadra é coberta, todos os alunos têm acesso à biblioteca e à sala de computação. No entanto, de acordo com a professora, o que falta é um pátio coberto e também computadores com câmeras para ajudar os alunos que não têm acesso ao computador em casa a participarem das aulas na escola, no momento de pandemia, em que todas as aulas estavam acontecendo no modo online.

Como a escola está situada em uma região periférica de uma cidade do Norte do Paraná, possui inúmeras adversidades como a pobreza, a fome, a falta de estrutura familiar e também problemas com tráfico de drogas. Ao ser questionada sobre o contexto no qual a escola está inserida e quais são as principais características dos alunos, a professora explica que:

“a nossa escola está localizada em uma das primeiras vilas da cidade, e lá, a gente tem ainda muitas drogas, a gente tem uma pobreza bem grande e a gente também tem assim, uma falta de estrutura familiar. De uma maneira geral, nós temos muitos alunos bons, muitas famílias bem estruturadas, e a gente já percebe na aprendizagem e no comportamento, nas atitudes, aquela criança que vem de uma família estruturada, organizada, diferente daquela família desestruturada, por que temos responsáveis usuário de drogas, responsáveis que as vezes mudam de parceiros repentinamente, e a gente percebe que isso influencia demais nas crianças, em questão de nota, aprendizagem, comportamento, de atitude, então a gente percebe nitidamente aquele que tem o apoio em casa e aquele que não tem.”

A professora fez uma reflexão sobre a principal característica da comunidade escolar, que é a pobreza, uma vez que existem famílias muito bem cuidadas em questão de higiene, limpeza, cuidado com os pertences, mas que não têm condições de comprar uniforme novo que sirva para o aluno, e até mesmo famílias que não tem o que comer e que incentivam os alunos a irem à escola para ter uma refeição no dia. Diante dessa realidade, os professores fazem campanhas com os alunos do nono ano do Ensino Fundamental, para que doem seus uniformes no fim do ano para os alunos das outras etapas; ademais, a escola doa os alimentos que não foram utilizados nas refeições dos alunos para as famílias que precisam. Muitos desses alunos que vivem nessa realidade de pobreza buscam algum trabalho, principalmente, *“no 9º ano, eles estão sempre procurando alguma coisinha para fazer no período da tarde.”*

Mesmo com todos esses desafios, os professores e alunos tiveram que enfrentar a adaptação ao processo de ensino e aprendizagem durante a pandemia. Ao ser questionada sobre essa adaptação, a professora relata que:

“essas crianças não tinham internet não tinham computador, não tinham celular, algumas continuam fazendo as atividades só a noite que é quando a mãe chega do serviço com o celular, aí é muito difícil, dá para contar, por exemplo, no Sétimo ano temos um aluno que tem computador, o pai chega com uma bolacha, uma fruta picada, é outra coisa, você vê na aprendizagem do menino. Quando eu vejo uma outra aluna do Sétimo ano cuidando de duas crianças, eu chorei no primeiro dia, eu chorei, ela cuida das duas crianças, assiste minhas aulas, fazendo almoço e lavando a louça...”

Diante dessa realidade com tantas características peculiares e também do momento atípico em que nosso país se encontra, ainda assim, foi possível realizar esta pesquisa no modo *online* e produzir dados importantes para a análise. Além disso, também foi possível iniciar um processo de ensino e aprendizagem de um conceito novo, por meio de tarefas que promovem a criatividade matemática, respeitando as limitações, as dificuldades e a realidade de cada um dos participantes, que ficam evidentes nas falas da professora regente da turma. Na próxima seção, serão descritos alguns aspectos importantes a respeito dos dados coletados e como o contexto escolar influenciou a obtenção dos dados.

3.1.2 Sobre a devolução dos dados coletados

Os dados foram coletados, por meio da aplicação das três Tarefas Criativas já apresentadas nas seções anteriores, de forma que, em cada uma das etapas das tarefas, foi solicitado o registro escrito dos alunos com suas próprias interpretações, ou seja, com as apreensões que surgiram no decorrer das resoluções. Para coletarmos os dados de forma organizada no ensino remoto, entregamos na escola um kit tarefas, como o representado na Figura 5, para cada aluno, contendo impressos, régua, barbante, ou seja, materiais que os alunos precisariam para participarem das aulas e resolverem todas as tarefas de modo síncrono.

Figura 5: Kit tarefas.



Fonte: as autoras.

Inicialmente, almejavamos receber 100% das tarefas distribuídas, ou seja, como foram entregues treze (13) kits tarefas, contávamos com a participação de treze (13) estudantes. Porém, não tivemos o retorno esperado, pois somente seis alunos entregaram as tarefas devidamente resolvidas e acompanharam as aulas *online* de modo síncrono. Após esse retorno, entramos em contato com a professora regente da turma para relatar o ocorrido. Ela justificou que o contexto de pandemia, o ensino de forma remota e todas as demais situações que os alunos já enfrentavam contribuíram para que isso acontecesse, como fica evidente na seguinte fala da professora:

“eu vou entrar em contato com essa turma, que eu tenho bastante contato com ela, mas é essa a situação que estamos passando diante de uma pandemia, eles não entregam, para você ter uma ideia eu estou recebendo avaliações onde o trimestre terminou dia vinte de maio, eles ainda não entregaram as avaliações, não só para mim, para todos os professores.”

Partindo desse contexto, como a produção de dados ocorreu no modo *online* via *Google Meet*, as 4 horas-aula foram gravadas no sistema da escola e foram compartilhadas para contribuir para a análise da presente pesquisa. Assim, foi possível observar e analisar algumas falas e estratégias que foram discutidas durante o desenvolvimento das Tarefas Criativas nas aulas, com base nos critérios estabelecidos, o que possibilitou uma compreensão das interpretações de alguns alunos que serão apresentadas na seção seguinte.

Portanto, essa estrutura na condução das aplicações das Tarefas Criativas, com as apreensões figurais, possibilitou responder ao problema central da pesquisa: Como as Tarefas Criativas contribuem para as fases de aprendizagem da circunferência como um lugar geométrico, em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental? Dessa forma, evidenciou-

se o objetivo desta pesquisa: identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como um lugar geométrico em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental.

3.2 Análise dos dados

Nesta seção, descreveremos cada uma das três Tarefas Criativas desenvolvidas e demonstraremos detalhadamente os encaminhamentos de cada aluno, seguido das reflexões realizadas com base nas quatro apreensões figurais e nos três processos de aprendizagem da Geometria, ambas teorias que se completam e que são apontadas por Duval (1998, 2004 e 2012), como já descrito nas seções anteriores.

Diante disso, para a análise foram considerados os registros escritos e algumas falas dos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, para elaborar a dupla análise descrita na metodologia, ou seja, uma análise da interpretação, do modo como os alunos realizaram os registros, considerando a interpretação de cada um em relação a cada questão, e uma análise da compreensão, isto é, do processo de aprendizagem do conceito lugar geométrico da circunferência.

Para identificar os participantes da pesquisa de forma que mantenha o anonimato deles, no decorrer das análises, utilizamos nomes fictícios, como: José, João, Ana, Laura, Marcos e Maria. Assim, cada um deles aparecerá de forma explícita quando for indicado um registro figural, oral ou escrito referente ao aluno participante.

Assim, a análise a seguir, foi separada em partes: 3.2.1) Análise da Tarefa Criativa 1; 3.2.2) Análise da Tarefa Criativa 2 e 3.2.3) Análise da Tarefa Criativa 3.

3.2.1 Análise da Tarefa Criativa 1

A Tarefa Criativa 1, apresentada no Quadro 3, consistiu uma proposta cujo objetivo foi investigar o conhecimento prévio dos participantes a respeito do conceito de circunferência como um lugar geométrico e, de forma dinâmica, associar esse conceito a uma situação do cotidiano, que no caso foi a construção de um jardim. Tal tarefa pretendeu preparar os estudantes para uma noção intuitiva do conceito em questão, para posteriormente realizarmos sua institucionalização com as demais tarefas.

Diante disso, essa tarefa foi entregue aos alunos impressa em uma folha sulfite A4 azul claro, junto ao kit tarefas que cada um deles recebeu. Assim, foi proposto que todos os

estudantes resolvessem as questões com lápis de escrever e de forma explicativa, ou seja, esclarecendo cada escolha feita durante a resolução.

Em um primeiro momento, para incentivar os alunos a participarem da tarefa de uma forma natural e dinâmica, conduzimos (pesquisadora e orientadora) uma conversa com alguns questionamentos, como: Vocês têm jardim em casa? Se sim, como organizaram as plantas no espaço? Se não, como organizariam as plantas? Qual o formato do canteiro que utilizaram ou utilizariam? Por que utilizaram ou utilizariam esse formato? Esses questionamentos possibilitaram soluções de opiniões próprias que estão relacionadas com a realidade e o cotidiano de cada aluno.

Quadro 3: Documento da Tarefa Criativa 1 entregue aos alunos.

Tarefa 1: Construindo um jardim

1) a) Vocês têm algum jardim em casa?

b) Se sim, como organizaram as plantas no espaço?

c) Se não, como organizariam as plantas?

d) Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam?

e) Por que utilizaram ou utilizariam esse formato?

2) Suponhamos que você (aluno) queira construir um canteiro de rosas no seu jardim de forma que todas as rosas fiquem a uma mesma distância da torneira de irrigação para que todas recebam a água igualmente.

a) Qual estratégia você usaria para organizar as rosas?

b) Qual será o formato do canteiro?

c) Explique e desenhe sua resposta.

Fonte: as autoras.

No momento dessas discussões iniciais, todos os estudantes participantes (6), começaram a falar sobre os canteiros que tinham em casa e que já viram. Surgiram respostas como:

Marcos: aaah sempre é cumprido, tipo um retângulo!

Professora/pesquisadora: Mas vocês nunca viram um formato de canteiro diferente?

Laura: Eu já vi um dia, em forma de triângulo, achei muito bonito!

Maria: Lá em casa a gente não tem espaço, então fica tudo em vasos.

Assim, alguns alunos interagiram mais que os outros, por exemplo, a Maria, a Ana e o Marcos expuseram suas ideias em voz alta durante as aulas e conseguiram desenvolver os registros escritos e figurais. Os outros alunos (João, Laura e José) mostraram-se tímidos durante esse primeiro momento de interação e tiveram um pouco mais de dificuldade para elaborar suas respostas, mas também trouxeram alguns aspectos interessantes que serão discutidos durante a análise.

Durante a discussão, foi solicitado que os alunos registrassem suas falas na folha de sulfite de cor azul previamente entregue a eles. Após esse momento de troca de ideias, foi apresentada a tarefa da construção de um canteiro de rosas, com a condição de que todas as rosas deveriam estar em uma mesma distância da torneira de irrigação. Esse problema, por ser uma questão subjetiva, possibilitou diferentes estratégias e percepções que serão analisadas de acordo com as apreensões figurais indicadas por Duval (2004, 2012), visto que possibilitam a observação da mobilização das fases de aprendizagem e a compreensão do conceito de circunferência como lugar geométrico.

Análise da ocorrência das fases da aprendizagem do conceito de circunferência manifestados a partir das apreensões figurais:

I) Análise da visualização

De acordo com Duval (1998), é possível realizarmos uma análise da primeira fase do desenvolvimento da aprendizagem por meio de uma análise da visualização, e esta pode ser identificada durante o processo das apreensões perceptivas e operatórias.

Sendo assim, durante a proposta da Tarefa Criativa 1, observamos que inicialmente os estudantes responderam os primeiros questionamentos e solucionaram o problema de maneira intuitiva, ou seja, com uma forma natural de ver, sem reconhecer o emprego de definições ou propriedades matemáticas de forma explícita.

Foi possível observar, conforme detalhado a seguir, que os estudantes reconheceram, de modo intuitivo, algumas formas geométricas que um jardim poderia assumir, relacionando os formatos de canteiros e as formas geométricas que já conheciam, como mostra a Figura 6, a seguir.

Figura 6: Reposta 1 de Maria.

The image shows a worksheet titled 'Tarefa 1: Construindo um jardim' with logos for UNESPAR and PRPGEM. It contains five questions with handwritten answers in cursive:

- 1) a) Você tem algum jardim em casa? *Sim*
- b) Se sim, como organizaram as plantas no espaço? *colocamos em vasos*
- c) Se não, como organizariam as plantas?
- d) Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam? *círculo, retângulo, quadrado*
- e) Por que utilizaram ou utilizariam esse formato? *é melhor para plantar e regar*

Fonte: as autoras.

Nesse momento, Maria identifica as diferentes figuras geométricas que um jardim pode assumir em seu formato e, intuitivamente, distingue suas características. Para isso, foi realizada uma visualização mental da forma geométrica, uma vez que Maria precisou imaginar as formas que um jardim poderia assumir por meio de uma exploração não racional, com um olhar sinóptico. Ou seja, houve uma breve visualização do conjunto como um todo, no caso, uma visualização da organização de um jardim em sua totalidade, o que de acordo com Duval (1998) caracteriza a ocorrência de uma visualização mental para essa situação. Assim, considerando os apontamentos realizados por Duval (1998, 2012), essa visualização está diretamente relacionada com a apreensão perceptiva que cada aluno teve para conseguir resolver essa tarefa.

Nesse mesmo caso, Maria relatou que tem um jardim em que as plantas estavam organizadas em vasos, assim, associou os formatos dos canteiros que utilizou ou utilizaria com os formatos dos vasos, por exemplo, círculo (vasos redondos), retângulo (vasos retangulares) e quadrado (vasos quadrados). Essa associação mostra a identificação das configurações indicadas por Duval (2012) de forma indireta, e também a transição entre as configurações 1D/2D, que se referem às formas geométricas descritas, e a configuração 2D/3D, que se refere aos vasos. Segundo Duval (2012), durante a apreensão perceptiva, a própria figura geométrica

permite ao aprendiz visualizar as configurações presentes em um primeiro momento, e essas configurações normalmente são usadas para representar objetos reais ou objetos matemáticos, como ocorreu no caso de Maria.

Da mesma forma, ocorre na solução da Figura 7, em que José reconhece e nomeia a figura geométrica por meio de uma de suas características.

Figura 7: Resposta 1 do José.

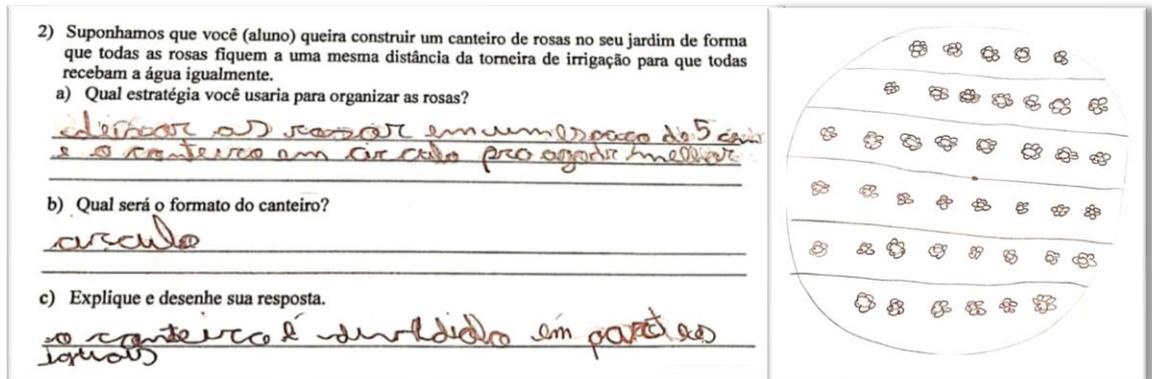
The image shows a worksheet titled "Tarefa 1: Construindo um jardim" (Task 1: Building a garden). It contains five questions with handwritten answers in cursive. The questions and answers are: 1) a) "Vocês têm algum jardim em casa?" (Do you have any garden at home?) - Answer: "Sim" (Yes). b) "Se sim, como organizaram as plantas no espaço?" (If yes, how did you organize the plants in the space?) - Answer: "Em um suporte" (On a support). c) "Se não, como organizariam as plantas?" (If no, how would you organize the plants?) - Answer: "como temer plantas organizadas em um suporte" (like having plants organized on a support). d) "Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam?" (What is the shape of the beds you used or would use?) - Answer: "reto" (right-angled). e) "Por que utilizaram ou utilizariam esse formato?" (Why did you use or would you use this shape?) - Answer: "Por que é melhor e fica mais organizada e mais bonita" (Because it is better and it is more organized and more beautiful).

Fonte: as autoras.

Nesse caso, o aluno escreveu a palavra “reto”, possivelmente quando se referia a um suporte retangular, ou seja, reconheceu intuitivamente uma forma geométrica (retângulo) por meio do comportamento dos seus lados. Em concordância com Duval (2004), isso indica a manifestação da apreensão perceptiva, uma vez que o autor relaciona a forma geométrica com suas características, no caso, o ângulo reto que faz com que seus lados opostos sejam paralelos.

Ao tentar solucionar a problemática do jardim, os alunos Ana, Marcos e Maria, conseguiram representar os registros escritos em registros figurais, de forma que para representar o jardim, Ana e Maria organizaram o objeto geométrico. Ou seja, em um primeiro momento as alunas desenharam as formas geométricas que representariam o jardim, no caso, uma circunferência e um retângulo e, depois, organizaram as plantas dentro das figuras, como na Figura 8 e na Figura 9.

Figura 8: Resposta 2 de Maria.



Fonte: as autoras.

Para Duval (2012), essa conversão do registro escrito para o registro figural ocorre quando o aluno interage com as propriedades heurísticas da figura, que possibilitam emergir diversas interpretações autônomas que são representadas por meio desses registros. Nesse registro, Maria usou como estratégia o canteiro em forma de circunferência e organizou o objeto geométrico representado em partes “iguais”, no entanto não conseguiu organizar as rosas como a tarefa pedia, uma vez que não observou as propriedades presentes no enunciado. Isso evidencia que nesse momento a apreensão discursiva não foi manifestada de forma satisfatória, ou seja, não ocorreu a conexão entre a apreensão operatória, que está diretamente ligada à apreensão perceptiva, e a apreensão discursiva, pois o desenho geométrico de Maria foi construído sem o reconhecimento das suas principais características. Assim, de acordo com as ideias de Duval (1997), o desenho realizado por Maria não pôde ser considerado uma figura geométrica, uma vez que não ocorreu o processo discursivo da figura para o reconhecimento de suas características heurísticas. Houve apenas a manifestação da apreensão operatória (subordinada a apreensão perceptiva) que foi identificada a partir da organização do desenho realizado.

Esse mesmo aspecto ocorreu em outros registros, em que Ana, Marcos e João utilizaram outras estratégias como, o canteiro de rosas em formato retangular e triangular, como mostra a Figura 9. Nessa figura, é possível observar que Ana organizou as rosas em um canteiro retangular com um cano que percorre o canteiro interno e no pé de cada rosa tem pequenas torneiras de irrigação e uma torneira maior que fica no meio do canteiro.

Figura 9: Resposta 1 de Ana.

Tarefa 1: Construindo um jardim

1) a) Vocês têm algum jardim em casa?
Sim.

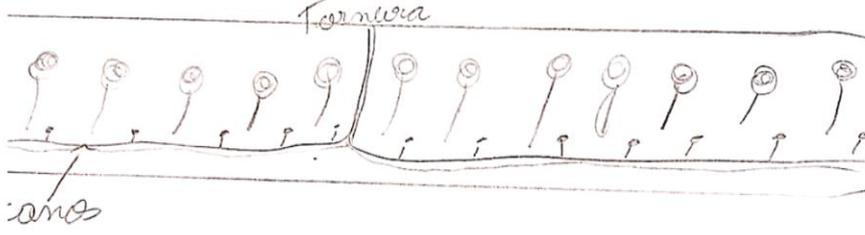
b) Se sim, como organizaram as plantas no espaço?
retangular

c) Se não, como organizariam as plantas?
em uma área num lugar
isolado

d) Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam?
retangular.

e) Por que utilizaram ou utilizariam esse formato?
é mais fácil.

Formosa



canos

Fonte: as autoras.

De acordo com Duval (2012), nesse registro também ocorre uma organização figural do canteiro de formato retangular que é realizada intuitivamente sem o uso de processos matemáticos que poderiam ser associados ao conceito em questão. Assim, a participante agrupou todas as rosas em uma mesma fileira e elas são aguadas por canos de irrigação que percorrem o canteiro todo. Esse processo realizado pela participante indica a mobilização da apreensão operatória que está diretamente ligada ao processo de visualização, uma vez que, para Duval (2012), essa apreensão é mobilizada quando o estudante analisa e estuda possíveis alterações na figura e tenta reorganizá-la ou organizá-la de uma forma que o ajude a entender o que está sendo proposto para encontrar uma solução que julgue adequada. No entanto, também não houve a manifestação da apreensão discursiva, ou seja, a aluna não captou no discurso as propriedades ali presentes, no caso, “que todas as rosas estejam a uma mesma distância da torneira de irrigação”. Isso indica que o problema não foi solucionado adequadamente devido a não ocorrência da conexão heurística que é a conexão entre a apreensão operatória subordinada pela apreensão perceptiva e a apreensão discursiva.

Reflexões:

Por meio das respostas apresentadas, é possível observar que a Tarefa Criativa 1, elaborada de modo introdutório ao conceito de circunferência com lugar geométrico, proporcionou uma situação pertinente para a mobilização da apreensão perceptiva e da apreensão operatória, as quais oportunizaram a contemplação do desenvolvimento do processo de visualização durante a mobilização dessas apreensões. A apreensão operatória foi identificada por meio das organizações dos registros figurais desenvolvidos pelos alunos, assim como a apreensão perceptiva que foi identificada por meio dos formatos de jardins já vistos a partir da identificação dos elementos das figuras geométricas planas sem explicitação das propriedades dessas figuras.

Duval (2004) afirma que esses dois níveis de apreensões estão relacionados com o tratamento da figura e, para isso, a visualização é fundamental para a compreensão da situação como um todo, uma vez que essas apreensões são mobilizadas de forma mais intuitiva, por meio do reconhecimento de características figurais desenvolvidas mediante exploração heurística, baseada na observação. De modo geral, nessa tarefa, não é necessária a resolução por meio de cálculos numéricos, visto que o processo necessita apenas de conhecimentos figurais, e conhecimentos cotidianos, aqueles que o aluno adquire por meio de experiências no seu dia a dia.

Mesmo considerando que Laura, João, Marcos, Ana e Maria não levantaram estratégias adequadas para a resolução proposta, a tarefa apresentou características fundamentais que suscitaram as apreensões que se conectam com a visualização, como:

- Apresentar questionamentos abertos que permitem diferentes interpretações, ideias e a possibilidade de resolução por meio da intuição.
- Relacionar conceitos matemáticos com situações cotidianas dos estudantes;
- Propiciar discussões e trocas de ideias entre o professor e o aluno;
- Permitir os registros escritos dos alunos, desde os discursivos até os figurais, que contribuem para a compreensão do raciocínio.

Portanto, o reconhecimento imediato de uma figura geométrica por meio da observação, o reconhecimento das características figurais do objeto geométrico de maneira intuitiva e as observações das configurações 1D/2D (linhas retas ou curvas, contorno fechado etc.) ou 3D/2D (cubos, tigelas e etc.) foram manifestados durante o processo de solução da Tarefa Criativa 1, como observado nos registros escritos e orais, desta análise.

Da mesma forma que a visualização, o processo de construção pode ser observado, de acordo com Duval (1997,1998), por meio da conexão entre duas apreensões figurais, nesse caso, a apreensão sequencial e a apreensão discursiva. A apreensão sequencial tende a se manifestar quando é proposto um problema de construção, cujo objetivo é reproduzir uma figura geométrica; para isso, é necessária a compreensão do enunciado proposto que apresenta propriedades pertinentes sobre o conceito trabalhado que ajudam a compreender a construção geométrica e, nesse caso, é necessária a apreensão discursiva. Para contribuir para as investigações das interpretações e do pensamento geométrico desenvolvido durante a resolução, foi sugerido aos participantes o registro figural de suas estratégias.

Assim, por meio das construções realizadas por eles, foi possível elencar os critérios definidos na metodologia que foram pautados em Duval (2012), sendo eles: se houve a ocorrência de uma significação de unidades figurais que definam a construção realizada como uma figura geométrica e, também, se houve uma explicação que mostrasse o processo da construção.

Na Figura 8 apresentada anteriormente, Maria sugere como estratégia “*deixar as rosas em um espaço de 5 cm e o canteiro em um círculo para aguar melhor*”. Observamos nesse trecho que há uma descrição de como ela organizou o registro figural, ou seja, uma explicação de como pensou para realizar o processo de construção. Também observamos que ela não se referiu à figura representada como circunferência, mas sim como um círculo que no caso seria a figura geométrica que ela conhece, uma vez que os participantes ainda não haviam aprendido o conceito de circunferência e esse foi o primeiro contato deles com esse conhecimento.

No entanto, a construção realizada por Maria é marcada com um ponto no meio da figura, o que seria o centro da circunferência, e isso mostra uma significação de uma unidade figural que caracteriza aquela figura como uma figura geométrica e não como uma representação qualquer. Esses aspectos elencados, são característicos da apreensão sequencial que permite a mobilização do processo de construção apontado por Duval (1998).

Esses aspectos também são evidenciados na Figura 10, na qual a estratégia foi descrita da seguinte forma:

Figura 10: Resposta 2 de Ana.

2) Suponhamos que você (aluno) queira construir um canteiro de rosas no seu jardim de forma que todas as rosas fiquem a uma mesma distância da torneira de irrigação para que todas recebam a água igualmente.

a) Qual estratégia você usaria para organizar as rosas?

*iria plantar num canteiro
retangular para que as plantas
tenham o mesmo irrigação.*

b) Qual será o formato do canteiro?

retangular.

c) Explique e desenhe sua resposta.

*Se eu colocar num espaço
retangular elas iriam de maneira
igualamento.*

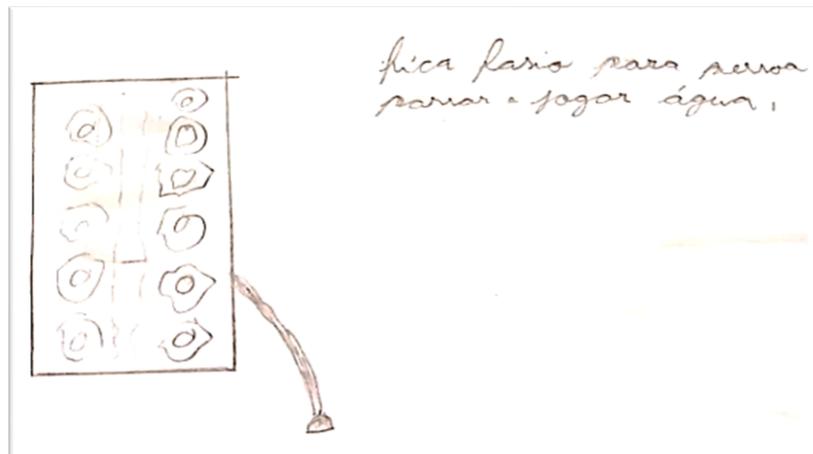
Fonte: as autoras.

Nesse registro, Ana expõe como organizaria o canteiro de modo que ela reconhece a forma geométrica que o canteiro teria por meio da palavra “retangular”, ou seja, ela atribui significado a essa figura, reconhecendo-a como uma figura geométrica. Assim sendo, mesmo que ela não tenha descrito de forma específica e detalhada o passo a passo de como realizou a sua construção, entendemos que houve a mobilização da apreensão sequencial, uma vez que ocorreu a significação da figura geométrica e também sua construção. Tal entendimento decorre do fato indicado por Duval (2004), quando o autor afirma que, em uma apreensão sequencial, uma figura só irá representar uma situação geométrica quando houver significação de certas unidades figurais que possam ajudar a definir essa figura, uma vez que um mesmo desenho pode representar diversas situações matemáticas diferentes. Nesse caso, apenas não foi realizada uma descrição detalhada do processo.

Diante disso, prevaleceu a apreensão sequencial, indicando que algumas das propriedades presentes no enunciado não foram interpretadas, isto é, as rosas estarem a uma mesma distância da torneira de irrigação. Assim, não houve a conexão entre a apreensão sequencial e a apreensão discursiva indicada por Duval (1997), de modo que o registro figural não se apresentou de forma adequada para a resolução da tarefa.

Esse mesmo caso acontece na Figura 11, na qual o canteiro foi representado de forma figurativa, mas Marcos não realizou a escrita detalhada do seu processo de construção.

Figura 11: Resposta de Marcos.



Fonte: as autoras.

Nesse caso, Marcos apenas explica o motivo de o canteiro nesse formato ser o mais adequado para solucionar o problema, porém não ocorreu o detalhamento no registro escrito. Ao observar a figura, fica evidente que ele pensou em uma estratégia para realizar a construção de um canteiro retangular com um caminho no meio para facilitar a irrigação das plantas. Então, para essa situação, de maneira indireta, também ocorreu a apreensão sequencial, pois, de acordo com Duval (2012), foi realizada uma construção com o intuito de reproduzir uma figura geométrica, quer dizer, a construção de um retângulo (possível formato do jardim).

Reflexões

Com base nas construções realizadas a partir da problemática proposta, foi possível observar que essa Tarefa Criativa oportunizou, por meio dos encaminhamentos realizados, a mobilização da apreensão sequencial. Nesse momento, a apreensão discursiva não foi mobilizada de forma satisfatória, já que os alunos não observaram as propriedades intrínsecas na tarefa, de forma que não foi identificada a conexão entre as duas apreensões, o que fez com que as representações figurais desenvolvidas pelos alunos não resolvessem devidamente a tarefa.

De acordo com Duval (2012), a apreensão sequencial é solicitada em problemas de construção e de descrição, cujos objetivos é reproduzir uma figura. Assim, para que os participantes conseguissem demonstrar suas estratégias de resolução foi necessário realizar uma construção, ou seja, além de mobilizar a apreensão sequencial, a tarefa também favoreceu o processo de construção apontado por Duval (1998).

Nem todos os participantes conseguiram deixar descrito e evidente o passo a passo das suas estratégias de resolução, porém isso não significa que não ocorreu a mobilização da

apreensão sequencial e de seu processo, uma vez que as construções realizadas evidenciaram de forma clara as estratégias tomadas. Além disso, grande parte das respostas mostraram uma significação das figuras, reconhecendo-as como figuras geométricas, características essas que fazem parte da apreensão sequencial que está diretamente relacionada com o processo de construção.

Portanto, essa tarefa também possui características fundamentais que contribuíram para a mobilização desses aspectos como:

- Possibilitar o fluxo de ideias, uma vez que um canteiro pode assumir diversos formatos;
- Solicitar o registro escrito e figural dos alunos, de forma que eles expressem todas suas ideias;
- Espaço para que possam desenvolver suas resoluções (escritas e desenhos).

III) Análise do raciocínio

Da mesma forma que as demais etapas, o processo de raciocínio torna-se evidente quando há uma manifestação da conexão entre a apreensão discursiva - que é quando ocorre a compreensão do enunciado e das propriedades que este apresenta relacionados à construção - e a apreensão operatória - que permite que as figuras geométricas cumpram a função de suporte intuitivo, favorecendo a interpretação das atividades de Geometria.

Ao apresentar o problema principal, essa tarefa exige uma congruência entre as propriedades presentes no enunciado e as possíveis interpretações. Para isso, torna-se importante elencar os seguintes critérios para a mobilização da apreensão discursiva: a observação das propriedades e conceitos sobre os objetos geométricos que estão no enunciado, a interpretação do enunciado e das propriedades apresentadas, bem como o uso discursivo de algum conceito ou propriedade na resolução da tarefa.

No enunciado do problema proposto é possível identificar algumas propriedades que são apresentadas de maneira indireta sobre a circunferência como lugar geométrico, por exemplo, no seguinte trecho: “de forma que todas as rosas fiquem a uma mesma distância da torneira de irrigação”, ou seja, evidencia a propriedade de que todos os pontos pertencentes à circunferência equidistam do centro. Embora João, Laura, Ana, Marcos e Maria não tenham assimilado e interpretado essa propriedade durante a leitura do enunciado e a resolução do problema, houve uma congruência entre o enunciado e a forma de pensar e resolver por parte de um deles, no caso, o participante José como fica evidente na discussão a seguir:

José: É tipo aquelas mangueiras que colocam na horta?

Pesquisadora/professora: Pode ser também, vocês já viram uma?

Turma: Já...

Pesquisadora/professora: Pensando nessa ideia, qual formato o canteiro deveria ter?

José: Eu acho que redondo...circular...

Pesquisadora/professora: mas por que você pensou nisso?

José: Porque, aquela torneirinha fica girando, então, as plantas tem que tá em volta pra aguar.

Esse diálogo mostra uma congruência entre o enunciado e a forma de pensar do aluno que está relacionada com o conhecimento cotidiano dele sobre as irrigações, uma vez que ele associa a movimentação que a torneira de irrigação realiza com a forma que as plantas devem estar dispostas. Esse discurso favorece a interpretação intuitiva da representação figural, de forma que evidenciou a congruência explícita no pensamento desenvolvido pelo aluno, indicando a conexão entre a apreensão discursiva e a apreensão operatória. Conforme explica Duval (2012), a congruência semântica entre o enunciado, a figura ou forma de pensar e a resolução auxiliam na interpretação discursiva do problema como um todo. Diante disso, é nesse momento, por meio da mobilização dessa apreensão e em consonância com a apreensão operatória que ocorre o processo de raciocínio.

Ressaltamos que José só conseguiu interpretar a situação por meio do registro de língua natural, ou seja, por meio do seu diálogo com a professora. Seu registro figural não apresentou essa interpretação, o que indica que não ocorreu de forma satisfatória uma conexão entre as apreensões discursiva e sequencial, de modo que isso interferiu no registro escrito do aluno.

Também podemos observar na Figura 6, que Maria desenhou uma circunferência com um centro, no entanto não conseguiu observar que as rosas poderiam ser os pontos pertencentes à circunferência, ou seja, houve uma representação intuitiva de algumas características da circunferência, no caso, o reconhecimento de um centro (a torneira). Porém, Maria não observou as propriedades presentes no enunciado de forma que sua interpretação ficasse pautada apenas nas apreensões sequencial e operatória, não satisfazendo a resolução da situação.

Portanto, em nenhuma das soluções houve um uso discursivo de algum conceito ou propriedade explicitamente, uma vez que foi nessa tarefa que eles tiveram o primeiro contato com o conceito de circunferência como lugar geométrico. Isso quer dizer que a mobilização da apreensão discursiva não ocorreu da forma completa como pretendia a resolução dessa tarefa, mas possivelmente ocorrerá de forma gradativa ao longo das outras propostas (tarefas 2 e 3). Sendo assim, nesse momento da implementação, a apreensão discursiva se manifestou de forma sutil, por meio da observação de algumas propriedades e características, como a existência de

um centro na circunferência, a observação do movimento circular do objeto (a torneira), representados no registro oral e no registro escrito (Figura 6).

Reflexões

Por intermédio dessa tarefa, foi possível concluir que, quando um conceito é novo para o aprendiz, a mobilização da apreensão discursiva se mostra limitada e gradativa, dado que o aluno não apresenta um repertório de propriedades e definições amplo que contribua para a interpretação e a identificação dessas propriedades no primeiro momento de contato com o objeto de conhecimento.

Desse modo, o pesquisador Duval (2012) alerta sobre três tipos de situações que podem ocorrer durante a interpretação do enunciado: a primeira delas é que nem sempre os enunciados deixam claro certas unidades figurais, o que pode ocasionar dificuldades na resolução; a segunda é o emprego de uma congruência muito explícita entre o enunciado e a resolução, podendo ocasionar também obstáculos para resolver o problema; e a terceira situação é quando o aluno adere à apreensão perceptiva como primeira alternativa, sem retornar ao enunciado para estudá-lo e tentar identificar as propriedades que seriam fundamentais para uma resolução válida.

A partir das análises realizadas, há indícios de que essa tarefa se enquadra na terceira situação de enunciado proposta por Duval (2012), visto que, provavelmente, o que colaborou para que houvesse a limitação da mobilização da apreensão discursiva foi o fato de os alunos aderirem à apreensão perceptiva e operatória como suas primeiras alternativas. Ou seja, como João, Laura, Marcos, Ana, José e Maria não conheciam o objeto circunferência, que poderia satisfazer a solicitação da tarefa, eles não se atentaram para as exigências do enunciado e, assim, resolveram o problema de forma intuitiva e visual, baseados em senso comum, sem retornar ao enunciado para verificar se as construções realizadas eram apropriadas para solucionar o problema. Em outras palavras, nenhum deles conseguiu pensar na circunferência como possível solução. Maria e José aceitaram de forma intuitiva e considerável a circunferência, mas não reconheceram a circunferência como uma forma geométrica por meio das conexões das apreensões discursivas, operatórias, perceptivas e sequencial.

Uma análise da compreensão do conceito de lugar geométrico da circunferência, considerando a análise anterior e as potencialidades das Tarefas Criativas

A tarefa proposta pode ser resolvida de modo adequado desde que haja a visualização e a interpretação das propriedades presentes no enunciado. O uso do registro escrito e figural é

fundamental para a demonstração da estratégia adotada pelo estudante e também para caminhar até uma noção do conceito de circunferência como lugar geométrico, ou seja, não há necessidade de recorrer a cálculos matemáticos para chegar a uma resolução adequada.

Conforme o enunciado da tarefa, a maneira correta de resolvê-la seria reconhecer um ponto de partida (a torneira – centro) e organizar as rosas de forma que todas elas ficassem a uma mesma distância da torneira, isto é, desenhar uma circunferência de centro O e pontos equidistantes que pertencem a ela. Partindo disso e dos dados coletados, tentativas de resolução por meio de registros figurais e escritos foram realizadas pelos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Os seis (6) participantes envolvidos na pesquisa desenvolveram registros figurais e escritos para solucionar a tarefa. Tendo em vista que foi por meio dessa Tarefa Criativa que esses alunos tiveram o primeiro contato com a noção de circunferência como um lugar geométrico, nem todos conseguiram observar as propriedades presentes no enunciado que poderiam encaminhar para a resolução adequada; assim, os alunos resolveram a situação de forma mais intuitiva, sem cálculos matemáticos e definições de propriedades. Dentre os seis alunos, dois (Marcos e Ana) sugeriram que um canteiro no formato retangular ou quadrado seria o mais adequado para resolver a situação. Outros dois (Laura e João) aderiram ao formato triangular para elaboração do canteiro e, por último, Maria e José sugeriram o canteiro em forma de circunferência. Contudo, apenas José chegou a uma interpretação coerente do enunciado em que se reconhecem algumas das características da circunferência como lugar geométrico, porém de forma intuitiva e relacionada com seu conhecimento cotidiano sobre irrigação.

Maria, em seu registro escrito, apresentou o canteiro com o formato de circunferência e reconheceu uma de suas características, no caso, o centro, mas, no momento em que tentou organizar as plantas dentro da figura geométrica, não se atentou para as características presentes no enunciado, ou seja, de que todas as rosas deviam estar a uma mesma distância da torneira de irrigação, no caso, o centro identificado por Maria. De acordo com Duval (2012), isso demonstra que não houve o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico.

Portanto, por ser o primeiro contato dos alunos com a ideia de circunferência, observamos que houve dificuldades durante o processo de resolução da tarefa proposta em relação à observação e à compreensão das indicações presentes no enunciado. Isso porque era uma proposta aberta que favorecia a discussão sobre diversos conceitos, o fluxo de ideias, e aparentava haver uma diversidade de respostas passíveis de atender à situação solicitada. Por outro lado, inferimos que essa tarefa possibilitou a aprendizagem de conceitos geométricos associados a uma aplicação, visto que oportunizou discussões referentes a possíveis formatos

de jardins, ou seja, possíveis formas geométricas que um jardim poderia assumir de modo a satisfazer a situação solicitada. Essa relação de algumas propriedades geométricas com situações presentes no cotidiano está prevista na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), uma vez que o documento indica que os conceitos geométricos sejam abordados como um conhecimento que permite a compreensão e a descrição do mundo de forma organizada.

Portanto, com base na leitura e na discussão das soluções encontradas pelos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental para a Tarefa Criativa 1, ressaltamos que as características intrínsecas nessa tarefa possibilitaram a discussão entre professor e alunos, bem como o fluxo de diferentes ideias que colaboraram para a discussão de diversos conceitos, além do conceito de circunferência como lugar geométrico. Assim, dentre os seis alunos, cinco não chegaram a uma solução adequada, mas trouxeram aspectos importantes sobre outros conceitos geométricos que também foram discutidos. Por exemplo, os alunos Ana e Marcos usaram o retângulo como estratégia para a construção do canteiro, o que tornou possível discutir as características dessa figura geométrica, como a quantidade de lados, os ângulos, a posição dos lados, entre outros.

É importante enfatizar que a única solução que demonstra a ocorrência da aprendizagem, conforme Duval (2004), é a solução em que houve significação do registro figurativo, reconhecendo a circunferência como uma figura geométrica, portanto a solução de José indica a ocorrência da aprendizagem, já que ele reconheceu a circunferência, por meio do movimento da torneira de irrigação. Maria também utilizou o canteiro em formato circular, mas não declarou explicitamente a observação das características que identificassem o seu registro como uma figura geométrica.

Então, o fato de os outros alunos aderirem a uma noção de senso comum como uma primeira alternativa de interpretação da tarefa, interferiu nas estratégias de resolução, no reconhecimento de aspectos geométricos e na compreensão das propriedades de circunferência como um lugar geométrico, que satisfariam a tarefa proposta.

Esses resultados podem ser observados no Quadro 6 que apresenta uma relação dos alunos com as apreensões mobilizadas, o que justifica os resultados encontrados até o momento durante essa tarefa.

Quadro 6: Relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 1.

Alunos	Visualização		Construção		Raciocínio	
	Perceptiva	Operatória	Sequencial	Discursiva	Operatória	Discursiva
Ana	X	X	X			
Laura	X					
José	X	X		X	X	X
Marcos	X		X			
João	X					
Maria	X	X	X		X	

Fonte: a autora.

Os resultados observados até o momento trouxeram indícios de que a Tarefa Criativa 1 suscitou, em maior potencial, as apreensões perceptiva e operatória, que estão diretamente relacionadas com o processo de visualização, bem como a apreensão sequencial que está vinculada ao processo de construção, uma vez que o registro figural foi essencial para expor o pensamento desenvolvido durante a resolução do problema, mesmo que intuitivamente.

Tal fato pode ser observado, pois dentre os seis estudantes, seis manifestaram a apreensão perceptiva e três estudantes mobilizaram a apreensão operatória; no entanto, apenas Ana, José e Maria mobilizaram a conexão entre essas duas apreensões culminando na visualização. Além disso, três alunos manifestaram a apreensão sequencial, no entanto não mobilizaram a conexão entre as apreensões sequencial e discursiva. Também observamos que três alunos apresentaram características de visualização e um aluno de raciocínio, de forma que Ana, Maria e José mobilizaram a conexão entre as apreensões perceptiva e operatória, o que indica a possibilidade do processo de visualização; por fim, apenas José mobilizou a conexão entre as apreensões operatória e discursiva culminando no processo de raciocínio. Dito de outro modo, apenas José manifestou um discurso coerente e correto para a resolução correta, por meio das apreensões discursiva e operatória, que ficaram evidentes em sua fala, porém esse aluno não mostrou essa desenvoltura nos registros escritos.

3.2.2 Análise da Tarefa Criativa 2

A Tarefa Criativa apresentada no Quadro 4 consiste em uma adaptação de uma atividade proposta por Vale (2012), intitulada “Quadrados com palitos”, em que o objetivo se tornou realizar construções de circunferências com raios diferentes, por meio da utilização de um barbante que servirá como um compasso manual. Tal tarefa foi adaptada de forma a articular

uma das habilidades previstas pela BNCC, no caso, a construção da circunferência por meio de um compasso.

Desse modo, essa tarefa foi entregue aos alunos no kit tarefas, impressa em uma folha sulfite A4 verde. Assim, foi proposto que todos os estudantes resolvessem as questões e realizassem as construções com lápis de escrever e de forma explicativa, ou seja, esclarecendo cada escolha feita durante a resolução.

Quadro 4: Documento da Tarefa Criativa 2 entregue aos alunos.

Tarefa 2: Circunferências com barbante

1) O que estudamos em geometria? Cite alguns exemplos.

2) Agora vamos para a ação! Marque na folha verde um ponto que deve seguir as seguintes regras:

- Marcar um ponto no meio da folha;
- Nomeá-lo com a letra O;

Tome o barbante de 30 cm de comprimento, dado. Considere um ponto O desenhado por vocês na folha verde. A partir do ponto O, estique o barbante dado. Agora, com o barbante fixo no ponto O, gire o barbante esticado formando o desenho de uma circunferência com o auxílio de um lápis. Utilizando o barbante, construa outras circunferências com medidas diferentes. Descubra o maior número possível de soluções e desenhe-as na folha verde.

3) Quantas soluções você encontrou?

4) E quais estratégias você utilizou para encontrar essas soluções?

Fonte: as autoras.

Em um primeiro momento, para observar o conhecimento prévio dos alunos a respeito da Geometria de modo geral, conduzimos o seguinte questionamento: o que estudamos em Geometria? Esse questionamento possibilitou discussões a respeito de vários conceitos importantes que poderiam auxiliar na realização da tarefa que seria proposta.

Nesse momento, os alunos começaram a falar sobre as formas geométricas que lembravam, e surgiram alguns questionamentos importantes como:

Laura: Professora, a Geometria Plana, entra né?

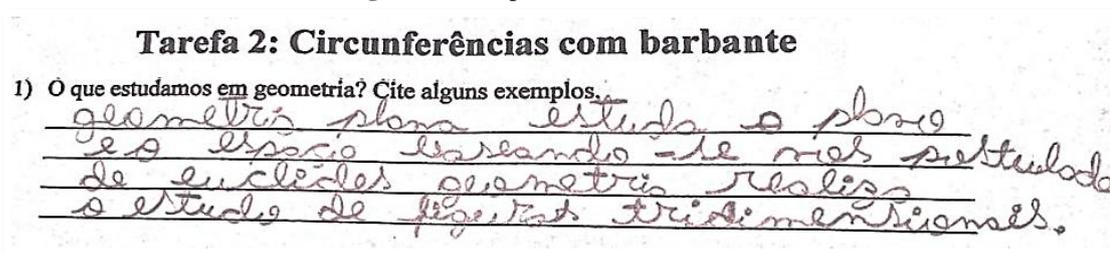
Professora/ pesquisadora: Muito bem lembrando! É a geometria que estuda, ponto, reta, plano, figuras planas.

José: círculo, retângulo, triângulo, quadrado, também!

Ana: Espaços e distâncias também né, prof?

Alguns alunos interagiram mais que outros durante essa discussão, como foi o caso de Laura, Ana e José que expuseram suas ideias em voz alta durante as aulas e conseguiram desenvolver os registros escritos, por exemplo, a resposta de Laura, apresentada na Figura 12.

Figura 12: Resposta da tarefa 2 de Laura.



Fonte: a autora.

Nesse caso, a aluna desenvolve um fluxo de ideias relacionado com aspectos teóricos da Geometria que vão além do que seria trabalhado durante a resolução da Tarefa Criativa 2, mostrando um reconhecimento da estrutura da Geometria Euclidiana.

Os outros alunos - João, Maria e Marcos - mostraram-se tímidos durante a discussão e elaboraram suas respostas semelhantes às de José, de forma simples e direta apenas apresentando as formas geométricas que lembravam, como: “círculo, retângulo, triângulo e quadrado”, “estudamos como é o seu jardim, círculo, triângulo, quadrado e retângulo”.

Após esse momento de discussão, seguimos para a próxima tarefa em que foi proposta a construção de uma circunferência por meio de um compasso manual, no caso o barbante. Esse problema, por ser um problema de construção, possibilitou a observação de algumas propriedades, de maneira indireta, que serão analisadas de acordo com as apreensões figurais indicadas por Duval (2004, 2012) e que possibilitam a observação da mobilização das fases de aprendizagem e a compreensão do conceito de circunferência como lugar geométrico.

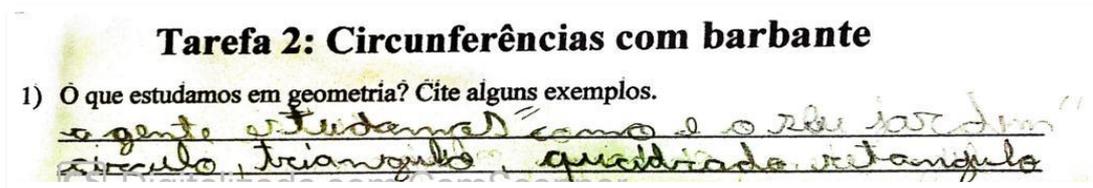
Análise da ocorrência das fases da aprendizagem do conceito de circunferência manifestadas a partir das apreensões figurais:

D) Análise da visualização

No que diz respeito à análise da visualização, Duval (1998) explica que esta pode ser feita por meio da identificação das apreensões perceptivas e operatórias. Sendo assim,

durante a proposta da Tarefa Criativa 2, observamos que inicialmente alguns estudantes como João, Maria, Marcos e José responderam ao primeiro questionamento de forma intuitiva, sem reconhecer o emprego de definições ou propriedades matemáticas de forma explícita como na Tarefa Criativa 1. Tal fato pode ser observado na Figura 13, a seguir.

Figura 13: Resposta escrita de Maria na Tarefa Criativa 2.



Fonte: a autora.

Nesse momento, Maria associa sua resposta com a Tarefa Criativa 1, na qual teve que construir um jardim e reconhecer as formas geométricas que um canteiro poderia assumir, de modo que isso fez com que ela permanecesse no campo intuitivo, sem recorrer à utilização de definições e propriedades. No entanto, ela reconhece as formas geométricas citadas como objetos geométricos que são estudados em geometria, ou seja, reconhece o círculo, o triângulo, o quadrado e o retângulo como figuras geométricas. De acordo com Duval (2012), esse reconhecimento intuitivo é considerado o primeiro nível de apreensão, no qual o aluno reconhece as figuras geométricas como um campo perceptivo.

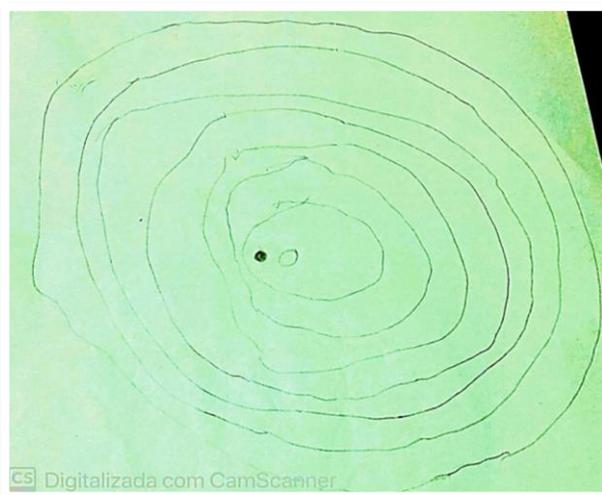
Em outro caso explicitado anteriormente na Figura 12, Laura responde ao questionamento por meio de conceitos abstratos da Geometria, ou seja, especificando objetos que a Geometria Euclidiana estuda, no caso, “o plano e o espaço”. Assim, ela reconhece algumas características de um campo da Geometria, por meio de uma maneira natural de ver, de forma intuitiva, sem aprofundar nas definições e propriedades dos termos mencionados, o que indica a mobilização da apreensão perceptiva. No entanto, de acordo com Duval (1997), no momento que ela descreve o que a Geometria Plana estuda e em que ela se baseia, ocorre a conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, uma vez que um termo geométrico ou uma figura geométrica só é reconhecida quando o aluno assume um discurso, quando ele afirma por meio de registro escrito aquilo que ele quer provar. Diante disso, nesse caso, a visualização pode ser edificada por meio da conexão entre a apreensão perceptiva e a discursiva, quando Laura descreve e ilustra uma situação complexa, como indica Duval (1998).

Após a leitura do enunciado, ao tentar iniciar a construção das circunferências de diferentes tamanhos, por meio do compasso manual, os participantes tiveram dificuldades para entender como utilizar o barbante como um compasso manual, pois, em um primeiro momento,

não compreenderam que o barbante representaria e faria o papel do raio da circunferência que ligaria todos os pontos que estavam a mesma distância do centro. Isso porque, após a leitura do enunciado, eles não perceberam as propriedades que poderiam ser implementadas durante a utilização do compasso manual. Conforme Duval (1997), nesse momento não ocorreu a conexão entre a apreensão sequencial e a discursiva, o que dificultou a compreensão do enunciado e a construção, além de prejudicar a mobilização das outras apreensões como a operatória que depende do início de uma construção.

Assim, com uma breve explicação de como utilizar o barbante, todos conseguiram realizar suas construções que foram organizadas de diferentes formas, de modo que cada aluno encontrou quantidades diferentes de circunferências com tamanhos diferentes. Por exemplo, Marcos desenhou oito (8) circunferências com tamanhos diferentes e organizou-as uma dentro da outra, ou seja, em um primeiro momento, ele desenhou uma circunferência menor e depois foi aumentando o tamanho de acordo com o barbante até preencher a folha A4. Essa estratégia foi utilizada por mais dois alunos, sendo eles: Ana que desenhou seis (6) circunferências e João que também desenhou seis (6) circunferências da mesma forma. Isso pode ser verificado na resposta de Marcos apresentada na Figura 14.

Figura 14: Registro figura 12 de Marcos.



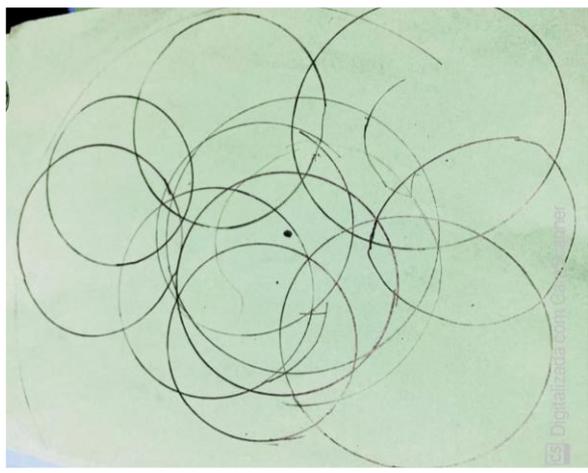
Fonte: a autora.

Essa estratégia está relacionada com a apreensão operatória que analisa as possíveis alterações que uma figura pode sofrer e também as formas de reorganizações ou organizações dessa figura. Para Duval (2004, 2012), durante essa apreensão, uma figura pode sofrer três tipos de modificações, sendo elas: modificação ótica, modificação mereológica e modificação posicional. Como nesse caso o aluno mantém o formato da figura inicial, que é a circunferência

de tamanho menor, e depois vai aumentando os tamanhos das outras, possibilitando uma justaposição em profundidade, observamos que ocorre uma modificação ótica.

Outras estratégias também foram utilizadas por Maria que desenhou várias circunferências entrelaçadas, algumas com o mesmo tamanho e outras com tamanhos diferentes, como está ilustrado na Figura 15, a seguir.

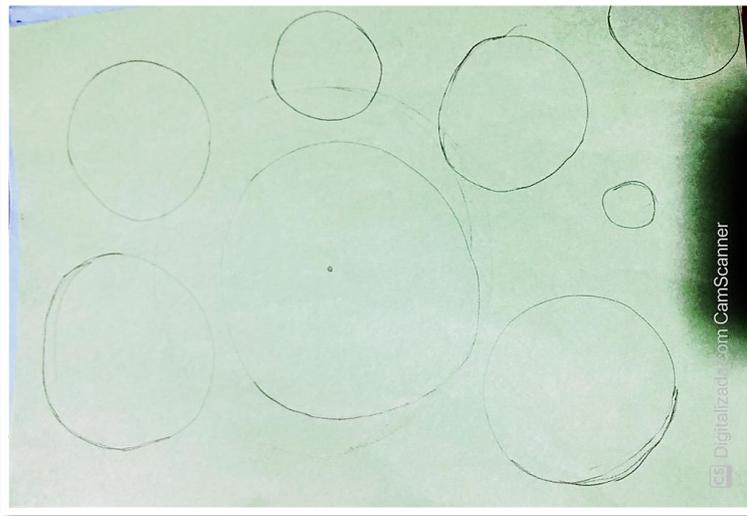
Figura 15: Registro figural da tarefa 2 de Maria.



Fonte: a autora.

Esse registro apresenta várias circunferências com o mesmo tamanho, ou seja, mantém o tamanho e apenas muda a posição, de forma que, mesmo não satisfazendo o que foi proposto na tarefa, conforme Duval (2004, 2012), observamos que ocorreu uma modificação posicional que também está relacionada com a apreensão operatória. O mesmo ocorre na resposta de José (Figura 16) que organizou as circunferências de forma separada até preencher o espaço da folha, no entanto repetiu alguns tamanhos mantendo o formato da figura inicial, apresentando uma modificação posicional.

Figura 16: Registro figural de José.



Fonte: a autora.

Diante disso, nesse momento do questionamento e do início da construção, o que prevaleceu foi a apreensão perceptiva em conexão com a discursiva, bem como a apreensão operatória que se manifestou por meio de suas diferentes modificações.

Reflexões

Mediante os resultados apresentados, observamos que a Tarefa Criativa 2, elaborada de modo a enfatizar a construção de uma circunferência por meio de um compasso manual (barbante), proporcionou uma situação adequada para a mobilização da apreensão perceptiva em conexão com as apreensões discursiva e operatória, de modo a oportunizar a identificação do processo de visualização.

A apreensão perceptiva foi identificada por meio do reconhecimento de algumas unidades figurais presentes no estudo da Geometria de modo geral, visto que houve uma significação por meio da apreensão discursiva. A apreensão operatória foi identificada por meio das organizações dos registros figurais e das modificações realizadas pelos alunos, sendo predominantes as modificações ótica e posicional.

De acordo com Duval (2004), essas duas apreensões estão associadas com o tratamento que uma figura pode sofrer durante a solução de uma situação e, por isso o processo de visualização, de compreender e ilustrar o processo de representação do espaço por meio de uma exploração não racional, é fundamental para a compreensão do aluno a respeito do conceito geométrico trabalhado e suas propriedades. Assim, essa tarefa não necessita de cálculos numéricos, pois ela possibilita a construção e a identificação de alguns elementos da

circunferência, como: o conceito de raio, diâmetro, a disposição dos pontos pertencentes a uma circunferência e a habilidade de usar o compasso para a sua construção.

Laura, João, Marcos, Ana, Maria e José levantaram estratégias diferentes e adequadas para a resolução proposta, uma vez que esse foi o segundo contato dos alunos com o conceito de circunferência (o primeiro foi durante a Tarefa Criativa 1); ademais, a tarefa apresentou características fundamentais que possibilitaram a escolha de estratégias pertinentes para a mobilização das apreensões perceptiva e operatória, tais como:

- Apresentou um questionamento aberto que instigou o conhecimento prévio dos alunos;
- Relacionou os conceitos da circunferência de uma forma lúdica e interativa por meio de uma construção;
- Propiciou discussões e trocas de ideias entre o professor e o aluno;
- Permitiu os registros escritos dos alunos, desde os discursivos até os figurais, que contribuíram para a compreensão do raciocínio.

II) Análise da construção

De acordo com Duval (1997, 1998), o processo de construção pode ser notado por meio da conexão entre as apreensões sequencial e discursiva. Isso porque a apreensão sequencial se manifesta durante a solução de problemas de construção em que o objetivo é reproduzir figuras geométricas. Mas para que a construção ocorra de forma adequada, é importante que a apreensão discursiva também seja mobilizada, ou seja, é necessário a compreensão do enunciado proposto que é constituído de propriedades e características pertinentes do conceito trabalhado e da construção que será realizada.

Assim, para que fosse possível desenvolver uma análise da construção que essa tarefa oportunizou, foi recomendado que todos os participantes desenvolvessem seus registros figurais e suas estratégias escritas. Diante das construções realizadas, foi possível identificar os critérios de análise definidos na metodologia deste trabalho e que foram pautados em Duval (2012): se houve a ocorrência de uma significação de unidades figurais que definissem a construção realizada como uma figura geométrica e, também, se houve uma explicação que mostrasse o processo da construção.

Na Figura 16, apresentada anteriormente, José realiza a construção de oito (8) circunferências separadas umas das outras, algumas com tamanhos diferentes, outras com tamanhos semelhantes. Para descrever a construção realizada, ele efetuou o registro escrito que evidenciou seu raciocínio para esse momento, como mostra a Figura 17.

Figura 17: Resposta escrita de José na Tarefa Criativa 2.

3) Quantas soluções você encontrou?
oito circunferencia eu usei um lapis e um barbante e imaginei um buque de flores

4) E quais estratégias você utilizou para encontrar essas soluções?
circulos eu prendi o barbante no lapis e desenhei oito circunferencias e fui fazendo os circulos que fui imaginando e desenhei uma do lado da outra e uma de cada tamanho

Fonte: a autora.

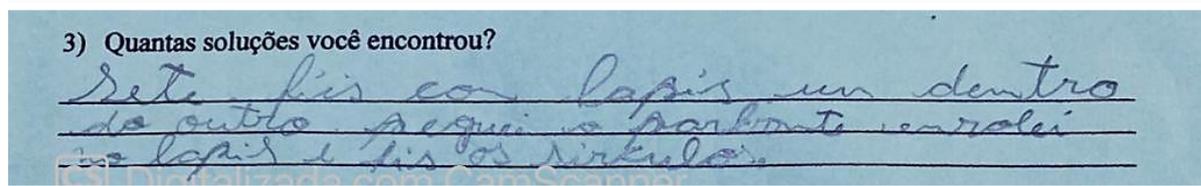
José relata que construiu oito (8) circunferências e usou um lápis e barbante para isso, assim, durante a construção, ele imaginou “um buque de flores”. Em um primeiro momento, essa resposta apresenta índicos da apreensão perceptiva, tendo em vista que ele relaciona a construção realizada com uma situação cotidiana, o buquê de flores, em uma interpretação discursiva.

No entanto, para Duval (2012), não é suficiente utilizar apenas a percepção para reconhecer certas unidades figurais, mas sim torna-se necessária uma indicação verbal para sustentar a figura como um objeto geométrico, de forma que seja atribuída certa congruência à relação entre a resolução e o enunciado proposto. Em outras palavras, além da mobilização da apreensão perceptiva em um momento inicial, durante a construção é necessária a conexão entre a apreensão sequencial e a discursiva. Com base nisso, destacamos que, na questão 4 da tarefa, José utiliza suas próprias palavras para descrever como desenvolveu a construção das circunferências, de forma que apresenta a interpretação discursiva da figura e do enunciado, contribuindo para a compreensão da construção presente no problema proposto.

Também observamos que, durante o registro escrito, José começa a se referir à construção geométrica como circunferência. Conforme a teoria de Duval (2004), esse aluno começa identificar e a atribuir significação à construção realizada, definindo o objeto construído como uma figura geométrica. Na Tarefa Criativa 1, isso não ocorreu, talvez por ter sido o primeiro contato com o conceito, ao passo que, no momento da Tarefa Criativa 2, os alunos já haviam tido contato com esse conceito, de maneira que eles conseguiram identificar algumas características da figura, durante a resolução, possibilitando uma indicação verbal que reconhece a construção realizada como uma figura geométrica, ou seja, a circunferência.

Esse mesmo caso de descrição do passo a passo da construção ocorre na resposta de Marcos como mostra a Figura 18, em que ele organizou as sete circunferências uma dentro da outra, possibilitando a observação em profundidade (Figura 14).

Figura 18: Resposta de Marcos na Tarefa Criativa 2.

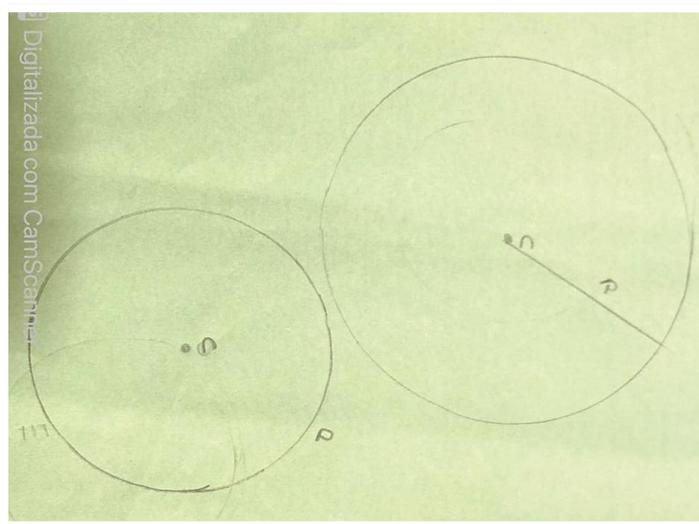


Fonte: a autora.

Para Duval (2012), a apreensão sequencial decorre do passo a passo de uma construção geométrica e, para isso, é necessária uma indicação verbal para atribuir significado à construção e à figura geométrica. Nessa resposta, fica evidente como Marcos conduziu sua construção, no entanto ele ainda não reconhece a circunferência como uma figura geométrica, dado que ele se referiu à construção realizada como “círculo”. Mas isso não quer dizer que não ocorreu a mobilização da apreensão sequencial, pois houve a descrição da construção realizada por meio do registro escrito.

Laura, por sua vez, não faz uma indicação verbal de maneira descritiva como José e Marcos, apenas responde à questão de “quantas soluções você encontrou?” de forma direta: “duas”. No entanto, em seu registro figural, ela apresenta algumas características pertinentes em relação à circunferência como lugar geométrico, como mostra a Figura 19 a seguir.

Figura 19: Registro figural de Laura na Tarefa Criativa 2.



Fonte: a autora.

Em seu registro, Laura reconhece o centro da circunferência marcado pelo ponto C, um ponto qualquer da circunferência marcado pelo ponto P e o raio da circunferência (R) como sendo o segmento que liga o ponto P até o centro. Dessa forma, Laura realiza sua indicação verbal representando as principais características do objeto geométrico trabalhado na própria construção, ou seja, embora não indique por meio de uma descrição, mas sim por meio da apresentação de propriedades, ela reconhece o objeto geométrico desenhado como o lugar geométrico da circunferência. Portanto, de acordo com Duval (2004), Laura atribuiu certa congruência à resolução e ao enunciado, por meio da observação das características apresentadas de forma indireta no enunciado proposto.

Reflexões

Considerando as construções realizadas a partir do problema proposto, observamos que a Tarefa Criativa 2 oportunizou a mobilização da apreensão sequencial em conexão com as apreensões discursiva e perceptiva. Nesse momento da implementação da pesquisa, a apreensão discursiva foi fundamental para que houvesse a observação e a interpretação das propriedades presentes no enunciado para realizar a construção e também para que houvesse o reconhecimento do objeto geométrico construído, por meio das indicações verbais.

Para Duval (2012), a apreensão sequencial é solicitada em problemas de construção e de descrição cujos objetivos é reproduzir uma figura. Assim, a proposta apresentada conduz diretamente a uma construção realizada por meio do compasso, de modo que favoreceu o processo de construção apontado por Duval (1998).

No que diz respeito à descrição das etapas da construção realizada, apenas José e Marcos o fizeram, de forma que apenas José conseguiu efetuar uma conexão entre a apreensão sequencial e a discursiva atribuindo significação à figura geométrica e reconhecendo-a como uma circunferência. Marcos realizou uma descrição, no entanto não apresentou propriedades pertinentes e nem nomeou a forma geométrica construída, mobilizando apenas a apreensão sequencial.

Da mesma forma, Laura não mostrou uma desenvoltura no processo de descrição do passo a passo da construção, no entanto, durante a construção, identificou as propriedades da circunferência como lugar geométrico, tais como o centro, o raio e um ponto qualquer da circunferência, o que aponta para a mobilização da conexão entre a apreensão sequencial e a apreensão discursiva. Desta forma, houve a observação de algumas propriedades e conceitos sobre o objeto geométrico que estão no enunciado e houve significação de unidades figurais que definiam a construção realizada como uma figura geométrica.

Os outros alunos (Maria, Ana, e João) apresentaram os registros figurais, no entanto não demonstraram uma desenvoltura na descrição do processo de construção e também não reconheceram a construção realizada como uma figura geométrica, uma vez que não citaram a circunferência e nem suas propriedades.

Portanto, após as análises realizadas até o momento, observamos que essa tarefa possui características fundamentais que contribuíram para que parte dos alunos mobilizassem a apreensão sequencial, por meio:

- do fluxo de ideias, com um questionamento aberto e uma construção com inúmeras possibilidades de tamanhos de circunferência.
- do registro escrito e figural dos alunos, de forma que eles expressassem todas as suas ideias;
- do espaço para descreverem suas resoluções (escritas e desenhos).

III) Análise do Raciocínio

Em consonância com as outras etapas, é possível identificar o processo de raciocínio por meio da mobilização da apreensão discursiva em conexão com a apreensão operatória. Essa conexão permite a compreensão do enunciado e das propriedades pertencentes a ele de forma que a construção realizada cumpra a função de suporte intuitivo, favorecendo a interpretação das tarefas de Geometria.

A Tarefa Criativa 2 exige uma congruência entre as propriedades e as indicações presentes no enunciado para que a construção seja realizada de forma adequada. Para isso, é fundamental especificar os seguintes critérios para a mobilização da apreensão discursiva, conforme indicado por Duval (2012): a observação das propriedades e conceitos sobre os objetos geométricos que estão no enunciado, a interpretação do enunciado e das propriedades apresentadas e o uso discursivo de algum conceito ou propriedade na resolução da tarefa.

O enunciado do problema proposto apresenta uma indicação verbal dos passos que devem ser seguidos para realizar a construção de um objeto geométrico – a circunferência. Ao percorrer esses passos, os alunos puderam ter diferentes ideias a respeito dos possíveis tamanhos para a circunferência. Logo, durante sua construção, os alunos transitaram entre os diferentes tamanhos da circunferência e também pelos conhecimentos que essa construção propõe e isso ocorreu de forma dinâmica e indireta, tendo em vista os seguintes aspectos: a própria construção da circunferência por meio de um compasso manual, a possibilidade de diferentes tamanhos para o raio e a ideia de que todos os pontos de cada circunferência estão a uma mesma distância do centro.

Assim como descrito anteriormente, a apreensão discursiva foi mobilizada em todas as etapas da Tarefa Criativa 2 em conexão com as outras apreensões, ou seja, ocorreu a conexão da apreensão discursiva com as apreensões perceptiva, operatória e sequencial, de forma que possibilitou a construção do objeto geométrico cumprindo com o objetivo da tarefa.

Como exemplo temos as soluções de José, apresentadas nas figuras 16 e 17, em que uma das interpretações que o aluno teve foi imaginar um buquê de rosas, de forma que desenhou todas as circunferências separadamente, mobilizando tanto a apreensão perceptiva associada com o cotidiano, quanto a apreensão operatória em que realizou a modificação posicional. Para tanto, o aluno necessitou registrar por meio da língua materna o seu processo de construção, o que indica a mobilização da apreensão discursiva, por meio da qual houve o reconhecimento da circunferência como figura geométrica. Essa conexão entre a apreensão discursiva e a operatória indica a ocorrência do processo de raciocínio de acordo com Duval (1997).

A apreensão discursiva é mobilizada de maneira diferente dos outros alunos na resposta de Laura, ou seja, essa apreensão foi mobilizada durante o registro figural em forma de propriedades pertinentes da circunferência como lugar geométrico, propriedades estas que não foram observadas de forma explícita nas respostas dos outros alunos. De acordo com Duval (2012), como ocorreu a observação das propriedades e conceitos sobre o objeto geométrico, os quais se encontram no enunciado, pode se dizer que houve o reconhecimento do objeto geométrico - a circunferência - por meio das características apresentadas e, portanto, foram mobilizadas a apreensão discursiva em conexão com a sequencial e a operatória. Isso porque houve o reconhecimento de unidades figurais presentes no enunciado durante a construção realizada, de maneira que Laura construiu duas circunferências de tamanhos distintos, o que também indica a ocorrência da modificação ótica que está relacionada com a apreensão operatória.

As soluções dos demais alunos (Maria, João, Marcos e Ana) apresentaram a apreensão discursiva de modo sutil, ou seja, apesar de realizarem as construções, quatro (4) de seis (6) participantes não reconheceram o objeto geométrico construído como uma “circunferência”, como foi o caso da Ana, do João, do Marcos e da Maria que citaram o desenho realizado como “círculos”. Estes mesmos alunos fizeram apontamentos importantes no primeiro questionamento, os quais apontam a mobilização da apreensão discursiva, conforme se verifica no diálogo a seguir.

Professora/pesquisadora: Gente, o que normalmente estudamos na Geometria, durante as aulas de geometria?

Laura: Professora, a Geometria Plana, entra né?

Professora/ pesquisadora: Muito bem lembrando! É a geometria que estuda, ponto, reta, plano, figuras planas.

José: círculo, retângulo, triângulo, quadrado, também!

Ana: Espaços e distâncias também né prof?

Tudo o que foi dito durante essa discussão foi convertido em registros escritos como os apresentados nas Figuras 12 e 13. Além disso, inicialmente, os participantes descreveram alguns pontos importantes que estariam presentes durante a construção, por exemplo, que “a circunferência é um conceito que faz parte da geometria plana”, o que foi citada por Laura (Figura 12), por meio de uma indicação verbal - o uso discursivo de algum conceito ou propriedade durante resolução da tarefa - sendo um dos critérios propostos por Duval (2012) para a mobilização da apreensão discursiva. Da mesma maneira, ocorreu com Maria que relatou que “em geometria estudamos espaços e distâncias, conceitos estes que estão diretamente relacionados com a circunferência como lugar geométrico”.

Reflexões

Com a Tarefa Criativa 2, observamos, com uma maior frequência, e em todas as propostas realizadas no decorrer da resolução, a mobilização da apreensão discursiva, uma vez que os alunos já haviam tido o contato com esse conceito durante a Tarefa Criativa 1. Tal fato possibilitou aos estudantes o conhecimento de algumas propriedades e características da circunferência, fundamentais para a apreensão discursiva. No entanto, isso ocorreu em diferentes momentos, por exemplo, nas respostas da Ana, da Maria e do João, a apreensão discursiva foi mobilizada apenas no primeiro questionamento da tarefa: “o que estudamos em geometria?”. Já na solução de Laura, essa apreensão foi mobilizada tanto no primeiro questionamento, quanto durante a construção realizada, em que foram apresentadas as principais características da circunferência. Nas respostas de José e Marcos, tal apreensão ocorreu apenas no segundo momento, ou seja, durante a construção e descrição da figura geométrica.

Duval (2012) relata que, quando a figura não apresenta suas propriedades de forma evidente, ocorre a dependência entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva; assim, para que o aluno consiga entender as propriedades dessa figura, é preciso recorrer ao enunciado. Duval (2012) alerta sobre três tipos de situações que podem ocorrer durante a interpretação do enunciado; a primeira delas é que nem sempre os enunciados deixam evidente certas unidades figurais e podem ocasionar dificuldades na resolução; a segunda é o emprego de uma congruência muito explícita entre o enunciado e a resolução, o que pode ocasionar também

obstáculos para resolver o problema; e a terceira situação é quando o aluno adere à apreensão perceptiva como primeira alternativa, sem retornar ao enunciado para estudá-lo e tentar identificar as propriedades que seriam fundamentais para uma resolução válida naquele momento.

Em vista disso, a partir das análises realizadas por meio dos dados coletados, observamos que essa tarefa está relacionada com a terceira situação prevista por Duval (2012), o que colaborou para a limitação da mobilização da apreensão discursiva durante a construção do objeto geométrico por parte de Ana, Maria e João. Tal fato pode ser concluído, haja vista que eles apenas realizaram a construção sem indicar nenhuma das características que estavam presentes no enunciado, ou seja, pautaram suas construções apenas na apreensão perceptiva e operatória sem retornar ao enunciado para tentar confrontar e averiguar algumas propriedades.

Diante disso, os resultados observados no decorrer das análises da Tarefa Criativa 2 trouxeram indícios de que todas as apreensões foram mobilizadas de forma satisfatória, havendo conexões entre elas e possibilitando aos participantes encontrar uma solução adequada. Portanto, foi possível concluirmos que houve a identificação da ocorrência dos três processos cognitivos: visualização, identificada por meio da conexão entre a apreensão perceptiva e operatória - a construção, reconhecida por meio da conexão entre a apreensão sequencial e discursiva - e o raciocínio, identificado por meio da conexão entre as apreensões operatória e discursiva.

Uma análise da compreensão do conceito de lugar geométrico da circunferência, considerando a análise anterior e as potencialidades das Tarefas Criativas

A Tarefa criativa 2 propõe o que é apresentado na BNCC, a qual prevê a aprendizagem de alguns conteúdos e seus conceitos por meio da construção geométrica. A circunferência é abordada em três momentos que contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de ações que podem ser propostas aos alunos, sendo elas: a construção de circunferências por meio do compasso, o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico e a utilização das circunferências para compor desenhos artísticos. Neste caso, a Tarefa Criativa 2 conduz à ação de construir a circunferência como lugar geométrico por meio do compasso.

Essa tarefa pode ser resolvida corretamente por meio da compreensão das indicações verbais presentes no enunciado que levam à construção da circunferência a partir de um compasso manual, no caso, um pedaço de barbante de 30 cm. A execução do registro escrito e figural é fundamental para a demonstração da estratégia adotada pelo estudante, bem como para

a observação da manifestação da significação e do reconhecimento da circunferência durante a interpretação do enunciado e da construção realizada. Isso quer dizer que não há necessidade de recorrer a cálculos matemáticos para chegar a uma resolução adequada, e sim é necessário identificar as propriedades que estão presentes de forma sutil no enunciado.

Partindo do enunciado da tarefa, a maneira correta de resolvê-la é compreender o passo a passo das indicações realizadas para a construção. Assim, o aluno teria que reconhecer o ponto marcado no meio da folha (o ponto O) como sendo o centro da circunferência, assim como reconhecer o barbante como o segmento que liga os pontos pertencentes à circunferência ao centro, no caso, o raio da proposta que pode variar de 0 a 30 cm, dependendo do tamanho que o aluno escolheu usar no decorrer da construção das circunferências de diferentes tamanhos. Assim, a tarefa oportuniza o fluxo de ideias a respeito da quantidade de circunferências que podem ser construídas com o barbante e certa flexibilidade em relação a essas ideias, ou seja, a forma como ela é proposta possibilita que os alunos transitem por cada uma dessas diferentes ideias, de forma que comecem a construir um raciocínio novo a respeito das infinitas possibilidades.

Partindo disso e por meio dos dados coletados, diferentes tentativas de resolução por meio de registros figurais e escritos foram realizadas pelos participantes da pesquisa.

Os seis (6) alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental (Ana, Maria, João, Marcos, Laura e José) desenvolveram seus registros figurais, no entanto os registros escritos foram desenvolvidos apenas por alguns deles (Marcos, José e Laura). Isso porque Ana, Maria e João desenvolveram suas resoluções intuitivamente, apropriando-se mais da visualização do que do raciocínio. Por outro lado, Marcos, José e Laura desenvolveram o processo de raciocínio após interpretarem o enunciado durante a construção do objeto geométrico, de forma que houve o reconhecimento de alguns conceitos geométricos como a circunferência (por parte de Laura e José) e o conceito de círculo (por parte de Marcos). Portanto, apenas José e Laura chegaram a uma interpretação discursiva coerente, pois reconheceram algumas das características e propriedades da circunferência como lugar geométrico por meio da descrição do processo e da construção realizada.

Contudo, José chegou a uma interpretação coerente de modo que reconheceu a circunferência como lugar geométrico por meio de uma indicação verbal em sua escrita, como está apresentado na Figura 17, em que, durante o desenvolvimento da escrita já reconhece a construção que realizou como uma circunferência. Laura, por sua vez, fez o reconhecimento da construção como uma circunferência por meio do registro figural apresentado na Figura 19, na qual indicou a existência do centro da circunferência de um ponto qualquer e a ligação desse

ponto com o centro, no caso, o raio. De acordo com Duval (2012), isso demonstra que houve o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico por meio da significação de certas unidades figurais presentes nos registros.

Por ser o segundo contato dos alunos com o conceito, observamos que isso contribuiu para que os estudantes ficassem mais atentos e compreendessem melhor as indicações presentes no enunciado da Tarefa Criativa 2. Isso porque os alunos já haviam conhecido algumas propriedades da circunferência na primeira tarefa proposta nesta pesquisa, o que possibilitou a discussão dos conceitos que abrangem a circunferência e a Geometria de modo geral. Logo, foi possível transitar por cada uma das ideias que foram surgindo no decorrer das discussões.

Durante as análises, também observamos que alguns estudantes não reconheceram a construção que realizaram como uma circunferência, mas isso não quer dizer que não ocorreu a mobilização do raciocínio no momento, uma vez que, se houve a realização da construção, em que todos chegaram em variadas circunferências, ocorreu a compreensão de aspectos do enunciado, o que evidencia indícios do processo de raciocínio. No entanto, houve uma deficiência na desenvoltura do processo da escrita, o que fez com que Ana, Maria e João não explicitassem o reconhecimento da construção realizada como uma circunferência por meio de uma indicação verbal. Além disso, este fato não interferiu nas estratégias de resolução, uma vez que todos chegaram às construções adequadas para a solução da proposta, por meio de interpretações diferentes, sejam elas figurais ou escritas, de forma intuitiva ou racional.

Esses resultados podem ser observados no Quadro 7 a seguir, que apresenta uma relação entre os alunos e as apreensões mobilizadas durante a tarefa, o que justifica os resultados encontrados durante o desenvolvimento dessa tarefa.

Quadro 7: Relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 2.

Alunos	Visualização		Construção		Raciocínio	
	Perceptiva	Operatória	Sequencial	Discursiva	Operatória	Discursiva
Ana	X	X	X	X	X	X
Laura	X	X	X	X	X	X
José	X	X	X	X	X	X
Marcos	X	X	X	X	X	X
João	X	X	X	X	X	X
Maria	X	X	X	X	X	X

Fonte: a autora.

Os resultados observados até o momento trouxeram indícios de que a Tarefa Criativa 2 suscitou a mobilização das apreensões perceptiva e operatória, que estão diretamente relacionadas com o processo de visualização, e também da apreensão sequencial que está vinculada ao processo de construção, e da apreensão discursiva que indica o processo de raciocínio. Além de suas conexões que foram essenciais para a observação e a identificação dos processos cognitivos.

Tal fato pode ser observado, pois dentre os seis (6) estudantes, todos manifestaram a conexão entre as apreensões perceptiva e operatória, o que evidencia o processo de visualização. Além disso, esses seis (6) alunos mobilizaram a apreensão sequencial em conexão com a discursiva o que indica o processo de construção e da mesma forma, os seis (6) alunos mobilizaram a conexão entre a apreensão operatória e a apreensão discursiva estabelecendo o processo de raciocínio.

Observa-se que a Tarefa Criativa 2 oportunizou de maneira satisfatória todas as apreensões que levaram aos processos cognitivos, o que mostrou um processo de evolução entre a Tarefa Criativa 1, na qual a apreensão discursiva não foi suscitada com frequência, e a Tarefa Criativa 2, em que a apreensão discursiva, que é fundamental para o reconhecimento da figura geométrica, foi mobilizada em praticamente todos os momentos da resolução.

3.2.3 Análise da Tarefa Criativa 3

A Tarefa Criativa 3, apresentada no Quadro 5, é uma adaptação de uma situação proposta por Duval (2012b). Após adaptada, essa tarefa passou a ter o objetivo de explorar as relações geométricas trabalhadas nas duas outras Tarefas Criativas (características e propriedades da circunferência) por meio da arte de construir mandalas. Partindo disso, esta tarefa se encontra na terceira etapa prevista pela BNCC para o ensino de circunferência como um lugar geométrico, ou seja, na indicação de utilização da circunferência para compor obras de arte. Além disso, esse tema está presente na BNCC com indicações para articulações com conteúdos que estão presentes nos componentes curriculares de Matemática e Artes, oportunizando aos estudantes produzir e expressar suas interpretações e ideias sobre a circunferência como lugar geométrico de forma generalizada e com viés artístico.

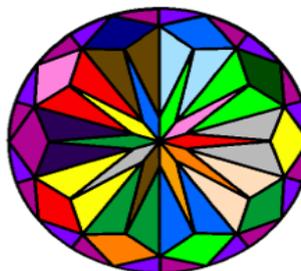
Assim, a Tarefa Criativa 3 foi entregue aos alunos como as outras no kit tarefas, impressa em uma folha sulfite A4 branca, junto a uma folha sulfite em branco para a construção da mandala e outra folha na cor azul com uma circunferência impressa para que os alunos pudessem desenvolver os dois primeiros questionamentos da tarefa abaixo.

Tarefa 3: Arte e matemática na construção de uma Mandala

VOCÊS SABIAM?!

A palavra mandala significa círculo em *sânscrito* e é considerada como um símbolo de cura e espiritualidade. Para os hinduístas e budistas, a mandala ajuda na concentração da prática meditativa e é comum encontrá-la nos templos dessa religião.

Uma mandala é composta por figuras de centro comum que possuem várias simetrias e repetições de desenhos a partir de um eixo, ou seja, é composta por quadrados, triângulos, círculos que são construídos a partir de uma circunferência que atribui forma a mandala. O ponto de partida da construção é a divisão igualitária da circunferência, assim os arcos e retas que compõem as figuras são construídos por meio de compasso e régua.



- 1) Considerando a curiosidade apresentada anteriormente, tome a folha azul que contém o desenho da circunferência de centro O. Divida a circunferência em três partes iguais, a partir do centro O. Descreva a(s) sua(s) estratégia(s) pensadas para resolver esse problema, no espaço abaixo.

- 2) Por meio da construção realizada anteriormente, desenhe diferentes figuras geométricas no interior da circunferência.

- 3) Anteriormente você desenhou algumas figuras geométricas dentro da circunferência. Use sua criatividade para construir uma mandala na folha em branco dada. Para isso, deve pensar e planejar 4 figuras geométricas a serem utilizadas dentro das limitações da circunferência (círculo, triângulo, quadrado, retângulo, ou outras que conhecer). Após finalizar a construção escolha cores harmônicas para pintá-las. Desse modo, sua mandala será exclusiva, com cores e formas geométricas da sua escolha!

Fonte: a autora.

Em um primeiro momento, para contextualizar os alunos a respeito do conceito artístico durante a resolução da tarefa de construção da mandala, foi discutido um breve texto explicativo a respeito da origem desse objeto e suas tradições. Além disso, foram apresentados também slides com exemplos de mandalas geométricas para contribuir para o entendimento da construção. Nesse momento, os alunos em geral lembraram que já haviam estudado sobre a mandala durante as aulas de Artes.

Levando em consideração que a mandala depende da construção de figuras inscritas na circunferência e que os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental não estavam familiarizados com esse conhecimento, foi solicitada a divisão da circunferência em três partes iguais, a fim de contribuir para a observação desse aspecto. Dessa forma, foi necessário

trabalhar com os conceitos básicos de raio, diâmetro e comprimento, para que ocorresse de fato a construção. Foi utilizado o recurso do slide com questionamentos para relembrar esses conceitos que haviam sido trabalhados nas Tarefas Criativas anteriores e, assim, foi possível realizar uma discussão relembrando cada uma das características da circunferência como lugar geométrico. Partindo disso, todos os alunos (Maria, Laura, Ana, Marcos, José e João) realizaram seus registros figurais e escritos a fim de resolver o problema.

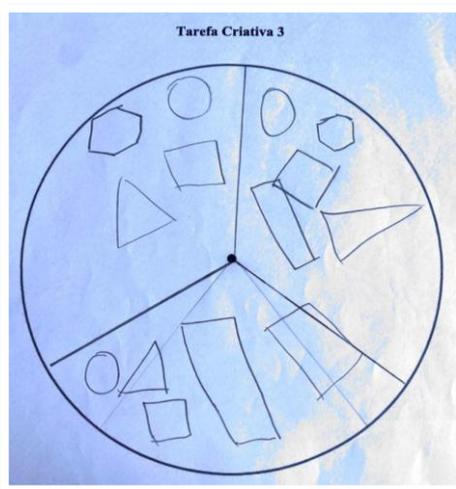
Por se tratar de um problema de construção, a tarefa possibilitou a percepção de algumas propriedades que serão analisadas à luz das apreensões figurais indicadas por Duval (2004, 2012), as quais possibilitam a observação da mobilização das fases de aprendizagem e a compreensão do conceito de circunferência como lugar geométrico por meio da arte.

Análise da ocorrência das fases da aprendizagem do conceito de circunferência manifestadas a partir das apreensões figurais:

I) Análise da visualização

Para a análise da visualização, Duval (1998) relata que é fundamental a identificação de duas apreensões, isto é, a apreensão perceptiva e a apreensão operatória. Partindo disso, durante a primeira situação proposta, a divisão da circunferência em três partes iguais, todos os participantes da pesquisa (João, Maria, José, Marcos, Ana e Laura) responderam de forma intuitiva, sem reconhecer algumas definições e propriedades matemáticas, apenas observando por meio da prática da tentativa e erro, se as estratégias tomadas estavam dando certo. Assim, surgiram diferentes estratégias, como a da Maria e da Laura que tentaram dividir a circunferência em três partes como se fossem três pedaços de pizza, conforme mostra a Figura 20.

Figura 20: Resposta de Maria na Tarefa Criativa 3.



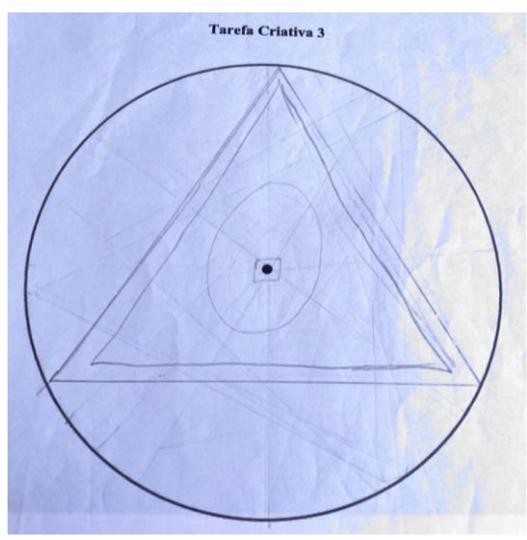
Fonte: as autoras.

Após realizar esse registro figural da estratégia escolhida, Maria desenvolveu um registro escrito, apresentando como pensou para realizar a construção, dizendo: “Usei a régua para desenhar as linhas no círculo”. Nessa resposta, observamos que Maria ainda não reconhece o objeto geométrico como uma circunferência, pois descreve o objeto como um “círculo”, mas isso não quer dizer que não ocorreu a apreensão perceptiva, uma vez que, mesmo de forma sutil, ela reconhece o raio da circunferência por meio da expressão “desenhar as linhas”. Ao observar o registro figural, verificamos que a linha descrita por Maria se refere ao segmento de reta que liga o centro a um ponto da circunferência, ou seja, o raio. De acordo com Duval (2012), esse entendimento indica que houve o reconhecimento de uma unidade figural do objeto geométrico, de maneira intuitiva por meio de um discurso, o que indica a conexão entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva.

Nessa mesma solução, em conexão com a apreensão perceptiva, identificamos uma reorganização figural no momento em que a circunferência é dividida em três partes, ou seja, ocorre uma modificação mereológica, uma decomposição da circunferência em unidades figurais com dimensões iguais, uma característica que indica a mobilização da apreensão operatória, de acordo com Duval(2012).

Utilizando outra estratégia, João dividiu a circunferência em três partes iguais por meio do desenho de um triângulo no centro da circunferência, como mostra a Figura 21, a seguir.

Figura 21: Resposta de João na Tarefa Criativa 3.



Fonte: a autora.

Após desenvolver essa resolução, João tentou explicar por meio de uma indicação verbal escrita o motivo da estratégia escolhida, dizendo: “eu coloquei um triângulo por que tem três

partes”. Nesse momento, João não assume as características da circunferência, no entanto reconhece as características do objeto geométrico que utilizou para dividir a circunferência em três partes, o triângulo, quando relaciona os três lados do triângulo com as três partes da circunferência. Nesse caso, de acordo com Duval (1997, 2012), ocorreu a conexão entre a apreensão operatória - que está sendo subordinada pela perceptiva - e a apreensão discursiva, uma vez que o aluno utiliza a intuição e a percepção para pensar no triângulo para dividir a circunferência e identifica algumas unidades figurais da construção por meio de uma indicação verbal.

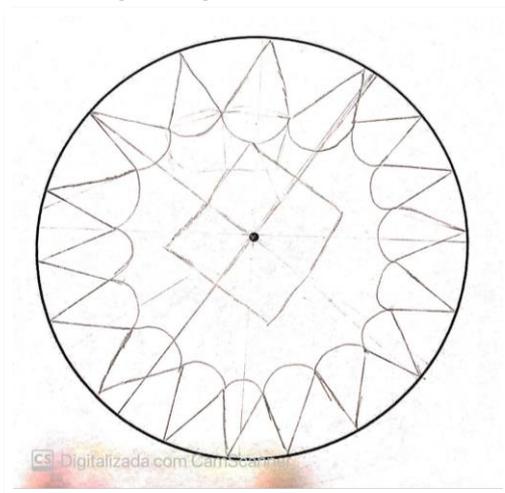
De acordo com Duval (2012), também ocorre a apreensão operatória, que é identificada por meio da modificação mereológica, quando ocorre a tentativa de decomposição da circunferência em partes iguais, combinando-a com o triângulo, de forma não racional sem utilizar axiomas e teoremas.

Nesse momento inicial, construções realizadas por José, Marcos e Ana não possibilitaram a identificação das estratégias escolhidas por eles, tendo em vista que nem os registros figurais e nem os registros escritos foram feitos de forma clara, o que dificultou o processo de análise.

Em um segundo momento, após a divisão da circunferência em três partes, foi proposta a construção de figuras geométricas no interior da circunferência que foi dividida, na tentativa de iniciar a ideia da construção de uma mandala geométrica. Essa construção foi realizada de maneira intuitiva por todos os alunos como previamente havíamos pensado, uma vez que eles não consideraram as propriedades da circunferência e nem de figuras inscritas na circunferência.

Uma das estratégias emergentes para a construção dessas figuras inscritas está presente na Figura 20, na qual Maria realiza a construção de triângulos, círculos, quadrados de forma desorganizada e sem levar em consideração qualquer ponto de partida ou propriedade. No entanto, por meio de um registro escrito, ela descreve todas as figuras geométricas construídas dentro da circunferência e isso indica a mobilização da apreensão discursiva, de acordo com Duval (2012). Como esse assunto de objetos geométricos inscritos na circunferência, que vai além da compreensão dos alunos do sétimo ano, a apreensão discursiva foi mobilizada de forma sutil e sem a utilização de propriedades e teoremas, apenas com a construção de figuras geométricas já conhecidas. O mesmo ocorre no registro representado na Figura 21, em que João constrói um triângulo, uma circunferência e um pequeno quadrado em volta do centro, ou seja, ele representou figuras que já conhecia. Essa mesma situação acontece na Figura 22 a seguir.

Figura 22: Registro figural de José na Tarefa Criativa 3.



Fonte: a autora.

Nesse registro figural, José desenhou um quadrado inscrito na circunferência e alguns objetos geométricos que se assemelham a triângulos. Assim, o registro de José, Maria e João indicam, segundo Duval (1997), a conexão entre a apreensão operatória - que é subordinada à perceptiva - e a discursiva, uma vez que o aluno reconhece o quadrado e tenta, de alguma forma, organizar essas construções no interior da circunferência.

Marcos, Laura, e Ana não apresentaram nenhum registro de forma clara que que permitisse identificar ou reconhecer alguma figura geométrica inscrita na circunferência, nesse momento, e assim mobilizar a apreensão discursiva.

Diante disso, as construções que foram propostas antes da construção da mandala mobilizaram algumas conexões, como a conexão entre a apreensão perceptiva e discursiva, operatória e discursiva e entre as apreensões perceptiva e operatória; mas a apreensão que se destacou nesse momento foi a apreensão perceptiva.

Reflexão

Diante dos resultados apresentados, observamos que a Tarefa Criativa 3, inicialmente, proporcionou duas situações complexas que vão além do repertório matemático dos alunos, fazendo com que a apreensão perceptiva fosse mobilizada com maior frequência.

Assim, a apreensão perceptiva foi identificada por meio do reconhecimento de algumas unidades figurais a respeito dos objetos geométricos apresentados (circunferência e triângulo), por intermédio de uma indicação verbal que levou à apreensão discursiva. A apreensão operatória também foi mobilizada e sua identificação ocorreu por meio da mobilização

mereológica, ou seja, pela decomposição da circunferência em três partes que ocorreu de forma não racional, sem o emprego de demonstrações e propriedades.

Em alguns casos, Duval (1997) ressalta a importância da subordinação das apreensões sequencial, discursiva e operatória à apreensão perceptiva. No entanto, a apreensão perceptiva por si só não garante essa aprendizagem, uma vez que está embasada na percepção inicial do objeto geométrico sem a necessidade de propriedades de definições matemáticas, o que faz com que sejam necessárias conexões para contribuir para a aprendizagem de um conceito geométrico. Diante disso, por mais que a apreensão perceptiva tenha sido o foco, nesse momento da pesquisa, ocorreram conexões que possibilitaram significações e discussões a respeito dos objetos geométricos construídos, tais como o triângulo e a circunferência.

Maria, Laura, João e José levantaram estratégias que possibilitaram a observação das apreensões perceptiva, operatória e suas conexões, ao passo que Ana e Marcos não tiveram uma desenvoltura clara em relação a seus registros figurais e escritos, de modo que houve dificuldade na observação das apreensões. Portanto, a Tarefa Criativa 3 apresentou algumas características que foram fundamentais para a mobilização das apreensões, como:

- Apresentou uma proposta de construção aberta, com inúmeras possibilidades;
- Relacionou os conceitos da circunferência de uma forma lúdica e interativa por meio de uma construção;
- Propiciou discussões e trocas de ideias entre o professor e o aluno;
- Permitiu os registros escritos dos alunos, desde os discursivos até os figurais, que contribuíram para a compreensão do raciocínio.

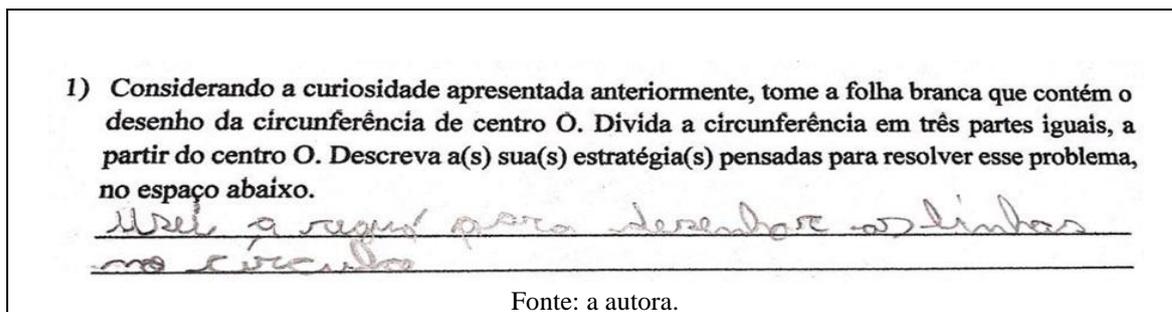
II) Análise da construção

Para Duval (1997, 1998), o processo de construção pode ser identificado por meio da mobilização da apreensão sequencial em conexão com a apreensão discursiva, visto que a apreensão sequencial é manifestada em problemas cujo objetivo é reproduzir uma figura geométrica. Para que a construção ocorra de maneira adequada, nessa tarefa, é necessária a compreensão do enunciado proposto, uma vez que este se constitui de propriedades e características que se manifestam por meio da apreensão discursiva.

Durante a implementação da Tarefa Criativa 3, esse processo de mobilização da apreensão sequencial ocorreu em dois momentos distintos: o primeiro foi durante a contextualização da construção da mandala por meio da partição da circunferência e, logo após, a construção das figuras inscritas; e o segundo momento a construção da própria mandala.

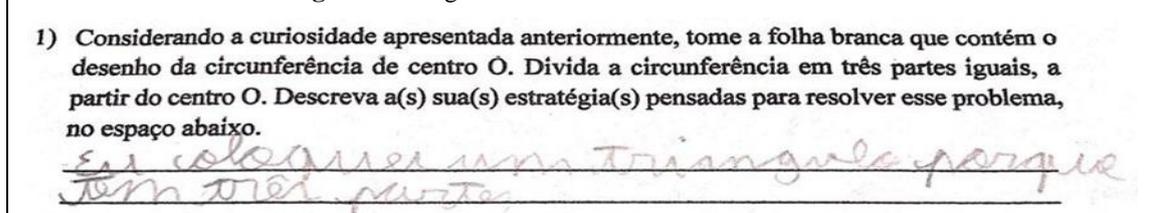
No que diz respeito ao primeiro momento, os alunos que apresentaram soluções que possibilitaram a observação das apreensões (Maria e João) realizaram suas construções, como já apresentadas nas Figuras 20 e 21, descrevendo os procedimentos que utilizaram para dividir a circunferência em três partes, conforme mostram as Figuras 23 e 24.

Figura 23: Registro escrito de Maria na Tarefa Criativa 3.



Fonte: a autora.

Figura 24: Registro escrito do João da Tarefa Criativa 3.



Fonte: a autora.

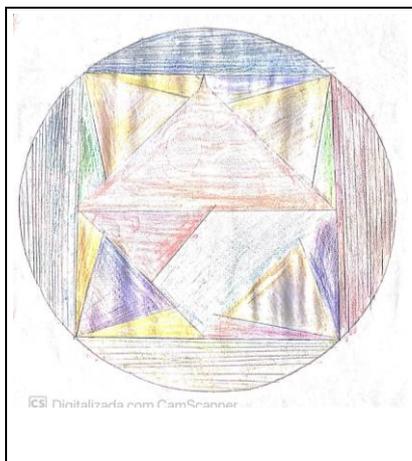
Na explicação de Maria, ela reconhece uma das características da circunferência de maneira intuitiva, isto é, ao mencionar “as linhas” que se referem aos três raios traçados para dividir o objeto geométrico em três partes; no entanto, ela não faz o discurso verbal da circunferência, mas sim do círculo. Porém, de acordo com Duval (2012), isso não quer dizer que a apreensão sequencial não foi mobilizada, já que ocorreu a significação de uma unidade figural que caracteriza essa construção geométrica.

No caso de João, ele divide a circunferência em “três partes” associando os três lados de um triângulo. Como ele assume uma das características de um triângulo - “possuir três lados” - ocorre também a significação de uma unidade figural que define essa construção como uma figura geométrica, o triângulo. Tal ação é identificada também por meio do discurso verbal dessa propriedade, assim como o caso de Maria (Figura 23). Portanto, em consonância com as teorias de Duval (1997), nesses dois casos, ocorre a mobilização da apreensão sequencial em conexão com a apreensão discursiva, o que possibilita a identificação do processo de construção.

Já o segundo momento ocorre durante a construção da mandala, no qual três (3) alunos (Ana, Maria e José) conseguiram interpretar o enunciado de forma adequada escolhendo 4

figuras geométricas para compor a mandala construída, ou seja, os três (3) alunos construíram uma mandala geométrica como proposto no enunciado. Pode-se observar as construções nas figuras 24, 25 e 26, a seguir.

Figura 25: Mandala da Ana.



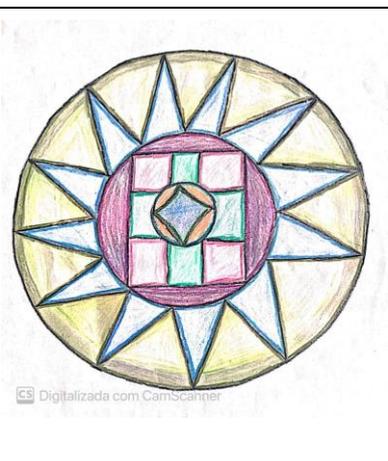
Fonte: a autora.

Figura 26: Mandala da Maria.



Fonte: a autora.

Figura 27: Mandala do José.



Fonte: a autora.

Como esses alunos leram e interpretaram o enunciado fazendo a escolha das figuras geométricas que achavam mais adequadas para a construção da mandala, houve o reconhecimento dessas figuras geométricas, o triângulo, a circunferência, o quadrado e o retângulo, que foram construídas de maneira organizada no interior da mandala. Dessa forma, de acordo com Duval (1997), ocorreu a conexão entre a apreensão sequencial e a apreensão discursiva, o que resultou na construção geométrica de maneira artística realizada por esses alunos.

Os outros três (3) alunos (Marcos, João e Laura) produziram suas mandalas de forma intuitiva, sem recorrer ao enunciado para observar que era preciso escolher 4 figuras geométricas. Assim, não reconheceram as formas geométricas necessárias para a construção e realizaram desenhos aleatórios (coração, flor, entre outros), ou seja, eles pautaram suas estratégias no aspecto mais artístico sem recorrer aos preceitos matemáticos. Como é possível observar nas figuras 28, 29 e 30.

Figura 28: Mandala do Marcos.

Figura 29: Mandala da Laura.

Figura 30: Mandala do João.



Fonte: a autora.

Fonte: a autora.

Fonte: a autora.

Assim, de acordo com as ideias de Duval (1997, 2004), não ocorreu significação dos objetos geométricos que poderiam ser construídos na mandala, o que fez com que a conexão entre a apreensão sequencial e discursiva não fosse mobilizada, prejudicando o processo de construção dos objetos geométricos. Dito de outro modo, esses alunos utilizaram suas estratégias mobilizando somente a apreensão perceptiva que, de acordo com Duval (2004), não é suficiente para sustentar uma construção como objeto geométrico.

Reflexão

Por meio dos resultados obtidos, verificamos que a apreensão sequencial ocorreu em diferentes momentos no decorrer dessa Tarefa, em conexão com as outras apreensões como a apreensão perceptiva e a discursiva. Nesse momento da pesquisa, a apreensão discursiva foi fundamental para que houvesse a observação das propriedades presentes no enunciado para realizar a construção e para que houvesse o reconhecimento do objeto geométrico construído.

Para Duval (2012), a apreensão sequencial é solicitada em problemas de construção e de descrição, cujo objetivo é reproduzir uma figura ou uma construção geométrica. Assim, a proposta apresentada conduz diretamente a uma construção que relaciona a matemática e a arte que favorece o processo de construção apontado por Duval (1998).

No que diz respeito à descrição das etapas da construção realizada, apenas João e Maria conseguiram mobilizar a conexão entre a apreensão sequencial e a discursiva, atribuindo significado à construção geométrica realizada por meio de uma indicação verbal. Os outros alunos (José, Marcos, Laura e Ana) apresentaram algumas descrições que não condiziam com a construção realizada, o que impossibilitou a observação das apreensões.

No momento da construção da mandala, João, que no início mobilizou a apreensão sequencial em conexão com a discursiva, não conseguiu desenvolver esses mesmos aspectos,

pois não indicou nenhuma figura geométrica e nem recorreu ao enunciado para observar pontos importantes sobre como deveria ser realizada a construção. Em outras palavras, a estratégia de João foi pautada totalmente na apreensão perceptiva, assim como a de Marcos e Laura. Por seu turno, Ana, Maria e José mobilizaram a apreensão sequencial em conexão com a apreensão discursiva, dado que suas mandalas foram pautadas na construção de figuras geométricas conhecidas por eles, assim como o enunciado propôs.

Portanto, após as análises realizadas, observamos que essa tarefa possui características fundamentais que contribuíram para que parte dos alunos mobilizassem a apreensão sequencial, por meio:

- do fluxo de ideias, de construções realizadas com a circunferência e outros objetos geométricos;
- do registro escrito e figural dos alunos, de forma que eles expressassem todas suas ideias;
- do espaço para descreverem suas resoluções (escritas e desenhos).

III) Análise do raciocínio

O processo de raciocínio pode ser identificado por meio da mobilização da apreensão discursiva com a operatória. Essa conexão contribui para a compreensão do enunciado que apresenta propriedades pertinentes para que a construção seja realizada cumprindo a função de suporte intuitivo, favorecendo a interpretação das tarefas de Geometria.

Para solucionar a Tarefa Criativa 3, é necessário observar com atenção as indicações que o enunciado propõe, para que seja realizada de forma adequada. Assim, o primeiro enunciado propõe a divisão da circunferência dada em três partes iguais a partir do centro, ou seja, era importante que os alunos se atentassem para a informação “a partir do centro”, isto é, traçando segmentos que pudessem ligar o centro a qualquer outro ponto da circunferência (raio) de forma que a dividisse em três partes iguais.

De acordo com Duval (1997), quando o aluno se propõe a dividir essa circunferência em três partes iguais, como o enunciado solicita, ele mobiliza a conexão entre a apreensão discursiva e a apreensão operatória. A apreensão discursiva, segundo Duval (2012), é mobilizada quando ocorre a congruência entre o enunciado e a construção realizada, enquanto que a apreensão operatória ocorre quando o aluno faz uma modificação mereológica na circunferência decompondo-a em unidades figurais iguais. Assim, apenas dois alunos solucionaram a situação de forma que essa conexão pudesse ser identificada (Maria e Laura), de forma que utilizaram a mesma estratégia como está apresentado na Figura 20. No caso de João, em seu registro figural (Figura 21), ele não realiza sua construção a partir do centro, mas

isso não quer dizer que a apreensão discursiva não foi mobilizada, uma vez que ele divide a circunferência em três partes por meio de um triângulo e reconhece a característica do triângulo de possuir três lados iguais, atribuindo significado à construção; de acordo com Duval (1997), isso indica a mobilização da apreensão discursiva em conexão com a sequencial e também a conexão entre as apreensões operatória e discursiva.

Ao tentar construir figuras geométricas inscritas na circunferência, todos os alunos tiveram dificuldades por ser um conceito novo que vai além do repertório teórico que possuíam. Então, eles não recorreram a conceitos e propriedades matemáticas, fazendo com que a apreensão discursiva, nesse momento, não fosse mobilizada de forma satisfatória, haja vista que, de acordo com Duval (1997), prevaleceu a apreensão perceptiva que por si só não é suficiente para garantir a aprendizagem de um conceito.

Durante a construção da mandala, três (3) alunos (Ana, Maria e José) conseguiram interpretar de forma coerente o que o enunciado solicitava, ou seja, escolheram 4 figuras geométricas para construir uma mandala geométrica. Assim, ao fazerem essa escolha, eles identificaram, de forma intuitiva, algumas características dessas figuras que contribuem para a organização delas dentro da mandala, além de apresentarem essas características por meio do registro figural realizado; de acordo com Duval (2012), a produção do registro faz com que ocorra a mobilização da apreensão discursiva.

No que diz respeito aos outros alunos, (Laura, Marcos e João) houve uma adesão à apreensão perceptiva como primeira alternativa, ou seja, eles não se atentaram para o enunciado e suas propriedades para construírem a mandala. Isso fez com que não houvesse significação ou reconhecimento de unidades figurais que poderiam definir a mandala construída como uma mandala geométrica. “Este esquecimento ou abandono do enunciado marca a ausência da atitude que chamamos de interpretação discursiva da figura” (DUVAL, 2012 p. 124).

Portanto, durante a Tarefa Criativa 3 a apreensão discursiva foi mobilizada em conexão com a apreensão operatória e a apreensão sequencial, possibilitando a identificação do processo de raciocínio indicado por Duval (1998).

Reflexão

Com a Tarefa Criativa 3, observamos que quando está ocorrendo o processo de aprendizagem de um novo conceito, como o de figuras inscritas na circunferência, a apreensão discursiva é mobilizada de forma sutil, uma vez que a apreensão perceptiva se sobressai durante a elaboração das soluções. Isso porque, para que o aluno consiga mobilizar a apreensão discursiva, ou seja, produzir uma indicação verbal, conforme propõe Duval (2012), além de

atribuir significado à construção reconhecendo-a como uma figura geométrica, ele precisa ter repertório matemático, ou seja, precisa saber sobre as propriedades e definições do conceito trabalhado.

Nessa etapa da pesquisa, a apreensão discursiva foi mobilizada em conexão com outras apreensões como a sequencial e a operatória, em diferentes momentos. Em um primeiro momento, durante a divisão da circunferência em partes iguais, ocorreu a mobilização da apreensão operatória que foi identificada por meio da modificação mereológica, por parte de Maria, Laura e João, em conexão com a apreensão discursiva, que teve o reconhecimento de características da circunferência e do triângulo de uma maneira sutil utilizando-se de uma indicação verbal durante a escrita de dois alunos, Maria e João.

No segundo momento, a apreensão discursiva é mobilizada durante a interpretação do enunciado para a construção da mandala. Diante disso, é necessário que o aluno leia o enunciado com atenção para escolher 4 figuras geométricas para compor sua mandala, fazendo com que ocorra a congruência entre o enunciado e a construção, como sugere Duval (2012). Assim, dos seis (6) alunos participantes da pesquisa, três (3) conseguiram estabelecer a congruência entre o enunciado e a construção (Ana, Maria e José), reconhecendo 4 figuras geométricas e elaborando uma mandala geométrica como está apresentado nas figuras 25, 26 e 27. Para Duval (1997), nesse momento de construção e reconhecimento das figuras geométricas ocorreu a mobilização da apreensão discursiva em conexão com a apreensão sequencial.

De outra parte, os outros três alunos (Laura, João e Marcos) não retornaram ao enunciado para estabelecer essa congruência, o que dificultou a construção da mandala geométrica. A esse respeito, Duval (2012) alerta sobre três tipos de situações que podem ocorrer durante a interpretação do enunciado: a primeira delas é que nem sempre os enunciados deixam evidentes certas unidades figurais e podem ocasionar dificuldades na resolução; a segunda é o emprego de uma congruência muito explícita entre o enunciado e a resolução, de forma que pode ocasionar também obstáculos para resolver o problema; a terceira situação é quando o aluno adere à apreensão perceptiva como primeira alternativa, sem retornar ao enunciado para estudá-lo e tentar identificar as propriedades que seriam fundamentais para uma resolução válida naquele momento.

Desse modo, por meio da observação das mandalas construídas por Laura, João e Marcos, explicitadas nas figuras 28, 29 e 30, verificamos que o que ocorreu com esses três (3) alunos se enquadra na terceira situação proposta por Duval (2012), pois observamos que eles aderiram à apreensão perceptiva como primeira alternativa sem retornar ao enunciado.

Uma análise da compreensão do conceito de lugar geométrico da circunferência, considerando a análise anterior e as potencialidades das Tarefas Criativas

A BNCC antevê a aprendizagem dos conteúdos geométricos por meio de construções geométricas. Por exemplo, o conceito de circunferência que é abordado por meio de três momentos que possibilitam o desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo eles: a construção de circunferências por meio do compasso, o reconhecimento da circunferência como lugar geométrico e a utilização das circunferências para compor desenhos artísticos. Em consonância com a BNCC, a Tarefa Criativa 3 une a matemática e a arte por meio de uma construção artística a partir da circunferência.

Essa tarefa teve o intuito de explorar conceitos e relações geométricas da circunferência por meio da construção de mandalas, de modo que os alunos puderam produzir e expressar suas interpretações e ideias a respeito do conceito de circunferência de forma generalizada e artística. Assim, para solucionar essa tarefa de maneira satisfatória é necessário lembrar e colocar em prática as propriedades da circunferência trabalhadas na Tarefa Criativa 1 e na Tarefa Criativa 2, tais como o conceito de raio, diâmetro e, principalmente, a compreensão de que todos os pontos da circunferência estão a uma mesma distância do centro (o lugar geométrico da circunferência).

Partindo disso, a construção da mandala possibilita um fluxo de ideias relacionadas com as propriedades trabalhadas nas tarefas anteriores que contribuíram para a formação da composição artística desejada, ou seja, oportunizou a transição entre as propriedades e as várias possibilidades de desenhos e de figuras que emergiram da criatividade dos participantes, de uma maneira original.

Os seis (6) alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental (Ana, Maria, João, Marcos, Laura e José) desenvolveram seus registros figurais, no entanto os registros escritos que atribuíram significado à construção ou reconhecimento das figuras construídas foram desenvolvidos apenas por Maria e João no primeiro momento da tarefa. Isso porque Ana, Laura, Marcos e José desenvolveram suas resoluções de forma intuitiva, apropriando-se mais da visualização do que do raciocínio. Enquanto isso, Maria e João desenvolveram o processo de raciocínio atribuindo significado às construções realizadas por meio de uma indicação verbal com o reconhecimento de algumas características e propriedades.

Em contrapartida, durante a construção da mandala, no segundo momento da tarefa, João, que durante o primeiro momento havia desenvolvido o raciocínio por meio da interpretação do enunciado, atribuindo significado à figura geométrica construída, não retornou ao enunciado para observar o que ele pedia, o que fez com que ele construísse sua mandala

pautado apenas na intuição, sem recorrer aos conceitos matemáticos necessários. Do mesmo modo, Marcos e Laura desenvolveram as mandalas sem escolher as figuras geométricas e sem recorrer às propriedades do enunciado. Os participantes José, Maria e Ana, por sua vez, escolheram as figuras geométricas que conheciam e julgaram serem adequadas para a organização da mandala, visto que se atentaram para o enunciado e suas propriedades, desenvolvendo assim um processo de raciocínio durante a construção.

Portanto, durante as análises, observamos em todos os alunos participantes certa dificuldade para desenvolverem um processo discursivo que esteja diretamente ligado ao raciocínio de forma detalhada. Isso porque o conceito de figuras geométricas inscritas na circunferência é novo para esses alunos, ou seja, eles não possuíam repertório matemático suficiente para desenvolver melhor essa habilidade. Este fato acabou interferindo nas estratégias de resolução, uma vez que todos realizaram as construções, mas os alunos que se pautaram apenas na visualização e na intuição não desenvolveram as construções de forma satisfatória.

Portanto, por mais que João, Marcos e Laura não tenham desenvolvido de maneira satisfatória o processo de raciocínio, nesse segundo momento, no momento anterior, eles apresentaram alguns pontos importantes, mostrando indícios desse processo, como já descrito anteriormente. Assim, as características que fazem essa tarefa ser uma Tarefa Criativa, possibilitaram a identificação dos processos de visualização, construção e raciocínio.

Esses resultados podem ser observados no Quadro 8 que apresenta uma relação dos alunos com as apreensões mobilizadas, o que justifica os resultados encontrados durante o desenvolvimento dessa tarefa.

Quadro 8: Relações dos resultados obtidos na Tarefa Criativa 3.

Alunos	Visualização		Construção		Raciocínio	
	Perceptiva	Operatória	Sequencial	Discursiva	Operatória	Discursiva
Ana			X	X		X
Laura	X	X		X	X	X
José	X	X	X	X	X	X
Marcos						
João	X	X	X	X	X	X
Maria	X	X	X	X	X	X

Fonte: a autora.

Os resultados observados até o momento trouxeram indícios de que a Tarefa Criativa 3 suscitou a mobilização das apreensões perceptiva e operatória - que estão diretamente relacionadas com o processo de visualização – bem como da apreensão sequencial, que está vinculada ao processo de construção, e da apreensão discursiva - que indica o processo de raciocínio. Além disso, foram identificadas suas conexões que foram essenciais para a observação e a identificação dos processos cognitivos.

Durante a resolução da Tarefa Criativa 3, as conexões entre apreensões foram mobilizadas em momentos diferentes, por exemplo, alguns alunos não mobilizaram a conexão entre a apreensão sequencial e a discursiva durante a construção de figuras inscritas na circunferência, mas mobilizaram essa conexão durante a construção da mandala. Então, no quadro apresentado anteriormente, consideramos que se a conexão entre as apreensões ocorreu em algum momento da tarefa, o processo cognitivo referente à conexão pode ser identificado.

Diante disso, observamos que dentre os seis (6) estudantes, quatro (4) manifestaram a conexão entre as apreensões perceptivas e operatórias, culminando no processo de visualização. Também quatro (4) alunos mobilizaram a apreensão sequencial em conexão com a apreensão discursiva, contribuindo para o processo de construção. Da mesma forma, os quatro (4) alunos mobilizaram a conexão entre a apreensão operatória e a discursiva, estabelecendo o processo de raciocínio.

Observamos que a Tarefa Criativa 3 oportunizou a manifestação das apreensões que levaram aos processos cognitivos, o que evidenciou um processo de evolução da Tarefa Criativa 1, em que as conexões ocorreram de forma menos frequente, para a Tarefa Criativa 3, em que grande parte dos alunos estabeleceram as conexões entre as apreensões. No entanto, houve um retrocesso na transição da Tarefa Criativa 2 para a Tarefa Criativa 3, uma vez que a quantidade de alunos que desenvolveram os três processos diminuiu. Cogitamos que tal fato ocorreu devido à inserção de um novo conceito na Tarefa Criativa 3, o qual estava além do repertório matemático dos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para dar início à conclusão desta pesquisa, serão apresentadas algumas respostas relacionadas com à inquietação que norteou o desenvolvimento da investigação: Quais as apreensões figurais mobilizadas por estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental ao resolverem Tarefas Criativas que contemplam a circunferência como lugar geométrico? Para discutir tal resposta, observamos como os aportes teóricos influenciaram a investigação em conjunto com os critérios metodológicos adotados.

Na tentativa de esclarecer a problemática de pesquisa, buscamos identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem do conceito que embasa a circunferência como um lugar geométrico em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental. Para isso, foram elaboradas três Tarefas Criativas sobre a circunferência como um lugar geométrico, com o intuito de mobilizar as apreensões figurais indicadas por Duval (2004, 2012), as quais contribuem para a identificação dos processos cognitivos da aprendizagem de geometria (DUVAL, 1998).

Inicialmente podemos destacar que as Tarefas Criativas desenvolvidas contribuíram para um caminho para alcançar a aprendizagem do objeto geométrico circunferência potencializando esse processo por meio da mobilização das apreensões perceptiva, operatória, discursiva e sequencial e, conseqüentemente, a visualização, a construção e o raciocínio. Os alunos participantes se empenharam em realizar seus registros escritos e figurais, para deixar evidente suas soluções. Dessa forma, as tarefas ofereceram subsídios para que a pesquisadora pudesse identificar e interpretar as respostas escritas e as falas de cada um dos colaboradores.

No que se refere às análises dos registros escritos, figurais e das falas dos alunos durante a produção dos dados, foram amparadas de maneira satisfatória pelas apreensões figurais e pelos processos cognitivos da aprendizagem de geometria. A dupla análise elencada para a investigação das soluções possibilitou observar e apontar os encaminhamentos, as interpretações de cada um, o pensamento geométrico desenvolvido no momento e a aprendizagem do conceito trabalhado, além de outros que surgiram no decorrer das resoluções.

Durante a resolução da Tarefa Criativa 1, foi empregada com maior frequência a visualização que foi identificada por meio da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória, ao passo que a construção que foi observada por meio da conexão entre as apreensões sequencial e discursiva. Ambas evidenciaram a intuição como o principal mecanismo utilizado nos registros figurais e escritos, fazendo com que a apreensão discursiva fosse mobilizada nesse processo. No que diz respeito à apreensão perceptiva, todos os alunos

reconheceram as formas geométricas que o jardim poderia assumir em seu formato de uma maneira intuitiva, por meio de uma exploração não racional sem cálculos matemáticos. Ou seja, reconheceram e visualizaram as formas geométricas como um todo, atentando-se para as suas características e até mesmo as suas configurações, como já foi explicitado na análise da seção anterior.

O mesmo ocorreu com a apreensão operatória, uma vez que alguns alunos sentiram a necessidade de realizar uma reorganização figural para visualizarem o jardim (o objeto geométrico) como um todo, como foi o caso das soluções da Figura 8 e da Figura 9, das estudantes Maria e Ana. Para que ocorresse esse tratamento figural da circunferência e do retângulo, presentes nas respostas, foi necessária a mobilização da visualização que também ocorreu de forma intuitiva.

Diante disso, as características que fazem dessa tarefa uma Tarefa Criativa potencializaram a etapa da visualização dos objetos geométricos que emergiram durante as resoluções, uma vez que, por serem questões abertas, possibilitaram fluxo de diferentes ideias e resoluções a respeito do formato do canteiro, as quais foram registradas de forma figurativa. Ou seja, os canteiros foram observados de forma intuitiva por meio das formas geométricas já conhecidas pelos alunos. Assim, a visualização se deu de forma satisfatória sendo o principal processo mobilizado durante as discussões e as produções dos registros escritos e figurais.

Em relação à apreensão sequencial, quando foi solicitada a construção das figuras que representariam o canteiro de rosas, todos apresentaram seus registros figurais, no entanto não mostraram uma desenvoltura na descrição dos passos realizados durante a construção. Mas isso não quer dizer que essa apreensão não foi mobilizada de forma satisfatória, uma vez que as estratégias levantadas ficaram evidentes nos registros figurais realizados, de forma que, em alguns casos, houve uma significação de unidades figurais que definiram a construção realizada como uma figura geométrica. Além disso, observamos que, durante o processo de construção, houve a mobilização da apreensão perceptiva, quando eles explicaram o motivo de aderirem ao formato escolhido para o canteiro. Isso por que, de acordo com Duval (1997, 2012), algumas tarefas de construção costumam ser independentes do enunciado, fazendo com que a mobilização da apreensão perceptiva seja necessária para verificar se a estratégia tomada é aceitável ou não. Para isso, é necessário que o sujeito reconheça as diferentes características figurais apresentadas para que ocorra o reconhecimento da figura a ser construída, o que só é possível por meio da apreensão perceptiva.

Nesse caso, as características pertencentes às Tarefas Criativas também contribuíram para desenvolver a etapa de construção, uma vez que propuseram uma proposta aberta que

possibilitou discussões em torno do fluxo de ideias, aspectos esses que ampliam os recursos para as soluções necessárias, de modo a desenvolver o pensamento geométrico.

Com relação à apreensão discursiva, não ocorreu uma mobilização frequente e satisfatória, em virtude de essa situação ser o primeiro contato que os alunos tiveram com o conceito de circunferência como lugar geométrico, ou seja, os alunos não possuíam um repertório de conhecimento amplo relacionado com as propriedades desse conceito. Isso fez com que os participantes adotassem uma noção intuitiva como uma primeira alternativa para contribuir para a resolução. Assim, ao desenharem a figura, não retornaram ao enunciado para tentar identificar as propriedades que seriam fundamentais para a interpretação válida da tarefa. Para Duval (1997, 1998, 2012), para que uma representação figural seja conhecida como uma figura geométrica, é necessário que haja um reconhecimento das características figurais e, para isso, é fundamental a conexão das apreensões perceptiva, operatória e sequencial com a apreensão discursiva.

Portanto, somente com a Tarefa Criativa 1, não foi possível inferir a respeito da mobilização da apreensão discursiva, que está ligada ao raciocínio, uma vez que, para que isso ocorresse de forma satisfatória, seria necessária uma melhor compreensão por parte dos alunos sobre o conceito trabalhado. Como o objetivo da Tarefa Criativa 1 era investigar o conhecimento prévio dos participantes a respeito do conceito de circunferência como um lugar geométrico e, de forma dinâmica, associar esse conceito a uma situação do cotidiano, nem todos chegaram à solução correta, de forma a compreender as principais propriedades da circunferência.

Em vista disso, inferimos que o sucesso na resolução de tarefas de geometria, de acordo com Duval (1998, 2012), está relacionado com a mobilização dos três processos cognitivos que podem ser identificados por meio das apreensões figurais que, nesse caso, foram potencializadas pelas Tarefas Criativas propostas. Portanto, mesmo que nessa tarefa os aspectos relacionados com a apreensão discursiva não tenham sido mobilizados de maneira satisfatória, observamos que a Tarefa Criativa apresentada potencializou discussões a respeito de assuntos de Geometria de modo geral. Ou seja, o fluxo de ideias possibilitou a manifestação de hipóteses e estratégias de resolução que suscitaram outros conceitos, além do que seria trabalhado, por meio da visualização e da construção. Ou seja, as apreensões que foram mobilizadas por essa tarefa, isto é, as apreensões perceptiva, operatória e sequencial, oportunizaram momentos ricos de observação, de construção e de discussão, o que favoreceu o processo de aprendizagem da Geometria.

No que diz respeito às soluções da Tarefa Criativa 2, em todas as etapas, observamos conexões entre as apreensões, principalmente, a conexão da apreensão discursiva com as demais. Assim, houve conexão entre a apreensão perceptiva e a discursiva, de modo que durante o primeiro questionamento ocorreu o reconhecimento de algumas unidades figurais presentes no estudo da Geometria de modo geral, de forma mais intuitiva e sem se aprofundar em explicações matemáticas. No entanto, durante o reconhecimento das unidades figurais realizado de forma intuitiva, ocorreu a significação por meio de um discurso verbal que mobilizou a apreensão discursiva. Foi o caso de Laura que citou, por meio de indicação verbal, a geometria plana e seus estudos (Figura 12) de forma intuitiva, sem maiores explicações, desenvolvendo um fluxo de ideias em relação à geometria plana de modo geral e mostrando o reconhecimento de alguns aspectos geométricos contextualizados conforme as situações propostas.

Durante a leitura do enunciado da tarefa 2, para realizar a construção, parte dos alunos como Maria, João e Ana, pautaram suas estratégias na intuição, ou seja, não apresentaram as propriedades da construção geométrica de forma evidente, fazendo com que ocorresse uma dependência entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva, conforme indica Duval (2012). Ou seja, nesse caso, para que esses alunos pudessem entender as configurações da figura e suas propriedades, era preciso recorrer a um enunciado para observar as propriedades e tal fato não ocorreu.

A apreensão operatória foi mobilizada durante todo o processo de construção das circunferências, por meio das organizações e das modificações que ocorreram durante essas organizações, como as modificações ótica e posicional. José e Maria realizaram a modificação posicional desenhando algumas circunferências de tamanhos semelhantes, apenas mudando a posição de cada uma delas, como nas Figuras 15 e 16. Por outro lado, João, Ana, Marcos e Laura, procederam a modificação ótica mantendo o formato inicial e variando o tamanho, em alguns casos, possibilitando a profundidade. Essas modificações da apreensão operatória “permitem que as figuras geométricas cumpram a função de suporte intuitivo, favorecendo a interpretação das atividades de Geometria” (NOVAK, 2018 p. 42).

Partindo desses apontamentos, observamos que os aspectos que fazem essa tarefa ser uma Tarefa Criativa, ou seja, a fluência, a flexibilidade e a originalidade, oportunizaram situações que potencializaram a visualização do objeto geométrico que emergiu após a leitura do enunciado da problemática, uma vez que apresentou uma proposta com inúmeras possibilidades de ideias a respeito do conceito. Em outras palavras, com um pedaço de barbante de 30 cm era possível construir infinitas circunferências com raios diferentes, de forma intuitiva

sem recorrer a procedimentos matemáticos complexos. Portanto, a visualização foi essencial para o início da construção e ocorreu de forma satisfatória.

Essa tarefa está voltada para a construção da circunferência, fazendo com que a apreensão sequencial seja o foco durante a solução. Assim, todos os alunos apresentaram seus registros figurais, alguns com uma desenvoltura na descrição do passo a passo, outros não. Mas isso não quer dizer que a apreensão não ocorreu de forma satisfatória, uma vez que, após a leitura do enunciado, todos realizaram a construção de forma adequada utilizando estratégias diferentes para organizar, de maneira que, em alguns casos, houve significação de algumas unidades figurais e o reconhecimento da forma geométrica, como foi o caso da Laura e do José. Ou seja, durante o processo de construção houve também a mobilização da apreensão discursiva, ocorrendo a conexão entre a apreensão sequencial e discursiva que, de acordo com Duval (1997), ocorre quando é proposta uma tarefa com o objetivo de construir uma figura geométrica e reconhecê-la por meio da significação de propriedades e características pertencentes a ela.

Assim, o fluxo de ideias a respeito do que estava sendo proposto no enunciado e a transição por cada uma delas foi fundamental para o desenvolvimento do processo de construção, uma vez que a proposta oportunizou inúmeras possibilidades de tamanhos e organizações da circunferência, além das discussões que puderam ser realizadas sobre as principais características do objeto geométrico.

A apreensão discursiva ocorreu de forma satisfatória em diferentes momentos, no decorrer do desenvolvimento da tarefa, em virtude de os alunos já terem tido contato com o conceito durante a Tarefa Criativa 1, ou seja, eles possuíam alguns repertórios matemáticos para identificar a construção como uma figura geométrica. Assim, alguns alunos como Laura e Ana mobilizaram essa apreensão no primeiro questionamento, sendo que Laura também mobilizou durante a construção, assim como José e Marcos que mobilizaram durante a construção, na tentativa de explicar as estratégias adotadas, fazendo com que houvesse a identificação de algumas unidades figurais e o reconhecimento da figura como uma figura geométrica (a circunferência). Isso quer dizer que, durante a resolução da problemática, alguns alunos voltaram ao enunciado para analisá-lo na tentativa de encontrar propriedades pertinentes para a indicação verbal enquanto os outros alunos não o fizeram.

De acordo com Duval (1997, 1998, 2012), para que uma construção figural seja denominada uma figura geométrica, é necessário que haja um reconhecimento das características figurais e, para isso, é fundamental a conexão entre as apreensões perceptiva, operatória e sequencial com a discursiva. Diante disso, ao analisar as soluções dos alunos

evidenciamos a conexão da apreensão discursiva com todas as outras apreensões, o que contribuiu para o desenvolvimento do registro figural e também para a compreensão da situação como um todo, possibilitando discussões a respeito do objeto geométrico.

Portanto, a Tarefa Criativa 2 oportunizou a mobilização da apreensão discursiva como esperávamos, de modo que contribuiu para a formação do raciocínio geométrico dos alunos a respeito da circunferência como um lugar geométrico e suas propriedades. Nesse sentido, Duval (1998,2012) infere que o sucesso do processo de ensino e a aprendizagem da geometria, por meio das resoluções de tarefas, está relacionado com a mobilização dos três processos cognitivos - a visualização, a construção e o raciocínio -, que foram identificados de maneira satisfatória nessa tarefa, por meio das apreensões figurais e suas conexões.

Considerando as análises da Tarefa Criativa 3, observamos que, durante todo o processo de resolução da tarefa, ocorreram conexões entre as apreensões, como a conexão entre a apreensão perceptiva e a operatória, a conexão entre a operatória e a discursiva, a conexão entre a perceptiva e a discursiva, e a conexão entre a sequencial e a discursiva. No entanto, a apreensão que prevaleceu durante essa tarefa foi a perceptiva, uma vez que o conceito de figuras inscritas na circunferência, fundamental para a construção da mandala, não estava acessível aos alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, fazendo com que a intuição fosse mais suscitada do que o raciocínio.

As propriedades que precisavam ser observadas para que fosse possível realizar a construção apropriadamente estavam apresentadas de forma implícita no enunciado, ou seja, era preciso ler com muita atenção para compreender que a circunferência deveria ser dividida em três partes iguais por meio de segmentos que partiam do centro, quer dizer, por meio dos raios da circunferência.

Os únicos alunos que se atentaram para essa propriedade foram Laura e Maria, que conseguiram representar isso em seus registros figurais, no entanto apenas Maria realizou uma indicação verbal por meio da escrita reconhecendo uma das características da circunferência, no caso o raio, o que também foi feito de uma maneira intuitiva, uma vez que ela nomeou o raio como “linha”. De acordo com Duval (2012), nesse momento, ocorreu uma dependência entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva, ou seja, nesse caso, para que esses alunos pudessem entender as configurações da figura e suas propriedades, era preciso recorrer a um enunciado para observar as propriedades, o que nem todos fizeram.

Diante disso, a apreensão perceptiva foi mobilizada durante o reconhecimento de algumas unidades figurais da circunferência e do triângulo, em conexão com a discursiva, uma vez que ocorreu a dependência das duas. E durante a construção da mandala, em um primeiro

momento, os alunos recorreram à intuição e não às propriedades matemáticas, o que em alguns momentos dificultou a compreensão de um novo conceito, isto é, o conceito de figuras inscritas na circunferência. Porém, tal assunto foi discutido ao final da tarefa proposta.

A apreensão operatória foi mobilizada durante os dois momentos da tarefa, por meio das organizações e das modificações que ocorreram durante as construções, como a modificação mereológica. Maria, Laura e João realizaram essa modificação durante a divisão da circunferência em unidades figurais iguais, como está apresentado nas Figuras 20 e 21. De acordo com Novak (2018), essas modificações favorecem a interpretação das tarefas de Geometria, fazendo com que as figuras geométricas cumpram a função de suporte intuitivo.

Diante dos apontamentos realizados anteriormente, observamos que os aspectos que fazem essa tarefa ser uma Tarefa Criativa (a fluência, a flexibilidade e a originalidade) oportunizaram situações que possibilitaram a identificação da visualização, uma vez que foram mobilizadas as apreensões perceptiva e operatória, além das suas conexões, e também foi apresentada uma proposta com várias possibilidades de ideias a respeito do conceito trabalhado. Portanto, a visualização foi essencial para a construção e se desenvolveu de forma satisfatória.

Em relação à apreensão sequencial, todos os alunos apresentaram seus registros figurais, no entanto apenas Maria e João apresentaram uma desenvoltura na descrição do procedimento utilizado, fazendo o reconhecimento de unidades figurais que possibilitaram o reconhecimento da figura geométrica atribuindo significado para a mesma. Ou seja, em consonância com Duval (1997), a realização da tarefa evidenciou uma conexão entre a apreensão sequencial e discursiva, o que indica que ocorreu uma construção geométrica por parte do aluno. Os outros alunos (Ana, José, Laura e Marcos) não desenvolveram seus registros figurais e escritos de forma clara, o que dificultou o processo de identificação da mobilização das apreensões.

Mas isso não quer dizer que essa apreensão não foi mobilizada de forma satisfatória, uma vez que, em um segundo momento, Ana, Maria e José conseguiram interpretar o enunciado de forma adequada atentando-se para os detalhes, fazendo com que ocorresse uma congruência entre o enunciado e a construção a ser realizada de forma que os três alunos construíram mandalas geométricas contendo 4 formas geométricas distintas em sua composição. De acordo com Duval (1997), esses alunos mobilizaram a conexão entre a apreensão sequencial e a apreensão discursiva, fundamentais para a ocorrência de uma construção geométrica. Essa conexão não foi mobilizada por Laura, Marcos e João, pois estes não recorreram às indicações do enunciado, pautando suas estratégias somente na visualização e na percepção inicial, o que fez com que a construção não fosse realizada de maneira adequada, como solicitava o enunciado.

Assim, considerando o fluxo de ideias a respeito da construção da mandala, bem como as diferentes características da circunferência (centro, raio, comprimento), e considerando as possíveis figuras geométricas que poderiam estar inscritas na circunferência, foi possível transitar por cada uma delas, oportunizando a originalidade em cada uma das mandalas construídas pelos alunos participantes.

A apreensão discursiva não ocorreu como esperávamos, de forma evidente, pois foi mobilizada sutilmente pelos estudantes por meio de indicações verbais, por parte de Maria e João, durante a partição da circunferência em três partes. E, durante o processo de elaboração da mandala, a apreensão discursiva foi identificada por meio da congruência estabelecida entre o enunciado e a construção, por parte de Ana, Maria e José. Essa apreensão foi suscitada com mais dificuldade devido ao fato de o conceito de figuras inscritas na circunferência ser novo e complexo para os participantes. Duval (2012) salienta que, para que ocorra a mobilização da apreensão discursiva, é necessário ter um repertório teórico forte para realizar indicações verbais que atribuam significado à figura geométrica.

Diante dos dados apresentados durante as análises, estabelecemos uma relação entre os processos cognitivos desenvolvidos por cada aluno no decorrer das três Tarefas Criativas, na tentativa de observar se houve evolução de uma tarefa para outra. As informações são apresentadas no Quadro 9, onde designamos por V a visualização, C a construção e R o raciocínio.

Quadro 9: Relação entre os alunos e os processos cognitivos identificados.

<u>Alunos</u>	<u>Tarefa Criativa 1</u>			<u>Tarefa Criativa 2</u>			<u>Tarefa Criativa 3</u>		
	V	C	R	V	C	R	V	C	R
Ana	X			X		X		X	
Laura				X	X	X	X		X
José	X		X	X	X	X	X	X	X
Marcos				X		X			
João				X	X	X	X	X	X
Maria	X			X		X	X	X	X

Fonte: a autora.

Com os dados apresentados no Quadro 9, observamos que houve uma evolução por parte da maioria dos alunos, como no caso de Ana que, na Tarefa Criativa 1, desenvolveu apenas a visualização, enquanto que, na Tarefa Criativa 2, ela desenvolveu a visualização e o raciocínio e, na Tarefa Criativa 3, Ana mobilizou somente a construção, processo que nas outras tarefas

não foi mobilizado. Do mesmo modo, Laura não desenvolveu nenhum dos processos na primeira Tarefa Criativa, uma vez que desenvolveu as apreensões sem suas conexões, porém a aluna desenvolveu os três processos cognitivos de maneira satisfatória, na segunda Tarefa Criativa, mostrando a compreensão do conceito trabalhado. Por último, na Tarefa Criativa 3, Laura desenvolveu a visualização e o raciocínio.

A evolução de José e João, foi significativa, uma vez que, na primeira tarefa, João não desenvolveu nenhum processo cognitivo e José desenvolveu a visualização e o raciocínio, enquanto que esses alunos mobilizaram os três processos cognitivos de forma satisfatória, nas Tarefas Criativas 1 e 2, mostrando certa compreensão em relação ao conceito de circunferência como lugar geométrico. Maria também mostrou um quadro evolutivo relevante da primeira para a terceira tarefa. Durante a Tarefa Criativa 1, Maria mobilizou apenas o processo de visualização, mas, na Tarefa Criativa 2, ela desenvolveu o processo de visualização e raciocínio e, na Tarefa Criativa 3, mobilizou a visualização, a construção e o raciocínio, assim como prevíamos para a aprendizagem de um conceito novo, ou seja, uma aprendizagem que fosse construída de forma progressiva.

O único aluno que não demonstrou evolução aparente foi Marcos que, durante a primeira tarefa, não mobilizou nenhum dos processos cognitivos, assim como na terceira tarefa. Foram desenvolvidos apenas a visualização e o raciocínio, durante a Tarefa Criativa 2, o que mostrou certa dificuldade para compreender o conceito de circunferência e também para trabalhar com conceitos Geométricos.

Com a presente pesquisa, entendemos que uma das formas para que a aprendizagem da Geometria ocorra satisfatoriamente consiste em trabalhá-la em sala de aula sob um ponto de vista cognitivo, considerando os processos cognitivos indicados por Duval (1998), com o intuito de desenvolver o raciocínio geométrico do aluno, para que por meio da forma de pensar geometricamente o aluno consiga resolver tarefas de Geometria. Diante disso, as Tarefas Criativas mostraram ser um caminho para a mobilização das apreensões figurais que buscam identificar esses processos cognitivos durante as resoluções de tarefas geométricas.

Mesmo em um momento atípico, em que a presente pesquisa foi desenvolvida completamente de forma remota, foi possível obter resultados relevantes em relação à aprendizagem de Geometria, especificamente, do conceito de circunferência como um lugar geométrico. Portanto, as três Tarefas Criativas propostas oportunizaram que a pesquisa cumprisse o seu objetivo de identificar as apreensões figurais durante a aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como um lugar geométrico em uma turma do sétimo ano do Ensino Fundamental, o que possibilitou:

- Situar as potencialidades das Tarefas Criativas no desenvolvimento da visualização, da construção e do raciocínio geométrico;
- Explicitar as apreensões que as Tarefas Criativas elaboradas mobilizarão.
- Desvelar o processo de aprendizagem do lugar geométrico da circunferência por meio de sua construção e da arte.

Portanto, as três Tarefas Criativas oportunizaram a mobilização das apreensões, perceptiva, operatória, sequencial e discursiva, considerando os apontamentos de Duval (1997, 2004 e 2012), de forma que tais apreensões foram identificadas por meio dos três processos cognitivos, visualização, construção e raciocínio. O que se pode afirmar é que as Tarefas Criativas contribuíram para o desenvolvimento do raciocínio geométrico e para a compreensão do conceito de lugar geométrico da circunferência.

Dentre tantas contribuições, este trabalho proporcionou uma reflexão sobre como devo conduzir minhas aulas quando for ensinar Geometria e sobre o tamanho da minha responsabilidade perante a aprendizagem dos meus alunos. Responsabilidade porque o desenvolvimento dos processos cognitivos, fundamentais para a construção do raciocínio geométrico do aluno, depende, boa parte, do professor, ou seja, da forma que ele propõe as situações durante as aulas de Matemática.

Logo, concluo que se nós, professores, temos a intenção de proporcionar o melhor da aprendizagem para nossos alunos, devemos sempre aprimorar nossos conhecimentos e estar em constante processo de formação, para que possamos proporcionar contribuições, não apenas em nossa sala de aula, mas também na sala de aula de outros professores, por meio de pesquisas como esta.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Péricles. **Situações de aprendizagem:** a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

ARCEGO, Priscila. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental.** 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BANDIM, Ronaldo Gomes. **Lugar Geométrico -** Uma abordagem com Geometria Dinâmica. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE, Recife, 2016.

BERLANDA, Juliane Carla. **Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software geogebra.** 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BÉRTI, Gustavo Camargo. **Curvas descritas mecanicamente e Geogebra:** uma proposta destinada ao Ensino Médio. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

BOLDA, Claudia Regina Flores. **Geometria e visualização:** desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração. 1997. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BULLMANN, Cátia Luana. **Aprendizagem de conceitos de geometria espacial por estudantes do ensino médio:** entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2018.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino da geometria:** uma alternativa metodológica na formação de professores. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2018. Disponível em: < <http://.mec.gov.br/#!/site/inicio> >. Acesso em: abril, 2020.

BRASIL, Thâmara Chaves. **O ensino da Geometria através de resolução de problemas:** Explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

CAVALCANTI, Valdir de Sousa. **Composing parodies: a didactical approach for understanding the concepts of circumference.** 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

CLARIMUNDO, Luciano José. **Introduzindo a ideia de séries numéricas nos ensinamentos fundamental e médio.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2020.

CORDEIRO, Rafael Fernandes de Lara. **Compreensão dos conceitos de área do círculo e volume com o uso de tendências metodológicas na educação do campo.** 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.

DUVAL, Raymond. La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée (1997). IN: CURSO DADO A PUC/SP.

DUVAL, Raymond. Geometry from a Cognitive Point of View. In: MAMMANA, C. (ed.), VILLANI, V. (ed.). **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century – An ICMI Study.** Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic, 1998. pp. 37-52.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** 2004.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012.

DUVAL, Raymond. (2012b). Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. Écartssémantiques et cohérencemathématique: introductionauxproblèmes de congruence (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(1), 97-117. 10.5007/1981-1322.2012v7n1p97

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** Tânia M. M. Campos (Org.). São Paulo: PROEM, 2011.

FERNANDES, Ricardo Uchoa. **Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de trigonometria na circunferência.** 2010. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

FERREIRA, Maridete Brito Cunha. **Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas.** 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

HALBERSTADT, Fabrício Fernando. **A aprendizagem da Geometria analítica do Ensino médio e suas representações semióticas no grafeq.** 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

GALVÃO, Paulo Marcelo Cravo. A circunferência como lugar geométrico. **Portal do Professor.** 2010. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=21838>. Acesso em: 11 de novembro de 2020.

GONÇALVES, José Sinval Soares. **Método de comparações visuais entre medidas de segmentos como facilitador da aprendizagem de conceitos trigonométricos**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

KELLER, Flávia Adolf Lutz. **Descobrimo o número π** . 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

LIED, Roberta. **Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

LIBÂNIO, José Carlos. **Ensinar e aprender, aprender e ensinar: o lugar da teoria e da prática em didática**. Temas de pedagogia: diálogos entre didática e currículo. São Paulo: Cortez, 2012.

LIBÂNIO, José Carlos. O Campo Teórico e Profissional da Didática Hoje: entre Ítaca e o canto das sereias. In: FRANCO, Maria Amélia Santoro; PIMENTA, Selma Garrido (org.). **Didática: embates contemporâneos**. São Paulo: Loyola, 2011. p. 43-74.

LOBATO, Lydia Fernandes et al. Desafios do ensino de geometria no ensino médio. 2019.

LORENZATO, Sérgio. "Os "porques" Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professores". **Proposições**, vol. 10. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1993.

MANOEL, Wagner. **A importância do ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

SIMON, Martin.; TZUR, Ron. **Explicando o Papel das Tarefas Matemáticas na Aprendizagem Conceitual: Uma Elaboração da Trajetória de Aprendizagem Hipotética**, Pensamento Matemático e Aprendizagem, v. 6, n. 2. p. , 91-104, 2004. DOI: [10.1207 / s15327833mtl0602_2](https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_2)

MELLO, Elisabete Marcon. **A visualização de objetos geométricos por alunos cegos: um estudo sob a ótica de Duval**. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

MIRANDA, Made Júnior. As tarefas escolares e o ensino desenvolvimental. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, v. 16, n. 68, p. 249-260, 2016.

MORAES, Marcelo Cardozo de. **O funcionamento do GPS e a matemática do ensino médio**. 2015. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

MORAN, Mariana. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da educação básica acerca de registros figurais**. 2015. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

MOREIRA, Patrícia Stopa. **Banco geométrico: uma maneira divertida de aprender matemática**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

MOREIRA, José Antônio Marques. HENRIQUES, Susana. BARROS, Daniela. Transitando de um ensino remoto emergencial para uma educação digital em rede, em tempos de pandemia. **Dialogia**, São Paulo, n. 34, p. 351-364, 2020.

MORETTI, Mérciles Thadeu; BRANDT, Celia Finck. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

MOTTA, Ulisses Fernandes. **Geometria plana - um curso no GeoGebra**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

NORONHA, Claudianny Amorim. **As geometrias urbanas e isoperimétrica: uma alternativa de uso em sala de aula**. 2006. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

NOVAK, Franciele Isabelita Lopes. **O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em Geometria segundo Raymond Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

OLIVEIRA, Mateus Rodrigues. **Explorando lugares geométricos através da resolução de problemas**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação USP, São Carlos, 2018.

OLIVEIRA, Carlos André Neiva de. **O uso do Geogebra no ensino da geometria analítica: estudo da circunferência**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.

PAULO, Gilberto Pereira. **Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de círculo e perímetro de circunferência**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

PAVANELO, Regina Maria. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências, **Zetetiké**, Campinas, n. 1, 1993.

PEREZ, Geraldo. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1ª e 2ª graus)**. 1991. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1991.

PIROLA, Daiani Lodete. **Aprendizagem em geometria nas séries iniciais: uma possibilidade pela integração entre as apreensões em geometria e as capacidades de percepção visual**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

PONTE, João Pedro da. (org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. (Encontros de educação). ISBN 978-989-8753-06-9

PONTE, João Pedro da. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, n. 25, p. 105-132, 2006.

POSSANI, Jose Fernando. **Uma sequência didática para a aprendizagem do volume do icosaedro regular**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

PUTNOKI, J. C. **Que se devolvam a Euclides a régua e compasso**. Revista Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo: Associação Palas Athena do Brasil, 13, p.13-17, 2º sem./1988a. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/13/3.htm>. Acesso em: 24 fev. 2021.

RAMOS, Ana Paula. **Mandalas e a construção de saberes em arte e matemática**. 2016. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Ciências Exatas) – Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2016.

REIS, Helder Gustavo Pequeno dos. **Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

RODRIGUES, Raimundo Ferreira; CASTRO, Darlene Teixeira. Os desafios da educação frente as novas tecnologias. **Revista Observatório**, Palmas, v. 6, n. 1, p. 1-14, 2020.

ROSA, Rosane Teresinha Nascimento da. Das aulas presenciais às aulas remotas: as abruptas mudanças impulsionadas na docência pela ação do Coronavírus - o COVID-19! **Rev. Cient. Schola**. Colégio Militar de Santa Maria, Rio Grande do Sul, v. VI, n. 1, 2020.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SANTOS, Amarildo Aparecido dos. **Construção e medida de volume dos poliedros regulares convexos com o Cabri 3D: uma possível transposição didática**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SANTOS, Flávia Maria Teixeira dos; GRECA, Ileana María. Metodologias de pesquisa no ensino de ciências na América Latina: como pesquisamos na década de 2000. **Ciênc. educ.**, Bauru, v. 19, n. 1, p.15-33, 2013.

SANTOS FILHO, José Camilo dos. Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. In: SANTOS FILHO, José Camilo dos; GAMBOA, Silvio Sánchez. **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade**. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 13-59.

SELLI, Luis Fernando. **GeoGebra, recurso computacional a favor da aprendizagem matemática no ensino fundamental II**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

SILVA, Fernanda Andréa Fernandes. **Graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais**. 2018. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

SILVA, Sandra; MACHADO, Enéas. Reflexões sobre a educação em época de crise, o impacto da pandemia: a partir da visão de professores da educação básica. *UNISANTOS*, p. 1-10, 2021.

SILVA, Tony Regi Ferreira da. **Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de Matemática: O caso da circunferência e do círculo**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SOUZA, Cristiane Fernandes de. **Um estudo sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos e geométricos**. 2006. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

SUNDE, Rosário Martinho; JÚLIO, Óssula Abílio; NHAGUAGA, Mércia Armindo Farinha. O Ensino Remoto em tempos da pandemia da Covid-19: desafios e perspectivas. *Epistemologia e Práxis Educativa-EPEduc*, v. 3, n. 3, 2020.

SCHEIFER, Carine. **Methodological design for analysis of Geometry Activities according to THE Theory of Semiotic Representation Registers**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

STIVAL, Erick Gomes Pires. **Reta de Euler, circunferência dos nove pontos, sólidos platônicos e arquimedianos: aspectos teóricos, suas construções em GeoGebra e aplicações no ensino**. 2019. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2019.

VIEIRA, Márcia. **Análise exploratória de dados: uma abordagem com alunos do ensino médio**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

VIEIRA, William; RODRIGUES, Margarida; SERRAZINA, Lurdes. O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e depois de uma experiência de formação. *Quadrante*, v. 29, n. 1, p. 8-35, 2020.

VALE, Isabel. A criatividade nas (re)soluções visuais de problemas. *Educação e Matemática—Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa/Portugal*, n. 135, 2015.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. **Ensinar Matemática com resolução de problemas**. *Quadrante*, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VALENTIM JÚNIOR, Josélio Lopes. **A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

YIN, Robert K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. 4ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

YOSHIMURA, Adriana Keiko. **Círculo e circunferência:** uma proposta de ensino utilizando software de geometria dinâmica. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, 2017.

ZANELLA, Idelmar André. **Diferentes representações na geometria euclidiana por meio do uso do geogebra:** um estudo com futuros professores de matemática. 2018. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

APÊNDICE A: PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO
PARANÁ - UNESPAR



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: AS CONTRIBUIÇÕES DAS TAREFAS CRIATIVAS PARA AS FASES DE APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE A CIRCUNFERÊNCIA COMO LUGAR GEOMÉTRICO

Pesquisador: Mariana Moran Barroso

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 43708221.0.0000.9247

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.640.657

Apresentação do Projeto:

Considerando que o ensino e a aprendizagem da Geometria ainda enfrentam grandes dificuldades e desafios, fomos impelidos a pensar em metodologias e ações que possam contribuir com a solução para esse impasse. Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa será analisar de que maneira o uso de Tarefas Criativas contribuirá com as fases da aprendizagem dos conceitos que envolvem a circunferência como lugar geométrico e outras construções em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental. A pesquisa será de cunho qualitativo, já que busca identificar e esclarecer os fenômenos das Tarefas Criativas e seus dados serão analisados por meio dos seguintes referenciais teóricos: o conceito de Tarefa proposto por Ponte (2014); as fases de aprendizagem da Geometria propostas por Duval (1998) e o conceito de Criatividade proposto pela Isabel Vale (2015).

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Analisar de que maneira as Tarefas Criativas propostas contribuem com as fases de aprendizagem dos conceitos que embasam a circunferência como lugar geométrico e suas construções em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental.

Objetivo Secundário:

Continuação do Parecer: 4.640.657

- Elaborar tarefas que contemplem as três componentes da criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade na aprendizagem do conceito de circunferência como lugar geométrico;
- Analisar as potencialidades das Tarefas Criativas propostas no desenvolvimento da visualização, da construção e do raciocínio geométrico;
- Apresentar as apreensões que as Tarefas Criativas proporcionam.
- Analisar o processo de ap

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos e benefícios estão apresentados de acordo com o capítulo IV da Resolução 510/2016.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Vide o campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações".

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Termos apresentados de acordo com as Resoluções 466/2012 e 510/2016.

Recomendações:

Vide o campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações".

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

As solicitações feitas no parecer anterior de número 4.573.59 em relação a:

1. Refazer o Termos de Assentimento direcionando-o para os alunos.
2. Apresentar Termos de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais.

Foram atendidas.

Considerações Finais a critério do CEP:

O estudo intitulado AS CONTRIBUIÇÕES DAS TAREFAS CRIATIVAS PARA AS FASES DE APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO, é de parecer favorável ao Comitê de Ética em Pesquisa da Unespar, pois na descrição e documentos apresentados, está de acordo com a RESOLUÇÃO Nº 510, DE 07 DE ABRIL DE 2016 e RESOLUÇÃO Nº 466, DE 12 DE DEZEMBRO DE 2012 e complementares.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1694519.pdf	18/03/2021 15:48:33		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento /	TCLE_MODELOok.pdf	18/03/2021 15:47:08	Mariana Moran Barroso	Aceito

Continuação do Parecer: 4.640.657

Justificativa de Ausência	TCLE_MODELOok.pdf	18/03/2021 15:47:06	Mariana Moran Barroso	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_AssentimentoOK.pdf	18/03/2021 15:45:46	Mariana Moran Barroso	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto.docx	18/02/2021 10:42:54	Mariana Moran Barroso	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	termo_escola.pdf	08/02/2021 16:04:21	Mariana Moran Barroso	Aceito
Solicitação Assinada pelo Pesquisador Responsável	TCUD_termo_de_compromisso.pdf	08/02/2021 15:59:06	Mariana Moran Barroso	Aceito
Declaração de concordância	CAMILA_Resolucao_406_2018_anexo6.pdf	08/02/2021 15:53:22	Mariana Moran Barroso	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto.pdf	08/02/2021 15:44:11	Mariana Moran Barroso	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

PARANAÍ, 09 de Abril de 2021

Assinado por:
Willian Augusto de Melo
(Coordenador(a))

APÊNDICE B: TAREFAS CRIATIVAS REALIZADAS

Tarefa 1: Construindo um jardim

1) a) Vocês têm algum jardim em casa?

b) Se sim, como organizaram as plantas no espaço?

c) Se não, como organizariam as plantas?

d) Qual o formato dos canteiros que utilizaram ou utilizariam?

e) Por que utilizaram ou utilizariam esse formato?

2) Suponhamos que você (aluno) queira construir um canteiro de rosas no seu jardim de forma que todas as rosas fiquem a uma mesma distância da torneira de irrigação para que todas recebam a água igualmente.

a) Qual estratégia você usaria para organizar as rosas?

b) Qual será o formato do canteiro?

c) Explique e desenhe sua resposta.

Tarefa 2: Circunferências com barbante

- 1) O que estudamos em geometria? Cite alguns exemplos.

- 2) Agora vamos para a ação! Marque na folha verde um ponto que deve seguir as seguintes regras:

- Marcar um ponto no meio da folha;
- Nomeá-lo com a letra O;

Tome o barbante de 30 cm de comprimento, dado. Considere um ponto O desenhado por vocês na folha verde. A partir do ponto O, estique o barbante dado. Agora, com o barbante fixo no ponto O, gire o barbante esticado formando o desenho de uma circunferência com o auxílio de um lápis. Utilizando o barbante, construa outras circunferências com medidas diferentes. Descubra o maior número possível de soluções e desenhe-as na folha verde.

- 3) Quantas soluções você encontrou?

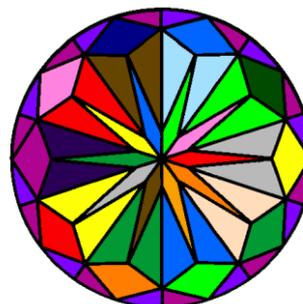
- 4) E quais estratégias você utilizou para encontrar essas soluções?

Tarefa 3: Arte e matemática na construção de uma Mandala

VOCÊS SABIAM?!

A palavra mandala significa círculo em *sânscrito* e é considerada como um símbolo de cura e espiritualidade. Para os hinduístas e budistas, a mandala ajuda na concentração da prática meditativa e é comum encontrá-la nos templos dessa religião.

Uma mandala é composta por figuras de centro comum que possuem várias simetrias e repetições de desenhos a partir de um eixo, ou seja, é composta por quadrados, triângulos, círculos que são construídos a partir de uma circunferência que atribui forma a mandala. O ponto de partida da construção é a divisão igualitária da circunferência, assim os arcos e retas que compõem as figuras são construídos por meio de compasso e régua.



- 1) Considerando a curiosidade apresentada anteriormente, tome a folha branca que contém o desenho da circunferência de centro O . Divida a circunferência em três partes iguais, a partir do centro O . Descreva a(s) sua(s) estratégia(s) pensadas para resolver esse problema, no espaço abaixo.

- 2) Por meio da construção realizada anteriormente, desenhe diferentes figuras geométricas no interior da circunferência.

- 3) Anteriormente você desenhou algumas figuras geométricas dentro da circunferência. Use sua criatividade para construir uma mandala na folha em branco dada. Para isso, deve pensar e planejar 4 figuras geométricas a serem utilizadas dentro das limitações da circunferência (círculo, triângulo, quadrado, retângulo, ou outras que conhecer). Após finalizar a construção escolha cores harmônicas para pintá-las. Desse modo, sua mandala será exclusiva, com cores e formas geométricas da sua escolha!