

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

**COMPLEXIDADE DE SITUAÇÕES MISTAS
ASSOCIADAS À FUNÇÃO AFIM: UMA
INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO
MÉDIO**

Fernanda Kelly da Silva Siqueira
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM

Campo Mourão,
2023



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

**COMPLEXIDADE DE SITUAÇÕES MISTAS ASSOCIADAS À FUNÇÃO AFIM:
UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**

Fernanda Kelly da Silva Siqueira

Orientadora:

Profa. Dra. Veridiana Rezende

Apoio: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Abril de 2023

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

da Silva Siqueira, Fernanda Kelly
COMPLEXIDADE DE SITUAÇÕES MISTAS ASSOCIADAS À
FUNÇÃO AFIM: UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO
ENSINO MÉDIO / Fernanda Kelly da Silva Siqueira. -
Campo Mourão-PR, 2023.
231 f.: il.

Orientador: Veridiana Rezende.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -
Universidade Estadual do Paraná, 2023.

1. Educação Matemática. 2. Situações Mistas. 3.
Função Afim. 4. Teorema-em-ação. I - Rezende,
Veridiana (orient). II - Título.

Fernanda Kelly da Silva Siqueira

COMPLEXIDADE DE SITUAÇÕES MISTAS ASSOCIADAS À FUNÇÃO AFIM: UMA
INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Comissão Examinadora:

Veridiana Rezende

Dra. Veridiana Rezende - Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná

Clélia Maria Ignatius Nogueira

Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira - Examinadora Interna
Universidade Estadual do Paraná/ Universidade Estadual do Oeste do Paraná

João Henrique Lorin

Dr. João Henrique Lorin - Examinador Externo
Universidade Estadual do Paraná

Resultado: Aprovada

Campo Mourão
Abril/2023

DEDICATÓRIA

Dedico o presente trabalho à minha querida avó, Josefa Luiza da Silva (in memoriam), que partiu a tão pouco tempo e não pode ver este resultado do seu empenho com a minha educação.

Dedico também a minha mãe Leudenice, meu irmão Gustavo e meu esposo Elder que, com muito amor, sempre me apoiaram, acreditaram no meu potencial, e torceram pelo meu sucesso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que foi minha maior força nos momentos de angústia e desespero. Sem ele nada seria possível. Obrigada pela minha resiliência para enfrentar todas as dificuldades para a conclusão dessa dissertação.

Ao meu esposo Elder, obrigada por ser meu pilar e mesmo distante estar sempre ao meu lado me fazendo acreditar ter a força e as ferramentas necessárias para finalizar este trabalho. Mesmo que você dizia querer entender mais do assunto para me auxiliar na escrita, saiba que teve um papel fundamental para tudo isso, afinal você foi um dos que vivenciou todos os contextos das situações e sem sua ajuda não teria conseguido os dados para elaboração do instrumento de pesquisa. Toda gratidão ainda seria insuficiente para expressar o meu carinho e amor por você.

Agradeço aos meus pais pela minha criação e pelo incentivo nos estudos. Em especial a minha mãe, Leudenice, por todas suas orações, o apoio, suporte em todos os momentos que precisei, e por me ensinar a nunca abaixar a cabeça diante das dificuldades. Obrigado pela educação que me deu, minha mãe! Te amo muito!

À minha avó, Josefa (in memoriam), minha primeira orientadora, você sempre foi meu maior exemplo de força e resistência, sei que sofreu muito para conseguir se alfabetizar, criar 12 filhos, além de mim e do Gustavo. Sinto-me honrando seu legado ao finalizar esse ciclo. Sei que de algum lugar deve estar vibrando com a minha vitória. Saudades eternas!

Ao meu irmão, Gustavo por simplesmente existir, pelo companheirismo e acreditar nos meus sonhos. Apesar das dificuldades que enfrentamos, você, em nenhum momento, permitiu que eu me sentisse sozinha no mundo. Amo você!

À professora Veridiana, por orientar-me e ter desempenhado tal função com dedicação e profissionalismo. Sou grata por tudo que compartilhamos.

Aos professores da banca examinadora, obrigada pelas correções e sugestões. As professoras Clélia e Marli, agradeço por tudo que me ensinaram durante as reuniões do GEPeDiMa. Ao professor João, tenho toda a gratidão, por ser meu orientador na graduação, por me ensinar como desenvolver uma pesquisa científica, e por me encorajar a entrar no mestrado. Muito obrigada!

As minhas amigas que esse ciclo me presenteou, Fabiane e Maria. Obrigada por todas as conversas, por todos os trabalhos desenvolvidos juntas, pelos cafês, momentos de choros e alegrias, por sempre me colocarem para cima e fazerem eu compreender meu potencial.

Saibam que vocês foram essenciais para o desenvolvimento dessa dissertação e para meu desenvolvimento pessoal. Amo vocês!

Agradeço muito à Ananda, por estar comigo na jornada de autoconhecimento. No decorrer desse mestrado precisei dividir minhas ansiedades, medos e obstáculos com alguém, compartilhar minhas angústias foi a melhor forma de curar-me. Com toda certeza sem você eu teria desistido de tudo isso. Obrigada pela paciência, por fazer-me acreditar que sou capaz, pelo seu carinho e comprometimento comigo! Você é demais!

Aos colegas do GEPeDiMa, obrigada pelas contribuições a respeito dessa pesquisa e todos os outros momentos de aprendizagem.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, desde os secretários até o coordenador, que de alguma forma contribuíram para a realização desse trabalho.

A todos os professores que contribuíram com a minha formação acadêmica e profissional durante a minha vida.

Ao Núcleo Regional de Educação de Campo Mourão e a Secretaria de Estado da Educação e do Esporte - SEED que autorizaram a implementação do instrumento de pesquisa em sala de aula.

À professora Silvana, que permitiu que eu vivenciasse a sua rotina em sala de aula e disponibilizou uma de suas turmas para que eu realizasse a implementação. Foi muito gratificante observar como faz da educação um ato leve e enriquecedor. Você me ensinou muito e dotou-me de ferramentas para ser uma profissional melhor. Serei sempre grata a você!

A todos os estudantes que colaboraram com a realização desta pesquisa. Conviver com vocês foi uma experiência gratificante. Muito obrigada!

Enfim, todas as pessoas que não referi, mas que fizeram parte do meu percurso.

O presente trabalho foi realizado com apoio da agência de fomento CAPES.

RESUMO

O conceito de função é um dos principais no campo da Matemática. No processo escolar, dentre as diversas funções estudadas, espera-se que a função afim seja uma das primeiras a ser estudada no 9º ano do Ensino Fundamental e retomada no Ensino Médio. O referencial teórico desta pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, que assume que a compreensão de um conceito pelo sujeito ocorre durante o processo escolar mediante a vivência de diferentes situações. Considerando que os campos conceituais aditivo e multiplicativo, propostos na TCC, contêm seis e cinco classes para as suas situações, respectivamente, e considerando a modelação algébrica da função afim, $f(x) = ax + b$, com a e b números reais, assume-se, com base na TCC, que as situações de função afim podem ser classificadas com base nesses dois campos conceituais. Dentre as diferentes classes e subclasses de situações possíveis para as situações de função afim, tem-se, por hipótese, que algumas podem ser mais complexas que outras. Para a presente investigação, é considerada a classe de problemas comparação multiplicativa e transformação de medidas, por ser uma das classes menos presente em livros didáticos do Ensino Médio. Diante disso, essa pesquisa pretende responder a seguinte questão de pesquisa: Que diferentes complexidades existem entre subclasses de situações mistas do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*? Para tanto, considerou-se nesta pesquisa analisar as estratégias mobilizadas por estudantes do Ensino Médio ao resolverem situações mistas das diferentes subclasses do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas, e identificar os teoremas-em-ação associados à função afim mobilizados pelos estudantes. Foi elaborado um instrumento de pesquisa composto por três situações-problema dessa classe, que foi implementado em uma turma de 34 estudantes do 3º Ano do Ensino Médio, de um colégio público da região noroeste do Paraná. Para a produção dos dados, foram considerados os protocolos dos estudantes e as gravações de áudio produzidas durante o desenvolvimento da implementação. Como resultado, analisou-se que a terceira situação - comparação multiplicativa – relação desconhecida - é mais complexa do que quando se tem o referente e o referido desconhecido. A partir das estratégias de resolução dos estudantes, também foi possível identificar treze teoremas-em-ação implícitos nas respostas dos participantes da pesquisa, sendo oito referentes a conhecimentos verdadeiros e cinco a conhecimentos equivocados.

Palavras-chave: Educação Matemática; Situações Mistas; Função Afim; Teorema-em-ação.

ABSTRACT

The concept of function is one of the main ones in the field of Mathematics. In the school process, among the various functions studied, it is expected that the affine function is one of the first to be studied in the 9th year of Elementary School and revisited in High School. The theoretical framework of this research is the Theory of Conceptual Fields (TCC), by Gérard Vergnaud, which assumes that the understanding of a concept by the subject takes place during the school process through the experience of different situations. Considering that the additive and multiplicative conceptual fields, proposed in the TCC, contain six and five classes for their situations, respectively, and considering the algebraic modeling of the affine function, $f(x) = ax + b$, with a and b real numbers, it is assumed, based on TCC, that affine function situations can be classified based on these two conceptual fields. Among the different classes and subclasses of possible situations for affine function situations, we have, by hypothesis, that some may be more complex than others. For the present research, we considered the class of multiplicative comparison and measurement transformation problems, due to the fact that it is one of the least addressed in High School textbooks. Thus, this research intends to answer the following research question: What are the different complexities between subclasses of mixed problems of the multiplicative comparison and measures transformation type? Therefore, in this research, we considered analyzing the strategies mobilized by High School students when solving mixed problems of different subclasses of the multiplicative comparison and measure transformation type, and identifying the theorems-in-action associated with the affine function mobilized by the students. A research instrument, composed of three problem situations of this class, was elaborated and implemented in a group of 34 students of the 3rd Year of High School, from a public school in the northwest region of Paraná. For data production, we considered the students' protocols and the audio recordings produced during the implementation. As a result, we analyzed that the situations of multiplicative comparison – unknown relation is more complex than when there is the referent, and the referred is unknown. From the students' resolution strategies, it was also possible to identify thirteen theorems-in-action implicit in the responses of the research participants, eight of which refer to true knowledge, and five, to mistaken knowledge.

Keywords: Mathematics Education; Mixed Problems; Affine Function; Theorem-in-action.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representações de curvas que atendem ou não as condições de função.....	26
Figura 2 - Colinearidade entre três pontos.....	27
Figura 3 - Gráfico da função afim e seus interceptos.....	28
Figura 4 - Gráfico da função afim e seus interceptos.....	29
Figura 5 - Gráfico de uma função afim com destaque para a taxa de variação.....	29
Figura 6 – Resoluções para exemplificar terna do conceito de função afim.....	51
Figura 7 - Símbolos que compõem os esquemas dos problemas do campo aditivo.....	57
Figura 8 - Símbolos que compõem as equações dos problemas do campo aditivo.....	58
Figura 9 – Ilustração do exemplo da classe comparação multiplicativa	63
Figura 10 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da primeira situação.....	79
Figura 11 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 1.....	80
Figura 12 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da segunda situação	84
Figura 13 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 2.....	85
Figura 14 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da situação 3	90
Figura 15 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 3.....	90
Figura 16 - Resolução do grupo G7 para o item a) da situação 1.....	97
Figura 17 – Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 1.....	99
Figura 18- Resolução do grupo G5 para o item b) da situação 1	102
Figura 19- Resolução do grupo G9 para o item b) da situação 1	103
Figura 20- Resolução do grupo G12 para o item b) da situação 1	106
Figura 21- Estratégia de resolução do grupo G10 para o item b) da situação 1	107
Figura 22- Estratégia de resolução do grupo G4 para o item b) da situação 1	107
Figura 23- Resolução do grupo G12 para o item c) da situação 1.....	110
Figura 24- Resolução do grupo G1 para o item c) da situação 1.....	110
Figura 25- Resolução apresentada pelo grupo G2 para o item d) da situação 1.....	112
Figura 26- Resolução apresentada pelo grupo G6 para o item d) da situação 1.....	113
Figura 27- Resolução do grupo G9 para o item d) da situação 1	114
Figura 28- Resolução do grupo G6 para o item d) da situação 1	115
Figura 29 - Resolução do grupo G15 para o item a) da situação 2.....	117
Figura 30 - Resolução do grupo G11 para o item a) da situação 2.....	118
Figura 31 - Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 2.....	118

Figura 32 - Resolução do grupo G14 para o item b) da situação 2	120
Figura 33 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 2	121
Figura 34 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 2	123
Figura 35 - Resolução do grupo G10 para o item b) da situação 2	124
Figura 36- Resolução do grupo G2 para o item c) da situação 2.....	125
Figura 37- Resolução do grupo G2 para o item c) da situação 2.....	126
Figura 38- Resolução do grupo G13 para o item c) da situação 2.....	127
Figura 39- Resolução do grupo G10 para o item c) da situação 2.....	127
Figura 40- Resolução do grupo G12 para o item c) da situação 2.....	128
Figura 41 - Resolução do grupo G9 para o item a) da situação 3.....	133
Figura 42 - Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 3.....	133
Figura 43 - Resolução do grupo G14 para o item a) da situação 3.....	133
Figura 44 - Resolução do grupo G8 para o item b) da situação 3	135
Figura 45 - Resolução do grupo G14 para o item b) da situação 3	136
Figura 46 - Resolução do grupo G4 para o item b) da situação 3	137
Figura 47 - Resolução do grupo G15 para o item b) da situação 3	137
Figura 48 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 3	138
Figura 49 - Resolução do grupo G10 para o item b) da situação 3	138
Figura 50- Resolução do grupo G5 para o item c) da situação 3.....	140
Figura 51- Resolução do grupo G13 para o item c) da situação 3.....	140
Figura 52- Resolução do grupo G9 para o item c) da situação 3.....	141
Figura 53- Resolução do grupo G15 para o item c) da situação 3.....	142
Figura 54- Resolução do grupo G10 para o item c) da situação 3.....	142

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Habilidades relacionadas ao conceito de função afim para o Ensino Médio	32
Quadro 2 - Relação das pesquisas selecionadas	35
Quadro 3 – Teoremas-em-ação identificados na pesquisa	37
Quadro 4 - Invariantes operatórios da pesquisa de Lessa.....	38
Quadro 5 - Variações identificadas nas situações-problema quanto ao tipo de relações estabelecidas	40
Quadro 6 – Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos.....	42
Quadro 7 - Invariantes operatórios mobilizados nas situações mistas	44
Quadro 8 – Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos presentes nas situações.....	46
Quadro 9- Representações da classe transformação de medidas.....	59
Quadro 10 - Síntese das subclasses de transformação de medidas.....	59
Quadro 11 – Os três esquemas possíveis para a classe comparação multiplicativa.....	63
Quadro 12 – Problemas do tipo multiplicativo pertencentes à classe de problemas de comparação multiplicativa.....	64
Quadro 13 – Esquema Sagital da classe comparação multiplicativa e transformação de medidas	66
Quadro 14 – Variações das situações mistas do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas	66
Quadro 15 – Variações situações mistas do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas consideradas na pesquisa.....	76
Quadro 16 – Complexidade das situações quanto a extensão	78
Quadro 17 - Subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido)	80
Quadro 18 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 1.....	81
Quadro 19 - Possíveis estratégias de resolução para o item c) da situação 1	82
Quadro 20 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 1.....	82
Quadro 21 - Síntese da situação 1	83
Quadro 22 - Subclasse comparação multiplicativa (referente desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com o estado final desconhecido)	85
Quadro 23 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 2.....	86
Quadro 24 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 2.....	87
Quadro 25 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 2.....	87

Quadro 26 - Síntese da segunda situação	88
Quadro 27 - Comparação multiplicativa (relação desconhecida) – transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido).....	90
Quadro 28 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 3.....	91
Quadro 29 - Possíveis estratégias de resolução para o item c) da situação 3.....	92
Quadro 30 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 3.....	93
Quadro 31 - Síntese da terceira situação	93
Quadro 32 – Identificação dos sujeitos de pesquisa.....	95
Quadro 33 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 1	101
Quadro 34 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 1	108
Quadro 35 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 1	111
Quadro 36 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 1	115
Quadro 37 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 2	119
Quadro 38 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 2	124
Quadro 39 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 2	128
Quadro 40 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 2	130
Quadro 41 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 3	134
Quadro 42 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 3	139
Quadro 43 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 3	143
Quadro 44 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 3	144
Quadro 45 – Teoremas-em-ação identificados na pesquisa	150

LISTA DE SIGLAS

Unespar	Universidade Estadual do Paraná
PIBIC	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica
RP	Programa Residência Pedagógica
Covid-19	Coronavírus
PRPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
GEPeDiMa	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
CAPES	Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
IFRS	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
TAV	Teorema-em-ação verdadeiro
TAF	Teorema-em-ação falso
TSD	Teoria das Situações Didáticas
RDM	Recherches en Didactiques des Mathématiques
NRE	Núcleo Regional de Educação
CEP	Comitê de Ética e Pesquisa da Unespar
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1 ESTUDO DO CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM	23
1.1 O conceito de função.....	23
1.1.1 <i>A Função Afim</i>	26
1.2 O conceito de função na BNCC para o Ensino Médio.....	31
1.3 Pesquisas acadêmicas acerca de função afim respaldadas na Teoria dos Campos Conceituais	34
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA	49
2.1 A Teoria dos Campos Conceituais	49
2.2 O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas	55
2.2.1 <i>Situações do tipo transformação de medidas</i>	58
2.3 O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas	61
2.3.1 <i>Situações do tipo comparação multiplicativa</i>	62
2.4 Situações Mistas.....	65
2.4.1 <i>Situações do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas</i>	65
2.5 Engenharia Didática	67
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	70
3.1 Problema de Pesquisa.....	70
3.2 Objetivos	70
3.3 Sujeitos de pesquisa e instituição colaboradora	70
3.4 Percorso anterior à produção de dados.....	71
3.5 Sujeitos e produção dos dados dos estudos pilotos	73
3.6 A produção de dados	73
3.7 Elaboração do Instrumento de Pesquisa.....	75
3.8 Instrumento de pesquisa e análise <i>a priori</i>	77
3.8.1 <i>Situação 1</i>	78
3.8.2 <i>Situação 2</i>	83
3.8.3 <i>Situação 3</i>	89
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	95
4.1 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 1	96
4.2 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 2	117

4.3 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 3	132
CONSIDERAÇÕES FINAIS	147
REFERÊNCIAS	154
APÊNDICES	159

INTRODUÇÃO

A motivação para desenvolver uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática tem origens com os estudos, projetos de extensão e de iniciação à pesquisa realizados durante a minha¹ graduação em Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual do Paraná (Unespar), Campus de Campo Mourão, no período de 2017 a 2020.

No segundo ano da graduação, iniciei minhas primeiras pesquisas acadêmicas na área de Educação Matemática, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), por dois anos. Durante o PIBIC, investiguei a diferença entre o infinito potencial e o infinito atual na história da Matemática, e os obstáculos epistemológicos relacionados a esses conceitos, mobilizados por estudantes ingressantes e concluintes do curso de Licenciatura em Matemática. O PIBIC me possibilitou a participação em eventos científicos da área de Educação Matemática, a produção e a publicação de artigos em Anais de Eventos, a submissão de artigo para periódico científico, além de contribuir para a produção do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), que teve como tema o levantamento das abordagens dos conceitos de *infinito atual* e *infinito potencial* em pesquisas *stricto sensu* brasileiras. Essas primeiras experiências no ambiente acadêmico me levaram a tomar decisões sobre os próximos passos da minha carreira, e me despertaram para aprofundar meus estudos em Educação Matemática.

Ainda na graduação, no quarto, ano integrei a equipe do Programa Residência Pedagógica (RP), coordenado por uma professora do Curso de Matemática e uma preceptora, professora de um colégio estadual da região. Desse grupo, participavam dez (10) estudantes do Curso de Matemática da Unespar – Campus de Campo Mourão. Apesar de a minha participação na RP ter ocorrido durante o período da pandemia de Covid 19, ela possibilitou uma aproximação mais efetiva com a experiência docente, aliando teorias e metodologias com a prática, por meio do ambiente escolar, a saber, a sala de aula da Educação Básica, estudantes e professores das escolas. Além disso, na RP, tive a oportunidade de planejar e conduzir aulas; participar de reuniões e congressos para estudar e debater sobre o ensino de Matemática com colegas da turma e professores; de escrever dois capítulos de livro sobre a vivência da docência no ensino remoto, entre outras ações. Desde então, foi ampliado meu interesse pela docência e por compreender erros e conhecimentos manifestados pelos estudantes ao resolver tarefas matemáticas.

¹Texto escrito na primeira pessoa do singular, pois apresenta experiências pessoais da pesquisadora.

Nesse contexto, ao finalizar a Licenciatura em Matemática, prestei e fui aprovada no processo seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), da Unespar. No PRPGEM, tive a oportunidade de realizar o estágio de docência na disciplina de Funções no primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Unespar. Como parte das atividades do Mestrado, passei a integrar o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa)², que tem como meta principal mapear o campo conceitual da função afim. Para tanto, uma das intenções do grupo é explicitar uma classificação para situações de função afim, e analisar conhecimentos de estudantes de diferentes níveis de ensino ao resolverem tais situações. Nesse sentido, enquanto integrante do GEPeDiMa, direcionamos minha pesquisa para a análise de conhecimentos de estudantes do Ensino Médio, ao resolverem diferentes situações de função afim, cuja classe é especificada mais adiante.

Segundo Caraça (1996), o conceito de função é considerado fundamental para a Matemática. Trata-se de um conceito de natureza complexa, pois compreende diversas ideias matemáticas, tais como: números, conjunto, continuidade, infinito, domínio, imagem, contradomínio, variável, dependência, generalização, correspondência, eixos, coordenadas, entre outros (REZENDE; NOGUEIRA; CALADO, 2020).

Algumas noções do conceito de função estão presentes no desenvolvimento do pensamento algébrico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo as ideias de regularidade, proporcionalidade, descrição de padrões e propriedades de igualdade (BRASIL, 2018). De acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), tais ideias devem se fazer presentes no ensino de Matemática desde os Anos Iniciais, para serem aprofundadas no decorrer dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de modo que, ao finalizar o 9º ano, o estudante seja capaz de “[...] compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numéricas, algébricas e gráficas, e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2018, p. 269). A formalização do estudo de funções em suas diferentes representações acontece no 1º ano do Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Com aporte da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud, assumimos que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente quando estamos interessados no ensino e aprendizagem de Matemática; e que a compreensão de um conceito ocorre ao longo da escolarização decorrente das diferentes situações vivenciadas pelos sujeitos (VERGNAUD, 1996). Quando o estudante é exposto a uma nova situação, ele utiliza o

²Informações no site <https://prpgem.wixsite.com/gepedima>.

conhecimento adquirido anteriormente e tenta adaptá-lo a essa nova situação (MAGINA *et al.*, 2008).

Vergnaud (2009) atribui importância aos conhecimentos implícitos manifestados pelos estudantes em ação. Tais conhecimentos são nomeados de invariantes operatórios, e podem ser de dois tipos: *teorema-em-ação* e *conceito-em-ação*. O primeiro é passível de ser verdadeiro ou falso. Para Vergnaud (1996), um *teorema-em-ação* tem validade local, ou seja, é verdadeiro para o sujeito e para determinado conjunto de situações. De modo geral, esse tipo de invariante é manifestado inconscientemente pelos estudantes ao resolverem problemas. Os *conceitos-em-ação* não são passíveis de serem verdadeiros ou falsos, eles apenas são ou não pertinentes na ação para a situação, e estão associados aos *teoremas-em-ação*.

A fim de compreender as diferentes situações que os estudantes podem vivenciar, considerando as operações básicas de adição e multiplicação, Vergnaud desenvolveu estudos em relação aos campos conceituais das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas. Para o primeiro campo conceitual, considera-se “[...] o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas” (VERGNAUD, 1993, p. 9). O pesquisador estabeleceu seis classes de situações para esse campo conceitual: composição de duas medidas em uma terceira; transformação de uma medida inicial em uma medida final; relação de comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação e composição de duas relações (VERGNAUD, 1993).

O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas é definido como “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações” (VERGNAUD, 1993, p. 10). Para esse campo conceitual, há cinco classes de situações: isomorfismo de medidas ou proporção simples; comparação multiplicativa, caso de um único espaço de medidas de mesma natureza; produto de medidas ou produto cartesiano; função bilinear e proporção múltipla (VERGNAUD, 2009).

As situações que envolvem ao mesmo tempo a operação de adição (ou subtração) e a operação de multiplicação (ou divisão), Vergnaud (2009) denomina *problemas mistos*. Devido à complexidade dos problemas mistos, Vergnaud (2009) menciona que não estabeleceu uma classificação para tais situações.

Em sua pesquisa de Mestrado, Miranda (2019) mostra que as situações de função afim são associadas a problemas mistos, afinal, por meio da expressão algébrica da função afim, $f(x) = ax + b$, é possível notar que tais situações envolvem uma parte multiplicativa e uma

parte aditiva. Assim, com base na classificação dos campos aditivo e multiplicativo, de Vergnaud (2009), e por meio de análises de livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio, Miranda (2019) identificou e estabeleceu 09 (nove) classes de situações e 15 (quinze) subclasses associadas à função afim.

Parte das pesquisas do GEPeDiMa tem se dedicado a aprofundar os estudos de cada uma das classes identificadas por Miranda (2019), bem como de suas variações (subclasses). Nesse sentido, optamos, para a presente pesquisa, por considerar a classe de situação que aparece com menos frequência nos livros didáticos adotados por Miranda (2019), qual seja: *comparação multiplicativa e transformação de medidas* e suas variações (subclasses).

A escolha pela classe menos frequente identificada por Miranda (2019), que sinaliza pouca regularidade dessas situações nos livros didáticos, intentou mostrar a possibilidade de diversificar essa classe em subclasses, mostrando a possibilidade de complementar as situações e sua diversidade presente nos livros didáticos, bem como analisar as estratégias e os teoremas –em-ação mobilizados por estudantes do Ensino Médio ao resolverem tais situações. Ao diversificar classes e/ou subclasses de situações, consideramos que estamos propondo diferentes situações para resolução pelos estudantes resolverem.

Diante do exposto, nesta pesquisa buscamos responder a seguinte questão norteadora: Que diferentes complexidades existem entre subclasses de situações mistas do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*? No intuito de responder ao problema de pesquisa, estabelecemos o seguinte objetivo geral: identificar diferentes complexidades entre as subclasses de situações mistas, associados a função afim, do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*. Para tanto, definimos dois objetivos específicos: analisar as estratégias mobilizadas pelos estudantes do Ensino Médio ao resolverem situações mistas das diferentes subclasses do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medida*; e identificar os teoremas-em-ação associados à função afim mobilizados pelos estudantes.

Para responder à pergunta de pesquisa, considerando que a teoria de Vergnaud (1990) oferece subsídios para a compreensão do desenvolvimento cognitivo dos estudantes, mediante a resolução de situações, elaboramos um instrumento de pesquisa composto por três situações. Cada situação consiste em uma subclasse, ou seja, uma variação da *comparação multiplicativa e transformação de medidas*. As variações consideradas foram: *comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido)*; *comparação multiplicativa (referente desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido)*; *comparação multiplicativa (relação desconhecida) e transformação de medidas (estado final desconhecido)*. A escolha da classe se deu após analisarmos que, na pesquisa de

Miranda (2019), ela é uma das menos abordadas nos livros didáticos, e, assim gostaríamos de compreender as estratégias dos estudantes diante dela. Escolhemos essas variações após discussões no grupo do GEPeDiMa.

Sendo assim, implementamos um instrumento de pesquisa contendo três situações que envolvem função afim, pertencentes à classe *comparação multiplicativa e transformação de medidas*. A produção dos dados aconteceu com trinta e quatro (34) estudantes de 3º ano do Ensino Médio de um colégio público do interior do Paraná. Os estudantes se organizaram em grupos, sendo dois trios e quatorze duplas, e a análise dos dados se fundamentou nas estratégias de resolução dos protocolos escritos dos estudantes e na gravação em áudio das discussões dos grupos. Para a análise, buscamos identificar os *teoremas-em-ação* presentes nas estratégias, e, com isso, a complexidade das situações.

Isto posto, o texto está estruturado em quatro capítulos, além da introdução e das considerações preliminares.

O Capítulo 1, intitulado *Estudos do Conceito de Função Afim*, tem como objetivo apresentar as principais características da função afim, as orientações da BNCC para o desenvolvimento das competências e habilidades desse conceito no Ensino Médio, e as pesquisas acadêmicas já existentes acerca de função afim respaldadas na Teoria dos Campos Conceituais, as quais serviram de base para o desenvolvimento e justificativa desta pesquisa.

No Capítulo 2, *Fundamentação Teórica*, apresentam-se os principais elementos que compõem a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, desenvolvida em 1990. Aqui, abordamos, por meio de seções, os campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas, além das situações mistas. Essas seções têm como foco descrever as classes utilizadas no instrumento de pesquisa. Além disso, discutiremos brevemente sobre a Engenharia Didática, metodologia que se assemelha à considerada na pesquisa.

O Capítulo 3, intitulado *Procedimentos Metodológicos*, aborda o problema e o objetivo de pesquisa, os sujeitos de pesquisa e a instituição colaboradora, o percurso anterior à produção de dados, os sujeitos e produção dos dados dos Estudos Pilotos, além de como ocorreu a produção dos dados, o que foi considerado para a elaboração do instrumento de pesquisa, bem como as escolhas das variáveis didáticas, e, por fim, as situações do instrumento e análise *a priori*, dessas.

Para o Capítulo 4, *Análise e Discussão dos Dados*, consideramos abordar as análises e discussões dos dados referentes às situações 1, 2 e 3. Neste capítulo são apresentadas as estratégias de resoluções dos estudantes e os possíveis teoremas-em-ação manifestados para cada situação.

Encerra-se este texto com as considerações finais da pesquisa, seguidas das referências bibliográficas e apêndices.

1 ESTUDO DO CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM

Neste capítulo, apresentamos os estudos preliminares para o desenvolvimento da pesquisa, contemplando elementos do conceito de função no decorrer da história; aspectos matemáticos da função afim; orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o desenvolvimento das competências e habilidades relacionadas à função afim no Ensino Médio; e, por fim, trazemos sínteses de pesquisas acadêmicas relacionadas à função afim, respaldadas na Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

1.1 O conceito de função

É possível, de acordo com Maciel e Cardoso (2014), Souza (2016) e Pires (2016), afirmar que o conceito de função passou por diversas modificações no decorrer da história. Para chegar à definição atual, “[...] foi necessário o desenvolvimento de outros conceitos, tais como o de variável dependente, variável independente, continuidade, domínio, contradomínio, funções analíticas etc.” (MACIEL, CARDOSO, 2014, p. 1350). A evolução desse conceito perpassa três recortes históricos, que são apresentados brevemente: situados temporalmente na Antiguidade, na Idade Média e na Idade Moderna.

Na Antiguidade, antes do surgimento do conceito de função, algumas de suas noções já estavam presentes nas atividades dos povos antigos, como nas dos babilônios, principalmente nas relacionadas à astronomia, uma vez que os registros por meio de suas tábuas apontam para relações entre variáveis. De acordo com Pires (2016), nessas tábuas é possível estabelecer a relação funcional entre variáveis, uma noção do conceito de função.

Na Idade Média, Nicole Oresme (1323 - 1382) desenvolveu a teoria das latitudes e das longitudes, o que trouxe uma contribuição para o conceito de função e sua representação gráfica, uma vez que “[...] os termos latitude e longitude usados por Oresme são equivalentes, num sentido amplo, à ordenada e abscissa” (SOUZA; MARIANI, 2005, p. 4).

Na Idade Moderna, durante o século XVI, René Descartes (1596 - 1650) e Pierre de Fermat (1601 - 1665) introduziram o modelo analítico de definir funções, a representação analítica (expressões algébricas). Já no século XVII, apareceu o primeiro uso da palavra função, num sentido semelhante ao que hoje é usado, com Leibniz (1646 – 1716), em 1673, no trabalho intitulado “O método inverso das tangentes, ou em funções”. Nesse mesmo século, com Galileu (1564 - 1642) e Newton (1642-1727), surgiram as noções de lei e de dependência entre fenômenos (PIRES, 2016).

Segundo Caraça (1963), o conceito de função aparece no campo da Matemática como um instrumento para o estudo das leis. Esse conceito passou a ser objeto de estudo no final do século XVII. No início do século XVIII, o matemático Jean Bernoulli (1667 - 1748) definiu função como: “[...] chama-se aqui função de uma grandeza variável a uma quantidade composta de qualquer maneira dessa grandeza variável e de constantes” (CARAÇA, 1963, p. 209). Para Bernoulli, a função é a expressão analítica, e essa concepção prevaleceu por muito tempo, sendo ainda considerada na atualidade. No entanto, essa concepção é insuficiente para definir tudo o que engloba uma função; com isso, tem-se que a função é a relação da variação de quantidade e a expressão analítica é apenas uma maneira de estabelecer correspondência entre as duas variáveis (CAMPITELI; CAMPITELI, 2006).

Ainda no século XVIII, Leonard Euler (1707 - 1783), aluno de Jean Bernoulli, introduziu diversos símbolos matemáticos importantes para o estudo de funções, como o número “ e ”, a introdução do número i , as notações $\sin. v$, $\cos. v$, $\text{tang. } v$, $\text{cosec. } v$, $\text{sec. } v$ e $\text{cot. } v$ para as funções trigonométricas, a notação $f(x)$ para uma função de x , etc (SOUZA, 2016). Euler foi responsável por contribuir com a definição de Bernoulli para a função: ele substitui o termo *quantidade* por *expressão analítica* e define uma função de uma quantidade variável como sendo “[...] uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes” (ROQUE, 2012, p. 373).

No século XIX, Dirichlet (1805 - 1859) atribuiu a definição formal de função, separando esse conceito da expressão analítica e definindo a função como uma correspondência arbitrária entre variáveis que representam conjuntos numéricos (PIRES, 2016). Dirichlet define a função como:

Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x , existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x (BOYER, 1996, p. 405).

De acordo com Caraça (1963), a definição de função consiste “[...] em dar um conjunto de operações de modo tal que, por meio delas, se possa fazer corresponder a cada valor a de um conjunto X um valor b de um conjunto Y ” (p. 130). Ao considerarmos x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números, diz-se que y é função de x , logo $y = f(x)$. Se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido $x \rightarrow y$, a x denomina-se variável independente, e, a y , variável dependente (CARAÇA, 1963).

Temos uma definição semelhante em Lima *et al.* (2006):

Dados os conjuntos X, Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se “uma função de X em Y ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto X chama-se o domínio e Y o contradomínio da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x)$ (LIMA *et al.*, 2006, p. 38).

Dentre os elementos constituintes de uma função, temos domínio, contradomínio e a lei de correspondência $x \mapsto f(x)$. Ao apresentarmos a função $y = f(x)$, tal que $f: X \rightarrow Y$, ficam subentendidos como domínio e contradomínio de f os conjuntos: $D(f) = \{x \in X \mid f(x) \in Y\}$ e $CD(f) = Y$. Já $f(x)$ é a imagem do elemento $x \in X$ pela função f , ou o valor da função f no ponto $x \in X$. Nos livros mais antigos, e até mesmo em livros atuais, é comum encontramos a expressão “função $f(x)$ ”, no entanto, é correto dizer “função f ” porque $f(x)$ é a imagem ou valor de f nos pontos $x \in X$ (LIMA *et al.*, 2006).

A lei matemática constitui o terreno em que a função se vai nutrir (CARAÇA, 1963). Assim, para representar a correspondência das duas variáveis respectivas e seus conjuntos, faz-se necessário um sistema de referência denominado cartesiano, que é assim chamado por “[...] ter sido usado pela primeira vez por René Descartes (em latim Cartesius) na primeira metade do século XVII” (CARAÇA, 1963, p. 132).

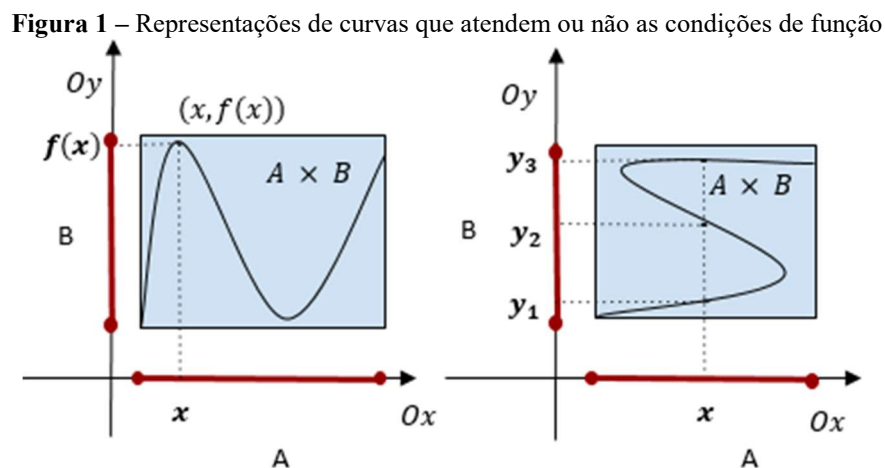
Pelo sistema cartesiano, podemos sempre construir uma imagem gráfica, ou seja, um conjunto de pontos no plano, para qualquer função. Para estabelecer a correspondência, temos a expressão analítica, que é a igualdade $y = \text{expressão analítica}$, chamada também de equação do lugar que corresponde (CARAÇA, 1963). Essa imagem gráfica é chamada, por Lima *et al.* (2006), de gráfico, definido do seguinte modo: o gráfico de uma função $f: A \rightarrow B$ é o subconjunto G_f do produto cartesiano $A \times B$, constituídos pelos pares ordenados (x, y) com $y = f(x)$ em que $x \in A$ e $y \in B$ (LIMA *et al.*, 2006). Ou seja:

$$G_f = \{(x, y) \in A \times B; y = f(x)\}$$

De acordo com Lima *et al.* (2006), para que um subconjunto $G \subset A \times B$ represente uma função, é necessário que ele atenda as seguintes condições:

- Para cada $x \in A$, existe um único ponto representado pelo par ordenado $(x, y) \in G$ cuja a primeira coordenada é x ;
- Se $P = (x, y_1)$ e $Q = (x, y_2)$ são pares ordenados pertencentes a G com a primeira coordenada igual a x , tem-se que $y_1 = y_2$.

Essas condições podem ser resumidas em uma só, dizendo-se que para cada $x \in A$ existe um, e somente um, $x \in B$ tal que $(x, y) \in G$ (LIMA *et al.*, 2006). As representações a seguir apresentam um caso que atende essas condições, e outro que não.



Fonte: Elaborada pela autora com base em Lima *et al.* (2006).

Nessas duas imagens, o retângulo está representando o produto cartesiano de $A \times B$. Na primeira, a curva representa uma função, pois atende as condições citadas anteriormente, ou seja, tem-se que um único elemento $f(x) \in B$. Podemos identificar também que o domínio é o conjunto A , e o contradomínio dessa função é o conjunto B . Já no segundo caso, a relação não representa uma função, uma vez que $x \in A$ está associado a três elementos de B , respectivamente y_1, y_2 e y_3 .

Apresentados os elementos e propriedades de uma função, na subseção seguinte abordaremos o tipo de função desta pesquisa.

1.1.1 A Função Afim

A fim de caracterizar a função afim e aprofundar a discussão sobre nosso objeto de estudo, algumas definições, propriedades e características são abordadas a seguir.

Por definição, toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com constantes $a, b \in R$, é denominada função afim ou função polinomial do 1º grau. O número a caracteriza a taxa de variação da função; o número b é denominado de coeficiente linear da função (LIMA *et al.*, 2006).

De acordo com Lima *et al.* (2006) o gráfico G de uma função afim $f: x \mapsto ax + b$ é uma reta. Para demonstrar essa afirmação, basta verificar que três pontos quaisquer do gráfico f são colineares.

Desse modo, considerando $P_1 = (x_1, ax_1 + b)$, $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$, e $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$, é suficiente provar que o maior dos três números $d(P_1, P_2)$, $d(P_2, P_3)$, e $d(P_1, P_3)$ seja igual à soma dos outros dois. Supondo que as abscissas x_1 , x_2 e x_3 foram numeradas de modo que $x_1 < x_2 < x_3$, pela fórmula da distância entre dois pontos, temos:

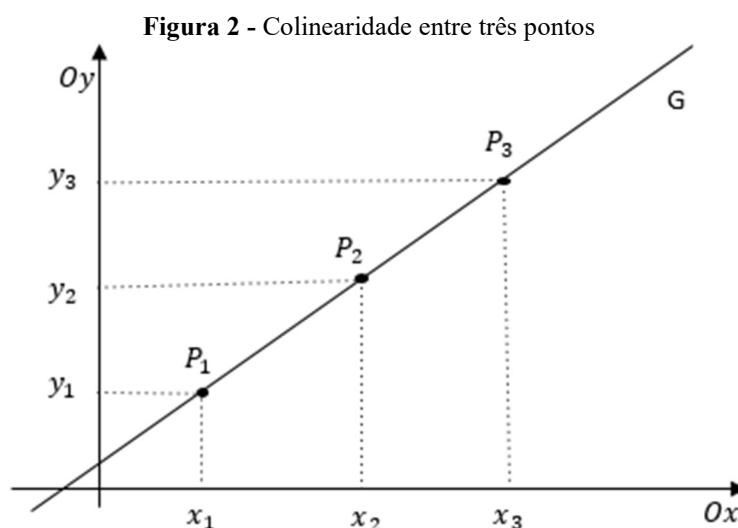
$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

$$d(P_2, P_3) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}.$$

$$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}.$$

Portanto, $d(P_1, P_3) = d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3)$.

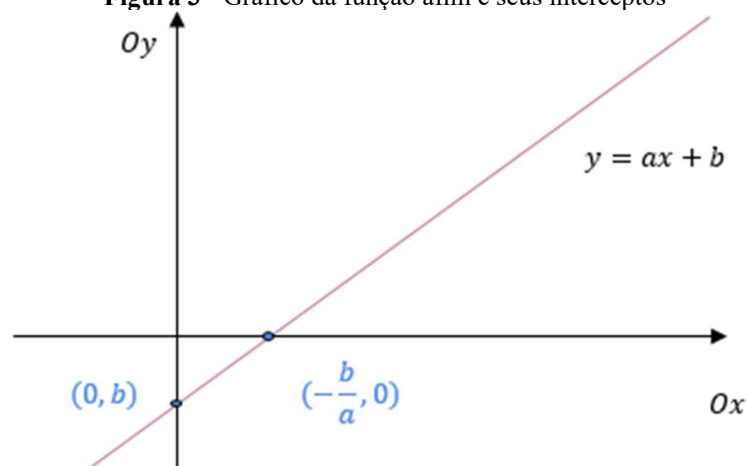
A Figura 2 apresenta o gráfico (G) relacionando à colinearidade entre três pontos da função f . Essa é a representação para a afirmação de Lima *et al.* (2006), de que todo gráfico de uma função afim é uma reta.



Fonte: Elaborada pela autora com base em Lima *et al.* (2006).

Além do gráfico da função afim ser uma reta, outras informações são levadas em consideração. Para a reta de equação $y = ax + b$, com $a \neq 0$, existe apenas um ponto de intersecção ao eixo Ox . Para determinar a abscissa desse ponto, substitui-se y por zero na equação, obtendo: $0 = ax + b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$. Logo, a reta cruza o eixo Ox no ponto $(-\frac{b}{a}, 0)$, e o número $-\frac{b}{a}$ é denominado de raiz da função afim. A reta também intercepta o eixo Oy em um único ponto. Para determinar a ordenada desse ponto, substituímos x por zero na equação, obtendo: $y = a \cdot 0 + b \Rightarrow y = b$. Portanto, o ponto de intersecção da reta com o eixo Oy é $(0, b)$. A ordenada desse ponto é o termo independente b da equação da função (PAIVA, 1995). A seguir, apresentam-se essas informações no gráfico:

Figura 3 - Gráfico da função afim e seus interceptos



Fonte: A pesquisa.

Obtém-se o coeficiente b quando temos $x = 0$. Quanto ao coeficiente a , pode-se determiná-lo a partir dos valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ conhecidos, que a função f assume em dois pontos distintos e arbitrários, x_1 e x_2 . Considerando $f(x_1) = ax_1 + b$ e $f(x_2) = ax_2 + b$, obtemos $(f(x_2) - f(x_1)) = a(x_2 - x_1)$, portanto $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

Pode-se inferir sobre o coeficiente a algumas informações:

- Se f é crescente, decrescente ou constante;

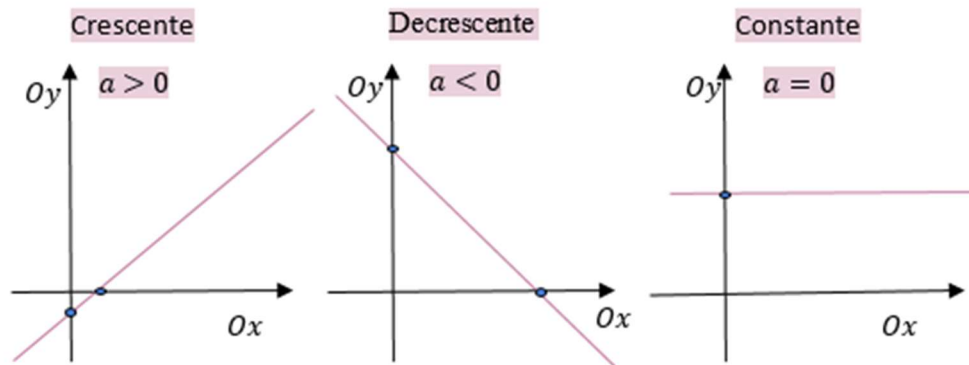
Sejam x_1 e x_2 números quaisquer reais, com $x_2 > x_1$. Para a função ser crescente, $f(x_2) > f(x_1)$, ou seja: $ax_2 + b > ax_1 + b \Rightarrow ax_2 + b - ax_1 - b > 0 \Rightarrow a(x_2 - x_1) > 0$. Como $x_2 > x_1$, então $x_2 - x_1 > 0$. Assim:

$$\begin{cases} x_2 - x_1 > 0 \\ a(x_2 - x_1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0$$

Logo, concluímos que a função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$ é crescente se, e somente se, $a > 0$ (PAIVA, 1995). A demonstração para provar que $a < 0$ resulta em $f(x) = ax + b$ decrescente é análoga, basta considerar $f(x_2) < f(x_1)$. Desse modo, quando $a > 0$, o gráfico de f é uma reta ascendente, e quando $a < 0$, a reta é descendente (LIMA *et al.*, 2006).

A função será constante quando $a = 0$, ou seja, se $f: R \rightarrow R$, temos que $f(x) = b$, para todo $x \in R$. Identifica-se na Figura 4 os gráficos da função afim para diferentes valores do coeficiente a .

Figura 4 - Gráfico da função afim e seus interceptos



Fonte: Elaborada pela autora, 2022.

- A taxa de variação média;

Em uma função afim, definida pela expressão analítica $y = ax + b$, as variações dos valores de y são diretamente proporcionais às correspondentes variações dos valores de x , e a constante de proporcionalidade $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é exatamente o coeficiente de x na função. Essa constante é chamada de taxa de variação da função afim (PAIVA, 2010).

Considerando $x_1 \neq x_2$, a variação correspondente de Δx é de x_1 a x_2 , ou seja $x_2 - x_1$, e a variação correspondente de Δy é de $ax_1 + b$ a $ax_2 + b$, sendo $(ax_2 + b) - (ax_1 + b)$. Logo, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é:

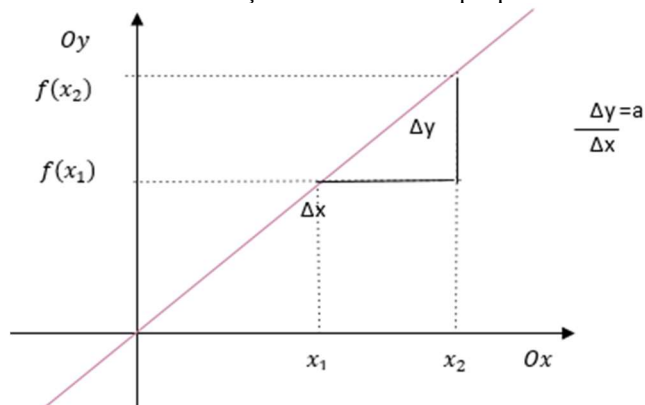
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{ax_2 + b - ax_1 + b}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 - ax_1}{x_2 - x_1}$$

Assim,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a \frac{x_2 - x_1}{x_2 - x_1} = a$$

Portanto, a taxa de variação (Figura 5) da função afim é $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$.

Figura 5 - Gráfico de uma função afim com destaque para a taxa de variação



Fonte: Elaborada pela autora, 2022.

Considerando os coeficientes a e b , temos alguns casos particulares da função afim:

- I. A função identidade, $f: R \rightarrow R$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in R$. Nesse caso, temos que $a = 1$ e $b = 0$;
- II. A função constante $f: R \rightarrow R$, definida por $f(x) = b$. Aqui, temos que a taxa de variação é igual a zero, ou seja, $a = 0$;
- III. As funções lineares, $f(x) = ax$. Nesse caso, $a \neq 1$ e $b = 0$.

A função linear é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade. Segundo Paiva (2010), em toda função linear, os valores correspondentes das variáveis x e y são diretamente proporcionais, e o seu gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano. É uma proporcionalidade, pois dado “[...] $f: R \rightarrow R$ tal que, para quaisquer números reais c , x tem-se $f(cx) = c \cdot f(x)$ (proporcionalidade direta) ou $f(cx) = \frac{f(x)}{c}$, se $c \neq 0$ (proporcionalidade inversa)” (LIMA *et al.*, 2006, p. 93).

Em síntese, a função afim, mesmo sendo uma das primeiras funções a ser estudada oficialmente na Educação Básica, demanda, para a construção do seu conceito, diversas ideias, a exemplo de: no gráfico associado a uma reta, quaisquer três de seus pontos são colineares, e com apenas dois de seus pontos pode-se representar o seu gráfico; taxa de variação constante; coeficiente linear; crescimento; decréscimo; função constante; função linear; função identidade; translações do gráfico; etc. Além disso, no estudo dessa noção, também estão envolvidas as ideias-base que são comuns a todas as funções: variável, dependência, regularidade e generalização.

Em virtude dessa variedade de ideias, aliada à diversidade de situações para função afim apontadas por Miranda (2019), podemos inferir que o estudo desse conceito é desafiador para os estudantes devido à essas diversidades. Amplatz (2020) menciona que função afim é um tema que gera discussões entre professores de Matemática e pesquisadores, devido aos erros manifestados pelos estudantes durante os processos de ensino e aprendizagem. Pesquisas como as de Fonseca (2011), Rezende, Nogueira e Calado (2020), Bernardino (2022), e Calado (2020) apontam dificuldades manifestadas pelos estudantes, sendo que alguns até mesmo finalizam o 9º ano do Ensino Fundamental e o 3º ano do Ensino Médio apresentando diversas estratégias incorretas na resolução de tarefas de função afim. Nesse sentido, é importante ter pesquisas, como esta, que busquem compreender as estratégias dos estudantes mediante situações de função afim, para então, encontrar caminhos para minimizar suas dificuldades.

Na seção seguinte, serão consideradas as orientações sobre o que deve ser apresentado desse conceito na Educação Básica, a partir do principal documento curricular do Brasil, qual seja, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

1.2 O conceito de função na BNCC para o Ensino Médio

Nesta seção, discorreremos sobre aspectos da função afim presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), visto que se trata de um documento normativo de referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios brasileiros, além das propostas pedagógicas das instituições escolares. A BNCC norteia as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica, e seu principal objetivo é ser a balizadora da qualidade da educação no Brasil, por meio do estabelecimento de um patamar de aprendizagem e desenvolvimento a que todos os estudantes têm direito (BRASIL, 2018).

A BNCC reconhece que a “[...] educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e, também, voltada para a preservação da natureza” (BRASIL, 2018, p. 8). Desse modo, estabelece competências gerais e específicas que devem ser desenvolvidas durante a Educação Básica e em cada etapa da escolaridade. Para o Ensino Médio, além das competências, a BNCC aborda aprendizagens essenciais que estão organizadas por áreas do conhecimento, sendo elas: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Para cada área do conhecimento, são definidas competências específicas e habilidades a serem desenvolvidas.

No que diz respeito à área de Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Fundamental ela centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em diferentes contextos. Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada então à realidade. Desse modo, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Diante dessas considerações, a área de Matemática e suas Tecnologias pressupõe que seja aproveitado todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para

que seja promovido ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior (BRASIL, 2018). As competências específicas dessa área para o Ensino Médio são:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 531).

A primeira competência contribui para a formação de cidadãos críticos e reflexivos, uma vez que prevê a interpretação de situações, inferindo assim habilidades que favorecem a interpretação e a compreensão da realidade pelos estudantes. Já a segunda amplia a anterior, colocando os estudantes em ação para solucionar os problemas. A terceira competência específica propõe habilidades relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos. A quarta trata de habilidades que refletem as diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas. Por fim, a quinta competência engloba um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos.

A seguir tem-se o Quadro 1, com as habilidades relacionadas às cinco (5) competências específicas da BNCC para a área de Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Médio, acerca da função afim.

Quadro 1 - Habilidades relacionadas ao conceito de função afim para o Ensino Médio

Unidade Temática	Etapa e ano de Ensino	Habilidades	Competências
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às	1

		Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 543).	
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 543).	3
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica” (BRASIL, 2018, p. 543).	4
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada” (BRASIL, 2018, p. 543).	5
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau” (BRASIL, 2018, p. 543).	5
Números e Álgebra	Ensino Médio 1º ao 3º ano	“(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p. 544).	5

Fonte: Elaborado pela autora com base em Brasil (2018).

Por meio dessas habilidades, a BNCC considera que os estudantes, ao finalizarem o Ensino Médio, devem possuir a habilidade de interpretar criticamente situações que envolvam a variação de grandezas e de resolver problemas em contextos diversos, empregando as funções polinomiais de 1º grau. Nesse sentido, faz-se necessário identificar a complexidades de situações associadas à função afim e as dificuldades dos estudantes mediante essas situações, para que seja possível minimizá-las, contribuindo para que os estudantes atinjam tais habilidades.

A BNCC possui indicativos de que, no desenvolvimento do pensamento algébrico, já nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes entram em contato com as ideias-base (dependência, regularidade, variável e generalização), e algumas pesquisas (PAVAN, 2010; SILVA 2021; DEZILIO, 2022) afirmam que, nessa etapa, é possível mobilizar essas ideias quando da resolução de problemas de estruturas multiplicativas e mistas. Entretanto, a

formalização do estudo de funções acontece no 9º ano do Ensino Fundamental, pois é nesse momento que os estudantes deveriam ter desenvolvido as habilidades e competências necessárias para “[...] compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numéricas, algébricas e gráficas, e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2018, p. 269).

Desse modo, ao finalizarem o Ensino Médio, espera-se que os estudantes sejam capazes de compreender a função afim, já que, nessa etapa, “[...] os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração” (BRASIL, 2018, p. 471). Assim, consideramos as habilidades que a BNCC espera que tenham sido desenvolvidas para que os estudantes chegassem ao 3º ano do Ensino Médio, e elaboramos um instrumento de pesquisa para compreender os conhecimentos e esquemas mobilizados por eles ao resolverem diferentes situações associadas ao conceito de função afim.

Na próxima seção, apresentamos pesquisas que tiveram como objeto de estudo a função afim, respaldando-se de forma teórica ou metodológica na Teoria dos Campos Conceituais.

1.3 Pesquisas acadêmicas acerca de função afim respaldadas na Teoria dos Campos Conceituais

Com o intuito de compreender como a Teoria dos Campos Conceituais aparece vinculada ao conceito de função afim em pesquisas de mestrado e doutorado na área de Educação Matemática, foi realizada uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Para a seleção dos textos, adotou-se como critérios de escolha: o tipo de pesquisa, escolhendo, devido à natureza desta, apenas pesquisas de mestrado ou doutorado acadêmicos; a área de conhecimento; e os filtros educação, ensino, Matemática, e ensino de Ciências e Matemática. Após definidos os filtros, aconteceu uma pesquisa na plataforma CAPES pelos termos “invariantes operatórios” e “função afim”. Dos trabalhos que emergiram, realizaram-se fichamentos, com vistas a selecionar apenas os que abordavam a teoria dos Campos Conceituais voltada para o conceito de função. Além desses textos, considerou-se a pesquisa de Bernardino (2022)³, pois também investiga os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Médio

³ Essa pesquisa ainda se encontra em fase de publicação.

mediante as situações mista de função e não constava na plataforma CAPES. Desse modo, analisamos dez (10) textos. Apresentamos o Quadro 2 com os textos selecionados.

Quadro 2 - Relação das pesquisas selecionadas

Tipo de pesquisa	Ano	Título, Autor(a) e Orientador(a)	Programa e Instituição	Termo utilizado para encontrar
Dissertação	2010	A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas. Autora: Luciane Regina Pavan Orientadora: Clélia Maria Ignatius Nogueira.	Programa De Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática / Universidade Estadual de Maringá	Função afim
Dissertação	2010	O uso do software Modellus no ensino de Função Afim através da simulação de situações-problema: um estudo de caso lido pelo Referencial de Campos Conceituais. Autor: Cândido dos Santos Silva Orientador: Agostinho Serrano de Andrade Neto.	Programa De Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática / Universidade Luterana do Brasil	Invariante Operatório
Tese	2018	A programação de computadores e a função afim: um estudo sobre a representação e a compreensão de invariantes operatórios. Autora: Valéria Espíndola Lessa Orientador: Adriano Canabarro Teixeira.	Programa de Pós-Graduação em Educação / Universidade de Passo Fundo	Invariante Operatório
Dissertação	2018	A reflexão como fundamento para a formação do professor: um olhar sobre função linear. Autora: Deborah Monte Medeiros Orientadora: Marcília Chagas Barreto.	Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação / Universidade Estadual do Ceará	Função afim
Dissertação	2019	Situações-problema que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Autora: Clarice de Almeida Miranda Orientadora: Veridiana Rezende.	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática / Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Função afim
Dissertação	2019	Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim. Autora: Priscila Basilio Marçal Lorencini Orientadora: Clélia Maria Ignatius Nogueira.	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática / Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Função afim
Dissertação	2020	INVARIANTES OPERATÓRIOS RELACIONADOS À GENERALIZAÇÃO: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim. Autora: Tamires Vieira Calado	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática / Universidade	Invariante Operatório

		Orientadora: Veridiana Rezende.	Estadual do Oeste do Paraná	
Dissertação	2021	Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por alunos do 5º ano do ensino fundamental. Autora: Carla Larissa Halum Rodrigues Orientadora: Veridiana Rezende.	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática / Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Invariante Operatório
Tese	2021	As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias base de função. Autora: Luciana Del Castanhel Peron da Silva Orientadora: Clélia Maria Ignatius Nogueira.	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática / Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Função afim
Dissertação	2022	Função afim e problemas mistos: uma investigação com estudantes do ensino médio Autora: Fabricia Bernardino Orientadora: Veridiana Rezende.	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática/ Universidade Estadual do Paraná	-

Fonte: A pesquisa.

A seguir é apresentado um resumo das pesquisas que envolvem o conceito de função afim respaldadas na teoria dos Campos Conceituais, sendo essas: Pavan (2010), Silva (2010), Lessa (2018), Medeiros (2018), Miranda (2019), Lorencini (2019), Calado (2020), Rodrigues (2021), Silva (2021) e Bernardino (2022).

A pesquisa de Pavan (2010) objetivou investigar se crianças da 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental reconhecem e mobilizam as ideias-base de função na resolução de situações-problema de estruturas aditiva e multiplicativa, sendo essas ideias: variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização. Para isso, adotou como opção metodológica o Método Clínico Crítico Piagetiano, que “[...] consiste em entrevistas individuais com os estudantes durante a resolução de problemas elaborados segundo os critérios que se deseja” (PAVAN, 2010, p.31). Essas entrevistas foram individuais e realizadas em contraturno, sendo gravadas por gravador mp3 e câmera digital.

As situações-problema foram apresentadas às crianças por escrito e propostas em cinco blocos, sendo que o primeiro bloco abordava situações que permitiam analisar a ideia de correspondência; o segundo, situações das ideias de variável e generalização; o terceiro, a ideia de dependência; o quarto, atividades da ideia de regularidade; por fim, o quinto bloco, com a ideia de proporcionalidade. Desse modo, Pavan (2010) concluiu que os resultados encontrados nessa investigação possuem indicativos de que as crianças, já no 5º Ensino Fundamental,

conseguem reconhecer e mobilizar as ideias-base de função ao resolverem situações-problema dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Além disso, identificou esquemas e invariantes operatórios mobilizados pelas crianças na resolução das situações-problema; dos invariantes, temos os seguintes teoremas-em-ação:

Quadro 3 – Teoremas-em-ação identificados na pesquisa

Teorema-em-ação	Exemplo
Bijeção: teorema-em-ação que possibilita a correspondência dos dedos da mão com valores e parcelas a serem utilizados nos cálculos.	A bijeção associando os dedos da mão e os objetos a serem contados foi utilizada na maioria das contagens realizadas. A bijeção feita entre os elementos dos conjuntos a serem formados nas situações-problema representados graficamente com esquema de correspondência um para muitos e com esquema de correspondência termo a termo.
Iteração Aditiva: teorema-em-ação que surge como um invariante que permite adicionar parcelas iguais.	Encontra-se na base dos esquemas da recorrência e da composição aditiva com parcelas iguais.
Relação parte/todo: esse teorema-em-ação permitiu às crianças que o utilizaram o reconhecimento da relação parte/todo a partir de suas partes decompostas.	$18 = 9 + 9$, ou seja, 2 carrinhos custam 18 reais, então o preço de cada carrinho é 9 reais, pois $9 + 9 = 18$.
Multiplicação (Formalização $f(x) = ax$): teorema-em-ação utilizado pelas crianças quando faziam a correspondência entre o valor de uma variável com um valor dado em outra variável.	A correspondência entre quilos de batatas e o seu preço, de forma que se 1 quilo de batata corresponde a R\$1,30, a 3 quilos de batatas teremos que fazer corresponder 3 vezes o valor.

Fonte: Adaptado de Pavan (2010).

Além desses teoremas-em-ação, a autora identificou, na análise das situações, a divisão, uma operação com a qual as crianças colaboradoras da pesquisa tiveram bastante dificuldade. Em relação ao conceito de função, Pavan (2010) considera que ele deve ser iniciado já na primeira fase do Ensino Fundamental, por meio de situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas que sejam significativas para os estudantes. Isso pode minimizar ou até eliminar as dificuldades encontradas pelos adolescentes, quando há a formalização do conceito.

Utilizando o *software* Modellus e com base na Teoria dos Campos Conceituais, Silva (2010) investigou as possíveis mudanças na compreensão de situações, na utilização de diferentes representações e na aquisição de invariantes operatórios de um grupo de dez estudantes voluntários, de seis turmas do primeiro ano do Ensino Médio, no estudo de função afim. Para essa investigação, foram implementados dois instrumentos de pesquisa, um pré e outro pós-teste, utilizando o *software* para auxiliar no ensino do conteúdo de função afim, a partir de situações de ensino estruturadas. Desse modo, a produção de dados ocorreu nas seguintes etapas: pré-teste, entrevista do pré-teste, intervenção de ensino, pós-teste, entrevista do pós-teste.

No pré-teste, Silva (2010) identificou algumas dificuldades mobilizadas pelos estudantes, envolvendo o conceito de função afim, sendo elas: não conseguir representar no plano cartesiano os pontos e a reta que passa por eles; não conseguir escrever a equação matemática⁴ que representa a situação; e representar matematicamente a situação descrita na tabela. Entretanto, essas dificuldades foram sendo sanadas após a intervenção de ensino com o *software* Modellus a partir de situações-problema, com base em Gérard Vergnaud.

Silva (2010) concluiu que o uso do Modellus contribui para o desenvolvimento do conhecimento do estudante, uma vez que as representações, geradas no *software*, possibilitam a ampliação e diversificação dos esquemas em ação, favorecendo o processo de ensino e aprendizagem de função afim. Foi possível identificar que os estudantes tiveram uma evolução significativa na resolução das situações, desde o pré-teste até ao final da intervenção de ensino, principalmente nas representações tabular, gráfica e algébrica, propostas nos encontros.

Lessa (2018) teve como objetivo, em sua tese, investigar, nas formas de manifestação no ambiente de programação de computadores, os teoremas-em-ação associados de modo a reconhecer os processos de representação e de compreensão dos invariantes operatórios. Com isso, um dos seus objetivos específicos foi compreender o Campo Conceitual da função afim, e, assim, com a TCC, examinar a complexidade das situações, dos invariantes operatórios e das representações desse campo.

Os sujeitos participantes dessa pesquisa foram dois estudantes do terceiro semestre do Curso Técnico em Informática do IFRS - Campus de Erechim, que cursavam ao mesmo tempo a 2ª série do Ensino Médio em uma escola pública do município. Eles foram submetidos a uma proposição de situações sobre funções afim no ambiente de programação Scratch, com o método de observação interativa. Para elaborar e analisar essas situações, Lessa (2018) apresenta quatro invariantes que constituem as categorias de análise da pesquisa, sendo:

Quadro 4 - Invariantes operatórios da pesquisa de Lessa

Invariantes Operatórios	Observações
IO1 – Variável	Representação simbólica para grandezas que variam de acordo com a situação. Possibilitam a generalização da relação estabelecida entre as grandezas.
IO2 - Taxa de Variação	Seja a Função $f: R \rightarrow R, f(x) = a + b$. Dados $x, x + h \in R$, sendo $h \neq 0$ o acréscimo (ou decréscimo) em x , o número $a = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ chama-se de taxa de variação da função f ou taxa fixa (LIMA <i>et al.</i> , 2002).
IO3 - Taxa Fixa	Seja a Função $f: R \rightarrow R, f(x) = a + b$. O coeficiente b é o valor que a função assume quando $x = 0$, ou seja $f(0) = b$, sendo, às vezes, chamado de valor inicial da função ou taxa fixa (LIMA <i>et al.</i> , 2002).

⁴ Termo utilizado por Silva (2010) para “expressão algébrica”.

IO4 - Correspondência Biunívoca	A Função $f: A \rightarrow B$ é bijetora quando, para todo elemento $y \in B$, pode-se encontrar um único elemento $x \in A$, ou quando todo elemento $y \in B$ é imagem de apenas um elemento de $x \in A$ (DANTE, 2014).
---------------------------------	--

Fonte: Adaptado de Lessa (2018).

Desse modo, foi possível identificar as formas operatórias e predicativas dos conhecimentos manifestados pelos estudantes, e, com isso, interpretar as representações e compreensões para descrever os teoremas-em-ação associados. Como resultados, Lessa (2018) conclui que a pesquisa apontou para a ampliação do conceito de variável (IO1) na direção de processos de generalização mais complexos e para a possibilidade de concretização e de dinamização do conceito de taxa de variação constante (IO2).

Medeiros (2018) teve como objetivo de sua pesquisa analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear, e, para isso, caracterizou a prática inicial do professor no trabalho com função linear e as suas concepções sobre a TCC. Utilizando análise de documento, observação participante, filmagens, diários de campo e gravação em áudio, a autora observou a prática do professor para, durante as sessões reflexivas, discutir com o docente os elementos que se assemelham à TCC. Essas sessões foram registradas em áudio.

De acordo com Medeiros (2018), o professor não possuía formação prévia sobre a teoria, mas, ao longo do processo, observou uma proximidade com sua prática, relacionada à TCC.

Em diversas ocasiões, o professor se reconheceu nos textos lidos, em práticas que já eram suas, e também percebeu a importância de incorporar novas práticas a sua aula, principalmente quanto à elaboração das situações previamente, a consciência da dificuldade que os alunos podem apresentar quando uma mesma situação abordar campos conceituais diferentes, a relevância da análise das resoluções dos estudantes, no aspecto da função linear, qual operador utilizado pelos alunos (MEDEIROS, 2018, p. 109).

Nessas sessões reflexivas, o professor percebeu lacunas presentes em sua formação, e também que lhe faltavam alguns conhecimentos sobre função linear. Uma vez que isso contribui para que se desenvolvam lacunas nos estudantes, o docente decidiu promover mudanças nas aulas e em seu planejamento. Buscando alternativas para o preenchimento de suas lacunas, o professor se encontrou na TCC.

Miranda⁵ (2019), em sua dissertação, buscou categorizar situações-problema relacionadas ao conceito de função afim por meio da teoria dos Campos Conceituais. Para

⁵ Integrante do GEPeDiMa.

atingir esse objetivo, identificou diferentes tipos de situações-problema sobre função afim presentes nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, no capítulo específico de função afim e no conjunto de atividades propostas ao estudante, ao final da apresentação do conteúdo. A categorização foi com base nas classes de situações das estruturas aditivas e estruturas multiplicativas, propostas por Vergnaud. Com isso, a autora identificou 89 situações-problema pertencentes a 09 classes de situações, apresentadas no Quadro 5 com suas variações:

Quadro 5 - Variações identificadas nas situações-problema quanto ao tipo de relações estabelecidas

Classe	Variações quanto ao tipo de relação estabelecida	Frequência
Proporção Simples	<i>Proporção simples – um para muitos</i>	17
	<i>Proporção simples – quarta proporcional</i>	14
Produto de Medidas	Produto desconhecido	1
Composição de medidas	Composição de medidas (composição desconhecida)	1
	Composição de medidas (parte desconhecida)	2
Proporção Simples e Composição de medidas	Proporção simples <i>um para muitos</i> e composição de medidas (composição desconhecida)	26
	Proporção simples <i>um para muitos</i> e composição de medidas (parte desconhecida)	3
	Proporção simples <i>quarta proporcional</i> e composição de medidas (composição desconhecida)	4
Proporção simples e transformação de medidas	Proporção simples <i>um para muitos</i> e transformação de medidas (transformação positiva)	3
	Proporção simples <i>um para muitos</i> e transformação de medidas (transformação negativa)	1
	Proporção simples <i>quarta proporcional</i> e transformação de medidas (transformação positiva)	1
Comparação Multiplicativa e Composição de medidas	Comparação Multiplicativa (referido desconhecido) e composição de medidas (composição desconhecida)	5
Comparação Multiplicativa e transformação de medidas	Comparação Multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (transformação negativa)	3
Proporção Simples, composição de transformação e transformação de medidas	Proporção simples <i>um para muitos</i> , composição de transformações (transformações elementares – uma negativa e uma positiva) e transformação de medidas (transformação positiva)	2

Comparação multiplicativa e proporção simples	Comparação multiplicativa (<i>referido desconhecido</i>) e proporção de medidas <i>um para muitos</i>	1
---	---	---

Fonte: Miranda (2019, p. 149).

Além dessas 15 subclasses de problemas associados à função afim, a pesquisadora identificou alguns fatores que podem dificultar ainda mais cada situação, sendo eles: “apresentação de dados em gráfico ou tabela; apresentação de dados em figura relacionada ao enunciado; interpretação de escalas; conversão de medidas; ausências de taxas de forma explícita no enunciado” (MIRANDA, 2019, p. 156).

Como algumas situações-problema tiveram frequência pequena nos livros didáticos, Miranda (2019) orientou as pesquisas futuras para analisar as dificuldades dos estudantes relacionadas a esses tipos de situações, e, assim, investigar como as variáveis influenciam nessa dificuldade. Nesse sentido, nesta pesquisa será abordada essa análise, considerando uma das classes citadas por Miranda (2019) e suas variações.

Lorencini⁶ (2019) investigou as possibilidades inclusivas de uma sequência didática sobre função afim em que os procedimentos e representações gráficas são descritos em língua natural (oral ou escrita) por duplas de estudantes. Os sujeitos considerados para essa pesquisa foram estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio, grupo no qual uma aluna possuía baixa visão grave e outra deficiência intelectual. Para a análise, inicialmente foi realizada uma entrevista semiestruturada com a aluna com baixa visão, para elaborar uma sequência didática potencialmente inclusiva; além disso, foi aplicado um questionário a todos os estudantes e realizada uma entrevista com a estudante que fez dupla com a aluna com baixa visão grave. Por meio das discussões das tarefas realizadas em duplas, Lorencini (2019) buscou, na análise dos dados, identificar a forma predicativa do conhecimento.

Como resultado de pesquisa, Lorencini (2019) conclui que a descrição oral das representações gráficas realizada por um colega de sala contribui para a interpretação e compreensão das tarefas por estudantes com baixa visão grave. Entretanto, o estudante que realiza a descrição deve “[...] apresentar simultaneamente as formas operatórias e predicativas do conhecimento relacionadas aos registros gráficos para poder identificar quais elementos são importantes de serem relatados ao aluno com baixa visão grave” (LORENCINI, 2019, p. 170). A autora também conclui que só a transcrição em *braille*, em algumas situações, não é suficiente, pois, para entender um gráfico, o estudante precisa ter familiaridade com o tipo de

⁶ Integrante do GEPeDiMa.

representação. Assim, tem que ser apresentado aos poucos, desde a exploração do plano cartesiano, a marcação de pontos, até a construção e leitura de gráficos. O mesmo deve acontecer com o estudo de funções.

Outro resultado que Lorencini (2019) constatou foi que o conceito de função afim ainda está em processo de consolidação pelos estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Mesmo que tal conceito já tenha sido formalizado no 1º ano do Ensino Médio, os estudantes ainda apresentam dificuldades.

Em sua dissertação de mestrado, Calado⁷ (2020) analisou invariantes operatórios relacionados à generalização, mobilizados por trinta e dois (32) estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio do interior do Paraná, mediante situações envolvendo função afim. Para isso, utilizou as quatro etapas da Engenharia Didática (estudo preliminar, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*). Para a organização das atividades e a implementação da sequência didática, se respaldou na Teoria das Situações Didáticas. Com base na TCC, a autora buscou elaborar situações que contemplavam diferentes conceitos presentes no Campo Conceitual da função afim, e, com os dados coletados, analisou os conhecimentos implícitos possíveis de serem manifestados nas resoluções dos estudantes.

A partir das estratégias de resolução dos estudantes, Calado (2020) identificou doze teoremas-em-ação implícitos nas respostas dos participantes da pesquisa, sendo sete verdadeiros e cinco falsos. A seguir, o Quadro 6, com esses teoremas-em-ação:

Quadro 6 – Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos

Indícios do TAV	Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos
Para situações na quais as variáveis são diretamente proporcionais, ao calcular $f(n)$, para qualquer número n natural, determina $f(1)$ e multiplica por n .	TAV1: $f(n) = f(n \times 1) = n \times f(1), n \in \mathbb{N}$.
Para situações na quais as variáveis são diretamente proporcionais, ao calcular $f(x)$, para qualquer x natural, realiza sucessivas somas de $f(1)$.	TAV2: $f(x + x + x + \dots + x) = f(x) + f(x) + f(x) + \dots + f(x), x \in \mathbb{N}$.
Utiliza uma letra para representar qualquer quantidade	TAV3: Uma quantidade qualquer é representada por uma letra.
Para situações que matematicamente são representadas por $f(kx) + c$, para qualquer k natural, multiplica k por $f(x)$ e soma a constante c .	TAV4: $f(kx) + c = k \times f(x) + c, k \in \mathbb{N} e c \in \mathbb{R}$.
Ao desenvolver a representação gráfica da função afim, localiza pontos no plano cartesiano e traça uma reta unindo esses pontos.	TAV5: É possível desenhar os pontos no gráfico e uni-los usando uma linha reta.
Utiliza a representação gráfica da função afim para determinar as coordenadas de pontos que pertencem ao gráfico.	TAV6: A representação gráfica da função afim associa cada grandeza do eixo x a uma única grandeza do eixo y .

⁷ Integrante do GEPeDiMa.

Para situações que matematicamente são representadas por $f(kx) + c$, para qualquer k natural, soma k parcelas de $f(1)$ e a constante c .	TAV7: $f(kx) + c = f(x) + f(x) + \dots + f(x) + c$ $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$.
Escolhe uma quantidade específica para representar uma quantidade qualquer.	TAF1: Uma quantidade qualquer é identificada como uma quantidade específica.
Para situações que matematicamente são representadas por $f(kx) + c$, para qualquer k natural, soma $f(x)$ com a constante c .	TAF2: $f(kx) + c = f(x) + c$, $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$.
Para situações que matematicamente são representadas por $f(kx) + c$, para qualquer k natural, multiplica k por $f(x)$.	TAF3: $f(kx) + c = k \times f(x)$, $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$.
Para situações que matematicamente são representadas por $f(kx) + c$, para qualquer k natural, realiza a soma de k com a constante c e multiplica por x .	TAF4: $f(kx) + c = (k + c)x$, $k \in \mathbb{N}$ e $c \in \mathbb{R}$.
Para a situação na qual as variáveis não são diretamente proporcionais, ao calcular $f(n)$, para qualquer n natural, determina $f(1)$ e multiplica por n .	TAF5: $f(n) = n \times f(1)$, $n \in \mathbb{N}$.

Fonte: Calado (2020, p. 175).

De acordo com Calado (2020), esses conhecimentos podem contribuir para identificar os possíveis erros dos estudantes durante o ensino de função afim. Dentre os teoremas-em-ação falsos apresentados pelos estudantes, três estão relacionados especificamente à generalização, os TAF1, TAF3 e TAF4. Os outros, TAF2 e TAF5, dizem respeito a casos mais isolados, etapas necessárias para se chegar ao processo de generalização.

Rodrigues⁸ (2021), em sua pesquisa, analisou invariantes operatórios associados ao conceito de função, mobilizados por 12 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações mistas do tipo proporção simples e transformação de medidas. Tais estudantes são considerados com desempenho mediano em Matemática. Para a produção de dados, foi realizado um encontro entre a pesquisadora e cada estudante (individualmente), por meio do aplicativo *Google Meet*, pois estávamos no período da pandemia de Covid-19. Esses encontros eram gravados, o que permitiu à pesquisadora analisar as reações dos estudantes durante a resolução das situações e transcrever o diálogo final com eles.

Por meio dos esquemas, Rodrigues (2021) identificou possíveis conhecimentos implícitos na forma de teoremas-em-ação e conceitos-em-ação associados ao conceito de função. No Quadro 7, tem-se uma síntese dos invariantes operatórios:

⁸ Integrante do GEPeDiMa.

Quadro 7 - Invariantes operatórios mobilizados nas situações mistas

Indícios dos teoremas-em-ação	Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos	Conceitos-em-ação	Quantidade de alunos
Ao multiplicar a taxa de proporcionalidade (a) por (x) para obter $f(x)$.	TAV1: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x) = a \cdot x$, com $x, a \in \mathbb{N}$, sendo a a taxa.	Correspondência, dependência, proporcionalidade, taxa e variável.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8, A10 e A11.
Ao multiplicar a razão (k) por $f(x)$.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$, com $k, x \in \mathbb{N}$ e sendo k a razão (um escalar).	Correspondência, dependência, proporcionalidade, razão e variável.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10 e A11.
Ao multiplicar a razão (k) por $f(x)$ ou $f(x)$ por (k).	TAV3: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $k \cdot f(x) = f(x) \cdot k$, com $k, x \in \mathbb{N}$.	Comutatividade em relação à multiplicação.	A1, A3, A5, A6, A8, A10 e A11.
Aplicar a transformação (T) ao estado final (F) para encontrar o estado inicial (I).	TAV4: Se $F = I + (T)$, então $I = F + (-T)$, com $F, I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$.	Estado inicial, estado final, inversão e transformação.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10 e A11.
Ao somar o estado final (F) e a transformação (T) ou a transformação (T) e o estado final (F).	TAV5: Se $F \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$, então $F + T = T + F$.	Comutatividade em relação à adição.	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10 e A11.
Ao realizar somas sucessivas de $f(x)$ ou subtrações sucessivas de $f(x)$.	TAV6: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.	Adição de funções lineares, correspondência, dependência, proporcionalidade, razão, regularidade e variável.	A1, A2, A3, A4, A7, A8 e A10.
Ao considerar que as somas sucessivas de $f(x)$ é igual a razão (k) multiplicada por $f(x)$.	TAV7: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x) + \dots + f(x) = k \cdot f(x)$, com $x \in \mathbb{N}$ e k sendo a razão.	Adição de funções lineares, variável, correspondência, dependência, proporcionalidade, razão, regularidade.	A1, A2, A4 e A6.
Aplicar a transformação (T) ao estado inicial (I) para encontrar o estado final (F).	TAV8: $F = I + (\pm T)$, com $F, I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$.	Estado inicial, estado final e transformação.	A1, A2, A8 e A10.
Aplicar o estado final (F) ao estado inicial (I) para encontrar a transformação (T).	TAV9: Se $F = I + (-T)$, então $ T = I - F$ com $F, I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$, sendo $F < I$.	Diferença, estado inicial, estado final e transformação.	A1, A2, A5, A8, A10 e A11.
Ao dividir $f(x)$ por (x) para determinar (a) taxa de proporcionalidade.	TAV10: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $a = \frac{f(x)}{x}$, com $x, a \in \mathbb{N}^*$, sendo a a taxa.	Correspondência, dependência, proporcionalidade, taxa e variável.	A2, A4, A5 A6, A8, A10 e A11.
Aplicar o estado inicial (I) ao estado final (F) para encontrar a transformação (T).	TAV11: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com $F, I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$, sendo $F > I$.	Diferença, estado inicial, estado final e transformação.	A1, A8 e A10.
Ao considerar que se (x) é menor que (x'), então $f(x)$ é menor que $f(x')$.	TAV12: Seja f uma relação de proporcionalidade, tal que $x < x'$, então $f(x) < f(x')$, com $x, x' \in \mathbb{N}$.	Comparação, correspondência, proporcionalidade, variável.	A1 e A3.
Ao somar $f(x)$ com c para obter $f(x')$.	TAV13: Se f é uma relação funcional, então $f(x') = f(x) + c$ com $x', x, c \in \mathbb{N}$ e $x' > 1$.	Constante, correspondência, dependência, variável,	A5.

		proporcionalidade e regularidade.	
Ao multiplicar a taxa por x e o resultado somar com b para determinar $f(x)$.	TAV14: Se f é uma relação funcional então $f(x) = a \cdot x + b$, com $a, b, x \in \mathbb{N}$.	Constante, correspondência, dependência, variável, proporcionalidade, regularidade e taxa.	A5.
Ao dividir $f(x)$ por (a) para determinar (x) .	TAV15: Seja f uma relação de proporcionalidade, $x = \frac{f(x)}{a}$, com $x, a \in \mathbb{N}^*$, sendo a a taxa.	Correspondência, dependência, variável, proporcionalidade e taxa.	A11.
Ao multiplicar um número qualquer (x') por $f(x)$ para obter $f(x')$.	TAF1: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x') = x' \cdot f(x)$, com $x, x' \in \mathbb{N}$ e $x > 1$.	Correspondência e dependência.	A4 e A11.
Ao multiplicar um número qualquer (x) por $f(x)$ para obter $f(x')$.	TAF2: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x') = x \cdot f(x)$, com $x, x' \in \mathbb{N}$.	Correspondência e dependência.	A2 e A12.

Fonte: Rodrigues (2021, p. 146-147).

Portanto, as situações mistas pertencentes à classe proporção simples e transformação de medidas possibilitam aos alunos a manifestação de invariantes operatórios associados ao conceito de função. Rodrigues (2021) identificou quinze (15) teoremas-em-ação verdadeiros e dois (2) teoremas-em-ação falsos, e, entre os conceitos-em-ação, identificou a mobilização das ideias-base de função: dependência, variável, regularidade e proporcionalidade.

Silva (2021), em sua pesquisa de doutorado, buscou analisar a compreensão das ideias-base de função de vinte e dois (22) estudantes do quinto ano, diante da resolução, em grupo, de uma sequência de problemas de estruturas multiplicativas. Nesse contexto, os seguintes procedimentos metodológicos foram considerados para a produção dos dados: a elaboração de uma sequência de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo, à luz da TCC e da TSD, envolvendo as ideias-base de função, em que os problemas propostos no instrumento são separados em quatro blocos que privilegiam cada um as ideias base de função; uma observação participante, em que a pesquisadora participou da rotina dos alunos do quinto ano; a realização de dois estudos pilotos; a preparação da turma colaboradora; e a implementação do instrumento de pesquisa.

Para a análise dos dados, Silva (2021) utilizou a TCC para buscar por indicativos das formas operatória e predicativa do conhecimento, em relação às ideias-base de função, e analisou os protocolos produzidos pelos alunos, o seu diário de bordo, e as transcrições dos diálogos dos grupos. Com isso, concluiu que ideias de correspondência, dependência, regularidade, variável e generalização foram mobilizadas pelos grupos durante a resolução da sequência de problemas de estruturas multiplicativas, resultado que corrobora com o

apresentado por Pavan (2010) e Rodrigues (2021). Quanto à classe de problemas que permitiu a manifestação da maior quantidade de ideias-base, foi a Proporção Simples – Um para muitos.

Quanto à representação, Silva (2021) observou que as situações com o apoio visual (representação pictórica) favoreceram a manifestação da ideia de correspondência. Já “[...] a inserção de questões que propunham diferentes quantidades de grandezas variáveis para serem operadas matematicamente contribuiu para a mobilização da ideia de variável e para a manifestação da ideia de dependência” (SILVA, 2021, p. 297). Em relação às situações do Bloco 3, que prioriza a ideia base de função regularidade, observou que a proposição do preenchimento do apoio visual (tabela) foi fundamental para a manifestação da ideia de regularidade. Para as ideias de variável e generalização, privilegiadas no Bloco 4, foram ideais a proposição de questões com diferentes quantidades, para serem operadas matematicamente, e questões bem específicas.

Bernardino⁹ (2022), dentre as diversas classes de situações associadas à função afim identificadas por Miranda (2019), analisou se a variação das subclasses de situações mistas associadas à função afim – *proporção simples e transformação de medidas* – intervém na resolução de estudantes da 3ª série do Ensino Médio. Para a produção de dados, a pesquisadora elaborou um instrumento de pesquisa com quatro (4) situações, sendo que cada uma correspondia a uma variação da classe. Os dados foram produzidos de duas formas: a partir da resolução escrita dos estudantes e da transcrição da conversa final, que ocorreu após a finalização da implementação, entre pesquisadora e estudantes.

No instrumento de pesquisa, Bernardino (2019) identificou os seguintes teoremas-em-ação em cada situação:

Quadro 8 – Teoremas-em-ação verdadeiros e falsos presentes nas situações

Teoremas-em-ação verdadeiros
TAV1: Seja f uma relação de proporcionalidade, $1 \cdot f(t) = b \cdot t$ e $b = \frac{f(t)}{t}$ com $b e t \in \mathbb{N}$
TAV2: $c = a + (\pm f(t))$ com $a e t \in \mathbb{N}$
TAV3: $f(nt) = n \cdot f(t)$ com $n e t \in \mathbb{N}$
TAV4: $f(t + t + t + \dots + t) = f(t) + f(t) + f(t) + \dots + f(t)$, com $t \in \mathbb{N}$
TAV5: $a \pm f(bt) = a \pm b \cdot f(t)$ com $a b e t \in \mathbb{N}$
Teoremas-em-ação falsos
TAF1: $a \pm f(bt) = \pm f(bt)$ com $a b e t \in \mathbb{N}$
TAF2: $f(t) = a \pm f(bt) = a$ com $a b e t \in \mathbb{N}$
TAF4: $f(t) = bt + c = (b + c) \cdot t$ com $b, c e t \in \mathbb{N}$

Fonte: Elaborado pela autora com base em Bernardino (2022).

⁹ Integrante do GEPeDiMa.

Entretanto, desses teoremas-em-ação, os estudantes mobilizaram apenas TAV1, TAV2, TAV3, TAV4, TAV5, TAF1 e TAF5. Dentre as quatro variações de subclasses, a proporção simples (cota) e transformação de medidas (estado inicial desconhecido e transformação positiva) foram as que mobilizaram a maior quantidade de estratégias inadequadas e itens em branco nos estudantes. A principal dificuldade em relação às ideias-base identificadas foram os equívocos dos estudantes com a ideia de generalização de uma função, ou seja, com a representação por meio de uma expressão algébrica para a função afim (BERNARDINO, 2022).

De acordo com as pesquisas mencionadas nessa seção, podemos concluir que:

- Dos invariantes operatórios manifestados pelos estudantes na resolução de situações contextualizadas relacionadas à função afim, os conceitos em ação, em sua maioria, estão associados com as ideias-base do conceito; já os teoremas-em-ação, com as principais propriedades da função afim, a exemplo de correspondência, taxa de variação, taxa fixa, proporcionalidade de função linear etc.;
- Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes podem reconhecer e mobilizar as ideias-base de função - variável, dependência, regularidade e generalização - quando resolvem situações-problema dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. A classe estabelecida por Vergnaud que manifesta a maior quantidade de ideias-base nessa etapa da educação é a *proporção simples* com a variação *um para muitos*;
- As situações de função afim são associadas a problemas mistos, sendo classificadas a partir das classes de estruturas aditivas e estruturas multiplicativas, e, de acordo com Miranda (2019), estão categorizadas até o momento por meio de 09 (nove) classes de situações mistas e 15 (quinze) subclasses associadas ao conceito;
- A pesquisa de Bernardino (2022) foi a única que utilizou a classificação de Miranda (2019) para identificar invariantes operatórios manifestados por estudantes do 3º ano do Ensino Médio; porém, ela elaborou situações da classe *proporção simples e transformação de medidas*, diferentes da considerada nesta pesquisa;
- Os erros e dificuldades acerca da função afim manifestados pelos estudantes são de diversas naturezas, tais como: identificar a taxa de variação e o coeficiente linear; generalizar as situações; interpretar e construir gráficos de função afim; e realizar conversões entre diferentes registros de representação semiótica da função afim.

Considerando as pesquisas, está se justifica e se mostra diferente pelo fato de buscar identificar diferentes complexidades entre as subclasses de situações mistas, associadas a função afim, do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas.

No capítulo seguinte, apresentamos a fundamentação teórica e metodológica da pesquisa, contemplando os aspectos da Teoria dos Campos Conceituais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

Neste capítulo, apresentamos a teoria que sustenta o desenvolvimento da pesquisa. Para tanto, apresentamos aspectos gerais da Teoria dos Campos Conceituais, e, com maiores detalhes, discorremos acerca dos campos conceituais aditivo e multiplicativo, bem como referente as situações mistas, conforme estabelecidos por Gérard Vergnaud, por se constituírem base para a elaboração do instrumento de pesquisa e análises desta investigação. Além disso, tratamos da Engenharia Didática, teoria metodológica que inspirou os procedimentos dessa pesquisa.

2.1 A Teoria dos Campos Conceituais

O psicólogo francês Gérard Vergnaud desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) desde os anos 1980. A divulgação oficial da TCC ocorre principalmente por meio do artigo *La théorie des champs conceptuels*, publicado pela revista francesa *Recherches en Didactiques des Mathématiques* (RDM) no ano de 1990. A TCC se trata de uma teoria cognitivista com fortes ligações e contribuições para o campo da Didática da Matemática. Entretanto, transcende esse território, uma vez que fornece um quadro de análise para o estudo do processo de aprendizagem dos conceitos (VERGNAUD, 2017):

Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por "conhecimentos" tanto as habilidades quanto as informações expressas (VERGNAUD, 1993, p. 1).

Para essa teoria, Vergnaud teve influência de ideias de Vygotsky, como a concepção de que “[...] a criança nasce de uma cultura” (VERGNAUD, 2017, p. 28). Além da noção de mediação, que “[...] tem dois significados diferentes, que mesmo que se complementem e estejam dialeticamente unidos, não devem ser confundidos” (VERGNAUD, 2017, p. 28). O primeiro sentido de mediação é o social, um sentido que alude a mediação a uma ajuda ao outro, por exemplo, do adulto para a criança, professor ao estudante etc. O segundo sentido de mediação é o simbólico, do uso da linguagem de outros sistemas de signos, a exemplo do que ocorre com um bebê, que, mesmo não entendendo o que a mãe fala, ela dialoga com ele o tempo todo pelo que expressa, seus gestos, sorrisos, entre outros.

Vergnaud também teve influência das ideias construtivistas de Piaget, que acreditava que “o conhecimento nunca está pronto, acabado, mas sempre em construção” (LOPES, 2011,

p. 57). Desse modo, os aspectos funcionais que Vergnaud utiliza de Piaget são as ideias de adaptação, assimilação e acomodação. O conceito de esquema, conforme estabelecido por Vergnaud, também tem base nas ideias de Piaget (VERGNAUD, 2017).

Desse autor, Vergnaud utiliza a base das noções de invariante operatório e a de função simbólica. A primeira, Piaget trabalhou do ponto de vista da conservação dos objetos, do número e de algumas propriedades dos objetos e das medidas. Já Vergnaud considera necessário dar um sentido mais amplo, incluindo o conceito de esquema. Sobre a função simbólica, é uma interiorização da acomodação, particularmente dos gestos; Piaget define a imitação como a adaptação do objeto, o que Vergnaud considera essencial (VERGNAUD, 2017).

A Teoria dos Campos Conceituais “[...] busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, sobretudo as que dependem da ciência e da técnica” (VERGNAUD, 1993, p. 1). São fundamentos da TCC as seguintes ideias:

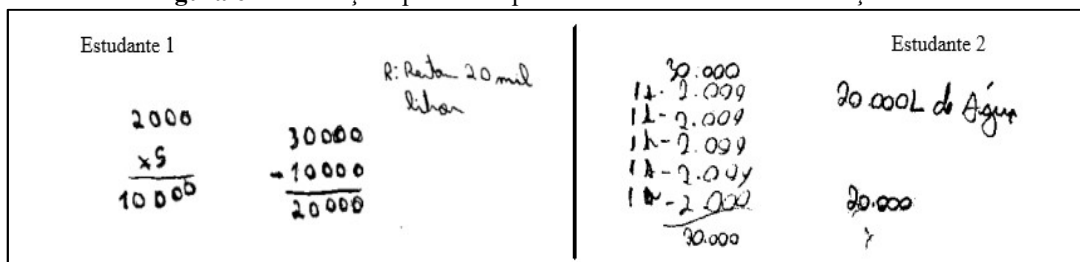
- a- Um conceito adquire sentido em função da multiplicidade de problemas aos quais responde.
- b- Os conceitos não funcionam isoladamente, mas sim vinculados uns aos outros, numa ampla e complexa rede.
- c- A aprendizagem de todas as propriedades e relações que envolvem tais conceitos acontecem por meio de uma longa história, entrelaçada por uma série de filiações e rupturas.
- d- Através das ideias anteriores, se pode definir um critério pragmático do conhecimento, onde um conceito não remete à sua definição explícita, mas basicamente, à sua possibilidade de funcionar na resolução de problemas (VERGNAUD, 2017, p. 17-18).

Desse modo, para Vergnaud (1993, p. 1), “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino”. Para o estudo de um conceito, Vergnaud (1990) defende que são necessários diversos outros conceitos, situações, símbolos, representações, propriedades e teoremas interligados, formando o que o pesquisador denomina por Campo Conceitual. Como conceito, se considera uma terna $C = (S, I, s)$ em que:

- S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
- I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (o significado);
- s: conjunto das formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante) (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Para ilustrar esse tripé do conceito de função afim, têm-se duas resoluções de estudantes do 3º ano do Ensino Médio para a seguinte situação: Para esvaziar uma piscina de 30.000L de água, será utilizada uma bomba com capacidade para retirar 2.000L de água por hora. Após 5 horas de funcionamento da bomba, quantos litros de água ainda restarão na piscina?

Figura 6 – Resoluções para exemplificar terna do conceito de função afim



Fonte: Elaborada pela autora com base em Bernardino (2022).

A situação (S) apresentada tem como propósito dar sentido ao conceito de função afim. Ambos os estudantes evidenciaram, em suas resoluções, esse conceito, entretanto, as representações (R) apresentadas nas resoluções indicam que os esquemas utilizados não foram os mesmos. A estratégia utilizada pelo Estudante 1 estabelece uma relação de proporcionalidade (I), ao identificar que a bomba retira 2.000 litros de água por hora, logo, basta multiplicar 2.000 (b) por 5 (t) que se obtém a quantidade de água retirada da piscina em cinco horas, ou seja, seja f é uma relação de proporcionalidade, $1 \cdot f(t) = b \cdot t$ e $b = \frac{f(t)}{t}$ com b e $t \in \mathbb{N}$ (I). Já o cálculo numérico representado pelo Estudante 2 indica a resolução por meio de um isomorfismo aditivo: $f(t + t + t \dots t) = f(t) + f(t) + f(t) + \dots + f(t)$ (I), uma vez que o estudante considera a capacidade total da piscina, de 30.000 litros, e realiza cinco subtrações de 2.000 litros, já que são cinco horas de funcionamento da bomba retirando 2.000 litros hora, logo a $f(5) = f(1) + f(1) + f(1) + f(1) + f(1)$.

Segundo Vergnaud (2017), os conceitos envolvem um conjunto de situações que lhes dão significado: um conjunto de invariantes - propriedades do conceito - subjacentes ao raciocínio, e um conjunto de símbolos utilizados na sua representação. Essas, ao mesmo tempo em que orientam o enfrentamento de um problema, são resultado da resolução de problemas. Um problema, para Vergnaud (2017), é, sobretudo, um conceito relativo, ou seja, aquilo que é um problema para uma criança de sete anos pode não representar o mesmo para essa criança dois anos depois. O problema existe na fase em que a criança ainda não sabe como lidar com ele, embora saiba o suficiente para lhe dar algum sentido, mas não o suficiente para superá-lo.

Nesse sentido, um problema só é um problema quando a criança não tem artifícios para superá-lo.

As competências e concepções se desenvolvem no decorrer das experiências do indivíduo com várias situações, seja na vida escolar ou fora dela. Entretanto, os conceitos têm domínio de validade. De acordo com Magina *et al.* (2008), quando o estudante é exposto a uma nova situação, ele utiliza o conhecimento desenvolvido em suas experiências anteriores e tenta adaptá-lo a essa nova situação. Assim, para elaborar situações de aprendizagem, é necessário que sejam desenvolvidas atividades que privilegiam diferentes conceitos a partir de variadas situações.

Para Vergnaud (1993), o conceito de situação não tem o sentido de situação didática, mas o de tarefa. Ele ainda distingue duas ideias principais para as situações: a de variedade e a de história. Na primeira, existem múltiplas situações em um determinado campo conceitual, e essa diversidade nos permite realizar estudos sistemáticos para distinguir entre as classes de situação. Já na segunda, os conhecimentos são elaborados mediante as situações enfrentadas e dominadas progressivamente pelo sujeito.

Vergnaud retoma a ideia de função simbólica de Piaget para entender que a criança representa e aprende um conceito a partir de sua interação com uma ou várias situações. Assim, o conceito é composto por uma terna (S, I, R), no qual S é a realidade ou referente e (I, R) se refere à representação – essa pode ser considerada como a interação entre o significado (I) e o significante (R). Essa interação não é simples de se analisar; Magina *et al.* (2008) abordam dois exemplos em que se pode identificar quando dois signos (significantes) são usados para representar uma mesma ideia, e também quando um mesmo signo (significante) pode representar vários significados.

Nesse sentido, “a definição pragmática de um conceito recorre, portanto, ao conjunto de situações que constituem a referência de suas diversas propriedades, e ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações” (VERGNAUD, 1993, p. 8). É somente através das situações e dos problemas a serem resolvidos que um conceito adquire sentido para uma criança.

Na definição piagetiana, esquema é “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dadas” (VERGNAUD, 1993, p. 2). Mas, também podemos dizer, na visão de Vergnaud (1993), que ele é composto por metas e antecipações, regras de ação, invariantes operatórios (conceitos e teoremas em ação) e inferências.

Segundo Vergnaud (1996), os algoritmos matemáticos representam uma forma de organização da atividade e, por isso, são um tipo de esquema. Para ele, “[...] os algoritmos são

esquemas, ou, ainda, os esquemas são objetos do mesmo tipo lógico que os algoritmos” (VERGNAUD, 1993, p. 3). Entretanto, a maior parte de nossos esquemas não são algoritmos.

Segundo Vergnaud (1993), é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. Os conhecimentos contidos nos esquemas são designados como “conceito-em-ação” e “teorema-em-ação”, que também podem ser nomeados pela expressão mais global “invariantes operatórios”.

Os invariantes operatórios podem dividir-se em três tipos lógicos, de acordo com Vergnaud (1993):

- Invariantes do tipo “proposição”:

Passíveis de serem verdadeiros ou falsos, Vergnaud (1996) os define como *teoremas-em-ação*, que são teoremas implícitos e têm validade local, ou seja, são verdadeiros apenas para um conjunto de situações. De modo geral, esse tipo de invariante é inconsciente, porque os estudantes os usam quando resolvem problemas.

Vergnaud (1993) exemplifica um teorema-em-ação com o exemplo que ocorre com crianças entre 5 e 7 anos. Nessa fase, as crianças descobrem que, para achar o cardinal AUB, não é preciso recontar o todo, se A e B já foram contados. Esse conhecimento pode ser expresso com o seguinte teorema-em-ação:

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) \text{ desde que } A \cap B = \emptyset.$$

Outro exemplo que Vergnaud (1993) aborda para expressar um conhecimento por um teorema-em-ação é o que acontece com as crianças entre 8 e 10 anos: muitos estudantes compreendem que, se uma quantidade de objetos à venda é multiplicada por 2, 3, 4, 5, 10, 100 ou qualquer número simples, seu preço será 2, 3, 4, 5, 10, 100 vezes maior. Podemos expressar esse conhecimento com o seguinte teorema-em-ação:

$$f(nx) = nf(x) \text{ para todo } n \text{ inteiro e simples.}$$

- Invariantes do tipo “função proposicional”:

Não são suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos, mas constituem marcos indispensáveis à construção das proposições. Diferentemente do que ocorre no anterior, nesse, as funções proposicionais são conceitos implícitos, que se assumem pertinentes na ação. “Tais conceitos raramente são explicitados pelos estudantes, mesmo quando são construídos por eles na ação” (VERGNAUD, 1993, p. 7).

Segundo Vergnaud (1993), o tipo lógico dos conceitos-em-ação são funções proposicionais; e como não há proposição sem funções proposicionais, os conceitos-em-ação

interagem com os teoremas-em-ação. Considerando os exemplos e teoremas-em-ação de Vergnaud (1993) citados anteriormente, tem-se, para o primeiro, o conceito-em-ação de adição, e, para o segundo exemplo, o conceito-em-ação de multiplicação.

- “Invariantes do tipo argumento”:

Conhecimento explícito que surge dos conhecimentos implícitos (função proposicional e proposição):

Em Matemática, os argumentos podem ser objetos materiais (navio está à direita do farol), personagens (Paulo é maior que Celina), números ($4+3=7$), relações (“maior que” é uma relação antissimétrica), ou mesmo proposições (“8 é divisor de 24” é a recíproca de “24 é múltiplo de 8”) (VERGNAUD, 1993, p. 7).

Os invariantes operatórios do tipo argumento são aqueles que atribuem valores particulares, entretanto, estão presentes nos conceitos em ação, e, por essa razão, nos textos mais recentes de Vergnaud eles não são abordados.

Na TCC, importa considerar a ação do sujeito em situação e a organização da sua conduta. Por isso, se faz necessário considerar os invariantes operatórios, uma vez que, os “[...] conceitos e teoremas explícitos constituem apenas a parte visível do iceberg da conceitualização: sem a parte escondida, constituída pelos invariantes operatórios, esta parte visível nada seria” (VERGNAUD, 1993, p. 7).

A TCC “[...] se interessa pela análise das operações de pensamento porque é o centro da conceitualização. Mas é necessário que essas diversas operações de pensamento estejam presentes nos problemas que os alunos encontram” (VERGNAUD, 2017, p. 20). Nesse sentido, o docente tem o papel de oferecer situações que propiciem aos estudantes a aprendizagem do conceito.

Vergnaud (2017) sugere que o docente seja visto como um diretor de teatro - se colocando em cena. O benefício principal da TCC no ensino é a informação aos docentes sobre o processo dos estudantes, que serão orientados pelos erros que eles cometem. Assim, o professor é um importante mediador no longo processo que caracteriza o progressivo domínio de um campo conceitual pelo estudante (MOREIRA, 2002, p. 17).

O Campo Conceitual, para Vergnaud (2009), é, “[...] ao mesmo tempo, um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações” (VERGNAUD, 2009, p. 29).

Vergnaud também o define como sendo uma terna de três conjuntos:

1. O conjunto de situações, cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão;
2. O conjunto dos conceitos que contribuem para o domínio dessas situações;
3. O conjunto de formas linguísticas e simbólicas que permitem expressar os objetos de pensamento e as conceituações implícitas ou explícitas nessas situações (VERGNAUD, 2019, p. 12).

Vergnaud e colaboradores estudaram e estabeleceram dois Campos Conceituais caracterizando classes de situações que dão sentido ao conceito em cada caso, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. O primeiro relaciona-se às operações de adição/subtração, e o segundo, às operações de multiplicação/divisão. A seguir, apresentamos os esses dois campos conceituais.

2.2 O Campo Conceitual das Estruturas Aditivas

O campo conceitual das estruturas aditivas é “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas” (VERGNAUD, 1993, p. 09). Logo, não adianta saber o algoritmo da adição para dominar esse campo conceitual; o estudante tem que ser capaz de resolver diversos tipos de situações-problema.

São, assim, componentes das estruturas aditivas os conceitos de cardinal e medida, transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons, ou três anos mais que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo, de abcissa, de deslocamento orientado e quantificado (VERGNAUD, 1993, p. 09).

Vergnaud estabelece seis classes do Campo Conceitual Aditivo (1993, p. 13): composição de duas medidas em uma terceira; transformação de uma medida inicial em uma medida final; relação de comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação; e composição de duas relações.

A classe *composição de medidas* é aquela em que duas medidas (a e b) se compõem para resultar em uma terceira medida (c). Ela é composta por duas classes: a primeira, em que conhecendo-se duas medidas elementares, é possível encontrar a composta; e a segunda, na

qual conhecendo-se uma das medidas elementares e a composta, determina-se a outra medida elementar. A equação que representa a relação entre essas medidas é $a + (b) = c$.

Já a classe *transformação de uma medida inicial em uma medida final* abrange seis classes: conhecendo-se o estado inicial (a) e a transformação positiva (+b), determina-se o estado final (c); conhecendo-se o estado inicial (a) e o estado final (c), determina-se a transformação positiva (+b); conhecendo-se a transformação positiva (+b) e o estado final (c), determina-se o estado inicial (a); conhecendo-se o estado inicial (a) e a transformação negativa (-b), determina-se o estado final (c); conhecendo-se o estado inicial (a) e o estado final (c), determina-se a transformação negativa (-b); e conhecendo-se a transformação negativa (-b) e o estado final (c), determina-se o estado inicial (a). De acordo com Miranda (2019), há três possibilidades de equações para essa classe:

- I. Com a equação $a + (\pm b) = x$, podemos determinar o estado final quando já conhecemos o estado inicial e a transformação.
- II. Se conhecermos o estado inicial e o estado final, podemos determinar a transformação, que pode ser positiva se $c - a > 0$, ou negativa, se $c - a < 0$. A equação correspondente ao cálculo nesse caso é $a + x = c \Rightarrow x = c - a$.
- III. Se conhecermos a transformação e o estado final, podemos obter o estado inicial, por meio da equação $x + (\pm b) = c \Rightarrow x = c + (\pm b)$.

A terceira classe é a de *relação de comparação entre duas medidas*, que está presente nos problemas que comparam duas medidas. Foram identificadas seis subclasses de problemas nessa classe: referido desconhecido com relação positiva, relação positiva desconhecida, referente desconhecido com relação positiva, referido desconhecido com relação negativa, relação negativa desconhecida, referente desconhecido com relação negativa. A equação que representa essas classes é $a + (\pm r) = b$, em que a e b são as medidas e r , a relação, positiva ou negativa.

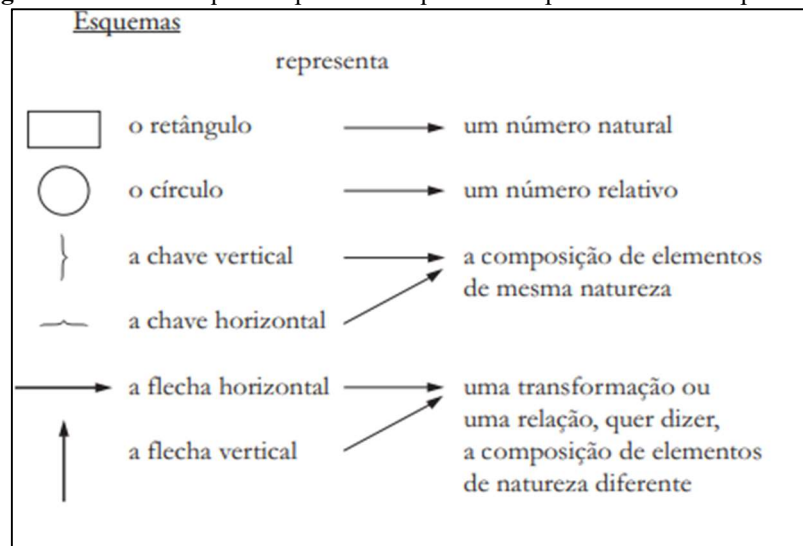
Temos que a quarta classe, *composição de duas transformações*, é aquela em que duas transformações se compõem para resultar em uma só. Segundo Miranda (2019), essa classe tem duas relações de transformação, em que a primeira transformação (T_1) leva para um estado intermediário, e uma segunda transformação (T_2), para um estado final. Por fim, tem-se a composição das duas transformações iniciais, a transformação (T_3), que leva do estado inicial para o estado final, sendo a equação correspondente: $T_1 + T_2 = T_3$.

A classe *transformação de relações* é aquela em que uma relação estática (transformação T) liga e resulta em duas medidas (r_1 e r_2). A equação que corresponde a essa classe é $r_1 + T = r_2$.

Por fim, a classe *composição de relações* é aquela em que dois estados relativos ou relação (r_1 e r_2) se compõem para resultar em outro estado relativo (r_3). A equação que representa essa classe é $r_1 + (r_2) = r_3$.

Vergnaud (2009) representa essas classes de situações por um esquema sagital, ou esquema relacional, que permite explicitar deduções e cálculos relacionais próprios da estrutura de cada problema. Cada esquema relacional é composto por símbolos e códigos, expressos na figura 7:

Figura 7 - Símbolos que compõem os esquemas dos problemas do campo aditivo



Fonte: Vergnaud (2009, p. 201).

Vergnaud (2009) também utiliza códigos para representar as diferentes equações que não pedem comentários longos. Na figura 8, é possível compreendê-los:

Figura 8 - Símbolos que compõem as equações dos problemas do campo aditivo

<u>Equações</u>		
n	→	um número natural
$(+ n)$ ou $(- n)$	→	um número relativo
$+$	→	a adição de dois números naturais
$+$	→	a adição de um número natural e de um número relativo
$+$	→	a adição de dois números relativos

Fonte: Vergnaud (2009, p. 201).

Nesta pesquisa, a classe abordada que pertence a esse campo conceitual é a de transformação de medidas; desse modo, discorreremos a seguir sobre ela, bem como suas variações e esquemas relacionais.

2.2.1 Situações do tipo transformação de medidas

A classe transformação de medidas é a segunda dos problemas das estruturas aditivas, sendo aquela na qual há uma transformação que opera sobre a medida inicial e resulta em uma medida final. De acordo com Santana (2010), essa transformação é dinâmica, pois proporciona uma mudança de estado, um movimento.

Segundo Magina *et al.* (2008, p. 26) as situações de transformação:

[...] tratam de situações em que a ideia temporal está envolvida, no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decrécimo etc.), chegando ao estado final com outra quantidade (MAGINA *et al.*, 2008, p. 26).

Vergnaud (2009) denominou seis subclasses para os problemas de transformação de medidas; de acordo com Rodrigues (2021), elas foram elaboradas a partir da transformação b ser positiva ou negativa, e o termo desconhecido ser o estado final c (conhecendo a e b), a transformação b (conhecendo a e c), o estado inicial a (conhecendo b e c). O esquema relacional proposto por Vergnaud para essas subclasses de situações relaciona três medidas, conforme esquema sagital do quadro 9, abaixo:

Quadro 9- Representações da classe transformação de medidas

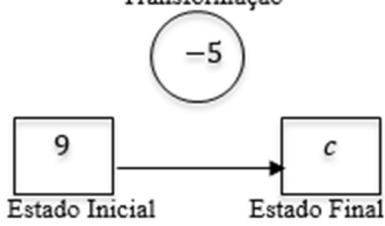
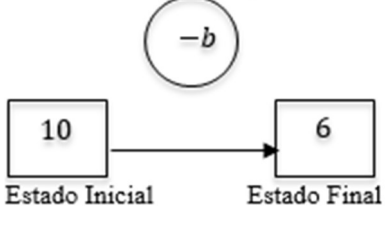
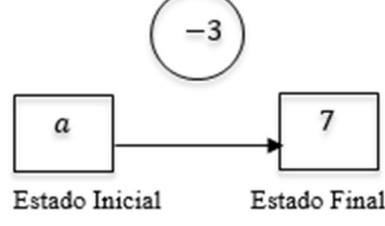
Esquema Sagital	Equação
<p>Transformação</p> <p>Estado Inicial Estado Final</p>	$a + b = c.$

Fonte: Adaptado de Vergnaud (2009).

A seguir, apresentamos exemplos das seis subclasses de problemas envolvendo a relação de transformação de medidas.

Quadro 10 - Síntese das subclasses de transformação de medidas

Ordem	Classe	Situação	Esquema Sagital	Equação
1º	Conhecendo o estado inicial (a) e a transformação positiva (b), busca-se pelo estado final (c)	Joaquim tem cinco pacotes de figurinhas. Ganhou mais 4 pacotes de sua mãe. Quantos pacotes de figurinhas Joaquim tem agora?	<p>Transformação</p> <p>Estado Inicial Estado Final</p>	$5 + 4 = c$ $c = 9$
2º	Conhecendo o estado inicial (a) e o estado final (c), busca-se a transformação positiva (b).	Maria tinha 8 bombons. Ganhou mais alguns de sua amiga Estefany. Agora, Maria tem 11 bombons. Quantos bombons Maria ganhou?	<p>Transformação</p> <p>Estado Inicial Estado Final</p>	$8 + b = 11$ $b = 3$
3º	Conhecendo o estado final (c) e a transformação positiva (b), busca-se o estado inicial (a)	Amanda tinha algumas bolinhas de gude. Ganhou 4 bolinhas de gude de Gustavo. Agora, Amanda tem 9 bolinhas de gude. Quantas bolinhas de gude Amanda tinha inicialmente?	<p>Transformação</p> <p>Estado Inicial Estado Final</p>	$a + 4 = 9$ $a = 5$

4º	Conhecendo o estado inicial (a) e a transformação negativa (b), busca-se pelo estado final (c)	João tinha 9 balas e deu 5 para seu irmão. Quantas balas João tem agora?	<p style="text-align: center;">Transformação</p>  <p style="text-align: center;">Estado Inicial Estado Final</p>	$9 - 5 = c$ $c = 4$
5º	Conhecendo o estado inicial (a) e o estado final (c), busca-se a transformação negativa (b).	Carlos tinha 10 bolas de gude quando entrou no jogo. Após o jogo, percebeu que ficou com 6 bolas de gude. O que aconteceu durante o jogo?	<p style="text-align: center;">Transformação</p>  <p style="text-align: center;">Estado Inicial Estado Final</p>	$10 - b = 6$ $b = 4$
6º	Conhecendo o estado final (c) e a transformação negativa (b), busca-se o estado inicial (a)	Miguel tinha algumas bolachas e deu 3 para sua avó, ficando com 7 bolachas. Quantas bolachas Miguel tinha inicialmente?	<p style="text-align: center;">Transformação</p>  <p style="text-align: center;">Estado Inicial Estado Final</p>	$a - 3 = 7$ $a = 10$

Fonte: Elaborado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Vergnaud (2009) afirma que essas subclasses se diferem quanto ao grau de dificuldade, por meio do cálculo relacional que implica a solução dos problemas. O cálculo relacional das subclasses 1º e 4º é o mais simples, pois, nelas, é suficiente aplicar uma transformação direta ao estado inicial. Já a 2º e a 5º subclasses têm o nível de complexidade intermediário; nessas, o estudante precisa acrescentar (ou retirar) ao estado inicial para chegar ao estado final. As subclasses de problemas 3º e 6º são mais difíceis que as anteriores, pois implicam a inversão da transformação direta.

Magina *et al.* (2008), com base nas classes determinadas por Vergnaud (1996), apresentaram uma classificação de acordo com o grau de dificuldade das situações, denominando-as protótipos e extensões. Situações prototípicas são aquelas que, por sua estrutura, apresentam menor grau de complexidade, em que o pensamento é intuitivo.

Apoiadas em Magina *et al.* (2008), Santana, Correia e Teixeira (2012) trazem a seguinte definição:

Protótipos são situações de menor complexidade, e podem ser de composição, quando são dadas as partes e se pede o todo, ou de transformação, quando é

dado o estado inicial e a transformação, e se pede o estado final. As situações de 1ª extensão podem ser de composição, quando é dada uma parte (ou mais) e o todo, e se busca outra parte, ou de transformação, quando é dado o estado inicial e o final, e se pede a transformação. Já situações de 2ª e 3ª extensão são apenas de comparação. De 2ª, quando é dado o referente e a relação, e se busca o referido. Na 3ª extensão, são dados o valor do referente e do referido, e se busca a relação entre eles. Para as situações de 4ª extensão, podem ser de comparação, quando é dado o referido e a relação, e se busca o referente, ou as de transformação, quando é dada a transformação e o estado final, e se busca o estado inicial (SANTANA; CORREIA; TEIXEIRA, 2012, p. 236).

Desse modo, os problemas de transformação de medidas com o estado final desconhecido são denominados protótipos; com a transformação desconhecida são os de 1ª extensão; e as situações com o estado inicial desconhecido são consideradas de 4ª extensão (MAGINA *et al.*, 2008).

Na seção seguinte, é apresentado o campo conceitual das estruturas multiplicativas e a classe, pertencente a essa estrutura, que compreende o instrumento desta pesquisa.

2.3 O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto das situações em que o tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permite analisar essas situações (VERGNAUD, 1993).

Nas estruturas multiplicativas, o estudante deve ser capaz de resolver situações tanto de multiplicação quanto de divisão para dominar esse Campo Conceitual. É por meio da experiência com essas situações que o estudante compreende o conceito. Entretanto, algumas circunstâncias podem passar despercebidas, causando erros futuros, como no exemplo de Magina *et al.* (2008), que ressaltam o momento em que aprendemos o conceito de multiplicação com números naturais, acreditando que “a multiplicação sempre aumenta”; porém, quando tratamos de números racionais, essa afirmação não é válida, sendo verdadeira somente no domínio dos números naturais, e isso acaba ocasionando erros nas estratégias dos estudantes.

Desse modo, é importante o professor diagnosticar as relações matemáticas de cada estratégia realizada pelos estudantes e seus conhecimentos implícitos, pois esse conhecimento o auxilia na elaboração de outras situações-problema que conduzam ao avanço dos estudantes no processo de aprendizagem, e a diagnosticar teoremas, estratégias e conhecimentos que podem estar incorretos em determinado domínio. Nesse sentido, a classificação dos problemas oferece uma estrutura teórica que auxilia o professor no entendimento das diferentes representações simbólicas da multiplicação e da divisão (GITIRANA *et al.*, 2014).

Para as diferentes situações que abordam as estruturas multiplicativas, Vergnaud e colaboradores definiram o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas como sendo “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações” (VERGNAUD, 1993, p. 10). Para esse campo conceitual, Vergnaud (2009, p. 13) estabeleceu cinco classes: isomorfismo de medidas ou proporção simples; comparação multiplicativa, caso de um único espaço de medidas de mesma natureza; produto de medidas ou produto cartesiano; função bilinear; e proporção múltipla.

A classe *comparação multiplicativa* contém situações nas quais somente duas grandezas de mesma natureza são comparadas de forma multiplicativa por um escalar (uma razão ou relação). São subclasses dessa: a comparação multiplicativa com referente desconhecido, com referido desconhecido e com relação desconhecida.

Os problemas de *proporção simples* têm uma relação de proporcionalidade entre quatro grandezas, sendo duas a duas da mesma espécie. Suas subclasses são: proporção simples um para muitos, partição, cota e quarta proporcional. Como a multiplicação também assume o significado de *produto cartesiano*, essa noção também é uma classe, que se subdivide em combinação e área.

As duas últimas classes são *função bilinear*, em que há uma proporção simples para cada grandeza envolvida em relação a uma outra; e a classe *proporção múltipla*, considerada como a que dá significado à multiplicação. Esta última se trata da composição de duas proporções simples, em que, quando se altera o valor de quaisquer grandezas envolvidas, alteram-se todas elas.

Apresenta-se, na seção seguinte, a classe comparação multiplicativa, abordada no instrumento desta pesquisa.

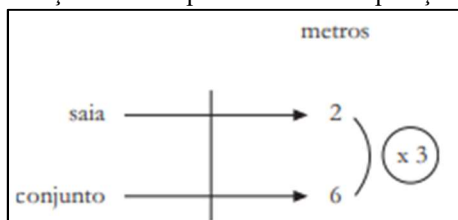
2.3.1 Situações do tipo comparação multiplicativa

Esta classe de problemas das estruturas multiplicativas é denominada de *comparação multiplicativa* ou *caso de espaço entre medidas de mesma natureza*. É composta por uma relação ternária, que compara duas medidas de mesma natureza de forma multiplicativa por um escalar (razão ou relação), sendo essas grandezas um referente (R) e um referido (r). De acordo com Gitirana *et al.* (2014), as situações pertencentes a essa classe, se comparadas com as outras das estruturas multiplicativas, são dominadas mais rapidamente.

Para mostrar a correspondência entre duas medidas por um escalar, Vergnaud (2009)

apresenta o seguinte exemplo: “São necessários 2 metros de tecido para se fazer uma saia. São necessários três vezes mais para fazer um conjunto. São necessários então 6 metros para fazer um conjunto” (p. 262). Nesse exemplo, existe uma correspondência entre duas quantidades, de um lado, e dois objetos, saia e conjunto, de outro, como pode ser verificado na imagem abaixo:

Figura 9 – Ilustração do exemplo da classe comparação multiplicativa



Fonte: Vergnaud (2009, p. 262).

Nessa situação, os números 2 e 6 representam uma medida em metro, e o número 3, um operador-escalar, representado pela palavra “vezes”. Vergnaud (2009) apresenta três subclasses de problemas a partir dessa situação, conforme o quadro 11:

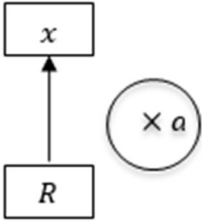
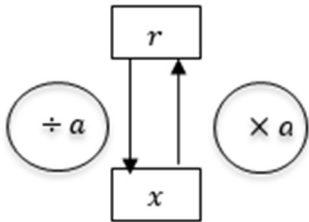
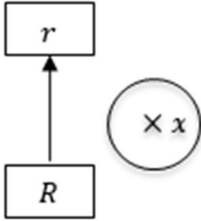
Quadro 11 – Os três esquemas possíveis para a classe comparação multiplicativa

Situação	Esquema Sagital	Classe de problema
“São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia; são necessárias três vezes mais para fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto?”		Comparação multiplicativa – busca pelo referido.
“São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer uma saia?”		Comparação de medidas – busca pelo referente.
“São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia, 6 metros para um conjunto. Quantas vezes mais são necessárias para fazer um conjunto (em relação a uma saia)?”		Comparação de medidas – busca pela relação.

Fonte: Elaborado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Nessas situações, o que difere a noção de medida e escalar é a forma verbal das perguntas “quanto de tecido” e “quantas vezes mais” (VERGNAUD, 2009). Miranda (2019), com base em Gitirana *et al.* (2014) e Vergnaud (2009), considerando duas medidas de mesma grandeza, o referente (R) e o referido (r), e o escalar de multiplicativo de comparação (a), sintetizou a classe comparação multiplicativa conforme o quadro 12, abaixo:

Quadro 12 – Problemas do tipo multiplicativo pertencentes à classe de problemas de comparação multiplicativa

Classe de problema de comparação multiplicativa	Esquema Sagital	Descrição
<p>Comparação Multiplicativa - Referido desconhecido (r)</p>		<p>Nesse caso, considerando uma relação de comparação multiplicativa – vezes mais, o referido desconhecido pode ser obtido pela aplicação direta da comparação multiplicativa ao referente.</p> $x = R \times a$
<p>Comparação Multiplicativa - Referente desconhecido (R)</p>		<p>Considerando uma relação de comparação multiplicativa – vezes mais, o referente desconhecido pode ser obtido pela aplicação da relação inversa da comparação multiplicativa – vezes mais (que implica numa operação inversa) ao referido.</p> $x = \frac{r}{a}$
<p>Comparação Multiplicativa - Relação desconhecida (a)</p>		<p>Nesse caso, “[...] Como a razão de comparação (ou a relação) é desconhecida, busca-se descobrir a razão entre o referente e o referido. Ou seja, quantas vezes o referente cabe no referido, dado que a razão é multiplicativa” (GITIRANA <i>et al.</i>, 2014, p. 51).</p> $x = \frac{r}{R}$

Fonte: Miranda (2019, p. 64).

Considerando essas variações, obtêm-se seis (06) subclasses de situações relacionadas à comparação – vezes mais ($\times a$) e à comparação – vezes menos ($\div a$). Entretanto, nesta pesquisa, utilizamos apenas essas variações da comparação – vezes mais.

Quanto ao grau de complexidade desses problemas, as situações de comparação multiplicativa – busca pelo referido, Gitirana *et al.* (2014) as consideram como protótipos, por serem mais fáceis de se resolver; as situações de comparação multiplicativa – busca pelo referente como problemas de 2ª extensão; e as situações de comparação multiplicativa – busca

pela relação de 3ª extensão, os de vezes maior, e o de vezes menor 4ª extensão. A próxima seção aborda os problemas mistos e a classe que compõe o instrumento de pesquisa.

2.4 Situações Mistas

Os problemas mistos são situações que envolvem, ao mesmo tempo, em sua resolução, ao menos uma das operações do campo aditivo (adição/subtração), e ao menos uma das operações do campo multiplicativo (multiplicação/divisão). Esses tipos de problemas são considerados complexos, pois são constituídos por várias relações e vários elementos (VERGNAUD, 2009).

Como são problemas complexos, a orientação de Vergnaud (2009), para que os estudantes consigam solucioná-los, é que o professor deve fazer com que eles formulem questões acerca do enunciado, separem as informações úteis das sem utilidade, representem vários caminhos para encontrar a solução, e, em caso de insucesso, recorram a uma reconstrução material do enunciado. Esses problemas podem ser objeto de um trabalho coletivo, mas nunca de um trabalho individual. Assim, a recomendação de Vergnaud (2009) é para que esquemas sejam elaborados de forma colaborativa entre professores e alunos.

Diferentemente do que ocorre com os campos conceituais aditivo e multiplicativo, Vergnaud (2009) não elabora uma categorização para as situações passíveis de serem mistas, pois, para ele, não é possível elaborar uma classificação completa de problemas complexos, uma vez que o número de possibilidades aumenta de forma exponencial em relação ao número de relações elementares envolvidas.

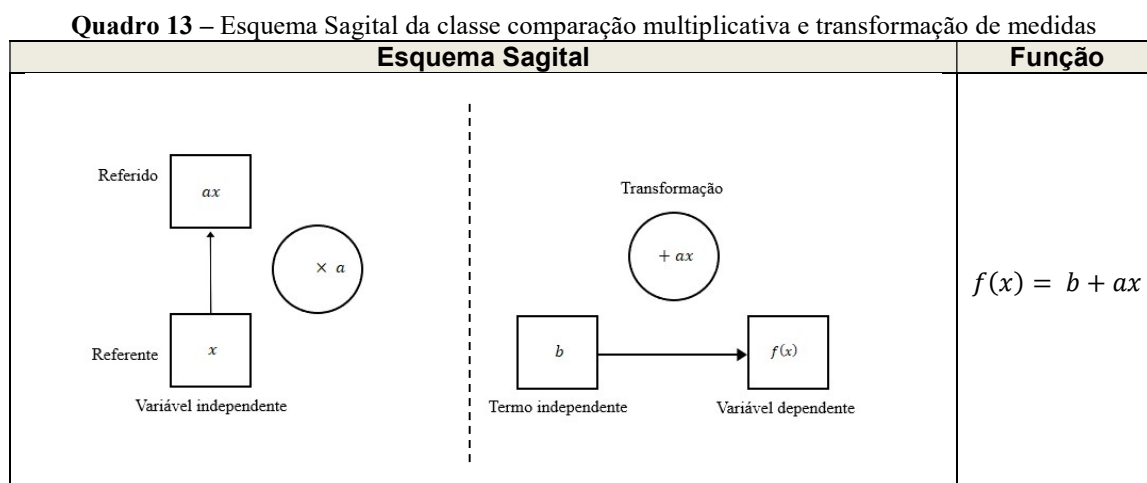
Entretanto, Miranda (2019), em seus estudos com base em Vergnaud (2009), analisou os problemas algébricos e mistos, e identificou que era possível associar situações envolvendo o conceito de função afim com problemas mistos. Nesse sentido, categorizou essas situações à luz da teoria dos Campos Conceituais, identificando nove (9) classes de situações mistas.

Considerando as classes de situações mistas estabelecidas por Miranda (2019), na seção seguinte é realizada a descrição da tipologia adotada para compor o instrumento desta pesquisa: a classe comparação multiplicativa e transformação de medidas.

2.4.1 Situações do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas

A classe de situações mistas do tipo de comparação multiplicativa e transformação de medidas é composta por uma relação ternária do campo multiplicativo e uma relação ternária do campo aditivo. Essas situações assumem a forma analítica da função afim $y = f(x) = b +$

$a \cdot x$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a > 0$. Miranda (2019) propõe o seguinte esquema sagital para a organização das medidas, indicando as relações entre elas:



Fonte: Elaborado pela autora com base em Miranda (2019).

No caso das situações do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas, a transformação é formada por uma parte fixa que sofre a alteração de outra variável, sendo que esta última é resultado de uma comparação de medidas. Dessa forma, conforme no esquema do quadro (13), a transformação assume a posição de referido na relação multiplicativa; a variável independente x assume a posição de referente; e a variável dependente y assume o estado final na relação de transformação aditiva. Além disso, a razão de comparação coincide com a taxa a da função.

No quadro 14, a seguir, apresentamos as variações para situações mistas do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas.

Quadro 14 – Variações das situações mistas do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas

Comparação multiplicativa	Transformação de medidas
Comparação Multiplicativa - Referido desconhecido	Transformação de medidas (Transformação positiva com estado final desconhecido)
	Transformação de medidas (Transformação positiva com estado inicial desconhecido)
	Transformação de medidas (Transformação positiva com a transformação desconhecida)
Comparação Multiplicativa - Referente desconhecido	Transformação de medidas (Transformação negativa com estado final desconhecido)
Comparação Multiplicativa - Relação desconhecida	Transformação de medidas (Transformação negativa com estado inicial desconhecido)
	Transformação de medidas (Transformação negativa com a transformação desconhecida)

Fonte: Elaborado pela autora, 2022.

Desse modo, considerando as três (3) variações da classe proporção simples combinadas com as seis (6) variações da classe transformação de medidas, é possível a formação de dezoito (18) subclasses.

2.5 Engenharia Didática

Os caminhos metodológicos escolhidos para esta pesquisa se assemelham aos passos da Engenharia Didática – metodologia de pesquisa que surgiu no início dos anos 1980, em estudos da Didática da Matemática, abordada primeiramente em 1982 por Yves Chevallard e Guy Brousseau, e depois, em 1989, por Michèle Artigue, por meio de um artigo na revista francesa *Recherches en Didactique des Mathématiques*, para disseminar a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa (ALMOULOU; SILVA, 2012).

De acordo com Artigue (1996), a Engenharia Didática é um esquema experimental baseado nas situações de ensino, de modo a orientar na concepção, realização, observação e análise de sequência de ensino. Artigue (1996) justifica o nome dessa metodologia ao apontar que

[...] era comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projecto preciso, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controlo de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objectos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1996, p. 193).

A Engenharia Didática consiste em quatro etapas: análises preliminares; concepção e análise *a priori*; experimentação; análise *a posteriori* e validação. Entretanto, essas etapas não acontecem uma após a outra, mas de maneira correlacionada, na qual o pesquisador, se sentir necessidade, tem a liberdade para retomar alguma fase anterior em busca de alcançar os objetivos da sequência (LIMA, 2015).

A etapa das análises preliminares é aquela que permite o quadro teórico didático geral sobre o assunto investigado. Conforme Almouloud e Silva (2012), a fase de análise preliminar é composta da “[...] análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática” (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 26). Já para Bittar (2017), essa fase pode ser constituída pelo estudo de pesquisas já realizadas que envolveram o

objeto de estudo, bem como os aspectos histórico e epistemológico do conteúdo, e, ainda, a análise dos livros didáticos e documentos oficiais que norteiam o ensino.

Nesta pesquisa, a análise preliminar está apresentada no Capítulo I; inicialmente, três recortes históricos do conceito de função, com vistas a compreender o desenvolvimento do objeto de estudo. Também foi realizado um estudo sobre os principais aspectos da função afim. Além disso, foi feita uma investigação na BNCC para o Ensino Médio, buscando compreender as orientações desse documento para o ensino desse conteúdo. Por fim, realizamos a análise das pesquisas acadêmicas referente ao tema, respaldadas na TCC, para identificar estratégias e dificuldades dos estudantes mediante situações de função afim.

A etapa da concepção e análise *a priori* tem como objetivo “determinar de que forma permitem as escolhas efetuadas controlar os comportamentos dos alunos e o sentido desses comportamentos” (ARTIGUE, 1996, p. 205). Para isso, o pesquisador, com o conhecimento das análises preliminares, delimita variáveis didáticas¹⁰ e seus valores¹¹ para elaborar a sequência didática. Nessa etapa, o pesquisador realiza a previsão dos possíveis comportamentos que os estudantes apresentarão ao resolverem a sequência didática; desse modo, é importante refletir acerca das possíveis estratégias dos estudantes, dos erros e dificuldades que podem apresentar, bem como quais noções precisam ter para compreender as situações propostas (AMPLATZ, 2020). Os elementos desta pesquisa que compõem essa etapa serão apresentados nos procedimentos metodológicos. Para este trabalho, não foi elaborada uma sequência didática, mas um instrumento de pesquisa que considerou todo o estudo realizado na análise preliminar, juntamente com a escolha de variáveis didáticas.

A etapa posterior é da experimentação; nela, tem-se implementação da sequência didática com os sujeitos da pesquisa, a fim de coletar os dados a serem analisados na análise *a posteriori*. Essa etapa tem como pressupostos “[...] apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação” (ALMOULOUD; SILVA, 2012, p. 27). Nesta pesquisa, implementamos o instrumento de pesquisa no dia 08 de novembro de 2022, com 34 estudantes, e utilizamos como dados para a análise os protocolos com as produções dos alunos e as gravações de áudio dos diálogos dos grupos.

¹⁰ “Uma variável didática é uma variável cognitiva que pode ser modificada pelo professor, e que afeta a hierarquia das estratégias de resolução (pelo custo, validade, complexidade)” (ALMOULOUD, 2016, p. 121).

¹¹ “Os valores dessas variáveis podem ser modificados no decorrer do processo de aprendizagem para interferir na escolha do conhecimento necessário à resolução do problema” (ALMOULOUD, 2016, p. 122).

A última etapa é a análise *a posteriori* e validação. Para a análise *a posteriori* o pesquisador analisa o conjunto de dados coletados na fase anterior. De acordo Almouloud e Silva (2012), nesse momento é realizada uma confrontação com a análise *a priori*, para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas anteriormente.

Apresentados os principais aspectos teórico-metodológicos desta pesquisa, o capítulo seguinte se refere à metodologia adotada, bem como à análise do instrumento de pesquisa, às características dos sujeitos de pesquisa, e ao problema de pesquisa, juntamente com os objetivos gerais e específicos.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS¹²

Neste capítulo, são apresentados o problema e os objetivos de pesquisa; são fornecidas informações sobre os sujeitos participantes da pesquisa e a instituição colaboradora; é discutido o percurso anterior à produção dos dados; por fim, o capítulo traz a apresentação do instrumento de pesquisa e sua análise a priori.

3.1 Problema de Pesquisa

Diante dos estudos e justificativas apresentadas no capítulo 1, bem como da fundamentação do capítulo 2, norteamos a seguinte questão de investigação: Que diferentes complexidades existem entre subclasses de situações mistas do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*?

3.2 Objetivos

No intuito de responder ao problema de pesquisa, estabeleceram-se os seguintes objetivos.

Objetivo geral: *identificar diferentes complexidades entre as subclasses de situações mistas, associados à função afim, do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas.*

Objetivos específicos:

- Analisar as estratégias mobilizadas pelos estudantes do Ensino Médio ao resolverem situações mistas das diferentes subclasses do tipo comparação multiplicativa e transformação de medida.
- Identificar os teoremas-em-ação associados à função afim mobilizados pelos estudantes.

3.3 Sujeitos de pesquisa e instituição colaboradora

Os colaboradores da pesquisa são 34¹³ estudantes do 3º ano do Ensino Médio de um colégio público da região centro-oeste do Paraná. Optou-se por estudantes do 3º ano do Ensino

¹² Esta pesquisa foi autorizada pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual do Paraná – Unespar, e também pelo Núcleo Regional de Educação de Campo Mourão, conforme a Resolução 466/2012 (CNS) e o Decreto nº 7037, de 2009.

¹³ Participaram do instrumento de pesquisa um total de 38 estudantes. No entanto, os alunos que realizaram a pesquisa individualmente não foram considerados na análise dos dados. A análise é baseada em discussões em grupo e nos registros escritos. Portanto, o estudo contou com a colaboração de 34 estudantes.

Médio, pois é esperado que, nessa fase, eles já tenham desenvolvido as competências e habilidades para compreender o conceito de função afim. Nesta etapa educacional, os sujeitos têm entre 16 e 18 anos de idade.

O colégio onde se deu a pesquisa é o único da cidade, e recebe estudantes da zona urbana, da zona rural e das regiões periféricas. No ano de 2023, a instituição contava com 762 estudantes matriculados, sendo 294 no Ensino Fundamental e 383 no Ensino Médio. Esses estudantes estão dispostos em 30 turmas.

Durante a realização da pesquisa, o colégio contava com duas turmas de Ensino Médio: uma com 42 estudantes, no período matutino, e outra com 16, no período vespertino. No mês de abril de 2022, a pesquisadora se reuniu com a diretora do colégio para tratar do desenvolvimento da pesquisa, e, nesse momento foi liberada a realização da pesquisa no colégio; além disso, por sugestão da direção e da professora de Matemática, foi informado que a implementação das situações seria realizada com a turma do período matutino, uma vez que os estudantes eram mais participativos e aceitariam participar da pesquisa.

3.4 Percurso anterior à produção de dados

Após a autorização da diretora da instituição de ensino, ocorreu a autorização do NRE e do Comitê de Ética e Pesquisa da Unespar-CEP. Na última quinzena de setembro, quando a pesquisadora estava finalizando o instrumento de pesquisa, entrou em contato com a professora regente da turma para definir um cronograma para o desenvolvimento da pesquisa em sala de aula, e, assim, pôde participar das aulas da turma. As aulas de Matemática ocorriam às segundas e terças-feiras, sendo uma hora/aula no primeiro dia e duas horas/aulas no segundo. Nesse contato, a professora regente informou que os estudantes da turma, embora fossem participativos, tinham dificuldades de aprendizagem decorrentes do período da pandemia do Covid-19.

Durante os anos de 2020 e 2021, houve a pandemia do Covid-19, e esses estudantes tiveram que estudar de modo remoto. Assim, estudaram por meio do conteúdo disponibilizado online no Google Classroom e pela Plataforma Aula Paraná, por meio de videochamadas no Google Meet, tendo por principal recurso tecnológico o celular, e, pedagógico, o livro didático. Após as liberações dos governos Federal e Estadual, os estudantes tiveram acesso ao ensino híbrido, com aulas presenciais e remotas, estudando uma semana na escola e uma semana em casa. A fim de sanar as dificuldades produzidas ao longo desse período, a professora regente decidiu propor seminários dos conceitos matemáticos que mais caem em vestibulares, Enem,

entre outros, para que os alunos, em trios, apresentassem aos outros colegas, e solicitou que a pesquisadora acompanhasse esses seminários

Desse modo, para conhecer e se familiarizar com os estudantes do estudo principal, o cronograma proposto pela professora regente para a pesquisadora foi a participação desta nas aulas regulares da turma, em todas as manhãs de segundas e terças-feiras durante dois meses, do começo de outubro ao final de novembro. No início de outubro, então, começaram as observações, e, no primeiro contato, a pesquisadora foi apresentada aos estudantes, bem como foi explicado a respeito de sua permanência nos dois dias da semana, acompanhando a turma e auxiliando a professora regente.

Para um contato maior com os estudantes, no dia 11 de outubro de 2022, a professora regente realizou uma gincana de Matemática com a turma, para a qual foram elaboradas atividades e dinâmicas em conjunto com ela, realizando esse momento de integração.

Durante todo o mês de outubro e início de novembro, os estudantes realizaram os seminários referentes aos principais conteúdos de Matemática que são abordados em provas como Enem e vestibulares. Os conteúdos foram: teorema de Pitágoras; teorema de Tales; função afim; função quadrática; determinantes de matrizes de ordem 1, 2 e 3; combinações; arranjo; soma e subtração de matrizes; multiplicação de matrizes; equação geral da reta; plano cartesiano; distância entre dois pontos; e trigonometria do triângulo retângulo. Os estudantes apresentavam, em grupo, a definição, alguns problemas e exibiam um exercício para a turma resolver. A resolução do problema proposto pelos grupos era realizada pela pesquisadora, a fim de fixar e relembrar os conceitos presentes no conteúdo trabalhado e de se aproximar dos estudantes.

Com essas apresentações de seminários, foi possível identificar as dificuldades dos estudantes na compreensão da maioria dos conteúdos abordados. No caso da função afim, as dificuldades observadas foram: a definição, a taxa de variação e o coeficiente linear, e as variáveis dependentes e independentes. Ao final das apresentações, então, a professora regente solicitou que acontecesse a implementação do instrumento de pesquisa.

Enfim, por meio de uma observação participante, a pesquisadora pôde se aproximar dos estudantes, auxiliar a professora regente nas atividades pedagógicas desenvolvidas, e identificar as principais características e dificuldades da turma. Com o instrumento de pesquisa e a noção das características da turma, antes de realizar a implementação, realizaram-se dois estudos pilotos: o primeiro, com estudantes que possuíam características semelhantes às da turma do estudo principal; o segundo, com dois profissionais, conhecidos da pesquisadora.

3.5 Sujeitos e produção dos dados dos estudos pilotos

De acordo com os objetivos da pesquisa, foram realizados os dois estudos pilotos, conforme exposto acima. Do primeiro, participaram oito (08) estudantes colaboradores do 3º ano do Ensino Médio de um colégio da região centro-oeste do estado do Paraná que contempla Ensino Fundamental, Médio e profissionalizante.

O instrumento de pesquisa tinha três (3) situações; a pesquisadora pediu para que os estudantes se dividissem em duplas, e cada dupla recebeu uma das situações mistas, sendo: as duplas 1 e 2 receberam a situação 1; a dupla 3, a situação 2; e a dupla 4, a situação 3. Após entregar uma folha da situação para cada integrante das duplas, a pesquisadora explicou que deixaria um gravador para gravar os diálogos que os estudantes teriam durante a resolução e que não poderia responder perguntas do tipo: “isso está certo ou errado?”. A resolução dos estudantes durou 1 hora/aula. Para a análise desses dados, foram considerados todos os registros escritos produzidos pelos estudantes e os diálogos das duplas.

Ao analisar previamente as respostas dos estudantes, foram identificadas dificuldades dos estudantes quanto ao enunciado dos itens b) e c) de todas as situações; assim, foi necessário realizar modificações nas situações do instrumento de pesquisa: alterar a ordem dos itens os números que representavam o salário/pagamento, para que esses não tornassem o cálculo mais complexo para os estudantes, afinal, não era esse o foco da pesquisa. A ordem antes estava como a), b), c) e d), e depois ficou b), a), d) e c), sendo o primeiro item a solicitação da escrita de como é feito o cálculo da situação; o segundo item, a busca pelo referido, referente ou a relação; o terceiro item, a busca do todo, ou seja, a $f(x)$; por fim, o item d), a solicitação da expressão que generaliza a situação.

Na sequência, depois da reelaboração das situações, foi realizado o segundo estudo piloto com dois conhecidos da pesquisadora, para compreender se as alterações realizadas sanavam os problemas encontrados na implementação do primeiro estudo piloto. Um dos colaboradores está cursando o primeiro ano do curso de Bacharelado em Administração, e o outro é pedagogo e está cursando doutorado em Educação. A partir do segundo estudo piloto, ficou definido o instrumento de pesquisa a ser utilizado no estudo principal.

3.6 A produção de dados

Após um mês de observação, participação e acompanhamento dos estudantes, na aula antes da implementação do instrumento de pesquisa, no dia 7 de novembro de 2022, foram entregues aos estudantes duas cópias do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

(Apêndice II) e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) (Apêndice I). A pesquisadora fez a leitura dos dois documentos com os estudantes e explicou que aqueles que quisessem participar da pesquisa deveriam assinar o TA e levar para os responsáveis assinarem o TCLE; salientou também que eles ficariam com uma cópia de cada documento, entregando apenas uma para ela. Nesse dia, a pesquisadora também explicou que, para a produção de dados, gostaria de gravar os diálogos das resoluções dos grupos, mas, como não havia gravadores para todos os grupos, pediu que eles levassem o celular no outro dia para gravar suas resoluções, com o que todos os estudantes concordaram.

A implementação do instrumento de pesquisa aconteceu no dia 8 de novembro de 2022, em duas horas/aulas. Nesse dia, havia 38 estudantes na sala de aula, e todos concordaram em participar da pesquisa, entregando o TCLE e o TA. A pesquisadora solicitou que os estudantes se dispusessem em duplas, no entanto, dois grupos preferiram fazer em trio, e quatro estudantes, por não terem vínculos com outros colegas, preferiram resolver as situações sozinhos. Diante disso, a pesquisadora não quis interferir na dinâmica da sala, deixando que esses estudantes realizassem a atividade dessa forma. Contudo, para a análise dos dados, não considerou os dados dos estudantes que fizeram sozinhos, pois foi considerado o diálogo dos grupos e seus registros escritos.

Desse modo, para a produção dos dados, foram considerados os registros dos estudantes para as três situações do instrumento de pesquisa, e o diálogo dos estudantes. Para o diálogo, alguns grupos permitiram a gravação das discussões no momento de resolução, e outros grupos não quiseram gravar todas as discussões, solicitando se poderiam enviar o áudio explicando como resolveram cada situação e a resolução. A pesquisadora concordou com esse pedido, pois o motivo principal de analisar os áudios é entender as estratégias dos estudantes, e a forma que fizeram, explicando as estratégias utilizadas, contribui para a pesquisa.

As situações foram entregues todas juntas. Cada estudante recebeu três folhas de sulfite coloridas de tamanho A4. As folhas tinham um padrão: uma amarela com a situação 1, outra azul com a situação 2, e uma rosa com a situação 3, para diferenciar essa atividade das regulares em sala de aula. Vale ressaltar que cada integrante do grupo recebeu o instrumento para registrar seus cálculos e resposta, mas a análise foi do grupo, e não da resolução do indivíduo, uma vez que os estudantes do mesmo grupo apresentaram a mesma estratégia de resolução.

A pesquisadora, ao iniciar a implementação, comunicou que teria três gravadores para os grupos que não tivessem como gravar, e deixou registrado na lousa o e-mail e o telefone com whatsapp para que os estudantes enviassem os diálogos, ou áudios de explicação. Além disso, explicou que estaria disponível para dúvidas, mas que não iria interferir na estratégia de

resolução dos grupos. As folhas com as respostas foram entregues para a pesquisadora, mas os estudantes tiraram fotos de suas resoluções para que pudessem discuti-las na aula seguinte com toda a turma, mediada pela pesquisadora.

Na aula posterior à implementação, a pesquisadora apresentou as situações aos estudantes e pediu para que eles ficassem à vontade para ir até o quadro resolver as situações e/ou manifestar o modo como resolveram os problemas propostos. Assim, cada vez que um estudante apresentava a sua resolução, a pesquisadora questionava se os demais estudantes haviam resolvido de maneira diferente, ou se gostariam de comentar ou complementar algo em relação à resolução do colega. Com isso, os alunos puderam perceber seus erros, além de verificar estratégias diferentes para a mesma situação. Nesse momento, a pesquisadora também pôde questionar os estudantes acerca das resoluções e de suas impressões referentes às situações. Apesar de não ser a intenção da pesquisa, depois desse momento, a pesquisadora formalizou o conceito de função afim a pedido da professora regente da turma. Desse modo, por meio das situações do instrumento, a pesquisadora apresentou a definição do conceito e os aspectos gerais da função afim, como os coeficientes, as variáveis, o domínio, o gráfico e as raízes da função.

A seguir, são apresentados detalhes sobre a elaboração do instrumento da pesquisa.

3.7 Elaboração do Instrumento de Pesquisa

O instrumento de pesquisa foi composto por três situações do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas, seguindo alguns critérios: o suporte na teoria dos Campos Conceituais, visto que Vergnaud (2009) defende que, para a compreensão de um conceito, o sujeito deve vivenciar diferentes situações; as orientações da BNCC para o ensino de função afim no Ensino Médio; e base nos estudos sobre situações mistas associados à função afim (MIRANDA, 2019).

Inicialmente, considerando a classe comparação multiplicativa e transformação de medidas, foram várias tentativas para elaborar uma situação para cada variação pertencente a essa classe, já que, no livro didático, as situações encontradas por Miranda (2019) eram apenas das variações comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido).

No entanto, por meio de discussões realizadas em reunião do GEPeDiMa, ficou decidido variar apenas a classe comparação multiplicativa, considerando suas três possibilidades, e a classe transformação de medidas permaneceria sempre positiva, com o estado final

desconhecido. Essa decisão foi tomada devido à grande quantidade de subclasses possíveis relativas à classe comparação multiplicativa e transformação de medidas, totalizando 36 variações. Seria inviável contemplar todas essas variações no instrumento de pesquisa. Além disso, a pesquisadora encontrou dificuldades para conseguir elaborar situações de algumas variações. Desse modo, em conjunto com o GEPeDiMa, tomou-se a decisão de elaborar três situações, conforme as seguintes variações:

Quadro 15 – Variações situações mistas do tipo comparação multiplicativa e transformação de medidas consideradas na pesquisa

Classe de problema de comparação multiplicativa	Classe de problema de transformação de medidas
Comparação Multiplicativa - Referido desconhecido	Transformação de medidas (Transformação positiva com estado final desconhecido)
Comparação Multiplicativa - Referente desconhecido	
Comparação Multiplicativa - Relação desconhecida	

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Definidas essas variações, realizamos diversas tentativas de propostas de situações, analisamos e optamos pelo contexto macro de todas as situações, ou seja, situações que envolvem contexto de salário/pagamento que se compõem de um valor fixo e um valor variável decorrente de uma comissão. Nesse sentido, consideramos, para compor as situações, a realidade dos estudantes, que moram em uma cidade pequena no interior do Paraná, cujas profissões disponíveis são limitadas, ainda mais para estudantes que acabam de se formar na Educação Básica. Assim, foram escolhidas três profissões no contexto macro de cada situação, sendo: frentista de posto de gasolina; motorista de caminhão; e vendedora de uma loja. Essas três profissões foram escolhidas, pois os estudantes, ao terminarem o Ensino Médio, acabam trabalhando no posto de combustível da cidade como frentistas; aqueles que moram na zona rural, e até mesmo alguns que residem na zona urbana, decidem ser caminhoneiros; e outros procuram vagas de vendedor nas cidades vizinhas.

Diante disso, são apresentadas, na próxima seção, as três (03) situações consideradas no estudo piloto, com as análises de possíveis estratégias a serem manifestadas pelos estudantes.

3.8 Instrumento de pesquisa e análise *a priori*

Na presente seção, apresentam-se o instrumento de pesquisa que compôs o estudo, com a análise *a priori* de cada situação. Para cada situação, consideraram-se duas variáveis didáticas:

- i) a classe de problema misto;
- ii) a natureza dos números utilizados no problema.

Além das variáveis, buscou-se explicitar seus valores. Três subclasses de situações são consideradas para a pesquisa: comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido); comparação multiplicativa (referente desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido); e comparação multiplicativa (relação desconhecida) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido).

As três situações que compõem o instrumento de pesquisa foram elaboradas em língua natural, não contando com o apoio de imagens, gráficos ou tabelas. O enunciado de cada situação consiste em quatro itens, mantendo o seguinte padrão, em ordem crescente de complexidade:

- ✓ No item a), a língua natural da generalização, com a intenção de que os estudantes reflitam a respeito da situação ainda sem a mobilização de símbolos algébricos;
- ✓ No item b), a comparação, considerando o referido, o referente ou a relação desconhecida;
- ✓ No item c), a busca por $f(x)$ para um valor específico de x , ou seja, a busca pelo estado final da transformação;
- ✓ No item d), a expressão analítica, ou seja, a generalização em sua representação algébrica.

Quanto à complexidade dessas situações mistas que compõem o instrumento de pesquisa, tomamos como base os estudos das extensões realizados por Gitirana *et al.* (2014) e Magina *et al.* (2008) para as situações multiplicativas e aditivas, respectivamente. De acordo com Gitirana *et al.* (2014), as situações de comparação multiplicativa – busca pelo referido são consideradas como protótipos, por serem mais fáceis de se resolver; as situações de comparação multiplicativa – busca pelo referente, como problemas de 2ª extensão; e as situações de comparação multiplicativa – busca pela relação, de 3ª extensão. Já quanto aos problemas de transformação de medidas, segundo Magina *et al.* (2008), as situações com o estado final

desconhecido são denominadas protótipos; com a transformação desconhecida, são os de 1ª extensão; e as situações com o estado inicial desconhecido são consideradas de 4ª extensão. Desse modo, para as situações, temos os seguintes níveis de complexidade para os itens b) e c), em que foram consideradas as variações das classes.

Quadro 16 – Complexidade das situações quanto a extensão

Situação	Itens	Composição Multiplicativa	Transformação de Medidas	Complexidade
Situação 1	b)	Busca pelo referido – protótipo	Estado final desconhecido – protótipo	Protótipo
Situação 1	c)	Busca pelo referido – protótipo	Estado final desconhecido – protótipo	Protótipo
Situação 2	b)	Busca pelo referente - 2ª extensão	Estado final desconhecido – protótipo	2ª extensão – Protótipo
Situação 2	c)	Busca pelo referido – protótipo	Estado final desconhecido – protótipo	Protótipo
Situação 3	b)	Busca pelo referente - 3ª extensão	Estado final desconhecido – protótipo	3ª extensão – Protótipo
Situação 3	c)	Busca pelo referido – protótipo	Estado final desconhecido – protótipo	Protótipo

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Desse modo, as situações mistas do instrumento de pesquisa foram elaboradas de acordo com as extensões propostas por Gitirana *et al.* (2014) e Magina *et al.* (2008) para os problemas multiplicativos e aditivos, respectivamente. De acordo com os estudos apresentados, a primeira situação mista do instrumento de pesquisa poderá ser classificada como sendo do tipo protótipo; a segunda, do tipo 2ª extensão, e, a terceira, 3ª extensão. Espera-se, com esta pesquisa que, a partir das resoluções dos estudantes, suas estratégias e teoremas-em-ação manifestados, as extensões e protótipo mencionados sejam confirmados.

Na sequência, são apresentadas: a análise das estruturas dos enunciados das situações, com suas classificações e suas representações pelo esquema sagital e pela equação, e as análises de possíveis resoluções pelos estudantes, além de um quadro-síntese de cada situação.

3.8.1 Situação 1

Para a situação 1, consideramos as seguintes variáveis didáticas para o enunciado:

- A subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido).

- Natureza dos números como: números naturais até a casa dos milhares, números racionais, e sistema monetário.

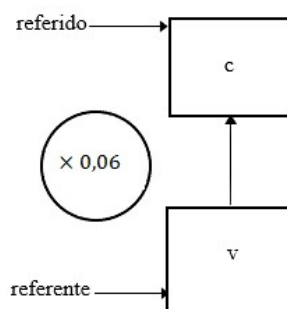
Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

- Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
 - A carreta faturou, em dezembro, o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 - Sabendo que, em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 - Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.
-

Essa é uma situação que envolve uma transformação positiva com busca pelo estado final. Contudo, essa transformação é resultado de uma comparação multiplicativa, com a porcentagem sendo a razão que compara duas medidas de mesma natureza, nesse caso, o referido e o referente.

Consideramos o referente ao valor (v) que corresponde ao valor bruto faturado mensalmente pela carreta, e temos que o referido é a sexta parte de cem, ou seja, a relação é dada por 6%, e pode ser acertada pelo cálculo adicional $6\% = \frac{6}{100} = 0,06$. Essa situação é representada pelo seguinte esquema sagital:

Figura 10 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da primeira situação

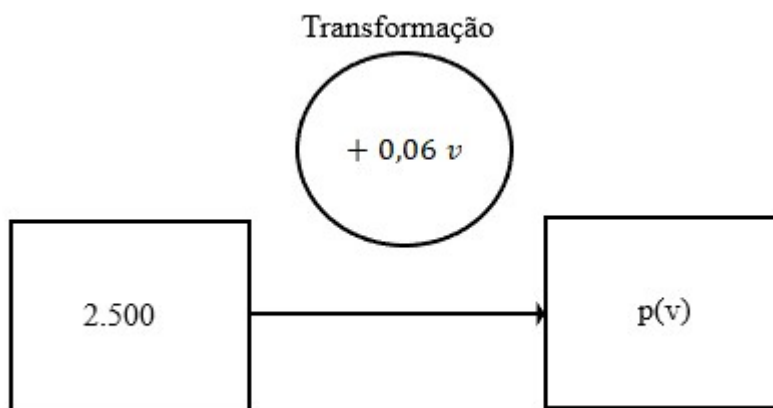


Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Com isso, tem-se que $c = 0,06 \times v$, ou seja, o valor de comissão recebido pelo motorista sobre o valor bruto (v) faturado no mês é de $0,06 \times v$. Logo, temos que a situação do pagamento do motorista consiste em um valor fixo de R\$ 2.500,00 (estado inicial) para um valor acrescido pela comissão de $0,06 \times v$ (transformação positiva), o que resulta em um valor

final (estado final) p a ser pago. Portanto, o valor total que o motorista recebe é dado por uma transformação de medidas, conforme o esquema:

Figura 11 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 1



Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Logo, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado mensalmente é dado pela seguinte expressão algébrica: $p(v) = 2.527 + 0,06v$, ou ainda, $p(v) = 0,06v + 2.527$. Como nessa situação não sabemos quanto vale $0,06v$ (o referido), nem o valor a ser pago ao motorista, temos que a subclasse é comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). O quadro 17 a seguir apresenta o esquema sagital e a equação dessa situação.

Quadro 17 - Subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido)

Esquema Sagital	Função
	$c = 0,06v$ <p>Portanto,</p> $p(v) = 2.527 + 0,06v,$ <p>ou</p> $p(v) = 0,06v + 2.527.$

Fonte: Elaborado pela autora baseada em Miranda (2019).

Com o objetivo de interpretação do enunciado proposto, o item a) solicita aos estudantes que representem como é feito o cálculo do valor a ser pago para o motorista. Será pago um

valor fixo de R\$ 2.500,00 mais 6% do valor mensal faturado pela carreta. Como nesse item os estudantes escreveram com suas próprias palavras, não serão apresentadas possíveis estratégias.

No item b), pergunta-se quantos reais o motorista recebeu no mês de dezembro, em que o faturado bruto foi de R\$ 36.200,00. Usando a expressão algébrica, temos que o valor a ser pago será:

$$p(v) = 2.500 + 0,06v$$

$$p(36.200) = 2.500 + 0,06 \times (36.200)$$

$$p(36.200) = 4.672$$

Logo, no mês de dezembro, foi pago ao motorista R\$ 4.672,00. O quadro 18 a seguir, apresenta possíveis estratégias de resolução para o item b).

Quadro 18 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 1

Possíveis estratégias	
$2.500 + 0,06 \times (36.200) = 4.672$	Adequada
$2.500 + \frac{6}{100} \times (36.200) = 4.672$	Adequada
2.500	Inadequada (considerar apenas o valor inicial)
$0,06 \times (36.200) = 2.172$ Ou $\frac{6}{100} \times (36.200) = 2.172$	Inadequada (considerar apenas 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta)
$(2.500 + 36.200) \times \frac{6}{100} = 2.310$	Inadequada (considerar o valor inicial mais o faturamento bruto para depois realizar o valor da comissão)
$p \neq 4.672$	Inadequada (o estudante pode realizar algum cálculo incorreto nas estratégias adequadas e encontrar um estado final diferente)

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item c), busca-se o estado final da transformação; assim, espera-se que os estudantes calculem a $p(v)$ utilizando a lei de formação da função, ou até mesmo o raciocínio utilizado no item b). Considerando que a carreta teve, em fevereiro, o faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, o valor pago ao motorista é calculado da seguinte forma:

$$p(54.000) = 2.500 + 0,06 \times (54.000)$$

$$p(54.000) = 5.740$$

Portanto, no mês de melhor faturamento, o motorista recebeu R\$ 5.740,00. Como a situação é de busca pelo referente, o item c) é semelhante ao item b). A seguir, apresentamos o quadro 19, com possíveis estratégias de resolução para o item c).

Quadro 19 - Possíveis estratégias de resolução para o item c) da situação 1

Possíveis estratégias	
$2.500 + 0,06 \times (54.000) = 5.740$	Adequada
$2500 + \frac{6}{100} \times (54.000) = 5.740$	Adequada
$p(54.000) = 2.540 + 0,06 \times (54.000)$ $p(54.000) = 5.740$	Adequada
$(2.500 + 54.000) \times \frac{6}{100} = 3.390$	Inadequada (considerar o valor inicial mais o faturamento bruto para depois realizar o valor da comissão)
2.527	Inadequada (considerar apenas o valor inicial)
$0,06 \times (54.000) = 2.172$ Ou $\frac{6}{100} \times (54.000) = 2.172$	Inadequada (considerar apenas 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta)
$p(54.000) \neq 5.740$	Inadequada (o estudante pode realizar algum cálculo incorreto nas estratégias adequadas e encontrar um estado final diferente)

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

A formalização da situação ocorre no item d), com a generalização da função que representa o pagamento ao motorista. Desse modo, o pagamento (p) depende do valor bruto (v) faturado. A seguir, no quadro 20, apresentamos possíveis estratégias.

Quadro 20 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 1

Possíveis estratégias	
$p(v) = 2.500 + 0,06v,$ ou $p(v) = \frac{6}{100}v + 2.500.$	Adequada
$p(v) = 2.500 + \frac{6}{100}v,$ ou $p(v) = 0,06v + 2.500.$	Adequada
$p(v) = 2.500$	Inadequada (não realiza a adição da comissão)
$p(v) = 2.500 \times v$	Inadequada (multiplicar o valor inicial pelo valor bruto faturado pela carreta)
$p(v) = \frac{6}{100}v$ Ou $p(v) = 0,06v$	Inadequada (considerar apenas a comissão)
Não apresentar estratégias de resolução	Em branco

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

A seguir, no quadro 21, com base em Miranda (2019), são apresentados os itens da situação, seus respectivos esquemas sagitais e as equações.

Quadro 21 - Síntese da situação 1		
	Esquema Sagital	Cálculo Envolvido
a)	-	-
b)	<p>referido → [c] × 0,06 referente → [36200]</p> <p>Estado Inicial Pagamento: 2500 Estado Final Pagamento: p(v) Transformação: + 0,06 × 36200</p>	$c = 0,06 \times (36200)$ Portanto, $p(v) = 2.500 + 0,06v$ $p(36.200) = 2.500 + 0,06 \times (36.200)$ $p(36.200) = 4.672$
c)	<p>referido → [c] × 0,06 referente → [54000]</p> <p>Estado Inicial Pagamento: 2500 Estado Final Pagamento: p(v) Transformação: + 0,06 × 54000</p>	$c = 0,06 \times (54000)$ Portanto, $p(v) = 2.500 + 0,06v$ $p(54.000) = 2.500 + 0,06 \times (54.000)$ $p(54.000) = 5.740$
d)	<p>referido → [c] × 0,06 referente → [v]</p> <p>Estado Inicial Pagamento: 2.500 Estado Final Pagamento: p(v) Transformação: + 0,06 v</p>	$c = 0,06 \times v$ Portanto, $p(v) = 2.527 + 0,06v$, ou $p(v) = 0,06v + 2.527$

Fonte: Elaborado pela autora com base em Miranda (2019).

3.8.2 Situação 2

Na situação 2, as variáveis didáticas consideradas são:

- A classe comparação multiplicativa - transformação de medidas. Escolheram-se como valores da variável a comparação multiplicativa (referente desconhecido) e a transformação (transformação positiva com estado final desconhecido).

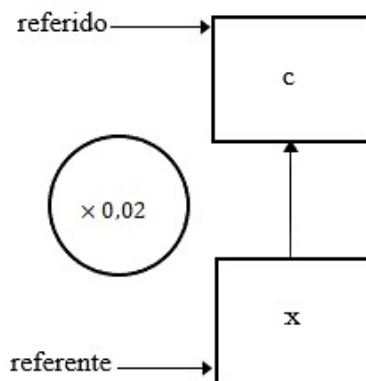
- Natureza dos números como: números naturais até a casa dos milhares, números racionais, e sistema monetário.

Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina, e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

- Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
- Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
- Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
- Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

Na situação, temos uma comparação multiplicativa entre o referente, que representa o valor faturado pelas vendas em óleo hidráulico, e o referido, que corresponde a $2\% = \frac{2}{100} = 0,02$ do valor referente. Essa conversão de 2% é um cálculo adicional. O esquema sagital a seguir descreve essa comparação:

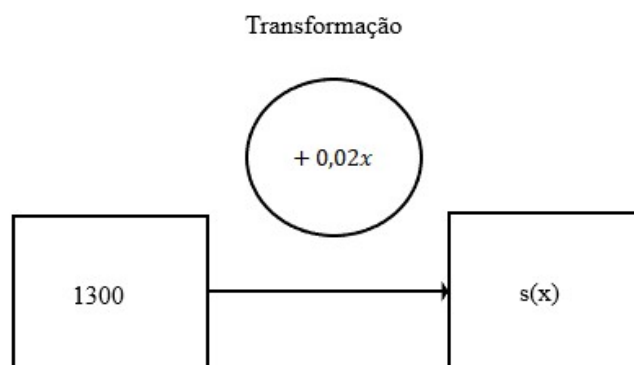
Figura 12 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da segunda situação



Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Com isso, considera-se $c = 0,02 \times x$, que representa o valor que Francisco ganha pelo valor total das vendas de óleo hidráulico. Assim, o salário é dado por uma transformação de uma parte fixa inicial, de R\$ 1.300,00, a uma parte final composta por 2% do valor faturado pelas vendas efetuadas por Francisco, conforme mostra o esquema abaixo:

Figura 13 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 2



Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Desse modo, as expressões algébricas $s(x) = 0,02x + 1.300$ ou $s(x) = 1.300 + 0,02x$ representam o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado pelas vendas de óleo hidráulico por ele realizadas. Para representar essa situação, apresentamos, a seguir, o quadro 8.

Quadro 22 - Subclasse comparação multiplicativa (referente desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com o estado final desconhecido)

Esquema Sagital	Função
	<p style="text-align: center;">$c = 0,02x$</p> <p>Portanto, $s(x) = 1.300 + 0,02x$ Ou $s(x) = 0,02x + 1.300$</p>

Fonte: Elaborado pela autora com base em Miranda (2019).

O item a) solicita que os estudantes discutam sobre como é realizado o cálculo do salário de Francisco. Por meio dessa situação, é possível compreender se os estudantes estabelecem uma relação entre a grandeza, vendas de óleo hidráulico por um frentista e o valor correspondente ao seu salário ao final do mês, afinal, o pagamento é dado pela soma de um valor inicial de R\$ 1.300,00 com 2% do valor total (x) das vendas do produto.

A busca pelo referente acontece no item b), pois nele tem-se a relação óleos hidráulicos vendidos \Rightarrow salário recebido no final do mês, ao em vez da relação salário recebido ao final do mês \Rightarrow óleos hidráulicos vendidos.

Esse item questiona quantos reais Francisco deve vender em óleo hidráulico para conseguir o salário de R\$ 2.400,00. Para a resolução, obtemos o seguinte cálculo:

$$0,02x + 1.300 = 2.400$$

$$0,02x = 2.400 - 1.300$$

$$0,02x = 1.100$$

$$x = \frac{1.100}{0,02}$$

$$x = 55.000$$

Portanto, Francisco deve efetuar a venda de R\$ 55.000,00 em óleo hidráulico para receber o salário de R\$ 2.400,00. O quadro a seguir apresenta possíveis estratégias de resolução para esse item.

Quadro 23 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 2

Possíveis estratégias	
$1.300 + 0,02x = 2.400$ $0,02x = 2.400 - 1.300$ $0,02x = 1.100$ $x = \frac{1.100}{0,02}$ $x = 55.000$	Adequada
$1.300 + \frac{2}{100}x = 2.400$ $\frac{2}{100}x = 2.400 - 1.300$ $2x = 100 \times 1.100$ $2x = 110.000$ $x = \frac{110.000}{2}$ $x = 55.000$	Adequada
$x \neq 55.000$	Inadequada (o estudante efetuar algum cálculo de forma errada e não obter o valor da venda realizada por Francisco)
$x = 2.400 - 1.300$	Inadequada (subtrair o salário fixo do valor final)
$0,02 \times 2400 + 1.300 = 1.348$	Inadequada (calcular a comissão do valor final)
$0,02x = 2.400$	Inadequada (considerar que o valor final representa o valor que Francisco ganha pelo valor total das vendas de óleo hidráulico)

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item d), é questionado que salário Francisco receberá no fim do mês se vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico. Para resolvê-lo, considerando a expressão algébrica do item anterior e substituindo o valor das vendas efetuadas, obtemos:

$$\begin{aligned} s(x) &= 1300 + 0,02 \cdot x \\ s(62000) &= 1300 + 0,02(62000) \\ s(62000) &= 1300 + 1240 \\ s(62000) &= 2540 \end{aligned}$$

Portanto, após a venda do equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, Francisco receberá R\$ 2.540,00 de salário. A seguir, são apresentadas possíveis estratégias para esse item:

Quadro 24 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 2

Possíveis estratégias	
$1300 + 0,02 \cdot (62000) = 2540$	Adequada
$1300 + \frac{2}{100} \cdot (62000) = 2540$	Adequada
$s(x) = 1300 + 0,02 \cdot x$ $s(62000) = 1300 + 0,02(62000)$ $s(62000) = 1300 + 1240$ $s(62000) = 2540$	Adequada
1300	Inadequada (considerar apenas o valor inicial)
$0,02 \cdot (62000) = 1240$ Ou $\frac{2}{100} \cdot (62000) = 1240$	Inadequada (considerar apenas 2% do faturamento das vendas em óleo hidráulico)
$(1.300 + 62.000) \times \frac{2}{100} = 1.266$	Inadequada (considerar o valor inicial mais o faturamento para depois realizar o valor da comissão)
$s(62.000) \neq 2.540$	Inadequada (o estudante pode realizar algum cálculo incorreto nas estratégias adequadas e encontrar um estado final diferente)

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item d) tem-se a generalização da situação por meio de uma expressão algébrica. Logo, como resposta para o item c) temos a seguinte expressão:

$$s(x) = 1.300 + 0,02x$$

No quadro 25, a seguir, as possibilidades de resposta para o item d.

Quadro 25 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 2

Possíveis estratégias	
ou $s(x) = 1.300 + 0,02x$	Adequada
$s(x) = \frac{2}{100}x + 1.300$	
ou $s(x) = 1.300 + \frac{2}{100}x$	Adequada

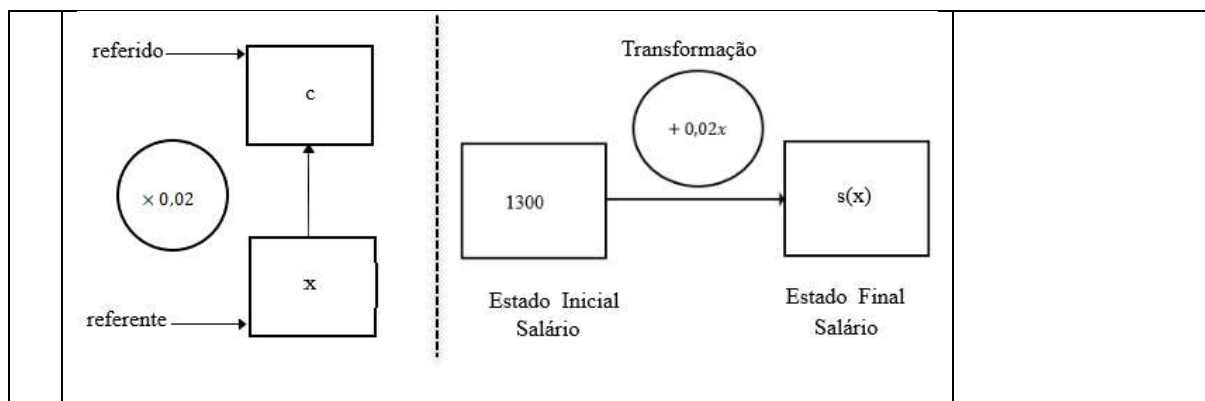
$s(x) = 0,02x + 1.300$	
$s(x) = 1.300$	Inadequada (não realiza a adição da comissão)
$s(x) = 1.300x$	Inadequada (multiplicar o valor inicial pelo valor (x) faturado com as vendas de óleo)
$p(x) = \frac{2}{100}x$ Ou $p(x) = 0,02x$	Inadequada (considerar apenas a comissão)
Não apresentar estratégias de resolução	Em branco

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Já o quadro 26 apresenta cada item da situação, seus respectivos esquemas sagitais, e as equações:

Quadro 26 - Síntese da segunda situação

	Esquema Sagital	Cálculo Envolvido
a)	-	-
b)		$c = 0,02x$ Portanto, $s(x)$ $= 0,02x + 1.300$ $2.400 = 0,02x + 1.300$ $2.400 - 1.300 = 0,02x$ $1.100 = 0,02x$ $x = \frac{1100}{0,02}$ $x = 55.000$
c)		$c = 0,02x$ Portanto, $s(x)$ $= 0,02x + 1.300$ $s(62.000) = 0,02(62.000) + 1.300$ $s(62000) = 1.240 + 1.300$ $s(62000) = 2.540$
d)		$c = 0,02x$ Portanto, $s(x)$ $= 0,02x + 1.300$



Fonte: Elaborado pela autora baseada em Miranda (2019).

3.8.3 Situação 3

A situação 3 é composta pelos seguintes valores de variáveis didáticas:

- Subclasse comparação multiplicativa (relação desconhecida) – transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido).
- Natureza dos números como: números naturais até a casa dos milhares, números racionais, e sistema monetário.

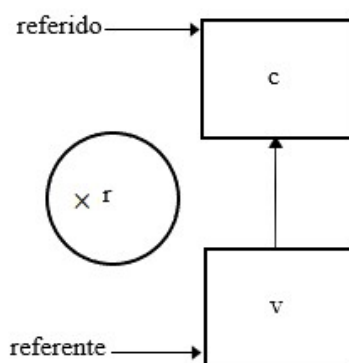
Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

- Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
 - Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
 - Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
 - Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.
-

Constata-se, nessa situação, que o salário (todo) de Maria é composto por uma taxa fixa (medida) mais uma parte (medida) que varia de acordo com as vendas. No entanto, a porcentagem que separa essas duas medidas e representa essa relação de uma comparação multiplicativa não é apresentada no problema.

Considerando, como referente, o valor das vendas (v) realizadas no período, o referido (c), que representa o valor da comissão pelas vendas, e (r) um escalar que separa essas duas medidas, temos o seguinte esquema:

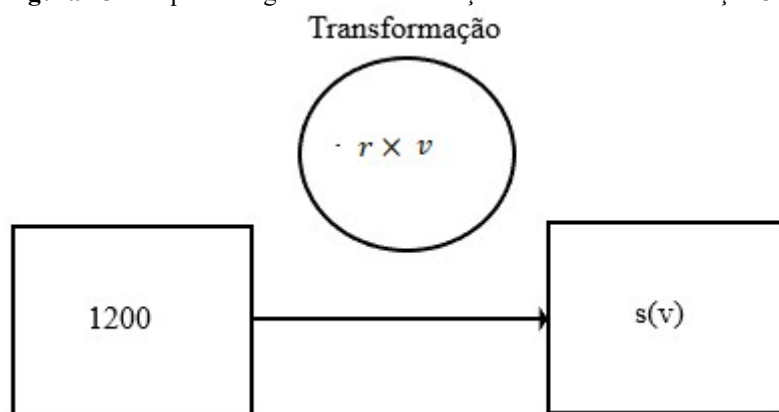
Figura 14 - Esquema sagital da comparação multiplicativa da situação 3



Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Disso, temos que $c = r \cdot v$, e, portanto, o salário total pode ser representado por uma transformação positiva, conforme o esquema a seguir:

Figura 15 - Esquema sagital da transformação de medidas da situação 3

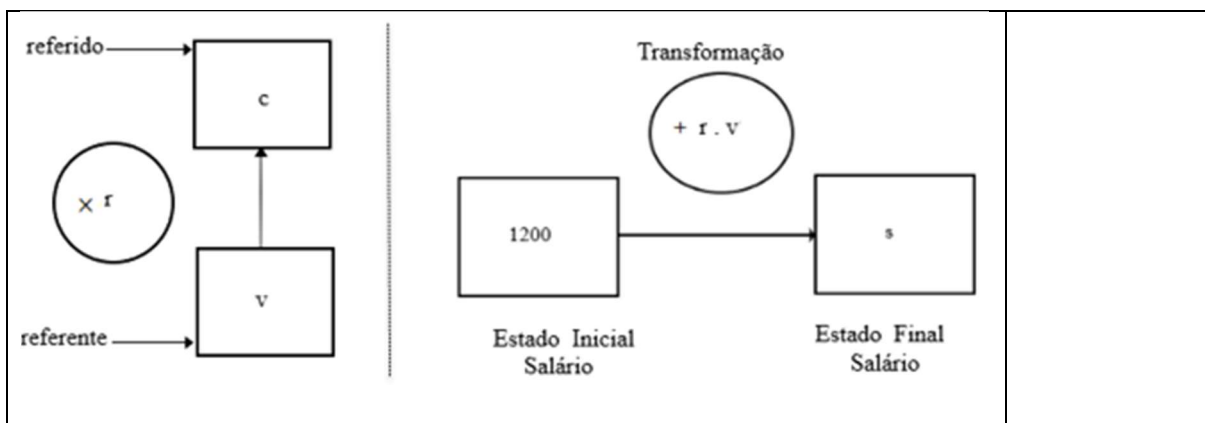


Fonte: Elaborada pela autora, 2023.

Esse esquema sagital pode ser representado algebricamente por $s(v) = 1.200 + r \times v$. Essa estrutura é composta por uma relação ternária do campo multiplicativo e uma relação ternária do campo aditivo, pertencente à subclasse comparação multiplicativa (relação desconhecida) – transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). O quadro 27 a seguir, apresenta o esquema sagital e a equação dessa situação.

Quadro 27 - Comparação multiplicativa (relação desconhecida) – transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido)

Esquema Sagital	Função
	$c = rv$ Portanto, $s(v)$ $= 1.200 + rv$



Fonte: Elaborado pela autora com base em Miranda (2019).

O item b) solicita a relação (r), da parte multiplicativa, por meio da porcentagem que Maria ganha em um mês no qual vende R\$20.000,00 em produtos e recebe R\$1.800,00 de salário. Para resolver essa situação, considera-se o seu salário total para encontrar o valor da porcentagem que ela recebe de comissão pelo valor total das vendas. Assim:

$$\begin{aligned}
 r \times 20.000 + 1.200 &= 1.800 \\
 20.000 \times r &= 1.800 - 1.200 \\
 20.000 \times r &= 600 \\
 r &= \frac{600}{20.000} \\
 r &= 0,03 \text{ ou } 3\%
 \end{aligned}$$

Portanto, Maria recebe uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais 3% de comissão do valor das vendas que ela efetuar no mês, o que responde o item a), que solicita como é feito o cálculo do salário de Maria. A seguir, é apresentado o quadro 28, com as possíveis estratégias a serem desenvolvidas pelos estudantes na resolução do item b) da situação 3.

Quadro 28 - Possíveis estratégias de resolução para o item b) da situação 3

Possíveis estratégias	
$ \begin{aligned} r \times 20.000 + 1.200 &= 1.800 \\ 20.000 \times r &= 1.800 - 1.200 \\ 20.000 \times r &= 600 \\ r &= \frac{600}{20.000} \\ r &= \frac{3}{100} \\ r &= 3\% \\ r &= 0,03 \end{aligned} $	Adequada
$r \neq 3\%$	Inadequada (o estudante efetuar algum cálculo de forma errada e não obtém o valor da venda realizada por Maria)
$r \times 20.000 + 3.000 = 0$	Inadequada (somar o estado inicial com o estado final)

$r \times 20.000 = 1.800$	Inadequada (considerar que o valor final representa o valor da comissão das vendas que ela efetuar no mês)
---------------------------	--

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item c), tem-se a busca pelo salário (todo) de Maria em determinado mês que ela vender o equivalente a R\$15.400,00 de produtos. Assim, substituindo o valor das vendas na expressão do item c, temos o seguinte cálculo:

$$s(v) = 0,03v + 1200$$

$$s(15.400) = 0,03 \times 15.400 + 1.200$$

$$s(15.400) = 462 + 1.200$$

$$s(15.400) = 1.662$$

Logo, no mês em que Maria vendeu o equivalente a R\$15.400,00 de produtos, ela recebeu um salário de R\$ 1.662,00. No quadro 29, a seguir, as possíveis estratégias para resolução desse item.

Quadro 29 - Possíveis estratégias de resolução para o item c) da situação 3

Possíveis estratégias	
$1.200 + 0,03 \times (15.400) = 1.662$	Adequada
$1.200 + \frac{3}{100} \times (15.400) = 1.662$	Adequada
$s(v) = 1.200 + 0,03v$ $s(15.400) = 0,03 \times 15.400 + 1.200$ $s(15.400) = 462 + 1.200$ $s(15.400) = 1.662$	Adequada
1.200	Inadequada (considerar apenas o valor inicial)
$(1.200 + 15.400) \times \frac{3}{100} = 498$	Inadequada (considerar o valor inicial mais o faturamento para depois realizar o valor da comissão)
$0,03 \times (15.400) = 462$ Ou $\frac{3}{100} \times (15.400) = 462$	Inadequada (considerar apenas 3% do faturamento das vendas)
$s(15.400) \neq 1.662$	Inadequada (o estudante pode realizar algum cálculo incorreto nas estratégias adequadas e encontrar um estado final diferente)

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

A expressão algébrica requerida no item d) que permite calcular o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela é dada por: $s(v) = 1.200 + 0,03v$, ou ainda $s(v) = 0,03v + 1.200$. No quadro 16, a seguir, as possibilidades de resposta para o item d.

Quadro 30 - Possíveis estratégias de resolução para o item d) da situação 3

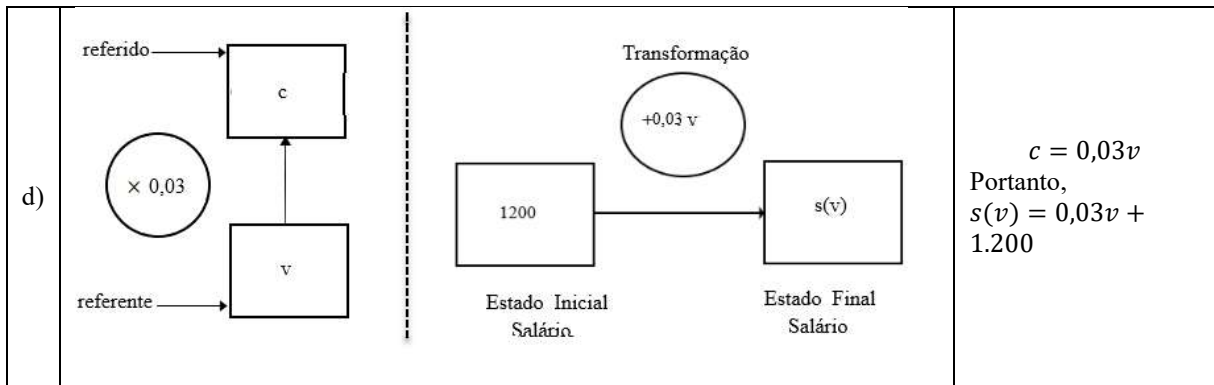
Possíveis estratégias	
ou $s(v) = 1.200 + 0,03 v$ $s(v) = \frac{3}{100}v + 1.200$	Adequada
ou $s(x) = 1.200 + \frac{3}{100}x$ $s(x) = 0,03x + 1.200$	Adequada
$s(x) = 1.200$	Inadequada (não realiza a adição da comissão)
$s(x) = 1.200x$	Inadequada (multiplicar o valor inicial pelo valor (x) faturado com as vendas de produtos)
$p(x) = \frac{3}{100}x$ Ou $p(x) = 0,03x$	Parcialmente inadequada (considerar apenas a comissão)
Não apresentar estratégias de resolução	Em branco

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

O quadro 31, a seguir, apresenta os itens da situação, seus respectivos esquemas sagitais, e as equações:

Quadro 31 - Síntese da terceira situação

	Esquema Sagital	Cálculo Envolvido
a)	-	-
b)		$c = r \times 20.000$ Portanto: $s(v) = rv + 1.200$ $1.800 = r \times$ $20.000 + 1.200$ $20.000 \times r =$ $1.800 - 1.200$ $20.000 \times r = 600$ $r = \frac{600}{20.000}$ $r = 0,03$
c)		$c = 0,03 \times 15400$ Portanto, $s(v) = 0,03v +$ 1.200 $s(15.400) =$ $0,03 \times 15.400 +$ 1.200 $s(15.400) = 462 +$ 1.200 $s(15.400) = 1.662$



Fonte: Elaborado pela autora baseada em Miranda (2019).

No capítulo seguinte, são apresentadas as análises e discussões a respeito dos dados produzidos durante a implementação do estudo piloto do instrumento de pesquisa.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo são apresentadas as análises das estratégias de resolução dos grupos de estudantes do 3º ano do Ensino Médio. De acordo com Calado (2020), considera-se estratégia o caminho escolhido pelos estudantes para resolver a situação e apresentar uma resposta, adequada ou não.

Para as análises, foi identificado: se a situação foi resolvida ou não; quando resolvida, se as estratégias utilizadas são adequadas, parcialmente adequadas ou inadequadas; e os teoremas-em-ação falsos ou verdadeiros indicados nas respostas dos alunos.

Para a produção dos dados e análises, considerou-se o registro escrito dos estudantes e a gravação dos diálogos dos grupos, que foram transcritos (apêndice). Os colaboradores da pesquisa são trinta e quatro (34) estudantes de um colégio público do noroeste do Paraná, no entanto, para a análise, consideramos apenas os estudantes que estavam dispostos em duplas ou trios. Para preservar a identidade, os estudantes foram nomeados com a letra E, e os grupos com a letra G, sendo que essas duas letras estão seguidas de um número de identificação. O quadro 32 apresenta como está nomeado cada grupo, se são duplas ou trios e a sigla para cada estudante.

Quadro 32 – Identificação dos sujeitos de pesquisa

Dupla ou Trio	Sigla para representar os estudantes	Sigla para representar os grupos
Trio	E1, E2 e E3	G1
Trio	E4, E5 e E6	G2
Dupla	E7 e E8	G3
Dupla	E9 e E10	G4
Dupla	E11 e E12	G5
Dupla	E13 e E14	G6
Dupla	E15 e E16	G7
Dupla	E17 e E18	G8
Dupla	E19 e E20	G9
Dupla	E21 e E22	G10
Dupla	E23 e E24	G11
Dupla	E25 e E26	G12
Dupla	E27 e E28	G13
Dupla	E29 e E30	G14
Dupla	E31 e E32	G15
Dupla	E33 e E34	G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Os teoremas-em-ação são indicados pelas siglas: TAV, para os teoremas-em-ação verdadeiros, e TAF, para os falsos. Na seção a seguir, é apresentada a discussão das estratégias de resoluções manifestadas pelos grupos para cada situação, trazendo diálogos e registros escritos dos estudantes. No final de cada item, para cada situação, é abordado um quadro síntese

com as diferentes estratégias manifestadas pelos estudantes, a quantidade de grupos que utilizou a estratégia e os teoremas-em-ação manifestados.

4.1 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 1

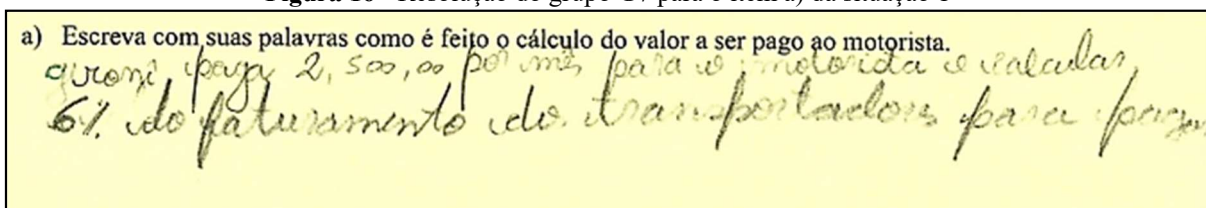
Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

- a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
 - b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 - c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 - d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado
-

Essa é uma situação do tipo comparação multiplicativa (referido desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). De acordo com Vergnaud (2003), as situações devem possibilitar aos estudantes o desenvolvimento de duas competências: “[...] a forma operatória do conhecimento (o fazer) e a forma predicativa do conhecimento (o explicar, o dizer)”. O item a) tem como objetivo que o estudante interprete o enunciado proposto e apresente a generalização da situação por meio da língua natural, ou seja, que desenvolva a forma predicativa do conhecimento ao explicar como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Na análise *a priori*, foi previsto que os sujeitos não apresentariam erros nesse item, pois o próprio enunciado da situação apresenta a resposta. Entretanto, apenas sete (7) dos dezesseis (16) grupos apresentaram a estratégia correta, sendo eles os grupos G1, G2, G5, G7, G9, G13 e G14. Por meio dos registros escritos e diálogos, os estudantes apresentaram que o cálculo do valor a ser pago ao motorista se dá por meio da soma de um valor fixo de R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta. A figura 16 apresenta o tipo de resolução desenvolvido pelo grupo G7.

Figura 16 - Resolução do grupo G7 para o item a) da situação 1



Fonte: Acervo da pesquisa.

Ainda nesse item, o E19, do G9, expressa que: “O motorista recebe o valor fixo de 2.500 reais e daí vai acrescentar mais 6% do valor bruto da carga que a carreta fez no mês. E isso é um valor variável”. Nesse caso, o estudante já manifesta que o valor acrescentado ao salário fixo do motorista, é variável, pois a comissão depende do valor bruto da carreta faturado mensalmente. Além disso, também reconhece qual é a parte fixa do salário.

Diante do fragmento do diálogo e das estratégias de resoluções, é possível inferir que os estudantes dos grupos G1, G2, G5, G7, G9, G13 e G14 manifestam ideias de função, em particular da função afim, por meio de um teorema-em-ação verdadeiro, ao expressarem implicitamente o seguinte raciocínio para generalizar o pagamento do motorista (p) em função do valor mensal faturado pela carreta (v):

$$p(v) = 2.500 \text{ reais} + 6\% \text{ de } v$$

Identificamos esse teorema-em-ação manifestado implicitamente na ação dos estudantes pela sigla TAV1. Pode-se inferir, por meio dos diálogos e estratégias, que durante a resolução, eles consideram de maneira subentendida os coeficientes $a = \frac{6}{100} = 0,06$ e o $b = 2.500$, e estabelecem uma relação funcional. Assim, definindo f como uma relação funcional que represente a função afim, a a taxa, e b o coeficiente linear, é possível modelar o seguinte teorema-em-ação:

TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.

Esse teorema-em-ação, com pequena alteração em sua modelação, foi identificado na pesquisa de Rodrigues (2021). A pesquisadora observou que um estudante do 5º ano do Ensino Fundamental manifestou esse teorema-em-ação ao resolver um problema misto da variação *proporção simples do tipo cota e transformação positiva com a transformação positiva*

desconhecida. No entanto, Rodrigues (2021) modelou esse teorema-em-ação como: Se f é uma relação funcional, então $f(x) = a \cdot x + b$ com a e $b \in R$.

Oito (8) grupos, G3, G6, G8, G10, G11, G12, G15 e G16, apresentaram uma estratégia incorreta para o item a). Os estudantes consideraram os dados presentes no enunciado e calcularam 6% do pagamento fixo; depois, somaram esse valor com o salário inicial. O item solicita para que se escreva como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista, e os estudantes escreveram como fizeram o cálculo. Podemos observar o raciocínio dessa estratégia utilizada pelos estudantes, no seguinte diálogo do grupo G12:

O estudante 25 faz a leitura do enunciado da primeira situação.

Estudante 26: *Primeiro tem que fazer a conta de 6% do faturamento, do valor bruto mensal da carreta.*

Estudante 25: *Eu acho que é dois, 2.500 ... 2.500 mais 6%. Quanto é 6% de 2.500? Oh, professora, pode usar a calculadora ou tem que usar a mente?*

Pesquisadora: *Pode usar.*

Estudante 25: *Mas tem que colocar 2.500 mais 6%. Dá 2.650*

Estudante 26: *Aqui tem que escrever como é que eu falei?*

Estudante 25: *Como assim? Eu coloquei 2.500 mais 6%, chegou no resultado de 2.650.*

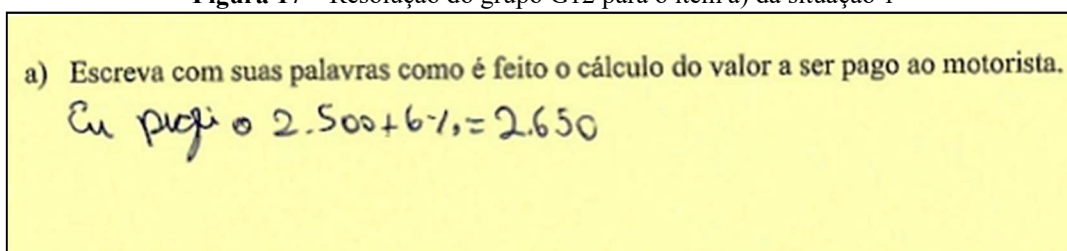
Estudante 26: *Fernanda? Fernanda. Tira uma dúvida, fazendo um favor? Aqui é para escrever, né, aqui, como tem que fazer o cálculo, algo assim.*

Pesquisadora: *Vocês vão escrever com as suas palavras como é o cálculo (repetindo o enunciado do item a).*

Estudante 26: *Ok, entendi, obrigado... é para escrever assim, né? (Referindo-se ao outro estudante)*

Pode-se inferir que os estudantes, em dado momento, justificaram que o 6% seria calculado sobre o faturamento mensal da carreta; todavia, como o item não apresentava esse valor, os estudantes apenas consideraram que o salário a ser pago ao motorista seria 2.500 mais 6%. Como a pesquisadora permitiu que os grupos utilizassem a calculadora, os estudantes do G12 colocaram $2.500 + 6\%$ na calculadora, o que resultou em 2.650. Desse modo, a própria calculadora tornou-se um obstáculo, pois calculou a comissão sobre o salário fixo, e os estudantes consideraram essa resposta como verdadeira. Esse resultado corrobora as pesquisas de Rezende (2013) e Assude (1989), que identificaram em suas análises a crença dos estudantes de que a calculadora sempre fornece respostas corretas. Essa crença pode ser atribuída, em parte, à confiança excessiva na tecnologia e à falta de compreensão sobre como a calculadora funciona. A figura a seguir apresenta a resolução manifestada por esse grupo.

Figura 17 – Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 1



Fonte: Acervo da pesquisa.

Com base nessa estratégia, pode-se concluir que os grupos não identificaram corretamente a solicitação do item, que era apenas escrever como seria realizado o cálculo do salário do motorista para qualquer mês. Em vez disso, eles apresentaram um cálculo específico, o que indica que eles utilizaram um valor específico para representar uma quantia qualquer. Calado (2020) observou que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental também têm dificuldades para identificar que uma variável pode assumir qualquer quantidade possível, uma vez que eles generalizam fatos apenas verificando sua validade em uma situação particular. Desse modo, os grupos que manifestaram a estratégia da figura 17 apresentam indícios desse teorema-em-ação falso, o TAF1, também identificado na pesquisa de Calado (2020) na resolução dos estudantes, no entanto, remodelado:

TAF1: Uma variável qualquer x é associada a um valor fixo.

Os estudantes, com a dificuldade para generalizar e explicar o cálculo do salário do motorista, utilizaram os dados do enunciado da situação, e, assim empregaram um valor fixo para uma variável. Além disso, os estudantes ao fazer o cálculo do pagamento acabam considerando o coeficiente linear b , ou seja 2.500, como o faturamento bruto da carreta. Desse modo, os grupos acabam não reconhecendo que esse faturamento é algo variável, e resultado do quanto a carreta fatura ao final do mês. Assumindo então o coeficiente linear em dois lugares na função. Considerando a a taxa, b o coeficiente linear, e x a variável que corresponde ao faturamento bruto pode-se modelar um teorema-em-ação falso dado por:

TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então $f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$.

O grupo G12, em particular, considerou a soma do pagamento fixo mais os 6%, mas não especificou do que seria essa porcentagem em sua resolução. Com isso, podemos modelar um teorema-em-ação falso, em que:

TAF3: A porcentagem de y em relação a x é representada por $y\%$.

Desse modo, o grupo G12 cometeu o equívoco de considerar apenas $y\%$ em vez de $y\%$ de x . Essa interpretação incorreta implica que eles não consideram a relação proporcional entre as variáveis y e x . Para os estudantes, 6% representa um número, fato que é equivocado, pois, em verdade, trata-se de uma expressão que representa uma porcentagem de uma quantidade.

Dos oito grupos que manifestaram o TAF1, um deles (G6), ao resolver a segunda situação, percebeu que a resposta do item a) estava incorreta, como mostra o seguinte diálogo.

Estudante 13: O estudante 13 faz a leitura do item a) da situação 2.

Estudante 14: Fiquei com uma dúvida. Aqui a gente fez os 6% do 36, mas a somatória da coisa ia ser o salário. Salário fixo.

Após algumas discussões.

Estudante 13: Então nesse mês vai ser o 36.200 mais os 6% de 36.

Estudante 14: Não, mas isso não é o salário dele Mais o faturamento do valor bruto mensal da carreira é de 6% do faturamento, é o salário-mínimo mais o 6% do faturamento bruto.

Após alguns momentos.

Estudante 14: Também não ia fazer sentido, né, o cara ganhar 30 e poucos mil sendo caminhoneiro. Errando e aprendendo.

Estudante 13: Essas pegadinhas são complicadas ... deixa eu apagar aqui. Isso é muito bom. Vai ser 6% do mesmo, 6%.

Estudante 14: Não, do faturamento bruto ... do faturamento da carreta.

Desse modo, apenas sete grupos apresentaram a estratégia incorreta, uma vez que os estudantes do grupo G6 perceberam o equívoco. Entre os dois integrantes desse grupo, apenas o E14 registrou na resolução essa constatação, porém, com o diálogo pode-se perceber que o estudante E13 reconheceu o erro, tendo apenas apresentado a resposta incorreta.

Macedo (2000; 2002) salienta que o erro deve possibilitar ao sujeito a reflexão sobre as suas ações a ponto de ele construir novas hipóteses. Para esse autor, o erro assume um caráter positivo, pois, por meio dele, o sujeito pode continuar construindo conhecimento na condição de se apropriar do erro e, mediante nova construção, superá-lo. Nesse caso, os estudantes do G6 compreenderam o erro e conseguiram formular hipóteses a fim de superá-lo.

Além das estratégias apresentadas, um (1) grupo (G4) não apresentou resolução para esse item da situação. O quadro 33, abaixo apresenta todas as estratégias de resolução para o item a).

Quadro 33 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 1

Tipo	Estratégias	Teorema-em-ação	Grupos
Adequada	Apresentar que o cálculo do valor a ser pago ao motorista se dá por meio da soma de um valor fixo de R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Oito grupos: G1, G2, G5, G6, G7, G9, G13, G14
Inadequada	Calcular 6% do pagamento fixo e somar esse valor com o pagamento fixo.	TAF1: Uma variável qualquer x é associada a um valor fixo. TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então $f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$.	Sete grupos: G3, G8, G10, G11, G12, G15, G16
Inadequada	Não especificar o valor a que a taxa de porcentagem faz referência.	TAF3: A porcentagem de y em relação a x é representada por $y\%$.	Um grupo: G12
Em branco	Não apresenta estratégia de resolução.	Não identificado	Um grupo: G4

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item b), é apresentado o valor faturado pela carreta no mês de dezembro, R\$ 36.200,00, e, com essa informação, é solicitado aos estudantes identificarem o pagamento final que o motorista recebeu nesse mês. Nesse item, foram três (3) estratégias adequadas e três (3) inadequadas manifestadas pelos estudantes.

A primeira estratégia adequada é identificada nos diálogos e resoluções dos seguintes sete (7) grupos: G2, G5, G6, G7, G11, G14 e G15. Para descobrir quantos reais o motorista recebeu em dezembro, os estudantes, inicialmente, encontram o valor decimal que representa 6%. Em seguida, sabendo que o valor faturado pela carreta foi de R\$ 36.200,00, eles calculam o valor da comissão que o motorista recebeu sobre esse faturamento bruto, ou seja, $36.200 \times 0,06 = 2.172$. Somando 2.172 ao pagamento fixo do motorista, tem-se, $2.172 + 2.500 = 4.672$, o que representa o valor de R\$ 4.672,00 que o motorista recebeu no mês de dezembro. Nota-se que os estudantes associam adequadamente que, para a determinação do valor a ser pago, seria necessário efetuar a multiplicação da porcentagem pelo valor faturado bruto, para descobrir o valor da comissão, e, depois, somar com o valor fixo. É o que podemos identificar no seguinte diálogo do G5:

Estudante 11: Ó, então aqui a gente vai fazer assim, como é porcentagem, 6% dividido por 100 vai dar 0,06. A gente pega esse valor e faz vezes 36.200, que é o valor que está aqui. Fazendo isso, a gente vai descobrir a porcentagem de 6% em cima de 36.200. É só fazer 0,06 vezes 36.200 que vai dar ... igual ... 2.172 ... você entendeu como faz?

Estudante 12: Sim, mas tipo.

Estudante 11: Tá aqui, Estudante 12. Quantos reais que o motorista recebeu esse mês? A gente tem que lembrar que tem a renda fixa de 2.500.

Estudante 12: E o valor bruto que ele consegue receber do que a carreta fatura.

Estudante 11: O valor bruto, no caso, que é a porcentagem de 6%, vai ser o 2.172. Então agora a gente pega esse valor mais 2.500. Foi isso que deu um total de R\$ 4.672,00. Tirou bem.

Após essas considerações, os estudantes apresentaram a estratégia de resolução representada na figura 18.

Figura 18- Resolução do grupo G5 para o item b) da situação 1

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$0,06 \times 36.200,00 = 2.172 + 2.500 = 4.672$$

R. O motorista faturou 4.672 reais

Fonte: Acervo da pesquisa.

Para essa estratégia pode-se inferir que é possível que os estudantes tenham manifestado dois (2) teoremas-em-ação verdadeiros. De acordo com essa estratégia, inicialmente os grupos encontraram a razão de 6 por 100; após encontrar o quociente entre esses dois números, os estudantes manifestam o primeiro teorema-em-ação verdadeiro. Para representar esse TAV em notação matemática, no caso particular, utiliza-se: $f(36.200) = 0,06$ percentual de comissão \times 36.200 reais faturado pela carreta no mês = 2.172 reais. Esse teorema-em-ação é modelado ao considerar $f(x)$ uma relação proporcional entre duas grandezas, conforme a seguir:

TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$.

Esse TAV é apresentado por Vergnaud (1996) como a propriedade padrão do coeficiente de proporcionalidade, da taxa. Pavan (2010) e Rodrigues (2021) identificaram o TAV2 nas resoluções de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em situações multiplicativas e mistas, e agora notamos a presença desse TAV manifestado por estudantes do Ensino Médio, ao resolverem situações de função afim.

O segundo teorema-em-ação verdadeiro é identificado na estratégia dos grupos ao utilizar o algoritmo da adição. Os grupos aplicam uma transformação direta de adição ao estado

inicial para encontrar o estado final; nesse caso, somam o pagamento fixo de 2.500 ao valor comissionado pelo faturamento da carreta, de 2.172, ou seja, $2.500 + 2.172 = 4.672$. Com base em Rodrigues (2021, 2023), modelamos esse teorema-em-ação considerando F o estado final, I o estado inicial e T , a transformação, como representado a seguir:

TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.

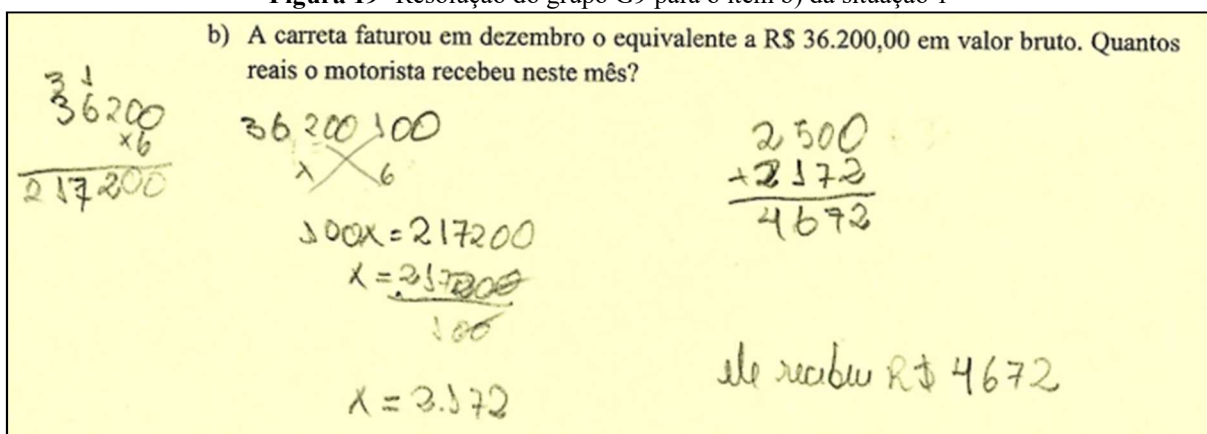
Na pesquisa de Rodrigues (2021), quatro estudantes manifestaram esse teorema-em-ação em situações mistas da classe *proporção simples e transformação de medidas*. Como a classe aqui utilizada também tem a transformação, é previsível que os estudantes do Ensino Médio também apresentem esse TAV.

Portanto, para encontrar o pagamento referente à comissão do motorista no mês em que a carreta faturou R\$ 36.200,00, os grupos, G2, G5, G6, G7, G11, G14 e G15 utilizaram a definição de porcentagem, definindo a razão entre 6 por 100, e, logo após, empregaram a multiplicação com significado de comparação multiplicativa para encontrar o referido. Para encontrar a quantidade final (estado final) paga ao motorista, os estudantes utilizaram o algoritmo da adição com o significado de transformação de medidas.

Os cinco (5) grupos, G1, G3, G9, G13 e G16, apresentaram uma estratégia semelhante à anterior: eles encontraram a comissão do faturamento mensal e depois somaram ao pagamento inicial. Entretanto, nesse caso, para encontrar o valor dado pela comissão do faturamento mensal da carreta, os estudantes utilizaram razão e proporção, como explica a estudante E20: “Bom, para começarmos a resolução, fizemos por regra de três, que seria 36.000 dizendo de 100%, x e 6%, que é o que ele recebe”. Temos na figura 19, a seguir, a estratégia utilizada pelos estudantes desses cinco grupos.

Figura 19- Resolução do grupo G9 para o item b) da situação 1

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?



Handwritten work showing the calculation of the commission:

$$\begin{array}{r} 36200 \\ \times 6 \\ \hline 217200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36200 \times 100 \\ \times 6 \\ \hline 217200 \\ \hline 100 \\ \hline x = 217200 \\ \hline 100 \\ \hline x = 2172 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 2172 \\ \hline 4672 \end{array}$$

ele recebeu R\$ 4672

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os grupos que apresentaram essa estratégia utilizam que 36.200 está para 100% assim como o valor x está para 6%: desse modo, descubrem o valor (v) pago ao motorista pela comissão do faturamento da carreta. Em termos matemáticos, temos que $\frac{36200}{v} = \frac{100}{6}$, logo, $v = \frac{(36.200 \times 6)}{100}$. Com isso, presume-se que os grupos manifestaram o teorema-em-ação já citado, TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a e x \in \mathbb{R}$.

Nesse caso, consideramos que o coeficiente a refere-se a quanto por cento quer ser retirado de x . No caso da situação, é 6%, logo, os estudantes utilizaram a como 6; se fosse 2%, a seria 2. Portanto, para encontrar o valor do pagamento do motorista em dezembro os grupos manifestaram o TAV2 para encontrar o referente da comparação multiplicativa, que se tornou a transformação no algoritmo da adição, pois os estudantes somaram o valor fixo com o pagamento referente à comissão, manifestando assim também o TAV3.

As duas estratégias anteriores foram previstas na análise *a priori* desse item, porém, das resoluções, emergiu mais uma estratégia adequada. Os estudantes do grupo G8 utilizaram o seguinte raciocínio para resolver essa situação:

Estudante 17: *Então, agora, por áudio, aqui para você, que vai estar escutando aí. Eu não faço contas, então eu vou explicar como é que eu vou calcular isso. 36.000 de 6%. Eu sei que 6% de 10.000 reais é 600. Eu sei que de 20 vai ser 1.200. Eu sei que de 30 vai ser 1.800.*

Então eu sei que 30.000 reais... 6% de 30.000 vai ser equivalente a 1.800 reais. Eu sei que de 5.000 vai ser equivalente a 300. Então eu já estou com o valor de 2.100 reais.

Estudante 17: *O valor é 36.200?*

Estudante 18: *É 36.200*

Estudante 17: *Tá errado, não certo. Então eu continuo certo? Tá. Então 1200. 6% de 1.000, 6% de 1.000 vai dá 60. Então 2.160. 6% de 200. De 100 sei que é 6 ... 12. Então tenho 1.172 reais. Então eu sei que dos 6% de 36.200 vai ser 2.172 reais.*

Passa alguns momentos.

Estudante 17: *Então, como aqui em cima tem que somar, já tem que somar o valor que ele vai receber da carga que vai ser a porcentagem com o pagamento, aí tem que somar, então tenho na dele o valor 2.172, vai ter que somar mais 2.500. Então 2.172 mais 2.500 vai ser igual a 4.672.*

Nesse diálogo, conclui-se que, por meio do seu raciocínio, o estudante E17, para descobrir 6% de 36.200, decompôs o valor do faturamento bruto da carreta como:

$$36.200 = 10.000 + 10.000 + 10.000 + 5.000 + 1.000 + 100 + 100$$

Assim, o estudante calculou 6% de 10.000 e somou três vezes, calculou 6% de 5.000, 6% de 1.000 e 6% de 100, somando duas vezes. Como ele realiza esse cálculo por etapas, é apresentada a seguir essa conta, pelas etapas realizadas por ele.

$$6\% \text{ de } 36.200 = 6\% \text{ de } 10.000 + 6\% \text{ de } 10.000 + 6\% \text{ de } 10.000 + 6\% \text{ de } 5.000 \\ + 6\% \text{ de } 1.000 + 6\% \text{ de } 100 + 6\% \text{ de } 100$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 600 + 600 + 600 + 6\% \text{ de } 5.000 + 6\% \text{ de } 1.000 + 6\% \text{ de } 100 \\ + 6\% \text{ de } 100$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 1.800 + 6\% \text{ de } 5.000 + 6\% \text{ de } 1.000 + 6\% \text{ de } 100 + 6\% \text{ de } 100$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 1.800 + 500 + 6\% \text{ de } 1.000 + 6\% \text{ de } 100 + 6\% \text{ de } 100$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 2.100 + 6\% \text{ de } 1.000 + 6\% \text{ de } 100 + 6\% \text{ de } 100$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 2.100 + 60 + 6 + 6$$

$$6\% \text{ de } 36.200 = 2.172$$

Nessa estratégia, constatamos um teorema-em-ação verdadeiro, identificado pela sigla TAV4, apresentado nas pesquisas de Rodrigues (2021), Calado (2020) e Vergnaud (2007) e modelado por Rodrigues (2023) como:

TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.

Após descobrir o valor faturado pelo motorista referente à comissão do faturamento bruto mensal da carreta o estudante realiza a soma desse valor com o pagamento inicial, sendo $2.172 + 2.500 = 4.672$, manifestando o TAV3. Desse modo, o grupo G8 conclui que, em dezembro, o motorista recebeu R\$ 4.672,00 reais.

Das estratégias inadequadas, temos a utilizada pelos estudantes do G12. Em vez de multiplicarem o valor do faturamento bruto mensal por 6%, eles realizaram a divisão. No fragmento de diálogo abaixo, o grupo apresenta o pensamento por eles utilizado:

Estudante 25: 36.000 dividido por 6%, que é o... Ele recebe 6% do valor do faturamento da carreta. 6% faz mais seis. Não dividido. Dividido. Dividido.

Estudante 26: Dividido por 6, deu 6 mil ...

Estudante 25: Não, 603 reais vai dar. Por que você não viu o % lá? Por isso.

Estudante 26: Então da 603,333333 ...

Estudante 25: Mais o valor do salário dele, que é 2.500. Vai lá, 3.103

Estudante 26: Como?

Estudante 25: 3.103.

Estudante 26: A mais 2.500... nós pegamos primeiro e dividiu, né?

Estudante 25: Dividiu 36.200 por 6%, que é igual a 603. 603 mais 2.500 igual a 3.103.

A figura 20 apresenta esse tipo de resolução desenvolvida pelo grupo.

Figura 20- Resolução do grupo G12 para o item b) da situação 1

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$36,200 \div 6\% = 603 + 2,500 = 3.103$$

O motorista ganhou 3.103 no mês.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Observando a Figura 20 e o diálogo dos estudantes, nota-se que o grupo G12 cometeu dois erros: o primeiro foi utilizar a divisão ao invés da multiplicação ao calcular a porcentagem; o segundo, utilizar "36,200" em vez de "36.200", ou seja, eles cometeram um erro pontual ao trocar o ponto por vírgula, devido à representação na calculadora. Esse erro acabou dificultando a percepção do primeiro equívoco, já que obter um resultado considerado pequeno ao dividir "36,200" por 6% pode ter levado-os a uma interpretação equivocada. Desse modo, é relevante enfatizar a importância da atenção aos detalhes da representação numérica, para evitar erros de cálculo e interpretação.

Diante dessa resolução, conclui-se que o cálculo relacional envolvido ao dividir o faturamento mensal "x" pela razão centesimal da taxa de porcentagem "a" é $\frac{x}{a}$. Com isso, é possível modelar o seguinte teorema-em-ação falso, indicado ao dividir x pela taxa a:

TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com x e a $\in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.

O pensamento desse grupo foi adequado quanto a considerar o cálculo da porcentagem do valor faturado pela carreta e soma-lo ao pagamento inicial do motorista. Desse modo, o TAV3 pode ser manifestado no algoritmo da adição. Entretanto, a forma com que calcularam os 6% de 36.200 foi inadequada. A interpretação correta seria $f(x) = a \cdot x$, onde a representa a taxa de porcentagem.

Vergnaud (1996) defende a importância de reconhecer os teoremas-em-ação falsos manifestados pelos estudantes, pois, com isso, é possível propor situações que possibilitem a eles a reflexão sobre seu erro e a possível desestabilização desses conhecimentos equivocados. É necessário que os professores busquem significado nos erros cometidos pelos alunos, pois esses revelam a forma como eles organizam o conhecimento (BITTENCOURT, 1998).

O grupo G10 apresentou outra resolução inadequada, ao considerar os 6% de comissão não sobre o faturamento mensal, mas sobre o pagamento fixo, conforme nos mostre a figura 21, a seguir.

Figura 21- Estratégia de resolução do grupo G10 para o item b) da situação 1

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$= 2500 + 350 = 2350$

2500 350
 ^ ^
 300 = 35.000
 = 350

Fonte: Acervo da pesquisa.

Nessa estratégia o G10, manifestou o TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então $f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$. Uma vez que calcularam a comissão sobre o pagamento fixo..

A última estratégia inadequada para o item b) foi do grupo G4. Nesse caso, os estudantes calcularam os 6% do pagamento inicial, ou seja, 6% de 2.500, manifestando o TAF2; feito isso, somaram esse valor à multiplicação do faturamento mensal bruto pelo pagamento inicial, como mostra a resolução na figura 22.

Figura 22- Estratégia de resolução do grupo G4 para o item b) da situação 1

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$36.200 \times 2.500 + 350 = 90.500$

36.200
 - 2.650
 33.550

Neste mês ele vai receber
 90.500 Reais

Fonte: Acervo da pesquisa.

Essa estratégia incorreta resultou em um cálculo equivocado e em um valor final impreciso. Para compreender melhor essa resolução, deveríamos analisar o diálogo do grupo; no entanto, o G4 não enviou o áudio da resolução dessa situação. Essa falta de evidências sugere que eles podem não ter confiado plenamente na estratégia utilizada ou podem ter percebido que o cálculo estava incorreto.

Para esse item da situação, todos os dezesseis grupos apresentaram resoluções. O quadro 34 apresenta as estratégias desenvolvidas pelos sujeitos no item b) da primeira situação, assim como os grupos que utilizaram cada estratégia e os teoremas-em-ação possivelmente manifestados nessas estratégias.

Quadro 34 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 1

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Encontrar o valor decimal que representa 6%. Calcular o valor da comissão que o motorista recebeu sobre esse faturamento bruto, ou seja, $36.200 \times 0,06 = 2.172$. Por fim, somar 2.172 mais o pagamento fixo do motorista, $2.172 + 2.500 = 4.672$.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a \text{ e } x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Sete grupos: G2, G5, G6, G7, G11, G14 e G15
Adequada	Descobrir, pelo cálculo de razão e proporção, o valor (v) pago ao motorista pela comissão do faturamento da carreta. Em termos matemáticos, temos que: $\frac{36200}{v} = \frac{100}{6}$. Por fim, somar 2.172 mais o pagamento fixo do motorista, $2.172 + 2.500 = 4.672$.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a \text{ e } x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Cinco grupos: G1, G3, G9, G13 e G16
Adequada	Decompor o valor do faturamento bruto da carreta, e calcular os 6% de cada valor. Depois, somar o valor da comissão pelo faturamento com o pagamento inicial.	TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.	Um grupo: G8
Inadequada	Dividir o valor do faturamento bruto mensal por 6%, $\frac{34.000}{6\%}$ e somar com o pagamento inicial (2.500).	TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com $x \text{ e } a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G12
Inadequada	Calcular os 6% do pagamento inicial, ou seja, 6% de 2.500; feito isso, somar esse valor à multiplicação do faturamento mensal bruto pelo pagamento inicial	TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então $f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com $a, x \text{ e } b \in \mathbb{R}$.	Um grupo: G10
Inadequada	Calcular os 6% do pagamento inicial, ou seja, 6% de 2.500; feito isso, somar esse	TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então	Um grupo: G4

	valor à multiplicação do faturamento mensal bruto pelo pagamento inicial	$f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$.	
--	--	--	--

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

O item c) dessa situação tem como objetivo a busca por $f(x)$ para um valor específico de x , ou seja, a busca pelo estado final da transformação. Nesse caso, solicita-se ao estudante o valor pago ao motorista em um mês no qual a carreta teve o faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto.

Como estratégia, os grupos G2, G6, G7, G14 e G15 descobriram o valor que representa 6% em decimal e multiplicaram pelo faturamento bruto mensal da carreta, $0,06 \times 54.000 = 3.240$, em que identificamos o possível TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$.

Posteriormente, somaram o valor da comissão com o pagamento fixo, $3.240 + 2.500 = 5.740$, descobrindo o valor pago ao motorista em fevereiro, usando a adição da transformação com o estado inicial, TAV3: $F = I + (\pm T)$, com F, I e $T \in \mathbb{N}$.

Já os grupos G9, G3, G10 e G16 novamente calcularam por razão e proporção o valor da comissão sobre o faturamento mensal da carreta, $\frac{54.000}{x} = \frac{100}{6}$, e depois somaram o valor encontrado com o pagamento fixo do motorista, de R\$2.500,00, manifestando os teoremas-emprego verdadeiros TAV2 e TAV3.

Os estudantes do grupo G8 novamente utilizaram a estratégia de decompor o número do faturamento bruto mensal, para descobrir o valor que o motorista recebeu de comissão. Identifica-se o seguinte fragmento do diálogo em que o E17 explica seu raciocínio: “54.000 é mais simples de fazer. 10.000 é 600. Então, 5 vezes 600. 1.200 ... 2.400 ... 3.000 reais. Então 3.000 reais, mais 6% de 4.000 reais, 4.000 reais vai dar 60, 120, 240. Então vai ser o valor de 3.240 reais”. Nesse caso, o estudante compôs 6% de 54.000 da seguinte maneira:

$$6\% \text{ de } 54.000 = 5 \times 6\% \text{ de } 10.000 + 4 \times 6\% \text{ de } 1.000$$

$$6\% \text{ de } 54.000 = 600 + 600 + 600 + 600 + 600 + 4 \times 60$$

$$6\% \text{ de } 54.000 = 3.000 + 60 + 60 + 60 + 60$$

$$6\% \text{ de } 54.000 = 3.000 + 240$$

$$6\% \text{ de } 54.000 = 3.240$$

Desse modo, os estudantes do G8 descobriram a quantia recebida de comissão pelo motorista e a somaram ao valor fixo que o motorista recebe, manifestando o TAV3. Assim, descobriram que o motorista recebeu R\$ 5.740, 00 em fevereiro.

O grupo G8, ao considerar $f(54.000) = f(10.000) + f(10.000) + f(10.000) + f(10.000) + f(10.000) + f(1.000) + f(1.000) + f(1.000) + f(1.000)$, nos dá indicativos de que tenha manifestado novamente o TAV4.

O grupo G12 manifestou novamente, no item c), o TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com x e $a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$. Os estudantes desse grupo dividiram o valor do faturamento bruto mensal da carreta por 6%. Identifica-se essa estratégia na figura 23.

Figura 23- Resolução do grupo G12 para o item c) da situação 1

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

54.000 $\frac{6\%}{100}$ $900 + 2500 = 3.400$

O motorista recebeu valor bruto de 3.400 reais

Fonte: Acervo da pesquisa.

Em relação ao item b), as resoluções adequadas do item c) foram semelhantes. No entanto, no item c), um número maior de grupos apresentou estratégias inadequadas.

Uma nova estratégia inadequada foi utilizada pelos grupos G1, G5, G11 e G13. Esses estudantes calcularam apenas o valor que o motorista recebeu referente ao faturamento mensal da carreta. Um integrante do G1, em determinado momento, até cita que o item c) é o mesmo cálculo do item b), porém sem a adição do pagamento fixo: “Na c) é a mesma coisa, só que daí não soma” (E2). A figura 24, a seguir, apresenta a estratégia de resolução dos estudantes.

Figura 24- Resolução do grupo G1 para o item c) da situação 1

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

54000 100
x 6

100x = 324.000
x = $\frac{324.000}{100}$
x = 3.240

54000
x 6
324000

Fonte: Acervo da pesquisa.

Embora tenham feito o cálculo da porcentagem corretamente, utilizando a noção de razão e proporção, os estudantes não somaram o valor do pagamento fixo do motorista dado no enunciado da situação. Assim, é possível associar um teorema-em-ação falso, os estudantes consideram não considerando a constante b , que no caso é o salário fixo do motorista. Eles apenas calculam a comissão, multiplicando a taxa (a) pelo faturamento bruto, ou seja, $f(x) = ax$. Logo pode-se modelar esse teorema-em-ação como:

TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.

Nesse item, é interessante identificar que os grupos G1 e G13 apresentaram uma resolução correta para o item b), mas não para o item c), embora sejam essas situações que demandam o mesmo raciocínio.

Além dessas estratégias, o G4 não apresentou resolução para esse item, embora tenha apresentado para o item anterior. De acordo com Bernardino (2022), quando os estudantes deixam a resolução em branco, estão simbolizando que não conseguiram ao menos iniciar a resolução; com isso, pode ser que os integrantes do G4 tenham conseguido identificar a estratégia inadequada no item b), e resolveram nem tentar o item c). Nesse caso em específico, outra possibilidade para não terem apresentado resolução nesse item é que eles não o tenham associado ao item anterior.

A seguir, apresenta-se o quadro síntese das estratégias identificadas para o item c).

Quadro 35 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 1

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Descobrir o valor que representa 6% em decimal, manifestando, e multiplicar pelo faturamento bruto mensal da carreta, $0,06 \times 54.000 = 3.240$. Posteriormente, somar o valor da comissão ao pagamento fixo, $3.240 + 2.500 = 5.740$, descobrindo o valor pago ao motorista em fevereiro, usando a adição da transformação com o estado inicial.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a e x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Cinco grupos: G2, G6, G7, G14 e G15
Adequada	Calcular por razão e proporção o valor da comissão sobre o faturamento mensal da carreta, $\frac{54.000}{x} = \frac{100}{6}$, e depois soma o valor encontrado ao pagamento fixo do motorista, de R\$2.500,00.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x) = a \cdot x$, com $a e x \in \mathbb{R}$, sendo a a taxa. TAV3: $F = I + (\pm T)$, com $F, I e T \in \mathbb{N}$.	Quatro grupos: G9, G3, G10 e G16

Adequada	Decompor o número do faturamento bruto mensal, para descobrir o valor que o motorista recebeu de comissão, e somar ao valor fixo que o motorista recebe.	TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G8
Inadequada	Dividir o valor do faturamento bruto mensal por 6% , $\frac{34.000}{6\%}$ e somar com o pagamento inicial (2.500).	TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com x e $a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.	Um grupo: G12
Inadequada	Calcular apenas o valor que o motorista recebeu referente ao faturamento mensal da carreta.	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Quatro grupos: G1, G5, G11 e G13
Em branco	Em branco	Não identificado	Um grupo: G4

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

O item d) busca a generalização da função que representa a situação. Os estudantes modelaram uma expressão para calcular o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado, considerando qualquer mês. Nas análises das resoluções desse item, foram identificadas uma (1) resolução adequada, do grupo G2; quatro (4) parcialmente adequadas, dos grupos G6, G8, G9 e G14; e nove (9) inadequadas, dos grupos G1, G3, G5, G7, G10, G11, G12, G13 e G15. Os grupos G4 e G16 deixaram a resolução em branco.

O grupo G2, que resolveu o item adequadamente, não utilizou as variáveis propostas no enunciado. A seguir, na figura 25, temos a resolução dada pelo grupo.

Figura 25- Resolução apresentada pelo grupo G2 para o item d) da situação 1

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$x = 2500 + 0,06 \cdot f$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

O grupo generalizou a expressão corretamente pois identificaram que o pagamento comissionado do motorista dependia do percentual do valor faturado pela carreta, o qual denominaram de f . Além disso, colocaram que a variável (x) que representa o pagamento final do motorista, é dada pela soma do pagamento fixo de R\$ 2.500,00 mais o pagamento da comissão. Embora não tenham utilizado as variáveis propostas, eles generalizaram de forma

adequada e mobilizaram o teorema-em-ação verdadeiro TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$, já abordado no item a).

Bernardino (2022) identificou em suas análises que os estudantes utilizam a letra x para representar uma quantidade qualquer. Calado (2020) também identificou esse fato e concluiu que os estudantes são ensinados a representar uma variável apenas com a letra “ x ”. Em decorrência disso pode-se inferir que o grupo (G2) sentiu a necessidade de colocar essa letra para retratar o valor que não conheciam. A estratégia utilizada pelo grupo G14 também evidenciou esse fato. A figura 26, a seguir, apresenta duas resoluções utilizadas pelo grupo.

Figura 26- Resolução apresentada pelo grupo G6 para o item d) da situação 1

<p>a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.</p> <p>$SM = 2,500 + 0,06x$</p> <p>O cálculo é feito com o somo do valor fixo 2500 mais o valor da porcentagem em decimal 0,06 do que o comissão futuro.</p> <p style="text-align: right;">Estratégia I</p>
<p>d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.</p> <p>$p = v + 0,06x$</p> <p style="text-align: right;">Estratégia II</p>

Fonte: Acervo da pesquisa.

Ao generalizar a situação por meio da língua natural, as estudantes do grupo G6 também apresentaram a expressão que corresponde à situação; entretanto, ao serem questionadas sobre essa expressão, considerando as variáveis p e v , elas não conseguiram definir e identificar que, no caso, o p seria o sm que colocaram no item a), e o v equivaleria ao x . Novamente, percebe-se que os estudantes tendem a entender como variável independente apenas a letra x . Apesar da dificuldade de definir a expressão com as variáveis propostas e de apresentar uma estratégia parcialmente adequada, o grupo G6 manifestou o TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.

Os grupos G6, G8 e G9 também utilizaram algumas estratégias parcialmente adequadas. A primeira aqui apresentada é a considerada pelos grupos G8 e G9.

Figura 27- Resolução do grupo G9 para o item d) da situação 1

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$F = \text{Valor Final Pago}$ $F = P + V \cdot 0,06$
 $P = \text{Pagamento fixo}$
 $V = \text{Valor variável}$
 $0,06 = 6\%$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Essa estratégia é parcialmente adequada, pois o grupo conseguiu estabelecer uma expressão que permite calcular o pagamento do motorista para qualquer mês, composta pela parte fixa mais a parte variável da comissão, porém os estudantes cometeram o equívoco de considerar os coeficientes como variáveis ao representar a expressão. Segundo Pires e Magina (2012, p. 80), esse erro deriva “[...] da falta de conhecimento de que as letras, quando desempenham o papel de variável, não representam um único número, e sim números de uma maneira generalizada”. Nesse caso, os estudantes também manifestaram o TAV1.

O grupo G6, também apresentou estratégia parcialmente adequada. Os integrantes do grupo identificaram que a situação correspondia a uma função de primeiro grau cuja expressão é $y = ax + b$, e utilizaram a expressão $p = av + b$, no entanto, não definiram os coeficientes por considerar que, nesse item, não seria necessário. Pode-se identificar essa constatação no seguinte diálogo:

Estudante 13: O pagamento em função do valor, então, vai ser p igual, isso? $av + b$?... p é igual av em função, é em função. O p é o pagamento, então ele vai sempre ficar aqui.

Estudante 14: Você não vai pôr a escrita, ou você vai fazer com esse?

Estudante 13: É porque essa aqui é só uma fórmula. Ai, é só colocar a fórmula aqui, então. A expressão, no caso, a função de primeiro grau é o $y = ax + b$. Só que aqui o pagamento é o total. Vai receber esse mais um 6%, por isso que ele está como igual, então vai ser $av + b$, o av vai ser, no caso, o valor, mais os 6%, que vai ser, no caso, o v... Eu coloquei $p = av + b$.

Estudante 14: Só que daí tem que especificar o a.

Estudante 13: O a seria esse valor aqui! E esse seria o valor ali. É porque essa letra é só para sugerir.

Desse modo, os estudantes utilizaram a resolução ilustrada na figura 28.

Figura 28- Resolução do grupo G6 para o item d) da situação 1

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = Av + B$$

$$p = 2500 + 0,06v + 2500$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

É possível identificar que os estudantes sabem o valor a que correspondem os coeficientes a e b, mas por acharem que o item solicita apenas uma “fórmula”, eles não os especificam. Nota-se também que esse grupo foi um dos que, no item a), utilizaram a estratégia inadequada de calcular o valor da comissão considerando o pagamento fixo. Apesar disso, eles manifestam, no item d), o TAV1.

Outros nove (9) grupos, G1, G3, G5, G7, G10, G11, G12, G13 e G15, apresentaram estratégias incorretas, sendo que três (3) grupos apresentaram a expressão $T=P+V$, utilizando inadequadamente que o salário total é “igual p mais v” (Estudante 2). Dois grupos utilizaram que $\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$, expressão que não apresenta relação nem com a expressão correta nem com as repostas que esses grupos apresentaram no item anterior da atividade. Outro grupo deu a expressão $p \cdot 0,06 = v$, não considerando o pagamento fixo, apenas a comissão, corroborando a expressão apresentada pelo grupo G7, $p = \frac{v}{100} \cdot 6$. Assim, esses dois grupos manifestaram o TAF5, por não considerarem a constante. O último grupo utilizou a expressão $f(x) = v \times p$ (2500), identificando que seria uma função de x, mas não apresentou a variável x.

O Quadro 36, abaixo, apresenta as estratégias desenvolvidas pelos sujeitos no item d) da situação 1, bem como a quantidade de grupos que utilizou cada estratégia e os teoremas-em-ação possivelmente manifestados nessas estratégias.

Quadro 36 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 1

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	$x = 2500 + 0,06 \cdot f$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G2
Parcialmente adequada	$Sm = 2.500 + 0,06x$ e $p = v + 0,06x$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G14
Parcialmente adequada	$F = P + 0,06V$ Especificando cada variável.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a	Dois grupos: G8 e G9

		relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	
Parcialmente adequada	$p = av + b$ Especificando cada item.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G6
Inadequada	$T = P + V$	Não identificado	Três grupos: G1, G5 e G13
Inadequada	$\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$	Não identificado	Dois grupos: G11 e G12
Inadequada	$p \cdot 0,06 = v$	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G15
Inadequada	$p = \frac{v}{100} \cdot 6$	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G7
Inadequada	$f(x) = v \times p (2500)$	Não identificado	Um grupo: G10
Em branco	Em branco	Não identificado	Três grupos: G3, G4 e G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

A situação 1 pertence à subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (todo desconhecido). Os itens b) e c) possuíam o mesmo cálculo relacional, embora cada um tivesse um objetivo. Nesses itens, os grupos, em sua maioria, responderam adequadamente à situação. O item b) teve treze (13) resoluções adequadas e três (3) inadequadas. Já no item c), os grupos apresentaram dez (10) resoluções corretas, cinco (5) incorretas e uma em branco. Isso mostra que três grupos não perceberam que ambos os itens solicitavam a mesma informação, além do fato de que um grupo até não conseguiu resolver, mostrando que não tinha certeza na resolução do primeiro item.

Os itens a) e d), em que os grupos apresentariam a generalização, foram as situações em que os estudantes tiveram mais dificuldades. Dos dezesseis (16) grupos, apenas oito (8) conseguiram manifestar em suas respostas a generalização da situação em língua natural. O restante considerou uma situação específica para generalizar. Já para a expressão algébrica, o número de estratégias adequadas foi bem menor: apenas um grupo conseguiu responder corretamente; outros três (3) tiveram dificuldades, considerando coeficientes como variáveis e o restante apresentou estratégias inadequadas ou em branco.

Indicamos que, nessa situação, as resoluções dos estudantes possuem indicativos da manifestação de teoremas-em-ação verdadeiros e falsos. No item a), mobilizaram um verdadeiro, o TAV1, e três falsos, TAF1, TAF2 e TAF3. Já nos itens b) e c), foram três verdadeiros, TAV2, TAV3 e TAV4, e três falsos, TAF2, TAF4 e TAF5. Os teoremas-em-ação

falsos estão associados a erros no cálculo da porcentagem, na taxa centesimal da porcentagem e na troca de coeficientes por variáveis, além do equívoco da não consideração do termo independente da função afim.

Apresentamos, a seguir, as análises referentes à situação 2.

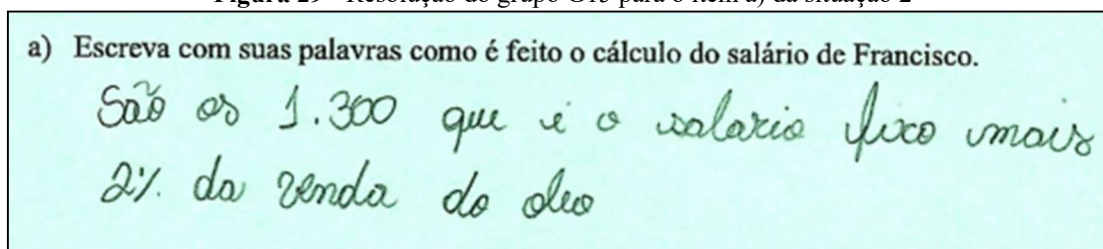
4.2 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 2

Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina, e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

- e) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
- f) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
- g) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
- h) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

A classe que contempla essa situação é a comparação multiplicativa (referente desconhecido) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). Para o item a) da situação 2, é necessário que os sujeitos desenvolvam a generalização por meio da língua natural (forma predicativa do conhecimento), descrevendo os passos para se calcular o salário mensal do frentista Francisco. Nesse item, os estudantes foram bem e dos dezesseis (16) grupos, (13) treze apresentaram resoluções corretas (G1, G2, G5, G6, G7, G8, G9, G10, G12, G13, G14, G15 e G16), afirmando que o cálculo do salário de Francisco é composto por um salário inicial de R\$1.300, 00 mais comissão sobre as vendas de óleo hidráulico. Na Figura 29, é possível identificar a resolução apresentada pelo grupo G15.

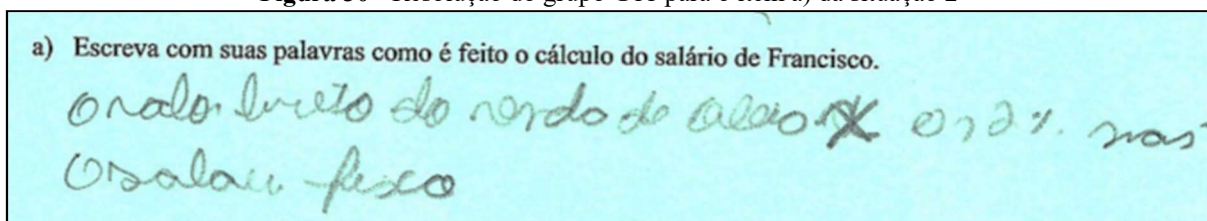
Figura 29 - Resolução do grupo G15 para o item a) da situação 2



Fonte: Acervo da pesquisa.

É possível notar, na resolução apresentada, que os estudantes mobilizaram, na língua natural, o TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$. Além dessa estratégia, um (1) grupo (G11) teve dificuldade na representação da porcentagem, apresentando uma resolução incorreta com um erro pontual. A Figura 30 apresenta a resolução do grupo (G11).

Figura 30 - Resolução do grupo G11 para o item a) da situação 2

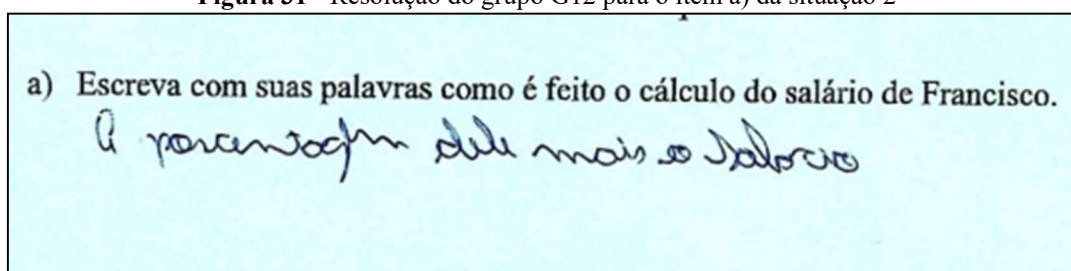


Fonte: Acervo da pesquisa.

No sentido da compreensão de que o salário é dado por uma parte fixa e outra variável, decorrente da comissão sobre as vendas de óleo hidráulico, os estudantes do grupo responderam adequadamente. Porém, ao retratar o percentual de comissão, apresentaram um erro, colocando 0,2%. Como o grupo não apresentou diálogo para a situação, inferimos que foi um erro pontual, uma tentativa de conversão da representação da taxa centesimal para a representação decimal da porcentagem, uma vez que 0,2% representa uma porcentagem pequena e que não seria adequada para representar uma comissão. Segundo Owens (1993), os alunos apresentam diversas dificuldades na compreensão da representação decimal para a porcentagem, pois se é ensinado a trabalhar com numerais decimais antes mesmo que os estudantes compreendam o próprio sistema de numeração decimal.

Para esse item, novamente o grupo G12 considerou a soma do salário fixo, mas não especificou do que seria a porcentagem, conforme indicado na figura 31.

Figura 31 - Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 2



Fonte: Acervo da pesquisa.

Desse modo, o grupo G12 manifestou o TAF3. Os grupos restantes, G3 e G4, não apresentaram resolução para esse item da situação. O quadro 36 apresenta todas as estratégias de resolução apresentadas para o item a).

Quadro 37 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 2

Tipo	Estratégias	Teorema-em-ação	Grupos
Adequada	Apresentar que o cálculo do valor a ser pago ao frentista se dá por meio da soma de um valor fixo de R\$ 1.300,00 mais 2% de comissão sobre as vendas de óleo hidráulico.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Treze grupos: G1, G2, G5, G6, G7, G8, G9, G10, G12, G13, G14, G15 e G16.
Inadequada	Apresentou que o cálculo do valor a ser pago ao frentista é dado pela soma de um valor fixo de R\$ 1.300,00 mais 0,2% de comissão das vendas de óleo hidráulico.	Não identificado	Um grupo: G11
Inadequada	Não especificou o valor a que a porcentagem faz referência.	TAF3: A porcentagem de y em relação a x é dada por $y\%$.	Um grupo: G12
Em branco	Não apresenta estratégia de resolução.	Não identificado	Dois grupos: G3 e G4

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item b) temos a variação da classe comparação multiplicativa. Nesse item, a busca é pelo referente; então, sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, é solicitado aos estudantes quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário. Treze (13) grupos apresentaram resoluções para esse item, e três grupos, G3, G4 e G15, não responderam. Dentre as resoluções, foram identificadas quatro (04) estratégias adequadas e duas (02) inadequadas.

Em relação às estratégias adequadas, a primeira foi identificada nas resoluções dos seguintes quatro (4) grupos: G2, G5, G7 e G12. Para descobrir quantos reais Francisco precisa ganhar de comissão por suas vendas, inicialmente, os estudantes subtraíram do salário que ele precisa ganhar (o valor final) o salário que ele recebe fixo, sendo, $2.400 - 1.300 = 1.100$. Assim, sabendo que a comissão de Francisco, pelas vendas precisa ser de R\$ 1.100,00, os grupos foram, por tentativa e erro, buscar o valor que multiplicado por 2% resultaria em 1.100, conforme podemos identificar no seguinte diálogo do G5:

Estudante 11: Sabendo que Francisco gostaria de receber 2.400 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário? Vixi! Aqui. A gente tem que pensar que a gente tem 2.400-1.300. Ele deveria ganhar uma comissão de 1.100, mas... mas 1.100 referente à porcentagem de 2%. De qual valor então esse valor?

Estudante 12: Tem valor de produto?

Estudante 11: Sim, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir.

Estudante 12: Então eu entendo. Eu só vou usar a somatória, que é 1.100.

Estudante 11: Não, irmão.

Estudante 12: Sim.

Estudante 11: Não tem um valor de base tipo o óleo é 50 reais. Não tem esse valor. O bagulho é se ele vender 8.000 reais vai ser 2% sobre o 8.000.

Estudante 12: Então tem que só fazer a porcentagem. Então a porcentagem é bem alta. Tipo assim, por causa disso ele vai ter que vender muito.

Estudante 11: Então 2% vai ser na casa dos 40.000. ... 0,02.

Estudante 12: Não é, é bem mais... uns 100.000.

Estudante 11: Tanto assim.

Estudante 12: Não, é menos, 90?

Estudante 11: Menos

Estudante 12: Tenta 50, 65, não 55.

Estudante 11: Por causa do 1.100, ele deveria vender 55.000.

Estudante 12: Bravo, vai!

Desse modo, inicialmente, os estudantes subtraíram o estado inicial (I) do estado final (F) e descobriram a transformação (T). Com base em Rodrigues (2021, 2023) e Vergnaud (2009) podemos inferir que os grupos manifestaram o TAV5, que modelamos como:

TAV5: Se $F = I + T$, então $|T| = F - I$, com F, I e $T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$.

Para a estratégia de tentativa e erro, não identificamos um teorema-em-ação; inferimos que os estudantes tenham reconhecido a essa estratégia, demonstrando persistência na procura de soluções, parando para identificar e refletir se a resposta fazia sentido ou não na situação.

Já os grupos G14 e G9 descobriram a expressão geral que permite calcular o salário de Francisco para qualquer mês, igualando ao valor de R\$2.400,00 a expressão, conforme a figura 32, abaixo.

Figura 32 - Resolução do grupo G14 para o item b) da situação 2

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$
$$\begin{aligned} 2400 &= 1300 + 0,02x \\ 1100 &= 0,02x \\ x &= \frac{1100}{0,02} \\ x &= 55.000 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Pode se considerar que os dois grupos, que apresentaram essa estratégia manifestaram o TAV1- Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$ - quando generalizaram o cálculo do salário do frentista pela seguinte expressão, $s = 1300 + 0,02x$. Além disso, ao buscar o x nessa expressão, manifestaram outro teorema-em-ação, que pode ser modelado como:

$$\text{TAV6: Se } f(x) = ax + b, \text{ então } x = \frac{f(x)-b}{a}, \text{ com } a, x \text{ e } b \in \mathbb{R}, \text{ sendo } a \neq 0.$$

A terceira estratégia adequada para o item b) é a utilizada pelo grupo G6. Inicialmente o grupo subtraiu o salário inicial do salário final e encontrou a transformação, o valor que o frentista recebeu de comissão pelas vendas em óleo hidráulico, sendo 2.400 (F) – 1.300 (I) = 1.100 (T). Desse modo manifestaram o TAV5. Após esse cálculo, os estudantes calcularam, por razão e proporção, o valor que, ao se calcular 2%, resulta 1.100 reais, conforme a figura 33, a seguir.

Figura 33 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 2

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{l}
 x = 100 \\
 1.100 = 2 \\
 2x = 110.000 \\
 x = \frac{110.000}{2} \\
 x = 55.000
 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

O grupo G6 pode ter mobilizado um teorema-em-ação verdadeiro, que pode ser associado à respectiva propriedade padrão do coeficiente de proporcionalidade. Com base em Rodrigues (2021), identificamos esse teorema-em-ação verdadeiro pela sigla TAV7, e o modelamos, ao considerar $f(x)$ uma relação de proporcionalidade entre duas grandezas, a representando a taxa e x um número real, como apresentado a seguir:

$$\text{TAV7: Seja } f \text{ uma relação de proporcionalidade, então } x = \frac{f(x)}{a}, \text{ com } x \text{ e } a \in \mathbb{R}, \text{ sendo } a \neq 0.$$

Esse teorema também esteve presente nas resoluções dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental diante de situações multiplicativas, na pesquisa de Rodrigues (2021). Vergnaud (2007) menciona o TAV7 e Bernardino (2022) também identifica esse teorema nas resoluções de estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

O último grupo que apresentou estratégia adequada foi o G8. Inicialmente, também fizeram $2.400 - 1.300 = 1.100$, e manifestaram o TAV5. Depois, para encontrar o valor que correspondia a 1.100 quando calculados os 2%, tiveram o raciocínio expresso no fragmento de diálogo abaixo:

Estudante 17: *Sabendo que Francisco gostaria de receber 2.400 em janeiro, quantos reais ele deve vender de óleo hidráulico para conseguir esse salário? Bom, então vai ter que calcular. Ele recebe 1.300 e ele quer receber 2.400. Ele quer receber 1.100 a mais, mas tem que saber que esses 1.000 reais são 2% de alguma coisa. Então, se 1.100 é 2% de alguma coisa... se fosse 1000, se esses 1000 fossem 2%, ele teria que vender 50.000 reais de óleo. Só que tem esses 100 reais. Então ele teria que vender 50.000... 50.000 vai ser 1000. 100 reais é 10.000.*

Estudante 18: *Dá quantos?*

Estudante 17: *Ele teria que vender 55.000 reais pra dar o valor... pra dar esses 1.100 a mais que ele quer. Ele recebe isso aqui, 1.300. Ele quer receber 2.400. Para ele poder aumentar o salário dele, ele recebe 2% do valor do óleo que ele vende. Se ele vender 1.000 reais de óleo, ele vai receber vintão. Vintão desses 1.000, ele pode receber esse 2.400. Ele vai ser 1.000 reais e 100 a mais do que o salário dele. Então, pra ele poder receber 1.100 reais desses 2%, ele tem que vender 55.000 reais de óleo ... Vamos colocar aqui...*

Desse modo, implicitamente, o G8 teve o seguinte raciocínio matemático:

$$\begin{aligned}
 2\% \text{ de } x &= 1.100 \\
 \frac{2}{100}x &= 1.100 \\
 \frac{2}{100}x &= 1000 + 100 \\
 x &= \frac{100}{2} \times 1000 + \frac{100}{2} \times 100 \\
 x &= 50.000 + 5.000 \\
 x &= 55.000
 \end{aligned}$$

Novamente, o grupo G8 decompôs o número para, assim, realizar a operação necessária. Desse modo, manifestaram o TAV4. Assim, temos que os estudantes consideraram $f(1.000 \pm 100) = f(1.000) \pm f(100)$.

Os grupos G1, G11, G13 e G16 apresentaram estratégia inadequada: em vez de calcular quantos reais o frentista precisava vender, em óleo hidráulico, para receber R\$2.400,00 no mês,

eles calcularam quantos reais ainda faltava para esse salário, como podemos identificar na estratégia de resolução mostrada na figura 34.

Figura 34 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 2

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2.400 \\ - 1.300 \\ \hline 1.100 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Assim, os grupos consideraram o salário final pretendido por Francisco, e subtraíram desse valor o salário fixo. Dessa forma, manifestaram um teorema-em-ação verdadeiro, o TAV5; no entanto, para que o cálculo estivesse correto, os estudantes desses grupos deveriam compreender quantos reais precisariam ser vendidos em óleo hidráulico para que Francisco recebesse R\$1.100,00 de comissão pelas vendas.

Para encontrar o valor que Francisco precisa vender para conseguir o salário de R\$2.400,00, o grupo G10, inicialmente, tentou encontrar os 2% do salário fixo. Ao encontrarem o valor, deduziram que esse seria o valor unitário de cada óleo hidráulico, conforme pode ser observado no diálogo abaixo:

Estudante 21: Então, nessa questão, a gente tem que descobrir quantos que vai ser os 2%. Então seria, no caso, 1.300 dos 100%, e x 2%...2 vezes 1.300 é 2.600, dividido por 100 vai dar o quê, 26? Mas agora vai ser o quê, 26 produtos ou o valor que ele vai ganhar?

Estudante 22: Em produto, daí a gente tem que pegar 1.300. Entendeu? Se ele quer receber 2.400 de 1.300, quantas vendas ele tem que fazer?

Estudante 21: Sei que é 26.

As estudantes rascunham a resposta.

Estudante 21: 1.400 menos 1.300? ... Hein, mas não é quantos produtos, é quantos reais em produtos.

Estudante 22: Então, no caso... então é só colocar isso aqui no valor.

Ao utilizar esse raciocínio, o grupo G10 apresentou a resolução trazida pela figura 35 abaixo.

Figura 35 - Resolução do grupo G10 para o item b) da situação 2

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Se Francisco vender 43 produtos para conseguir R\$ 2.400,00, ele precisará vender 100 de óleo hidráulico

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 2400 \\ -1300 \\ \hline 1100 \end{array} \begin{array}{l} 26 \\ 423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 2\% \\ \hline 2000 \end{array}$$

$$x = \frac{2600}{100} = 26$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Assim, após descobrir o valor unitário de cada óleo hidráulico que pode ser vendido para se obter o salário fixo, as estudantes, subtraíram o salário inicial do final, manifestando o TAV5. Desse modo, encontraram o valor que corresponde à parte comissionada do salário de Francisco; logo após, dividiram esse valor por 26 (preço de cada óleo), e compreenderam que, para receber esse valor, o frentista precisaria vender 43 produtos.

Por fim, para esse item da situação, dos dezesseis grupos, treze apresentaram resoluções (G1, G2, G5, G6, G7, G8, G9, G10, G11, G12, G13, G14 e G16), e três (G3, G4, G15) deixaram em branco. O quadro 38, a seguir, apresenta as estratégias desenvolvidas pelos grupos no item b) da primeira situação, e os possíveis teoremas-em-ação manifestados nessas estratégias.

Quadro 38 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 2

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Calcular o valor final menos o inicial, assim descobrir o valor que o frentista recebeu pela comissão de vendas. Depois, por tentativa e erro, encontrar o valor de que, ao calcular 2%, resultou em 1.100.	TAV5: Se $F = I + (-T)$, então $T = I - F$ com F, I e $T \in \mathbb{N}$, sendo $F < I$	Quatro grupos: G2, G5, G7 e G12
Adequada	Generalizar uma expressão que calcula o salário de Francisco para qualquer mês e depois igualar essa expressão ao salário final, para descobrir o valor que ele deve vender em óleo hidráulico.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$. TAV6: Se $f(x) = ax + b$, então $x = \frac{f(x)-b}{a}$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.	Dois grupos: G9 e G14
Adequada	Subtrair o salário fixo do salário final para descobrir a parte da comissão pelas vendas em óleo hidráulico; em seguida, por razão e proporção, descobrir o valor vendido em óleo.	TAV5: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com F, I e $T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$ TAV7: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $x = \frac{f(x)}{a}$, com x e $a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.	Um grupo: G6
Adequada	Subtrair o salário fixo do salário final e descobrir os 2% de x que resulta em 1.100, decompondo esse valor.	TAV5: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com F, I e $T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$.	Um grupo: G8

		TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.	
Inadequada	Subtrair o salário fixo do salário final.	TAV5: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com $F, I e T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$.	Quatro grupos: G1, G13, G11, G16
Inadequada	Calcular 2% do salário fixo e depois subtrair o salário fixo do final. O resultado, dividir pelo número encontrado inicialmente.	Não identificado	Um grupo: G10
Em branco	Não identificamos estratégia de resolução.	Não identificado	Três grupos: G3, G4 e G15.

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item c), temos que os grupos precisam calcular o salário de Francisco em um mês em que vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico. Dessa forma, o item tem como objetivo a busca por $f(x)$ para um valor específico de x . Como estratégia de resolução, os grupos apresentaram três (3) adequadas e quatro (4) inadequadas.

Os grupos G2, G5, G7, G14, G15 e G6, inicialmente, encontraram o valor decimal que representa 2%; após encontrar a razão de 2 por 100, os grupos multiplicaram o valor encontrado pelo valor mensal das vendas em óleo hidráulico, descobrindo a comissão que o frentista recebeu pelas vendas. Por fim, somaram o valor da comissão com o salário fixo do frentista. A figura 36, a seguir, apresenta a estratégia de resolução utilizada por esses grupos.

Figura 36- Resolução do grupo G2 para o item c) da situação 2

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$62.000,00$
 $\times 0,02$
 \hline
 $1240 + 2400 = 3640$

Não usar juros no total
 $3640,00$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Ao multiplicar $0,02 \times 62.000 = 1.240$, inferimos que os grupos tenham manifestado o TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a e x \in \mathbb{R}$. Depois, ao somar $1.240 (T) + 2.400 (I) = 3.640 (F)$, a fim de descobrir o salário do frentista no final do mês, identificamos o TAV3, já mencionado na pesquisa.

Os grupos G6 e G9 calcularam por razão e proporção o valor da comissão sobre as vendas em óleo hidráulico, e, depois, somaram o valor encontrado ao pagamento fixo do frentista, conforme nos mostra a figura 37, a seguir.

Figura 37- Resolução do grupo G2 para o item c) da situação 2

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{l} 62000 \quad 100 \\ x \quad 2 \\ 100x = 124000 \\ x = \frac{124000}{100} \\ x = 1240 \end{array} \qquad 1300 + 1240 = 2540$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Em termos matemáticos, para descobrir o valor que o frentista recebeu pela venda de óleo hidráulico, tem-se que $\frac{62.000}{x} = \frac{100}{2}$, logo $x = \frac{(62.000 \times 2)}{100}$. Diante disso, os grupos manifestaram o TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$. Também, ao somar o salário fixo ao salário comissionado, os estudantes manifestaram o TAV3.

O grupo G8 continuou com a estratégia da primeira situação: para calcular a porcentagem de vendas, eles consideraram o número do faturamento mensal como a soma de várias parcelas. Nesse caso, o grupo calculou os 2% de 62.000 da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 2\% \text{ de } 62.000 &= 2\% \text{ de } 60.000 + 2 \times 2\% \text{ de } 1.000 \\ 2\% \text{ de } 62.000 &= 1.200 + 20 + 20 \\ 2\% \text{ de } 62.000 &= 1.240 \end{aligned}$$

Desse modo, os estudantes encontraram o valor que Francisco recebeu pela comissão das vendas de óleo hidráulico e somaram com o salário fixo. Ao considerar $f(62.000) = f(60.000) + f(1.000) + f(1.000)$ o grupo G8 manifestou o TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$, e, ao somar a parte fixa do salário com a parte variável, o TAV3.

A primeira estratégia inadequada utilizada nesse item, foi a dos grupos G1 e G13. Esses grupos calcularam apenas o valor da comissão do frentista, não identificando que o salário é

composto pelo valor fixo mais a parte comissionada. A figura 38, a seguir, apresenta a estratégia de G1 e G13.

Figura 38- Resolução do grupo G13 para o item c) da situação 2

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62,000 \quad 300 \\ x \quad 2 \\ \hline 124,000 \end{array}$$

$$300x = 124,000$$

$$x = \frac{124,000}{300}$$

$$x = 413,33$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Ao calcular os 2% de 62.000, os estudantes manifestaram um teorema-em-ação verdadeiro, o TAV2. Porém, para responder o solicitado, os alunos precisavam considerar o salário inicial (fixo) do frentista e somá-lo à parte comissionada; assim, essa resolução possui indicativos do TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.

Ainda para esse item, o grupo G10, dividiu o valor faturado pelo valor unitário falso (que o grupo descobriu no item anterior) de cada óleo e o somou ao salário fixo.

Figura 39- Resolução do grupo G10 para o item c) da situação 2

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\frac{62.000}{26} = 2385 + 1300 = 3684$$

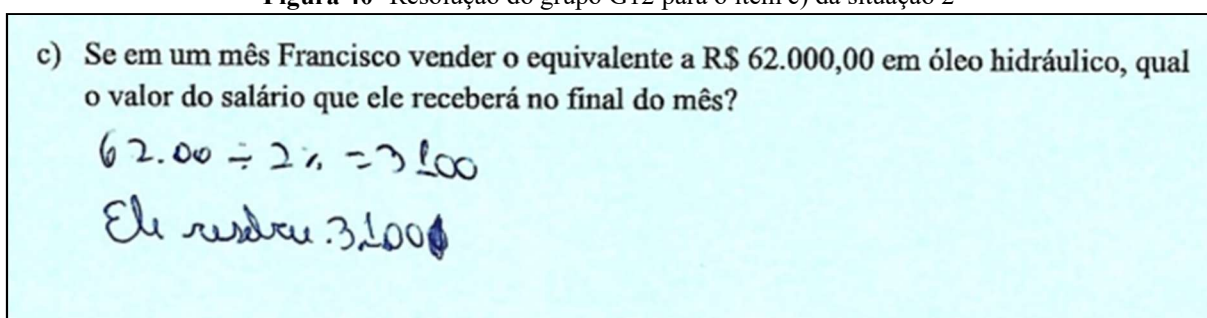
Fonte: Acervo da pesquisa.

Nessa situação, não é possível descobrir o valor da comissão apenas dividindo o faturamento mensal pelo valor unitário de cada óleo, pois o enunciado não oferece dados suficientes para que se encontre esse valor unitário. Da estratégia utilizada, pode-se inferir que

apenas um passo está correto, qual seja, somar o valor inicial ao da comissão, momento em que o grupo manifestou o TAV3.

Outro grupo, G12, apresentou uma estratégia incorreta diferente, em que dividiram o valor do faturamento mensal das vendas em óleo hidráulico por 2%, ao invés de multiplicar. Dessa forma, é possível identificar o TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com x e $a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$, na resolução desse grupo. Identifica-se essa estratégia na figura 40.

Figura 40- Resolução do grupo G12 para o item c) da situação 2



Fonte: Acervo da pesquisa.

Como o grupo também não considerou que o salário é composto pela comissão sobre as vendas e por um valor fixo, pode-se concluir que manifestaram o TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$. O grupo G11 não apresentou nenhuma estratégia, apenas respondeu “receberá um salário de 12.400 reais”, e os grupos G3 e G4 não apresentaram estratégias de resolução. A seguir, tem-se o quadro 39, com todas as estratégias identificadas para o item c).

Quadro 39 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 2

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Descobrir o valor que representa 2% em decimal, e multiplicar pela venda mensal de óleo hidráulico. Posteriormente, somar o valor da comissão ao salário fixo.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Seis grupos: G2, G5, G7, G14, G15 e G16.
Adequada	Calcular por razão e proporção o valor da comissão sobre a venda mensal de óleo hidráulico, e depois somar ao valor encontrado com o salário fixo do frentista.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Dois grupos: G6 e G9

Adequada	Decompor o número da venda mensal, e calcular a comissão do frentista. Depois, somar ao valor fixo que ele recebe.	TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G8
Inadequada	Calcular apenas o valor que o frentista recebeu de comissão.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$. TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Dois grupos: G1 e G13
Inadequada	Dividir o valor faturado pelo valor unitário de óleo e somar ao salário fixo.	TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G10
Inadequada	Dividir o valor do faturamento por 2%.	TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com x e $a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$. TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G12
Inadequada	Não apresentou estratégia, apenas respondeu “receberá um salário de 12.400 reais”.	Não identificado	Um grupo: G11
Em branco	Não apresentou estratégia	Não identificado	Dois grupos: G3 e G4

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item d) da situação 2, solicita-se que o estudante determine a expressão que representa o salário (s) a ser pago ao frentista para qualquer mês. Nesse caso, dois (2) grupos, G2 e G14, desenvolveram estratégias adequadas, variando entre as expressões $s = 1.300 + 0,02x$ e $s = 1.300 + x \cdot 0,02$. Devido à natureza comutativa da operação de multiplicação, elas são matematicamente iguais. Por meio dessa expressão, então, os grupos mobilizaram o TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.

Três grupos novamente utilizaram o raciocínio correto para generalizaram a situação, mas erraram ao considerar variáveis como coeficientes. Dessa forma, apresentaram estratégias parcialmente adequadas. O grupo G6 definiu a expressão $s = ax + b$, em seu diálogo, é possível identificar que eles sabem o valor de a e de b , mas acreditam que não precisam colocá-los na expressão. G8, representou a situação com a expressão $s + 2\%x = B$, sobre o que o estudante E17 até comenta: “Então vai ser s mais x ... não, o valor inicial, mais 2% de x . Igual

a sei lá, igual a B”. Nesse caso, eles identificam s como o salário inicial, e a variável B como o salário final de Francisco. Outro grupo que também confundiu coeficiente com variável foi o G9, que colocou a expressão $f = s + x \cdot 0,02$. Os estudantes também identificam s como o valor do salário inicial, mas não representaram o numeral desse coeficiente, apenas a variável s .

Além das estratégias apresentadas, oito (8) grupos proporcionaram táticas inadequadas para a generalização. Dois (2) grupos, G1 e G13, desenvolveram a expressão algébrica $T = S + X$ e um (1) grupo, G5, apresentou a variação dessa expressão, sendo $m = s + x$. Um (1) grupo, G15, expôs a expressão $s \cdot 0,02 + x$, ou seja, não consideraram a igualdade. O grupo G7 desenvolveu a expressão algébrica $s = \frac{x}{100} \cdot 2$, nesse caso, considerando apenas a parte variável. Na resolução do G7, é possível identificar o TAF5, uma vez que não somaram a constante que representa o salário fixo.

Sabendo que a situação leva a uma função afim, o grupo G10 tentou encaixar os dados na fórmula de f , apresentando a expressão $Fx = s1300 + 0,06$, e erroneamente, multiplicou a variável independente pela constante, além de considerar Fx , não $f(s)$. Os sujeitos do grupo G11 não escreveram uma expressão, apenas colocaram como resposta “O valor da venda $\times 0,2$ ”, resolução que dá indícios do TAF5. Além dessas, o grupo G12 expressou $\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$, que não corresponde à situação, e o G16 considerou $s = 0,02 + x$. Além disso, dois grupos, G3 e G4, não apresentaram resoluções.

Nota-se, que, novamente, assim como nas pesquisas de Calado (2020) e Bernardino (2022), os sujeitos da pesquisa, em sua maioria, utilizaram a letra x para representar a variável independente (quantidade faturada pelas vendas). No entanto, nessa situação, as variáveis que damos no enunciado são s e x , e, com isso, o número de acertos foi maior que o do item anterior, pois os estudantes assimilaram x como variável independente, e s , dependente. Inferimos que essa consideração pode ter sido mais fácil, uma vez que, os estudantes são ensinados que a letra x sempre é usada para representar a variável independente.

Identificou-se também que, dos dezesseis (16) grupos que participaram da resolução das situações, apenas dois (02) mobilizaram corretamente a generalização na linguagem algébrica e língua natural, o que, de acordo com Vergnaud (2007), é sinal de aprendizagem. No quadro 40, a seguir, as estratégias desenvolvidas pelos grupos no item d) da situação 2.

Quadro 40 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 2

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
------	-------------	------------------	--------

Adequada	$s = 1.300 + 0,02x$ e $s = 1.300 + x \cdot 0,02$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Dois grupos: G2 e G14
Parcialmente adequada	$s = ax + b$ $s + 2\%x = B$ $f = s + x \cdot 0,02$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Três grupos: G6, G8, G9
Inadequada	$T = P + V$ e $m = P + V$	Não identificado	Três grupos: G1, G5 e G13
Inadequada	$s \cdot 0,02 + x$	Não identificado	Um grupo: G15
Inadequada	$s = \frac{x}{100} \cdot 2$	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G7
Inadequada	$Fx = s1300 + 0,06$	Não identificado	Um grupo: G10
Inadequada	O valor da venda $\times 0,2$	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G11
Inadequada	$\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$	Não identificado	Um grupo: G12
Inadequada	$s = 0,02 + x$	Não identificado	Um grupo: G16
Em branco	Em branco	Não identificado	G3 e G4

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Em síntese, tem-se que a situação 2 permitiu a manifestação do maior número de teoremas-em-ação. O item b), cujo objetivo é variar a classe da comparação multiplicativa, nesse caso, com a busca pelo referente, foi o item com mais TAV. Nela, foram constatadas quatro (4) estratégias adequadas, apresentadas por oito (8) grupos, e cinco (5) teoremas-em-ação verdadeiros: TAV1, TAV4, TAV5, TAV6 e TAV7. Além disso, ocorreram duas (2) estratégias inadequadas, utilizadas por cinco (5) grupos, mas sem indícios de teoremas-em-ação falsos. Nota-se que, em comparação com o item b) da primeira situação, aqui houve mais respostas inadequadas e um número maior de teoremas-em-ação, o que podemos inferir ser advindo do grau de complexidade maior dessa situação, que também apresenta número maior de erros.

O item c) tem o mesmo cálculo relacional dos itens b) e c) da situação anterior; no entanto, os estudantes tiveram dificuldade maior aqui, sendo três (3) estratégias adequadas para nove (9) grupos, e quatro (4) inadequadas para cinco (5) grupos. Uma possível hipótese para isso é que, nesse item, houve um aumento nas estratégias em branco, indicando que os grupos que estavam indecisos sobre suas respostas na primeira situação optaram por não responder esse item na segunda. Além disso, os estudantes manifestaram uma maior quantidade de teoremas-em-ação falsos nesse item, mobilizando os TAF4 e TAF5.

Ao generalizar a situação, os grupos tiveram um avanço no item a): comparando-o à situação 1, eles tiveram mais resoluções adequadas, totalizando treze (13) grupos para uma estratégia correta, e apenas uma resolução inadequada, mas com erro pontual. Contudo, para apresentar uma expressão algébrica, a quantidade de erros foi ainda maior, sendo sete (7) estratégias inadequadas, duas (2) adequadas e três (3) parcialmente adequadas. Isso pode indicar que os estudantes ainda estão em processo de desenvolvimento das habilidades necessárias para converter uma representação na língua natural para linguagem algébrica de forma eficaz, uma vez que generalizar uma situação com uma expressão requer que os estudantes tenham a capacidade de pensar em termos de variáveis e relações matemáticas.

Na sequência, são apresentadas nossas análises e discussões referentes à situação 3.

4.3 Análise e Discussão dos Resultados da Situação 3

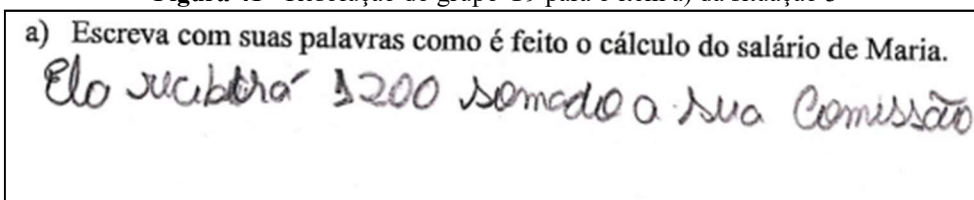
Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

- a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
- b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
- c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
- d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

A classe dessa situação é a comparação multiplicativa (relação desconhecida) - transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). De acordo com Gitirana *et al.* (2014), as situações de comparação multiplicativa – busca pela relação são problemas de 3ª extensão, ou seja, são mais complexas para a resolução dos estudantes quando comparadas a situações de comparação multiplicativa – busca pelo referido e referente, que são situações protótipos e de 2ª extensão.

No item a), os grupos precisavam escrever com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria. Diante disso, (12) grupos, G1, G2, G5, G6, G7, G8, G9, G10, G11, G13, G14 e G15, apresentaram uma resolução adequada. Esses grupos expressaram que o cálculo do valor a ser pago à vendedora é composto pela soma de um valor fixo de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem do faturamento das vendas mensal. Logo, manifestaram o TAV1.

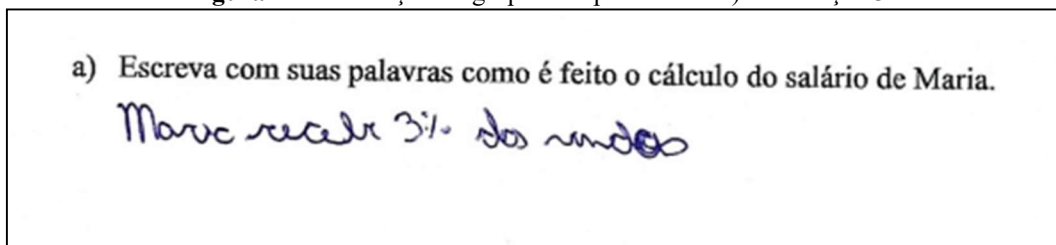
Figura 41 - Resolução do grupo G9 para o item a) da situação 3



Fonte: Acervo da pesquisa.

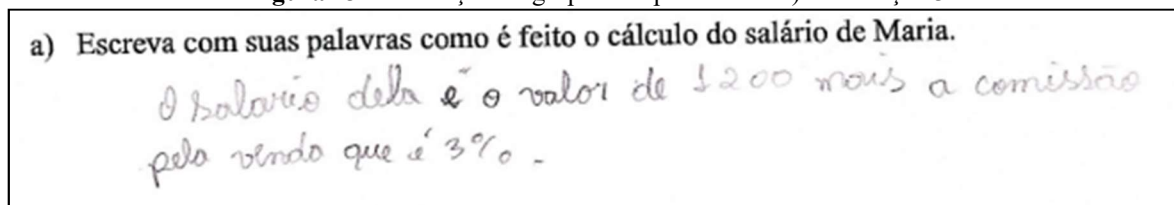
Como o enunciado não especifica o percentual que Maria ganha de comissão, a maioria dos grupos não o indicaram em suas resoluções. Apenas os grupos G12 e G14 resolveram primeiramente o item b) para depois apresentar a resolução do item a) já com o percentual. As figuras 42 e 43 apresentam as resoluções desses grupos.

Figura 42 - Resolução do grupo G12 para o item a) da situação 3



Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 43 - Resolução do grupo G14 para o item a) da situação 3



Fonte: Acervo da pesquisa.

Nota-se, na figura 33, que os sujeitos do grupo G12, apesar de os estudantes indicarem o percentual correto, não consideraram o valor do salário fixo de Maria, e, assim, manifestaram o TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$. Esses sujeitos foram os únicos que apresentaram uma estratégia incorreta para o item a). Vale ressaltar que, da primeira para a última situação, o número de estudantes que resolveram a generalização na língua natural de maneira incorreta foi decaindo; assim, notamos uma possível evolução no desenvolvimento da generalização, quando explicitada na forma predicativa. Desse modo, é importante propor situações que levam os estudantes a refletir sobre suas estratégias, pois, de acordo com Vergnaud (2009), é a desestabilização de conhecimentos equivocados que proporciona a compreensão de um conceito.

Outros três grupos não apresentaram estratégias de resolução. No quadro 41, são apresentadas as estratégias de resolução consideradas, bem como os possíveis teoremas-em-ação.

Quadro 41 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item a) da situação 3

Tipo	Estratégias	Teorema-em-ação	Grupos
Adequada	Apresentar que o cálculo do valor a ser pago à vendedora é composto pela soma de um valor fixo de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem do faturamento das vendas mensal.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Doze grupos: G1, G2, G5, G6, G7, G8, G9, G10, G11, G13, G14 e G15.
Inadequada	Apresentar que o salário de Maria é dado apenas pela comissão.	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	Um grupo: G12
Em branco	Não apresenta estratégia de resolução.	Não identificado	Três grupos: G3, G4 e G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item b), temos a variação da classe comparação multiplicativa com a busca pela relação. O item solicita o percentual de comissão mensal que Maria ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês; para isso, considera-se um mês em que ela vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Os grupos apresentaram duas (2) estratégias corretas e cinco (5) inadequadas.

A primeira estratégia adequada foi apresentada por sete (7) grupos, G1, G2, G5, G7, G8, G12 e G13 dos quais os integrantes conseguiram encontrar o percentual de comissão por tentativa e erro. A seguir apresentamos um trecho do diálogo entre um desses grupos:

Estudante 17: *Se ela vendeu 20.000 e recebeu 1.800, a comissão dela foi de 600 reais. 600 reais. Como é que? Eu não lembro o que faz pra descobrir isso aí? Eu preciso tirar a porcentagem. Eu sei que o valor que ela recebeu foi 600 reais a mais. Então, é 600 de 20.000. Se for, for dividir 600, vai ter que dividir 600 por 100, acho que divide.*

Estudante 18: *600 por 100?*

Estudante 17: *É da quanto? 60?. Dividindo 600 por 100, vai dar 6. Agora, faz 6% de 20.000. 1200? ... Eu erreí, não é isso, como assim não é isso. Divide 20.000 por 600.*

Estudante 18: *20.000 dividido por 600?*

Estudante 17: *É. Não deu. 20.000 vezes 6%. O que tá errado? Ué, mano, não faz sentido. Eu não lembro como faz. Não é 600 dividido por 1000, não é.... Vai dar um número muito nada a ver.*

Estudante 18: *Muito esquisito.*

Estudante 17: *É.... Não lembro como é que faz isso. Tá, vou tentar fazer, pela minha lógica. 20.000. Eu não lembro como é... não lembro, não lembro.... 20.000. Tipo 20.000? Quantos por*

cento vai ser 600? Dividindo 20.000 por 100? Dividir 100 por 600? É 100 por 600, não 600 por 100. 100 dividido por 600 dá 1,6.

Estudante 18: Não faz sentido. Não faz sentido nenhum.

Estudante 17: 600? 20.000? Dividido? Não é. Vou pausar.... Não, não pode pausar. Então, 20.000. Como é que eu tiro a porcentagem disso? 20.000, 600 como chega a um valor de porcentagem? Quantos que é? Pera aí, 2% de 20.000, 2% de 20.000 vai dar... 1% de 20.000 é 200. 2%, 400. É 3%! É isso! Só como é que eu faço para chegar nesses 3%? Eu sei que é 3% o valor, mas eu preciso saber como é que eu vou chegar nesse 3%. O que eu tenho que fazer. 600 dividido por... 20.000 dividido por 100. Não. Não faz sentido. Eu tenho três valores, eu tenho 100, tenho 600 e tenho 20.000. Aí eu não sei. Só sei que é 3%... vou colocar 3% que eu sei que é isso. 3% a resposta. Essa eu não sei bem, não lembro. Eu sei que a resposta é 3, só não sei o porquê. Vamos para a outra.

Todos os grupos que apresentaram essa estratégia, inicialmente, subtraíram o salário inicial do final para descobrir quantos reais Maria recebeu de comissão pelas vendas. Dessa forma, ao realizar esse passo manifestaram o TAV5 e encontraram a transformação desse salário, sendo o TAV5: Se $F = I + T$, então $|T| = F - I$, com F, I e $T \in N$, sendo $F > I$. Após isso, cada grupo, por tentativa e erro, verificou quantos % de R\$20.000,00 resultava em R\$ 600,00, o valor da comissão.

No caso do grupo G8, os estudantes inicialmente tentaram utilizar os valores que tinham para encontrar o percentual, ou seja, os 20 mil reais vendidos e os 600 reais de comissão. Com esses dados, tentaram dividir $\frac{20000}{600}$ e $\frac{600}{100}$, o que resultou em números que não faziam sentido para eles. Assim, o estudante E17 decidiu ir calculando por tentativa e erro qual percentual de 20.000 resultava em 600: calculou 1%, 2%, e chegou à conclusão que o resultado é 3%. O estudante E17 até tentou encontrar um cálculo que resultaria em 3%, porém não conseguiu e decidiu deixar essa resposta.

Figura 44 - Resolução do grupo G8 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

3%.

Para descobrir o valor eu apenas
coloculei 1% e fui aumentando até encontrar
o valor correto

Fonte: Acervo da pesquisa.

Nesse caso, os estudantes sabem a resposta, mas não o cálculo relacional envolvido para chegar aos 3% utilizando os dados da situação. Se o grupo tivesse escolhido dividir 600 por 20.000, ao invés do contrário, teriam encontrado a resposta.

A segunda estratégia adequada utilizada nessa situação foi a dos grupos G9 e G14. Os integrantes desses grupos encontraram uma expressão que permite o cálculo do salário de Maria. Assim, igualaram o salário final à expressão, conforme a figura 45, a seguir.

Figura 45 - Resolução do grupo G14 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$1800 = 1200 + 2000x$$
$$1600 = 2000x$$
$$x = \frac{1600}{2000}$$
$$x = 0,03$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Desse modo, o grupo G14, encontrou o valor em decimal que representa o percentual de comissão mensal de Maria. Para esse valor ser representado na forma de porcentagem, basta multiplicar por 100, ou seja, $0,03 \times 100 = 3$. Ao generalizar a situação, os grupos manifestaram o TAV1: Se "a" é a taxa e o coeficiente angular, e "b" é o coeficiente linear, então $f(x) = ax + b$, onde f representa uma função afim. E ao encontrarem a taxa a , pode-se considerar que manifestaram uma variação desse teorema-em-ação, que podemos modelar como TAV8:

TAV8: Se $f(x) = ax + b$, então $a = \frac{f(x)-b}{x}$, com a, x e $b \in \mathbb{R}$ sendo $x \neq 0$ e a a taxa.

Para esse item os grupos tiveram mais estratégias inadequadas do que adequadas. O grupo G4, em vez de verificar o percentual de comissão mensal de Maria, tentou descobrir quantos reais ela ganha de comissão. A seguir, na figura 46, tem-se a estratégia de resolução considerada.

Figura 46 - Resolução do grupo G4 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

de comissão ela vai, ganhar 36.000,00

$$\begin{array}{r} 1.800,00 \\ \times 20.000,00 \\ \hline 36.000,000 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

É possível identificar que os sujeitos desse grupo multiplicaram o salário final de Maria pela quantia vendida por ela em produtos, logo, a resolução não está de acordo com o solicitado, nem para encontrar a comissão. Esse fato demonstra que os estudantes utilizaram os dados do enunciado sem verificar se havia entre eles uma relação lógica, e, também não apresentaram um áudio explicando a resolução, o que pode indicar falta de confiança na resposta. Nesse sentido, cabe aos professores discutir com os estudantes sobre como interpretar e utilizar os dados de uma situação, uma vez que, “[...] responder um problema sem refletir sobre seu significado – apenas somando ou subtraindo números dos enunciados – pode produzir resultados absurdos” (GITIRANA *et al.*, 2014, p.107).

No sentido de utilizar os dados sem refletir sobre eles, temos a resolução do grupo G15.

Figura 47 - Resolução do grupo G15 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 0,02 \\ \times 600 \\ \hline 12\% \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os estudantes, inicialmente, até apresentaram uma estratégia adequada para encontrar a comissão de Maria sobre as vendas, no entanto, utilizaram dados do item anterior para calcular o percentual de comissão da vendedora. Desse modo, utilizaram os dados de forma errônea.

Ainda nesse item, os grupos G6 e G10 buscaram o percentual de comissão utilizando a razão e proporção.

Figura 48 - Resolução do grupo G6 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{l} 20.000 = 100 \\ 1200 \quad x \end{array}$$

$$20000x = 120000$$

$$x = \frac{120000}{20000}$$

$$x = 6$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 49 - Resolução do grupo G10 para o item b) da situação 3

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

9%

$$\begin{array}{r} 20000 \times 300 \\ 1800 \times x \\ \hline 180000 \\ \underline{20000} \\ = 9 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Utilizar razão e proporção é uma estratégia adequada para encontrar o percentual; nessa situação, a quantia vendida no mês está para o valor recebido de comissão por essas vendas, assim, como os 100% está para o percentual a se descobrir. Matematicamente, temos que:

$$\frac{20.000 \text{ (valor das vendas mensal)}}{600 \text{ (valor recebido de comissão pelas vendas)}} = \frac{100}{x \text{ (percentual de comissão)}}$$

Os grupos, em vez de considerar o valor da comissão para encontrar o percentual, utilizaram os valores do salário final e inicial, dados que não estão diretamente ligados à comissão sobre a venda.

Por fim, o grupo, G11 respondeu “11%” sem apresentar o cálculo utilizado para encontrar esse percentual; os sujeitos nem justificam por meio dos diálogos a escolha. E os grupos G3 e G16 deixaram a resolução em branco. O Quadro 42, abaixo, apresenta as estratégias consideradas pelos sujeitos da pesquisa, para a resolução desse item.

Quadro 42 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item b) da situação 3

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Subtrair o salário inicial do final e descobrir quantos reais Maria recebeu de comissão pelas vendas. Feito isso, por tentativa e erro, verificar quantos % de R\$20.000,00 resulta no valor da comissão.	TAV5: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com $F, I e T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$.	Sete grupos: G1, G2, G5, G7, G8, G12 e G13
Adequada	Generalizar uma expressão que calcula o salário de Maria para qualquer mês, e depois igualar essa expressão ao salário final, para descobrir o percentual de comissão.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$. TAV8: Se $f(x) = ax + b$, então $a = \frac{f(x)-b}{x}$, com $a, x e b \in \mathbb{R}$ sendo $x \neq 0$ e a a taxa.	Dois grupos: G9 e G14
Inadequada	Multiplicar o salário final pela quantia vendida por Maria em produtos.	Não identificado	Um grupo: G4
Inadequada	Subtrair o salário inicial do final e descobrir quantos reais Maria recebeu de comissão pelas vendas. Após isso, multiplicar o resultado por 0,02 (percentual da situação 2).	Não identificado	Um grupo: G15
Inadequada	Por razão e proporção, igualar $\frac{20000}{1200} = \frac{100}{x}$, para descobrir o percentual de comissão.	Não identificado	Um grupo: G6
Inadequada	Por razão e proporção, igualar $\frac{20000}{1800} = \frac{100}{x}$, para descobrir o percentual de comissão.	Não identificado	Um grupo: G10
Inadequada	Apenas colocou 11%	Não identificado	Um grupo: G11
Em branco	Não apresentou estratégia de resolução	Não identificado	Um grupo: G3 e G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Tendo os grupos encontrado o percentual de comissão (relação), o item c) solicita o estado final da transformação, o cálculo da $f(x)$ para um valor específico. Desse modo, nesse

item, os estudantes precisam calcular o salário de Maria, sabendo que ela vendeu o equivalente a R\$15.400,00 em produtos. Em todas as situações, esse item tem o mesmo objetivo; assim, as estratégias de resoluções não são diferentes das que já foram apresentadas nas situações 1 e 2. No entanto, nem sempre um grupo utiliza a mesma estratégia.

Para essa situação, os estudantes apresentaram três (3) estratégias adequadas. A primeira é identificada nos grupos G2, G5, G7, G12 e G14. Eles novamente utilizam a estratégia de encontrar o valor do percentual em decimal, ou seja, 3% igual a 0,03, e, com isso, descobrem a comissão de Maria pelas vendas realizadas, multiplicando 0,03 por 15.400. Ao multiplicarem a taxa (a) pelo valor (v), manifestam o TAV2. Por fim, os estudantes somam o salário fixo mais o comissionado, ação na qual identificamos o TAV3.

Figura 50- Resolução do grupo G5 para o item c) da situação 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r}
 0,03 \times 15.400 \\
 \begin{array}{r}
 15400 \\
 \times 0,03 \\
 \hline
 46200 \\
 00000+ \\
 00000+ \\
 \hline
 462,00
 \end{array}
 \end{array}$$

R\$462,00

R\$3200,00

R\$3662,00

Fonte: Acervo da pesquisa.

A figura 51, a seguir, apresenta a segunda estratégia adequada para o item, utilizada pelos grupos G1 e G13.

Figura 51- Resolução do grupo G13 para o item c) da situação 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r}
 15400 \quad 100 \\
 \times \quad 3 \\
 \hline
 46200
 \end{array}$$

900x = 46200

x = 46200

100

x = 462

$$\begin{array}{r}
 15400 \\
 \times 3 \\
 \hline
 46200
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1200 \\
 + 462 \\
 \hline
 1662
 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os sujeitos desses grupos, primeiramente, calcularam o valor da comissão de Maria sobre a venda mensal, considerando a proporção entre as seguintes razões $\frac{15.400}{x} = \frac{100}{3}$ e assim manifestaram o TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com a e $x \in \mathbb{R}$. Ao valor da comissão, somaram o salário fixo, e manifestaram o TAV3.

O grupo G8 novamente utilizou a estratégia de decompor o número, para calcular a porcentagem de vendas. Eles consideraram o número do faturamento mensal como a soma de várias parcelas, “[...] Se Maria vender o equivalente a 15.000, quantos é 3% de 15.000? 3% de 10.000 é 300. 3% de cinco é 150, então vai dar 450, 3% de 100 é 30. Então 30 não, 3% de 100 é 3” Estudante 17. Desse modo, o grupo calculou os 3% de 15.400 da seguinte maneira:

$$3\% \text{ de } 15.400 = 3\% \text{ de } 10.000 + 3\% \text{ de } 5.000 + 4 \times 3\% \text{ de } 100$$

Nesse raciocínio, ao considerar $f(15.400) = f(10.000) + f(5.000) + f(100) + f(100) + f(100) + f(100)$, o grupo G8 manifestou o TAV4. Depois, os estudantes somaram o salário fixo de Maria a esse valor comissionado, e, ao fazer isso, o grupo mobilizou o TAV3.

O grupo G9 conseguiu generalizar todas as situações e apresentar uma expressão algébrica para calcular casos específicos; no entanto, no item d), tiveram dificuldades para expressar uma fórmula para qualquer mês. Nesse item, o grupo considerou (x) como o salário final e o calculou como a soma do salário inicial (1.200) mais a comissão sobre o valor das vendas no mês. Dessa forma, manifestou o TAV1, mas a estratégia foi inadequada, pois, no item b), o valor do percentual de comissão que encontraram foi errado, ou seja, um erro pontual. A seguir, na figura 52, tem-se o cálculo utilizado por esse grupo.

Figura 52- Resolução do grupo G9 para o item c) da situação 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$x = 1200 + 15400 \cdot 0,09$$

$$x = 2586$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os grupos G6 e G15 utilizaram a estratégia correta para encontrar o salário de Maria no mês que vendeu R\$15.400,00, mas também consideraram o percentual de comissão errado. A figura 53, apresenta a estratégia do G15.

Figura 53- Resolução do grupo G15 para o item c) da situação 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 1200 \\ + 1848 \\ \hline 3048 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

O grupo G15 manifestou o TAV3, e, por utilizar a calculadora, apresentou apenas a soma do salário inicial mais a comissão, que, no caso, eles calcularam 12% de 15.400. Magina *et al.* (2010) também identificaram a ausência do registro das estratégias na resolução dos problemas pelos estudantes, pois muitos colocam apenas o valor da resposta, e poucos registram os passos seguidos no processo de solução.

Nesse sentido, o grupo G10, utilizando razão e proporção, calculou o percentual de comissão sobre a venda mensal utilizando os dados errados. Depois, somou o valor encontrado ao salário inicial.

Figura 54- Resolução do grupo G10 para o item c) da situação 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{l} 1200 : 100 \\ 15,400 \quad x \\ \hline 154.000 = 120,30 \\ 1200 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1200,00 \\ + 120,30 \\ \hline 1320,30 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os grupos tentaram utilizar a mesma estratégia das situações anteriores, e, por razão e proporção, descobrir o valor que estava faltando. Contudo, para o item b), eles não encontraram o percentual de comissão, então nesse item, tentaram encontrar. Embora essa estratégia esteja errada, é possível notar que esses alunos, implicitamente, manifestaram o Se F é o estado final,

I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$, pois os integrantes do grupo tinham conhecimento de que o salário final era composto do salário fixo de Maria mais a comissão sobre as vendas.

Além dessas estratégias, o grupo G11 apenas respondeu “O salário foi de 1.699”, e os grupos G3, G4 e G16 não apresentaram estratégias de resolução. A seguir, no quadro 43, todas as estratégias e teoremas-em-ação identificadas para o item c).

Quadro 43 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item c) da situação 3

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	Descobrir o valor que representa 3% em decimal multiplicar pela venda mensal. Posteriormente, somar o valor da comissão com ao salário fixo.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a \in \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Cinco grupos: G2, G5, G7, G12 e G14.
Adequada	Calcular por razão e proporção o valor da comissão sobre a venda mensal, e depois somar o valor encontrado ao salário fixo.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a \in \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Dois grupos: G1 e G13
Adequada	Decompor o número da venda mensal e calcular a comissão de Maria. Depois, somar ao salário fixo.	TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade direta, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$. TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G8
Inadequada	Utilizou a expressão algébrica que permite calcular o salário de Maria para qualquer mês, mas considerou o percentual de comissão como 9%.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G9
Inadequada	Realizou os procedimentos adequados, mas utilizou o percentual de comissão errado.	TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Dois grupos: G6 e G15
Inadequada	Por razão e proporção, calculou o percentual de comissão sobre a venda mensal utilizando os dados errados. Depois, somou o valor encontrado ao salário inicial.	TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.	Um grupo: G10
Inadequada	Apenas responderam “O salário foi de 1.699”	Não identificado	Um grupo: G11
Em branco	Não apresentaram estratégia de resolução	Não identificado	Três grupos: G3, G4 e G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

No item d), os grupos modelaram uma expressão para calcular o salário (s) da vendedora Maria em função do valor bruto (v) faturado pelas vendas em produtos, para qualquer mês. Apenas dois grupos apresentaram uma expressão adequada para a situação, qual seja: $s = 1.200 + v \times 0,03$, do grupo G2, e $s = 1.200 + 0,03 \times v$, do grupo G14. Por meio dessa expressão, os grupos mobilizaram o TAV1, pois estabeleceram uma relação s .

Houve duas estratégias parcialmente adequadas: uma do G6, que, novamente, definiu uma expressão geral sem especificar os valores dos coeficientes, $s = av + b$; e, outra, do grupo G8, que representou a situação com a expressão $s + 2\%v$. Desse modo, também cometeram o erro de não especificar o valor dos coeficientes e não identificaram a igualdade. Podemos concluir, de acordo com Tinoco (2011), que a dificuldade de apresentar os valores dos coeficientes está associada com a dificuldade em admitir que números podem ser representados por símbolos.

Além dessas, nove (09) grupos expressaram estratégias inadequadas para a generalização. O grupo G9 conseguiu estabelecer uma relação funcional, sendo $f = s + v.0,09$, no entanto, considerou o percentual de comissão errado. Os grupos G7 e G12 consideraram que o salário é expresso apenas pela comissão, e, assim manifestaram o TAF5 ao generalizar $A = \frac{v}{100} . 3$. Três (3) grupos apenas somaram três variáveis, $T = S + V$ e $m = S + V$, e o grupo G15 fez a soma de duas (s) + (v). Por fim, o grupo G10 representou a expressão $f(x) = v + s (1200)$, e o G11 apenas deu a resposta “*O salário do produto vendido \times 11% + o salário fixo*”. Três grupos não apresentaram estratégias de resolução. A síntese das respostas consideradas está apresentada no quadro 44, abaixo.

Quadro 44 – Síntese das estratégias de resolução apresentadas para o item d) da situação 3

Tipo	Estratégias	Teoremas-em-ação	Grupos
Adequada	$s = 1.200 + v \times 0,03$ e $s = 1.200 + 0,03 \times v$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Dois grupos: G2 e G14
Parcialmente adequada	$s = av + b$ Especificando cada item.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G6
Parcialmente adequada	$s + 3\% \times v$	Não identificado	Um grupo: G8
Inadequada	$f = s + v.0,09$	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.	Um grupo: G9
Inadequada	$A = \frac{v}{100} . 3$	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a	Dois grupos: G7 e G12

		relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.	
Inadequada	$T = S + V$ e $m = S + V$	Não identificado	Três grupos: G1, G5 e G13
Inadequada	$(s) + (v)$	Não identificado	Um grupo: G15
Inadequada	$f(x) = v + s (1200)$	Não identificado	Um grupo: G10
Inadequada	0 salário do produto vendido $\times 11\%$ + o salário fixo	Não identificado	Um grupo: G11
Em branco	Em branco	Não identificado	G3, G4 e G16

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Em síntese, a situação 3 pertence à subclasse comparação de medidas (relação desconhecida) e transformação de medidas (estado final desconhecido). Essa situação foi a que mais trouxe estratégias inadequadas.

Os itens a) e d) requerem a representação da generalização da função. Neles, os estudantes explicam como resolver a situação, e, por meio da expressão algébrica, representam a situação para qualquer mês. Os estudantes até conseguiram realizar a forma predicativa e explicar o cálculo, porém, ao tentar encontrar uma expressão, apenas dois grupos conseguiram. Esses grupos, G2 e G14, são os mesmos que apresentaram uma estratégia adequada no item d) da situação anterior, fato que indica que esses grupos têm compreensão mais sólida dos conceitos e habilidades necessárias para trabalhar com expressões algébricas e generalizar a função.

Para o item b), foram nove (9) estratégias adequadas e três (3) teoremas-em-ação verdadeiros, TAV1, TAV5 e TAV8. Todavia, quanto à variação da subclasse de comparação multiplicativa, nota-se que essa situação foi mais complexa, pois dos nove (9) grupos, apenas sete (7) conseguiram encontrar uma resolução por meio da estratégia de tentativa e erro, considerada como uma estratégia elementar, sem formalizações matemáticas mais elaboradas, por exemplo a algébrica. Cinco (5) apresentaram resoluções incorretas e dois (2) grupos em branco.

Por fim, para o item c), oito (8) grupos apresentaram uma estratégia adequada e conseguiram calcular a $f(x)$ para um valor específico. Cinco (5) grupos apresentaram resoluções incorretas, e três (3) grupos não apresentaram resolução. Os teoremas-em-ação manifestados foram os TAV1, TAV2, TAV3 e TAV4.

Em geral, como em Calado (2020), percebemos que, nos itens que exigiam apenas cálculos numéricos, a maioria dos grupos apresentaram estratégias adequadas. No entanto, apesar de conseguirem explicar o cálculo envolvido em cada situação, os estudantes apresentam dificuldades na generalização para essas situações.

Na sequência, são apresentadas as considerações finais a respeito dos resultados desta dissertação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou responder a seguinte questão norteadora: Que diferentes complexidades existem entre subclasses de situações mistas do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*? Para responder essa questão, traçamos o seguinte objetivo geral: identificar diferentes complexidades entre as subclasses de situações mistas, associadas a função afim, do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medidas*. Para isso, decidimos identificar e analisar as estratégias mobilizadas pelos estudantes do Ensino Médio ao resolverem situações mistas das diferentes subclasses do tipo comparação multiplicativa e transformação de medida; e identificar os teoremas-em-ação associados à função afim mobilizados pelos estudantes.

A pesquisa se constituiu em seis (06) etapas: na etapa inicial, foi realizado o levantamento das classes menos abordadas em livros didáticos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, por meio da dissertação de Miranda (2019); em seguida, foi elaborado o instrumento de pesquisa, considerando a classe comparação multiplicativa e transformação de medidas e suas subclasses; foi realizada uma análise *a priori* das situações; depois, fizemos dois estudos pilotos que proporcionaram reflexões e a modificação da ordem das questões de cada situação, bem como os dados que seriam apresentados nas situações; por fim, foi realizada a implementação do instrumento de pesquisa com estudantes do Ensino Médio.

Para o estudo, realizamos observação de aulas de Matemática em uma turma de 3º ano do Ensino Médio, durante o período de setembro a novembro de 2022, para que pudessemos conhecer os estudantes, a professora regente, os conteúdos abordados e o modo como a professora conduz suas aulas. A investigação consistiu na resolução das situações pelos estudantes mais a discussão coletiva das resoluções e institucionalização das resoluções das situações pela pesquisadora proponente desta dissertação. Todo esse processo foi acompanhado pela professora regente da turma. Consideramos, para a produção de dados, os protocolos de resolução dos estudantes e a transcrição do diálogo das duplas. Participaram desta pesquisa trinta e quatro (34) estudantes de uma turma do 3ª ano do Ensino Médio de um colégio público do interior do Paraná, os quais foram organizados em 16 grupos, sendo dois (2) trios e quatorze (14) duplas.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) ofereceu subsídios para a elaboração do instrumento de pesquisa e para a análise dos dados. Com o suporte da TCC, o instrumento foi elaborado de acordo com classes dos dois campos conceituais definidos por Vergnaud, o aditivo

e o multiplicativo. A partir da TCC, pudemos compreender o desempenho dos estudantes, por meio dos conhecimentos implícitos (teoremas-em-ação) manifestados em suas ações.

Para o instrumento de pesquisa, foram elaboradas três (3) situações que pertencem à classe comparação multiplicativa e transformação de medidas, com três variações na primeira classe, quais sejam, a busca pelo referido, pelo referente e pela relação; já na classe transformação, consideramos apenas a transformação positiva, busca pelo estado final. Para o instrumento, buscamos manter o seguinte padrão: o item a) buscou a língua natural da generalização, com a intenção de que os estudantes refletissem a respeito da situação ainda sem a mobilização de símbolos algébricos; já o item b) foi composto pela comparação, seja o referido, o referente ou a relação desconhecida; o item c) propicia a busca por $f(x)$ para um valor específico de x , ou seja, a busca pelo estado final da transformação; e o item d) solicita a expressão analítica, ou seja, a generalização em sua representação algébrica. Desse modo, a variação da classe está presente nos itens b) e c) das três situações, e a generalização, nos itens a) e d).

A situação 1 pertence à subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido). Nessa situação, tanto o item b) como o item c) possuíam o mesmo cálculo relacional, e a mesma variação da classe. Para o item b), treze (13) estudantes apresentaram resoluções adequadas, e três (3), inadequadas, sendo o único item, em todas as situações, que não teve resoluções em branco. Já no item c), os grupos manifestaram dez (10) resoluções corretas, cinco (5) incorretas e uma (1) em branco.

Para a situação 2, temos a variação da classe comparação multiplicativa no item b); nesse caso, temos a busca pelo referente. Nesse item, oito (8) grupos apresentaram resoluções adequadas, sendo quatro (4) estratégias diferentes. Além disso, cinco (5) grupos resolveram o item de forma incorreta e manifestaram duas (2) estratégias inadequadas, e os outros três (3) grupos não resolveram. No item c), houve três (3) estratégias adequadas para nove (9) grupos, e quatro (4) inadequadas para cinco (5) grupos, sendo que dois (2) grupos deixaram o item em branco. Podemos inferir que, comparando com o item b) da primeira situação com o da segunda, nesta situação o número de respostas inadequadas foi maior, sendo possível que a segunda situação tenha complexidade maior, pois os estudantes apresentaram número maior de erros. Conclusão semelhante para o item c), que, apesar de ter o mesmo cálculo relacional dos itens b) e c) da primeira, fez com que os estudantes apresentassem maior dificuldade. Isso também mostra que a dificuldade em encontrar o referente no item b) interferiu no raciocínio para o item c).

A situação 3, cuja classe é do tipo comparação de medidas (relação desconhecida) e transformação de medidas (estado final desconhecido), teve a maior quantidade de estratégias inadequadas pelos estudantes. Para o item b), nove (9) estudantes tiveram resoluções adequadas, e cinco (5) apresentaram estratégias incorretas, além de dois (2) grupos deixarem as respostas em branco. No entanto, quanto à variação da subclasse da comparação multiplicativa, analisamos que essa situação foi a mais complexa, pois dos nove (9) grupos que exibiram uma resposta adequada, sete (7) apresentaram uma resolução por meio da estratégia de tentativa e erro, que é uma tática trivial sem formalidade matemática. Por meio dos diálogos, foi possível identificar que, nesse caso, os estudantes optaram pela tentativa e erro por não conhecer outras possibilidades de resoluções utilizando cálculos algébricos para encontrar a resposta. Para o item c), oito grupos apresentaram uma estratégia adequada e conseguiram identificar o resultado da função $f(x)$ para um valor específico; ainda, cinco (5) grupos desenvolveram resoluções incorretas, e três (3) grupos não apresentaram resolução.

Em todas as situações, os itens a) e d) foram elaborados com o objetivo da manifestação da generalização pelos estudantes, seja por meio da língua natural ou expressão algébrica. As análises mostram que os estudantes tiveram dificuldade nesses itens, uma vez que consideravam uma situação específica para generalizar, entendiam coeficiente como variável e não reconheciam que variáveis independentes poderiam ser representadas por letras diferentes da letra “x”.

Na situação 1, dos dezesseis (16) grupos, oito (8) manifestaram em suas respostas a generalização da situação em língua natural; um (1) grupo apresentou uma expressão algébrica para a situação proposta; três (3) grupos consideraram equivocadamente coeficientes como variável. Os demais sete (7) grupos apresentaram estratégias inadequadas e um (1) grupo deixou a resolução em branco. Para a situação 2, os estudantes apresentaram um avanço na manifestação da generalização no item a), quando comparados à primeira situação, pois manifestaram maior quantidade de resoluções adequadas, sendo treze (13) grupos para uma estratégia correta, e apenas uma resolução inadequada, considerando um dado errado para definir a situação. No entanto, para representar a expressão algébrica, a quantidade de erros foi maior do que na situação 1, sendo sete (7) estratégias inadequadas, duas (2) adequadas e três (3) parcialmente adequadas.

Na terceira situação, os estudantes tiveram avanço na generalização por meio da língua natural e conseguiram, no item a), explicar o cálculo envolvido em cada situação. No entanto, apenas dois (2) grupos obtiveram a resolução adequada para o item d), que considerava a generalização por meio de uma expressão algébrica. Esses grupos são os mesmos que

apresentaram uma estratégia adequada no item d) da situação anterior. Apenas o grupo G2 conseguiu apresentar uma estratégia adequada para todos os itens que solicitavam a generalização. Desse modo, assim como Bernardino *et al.* (2019), Nogueira, Rezende e Calado (2020), Calado (2020) e Bernardino (2022), concluímos que a ideia-base de generalização gera dificuldades para os estudantes ao resolverem situações mistas associadas à função afim, uma vez que a maior dificuldade identificada nos sujeitos da pesquisa foi a generalização das situações. Nesta pesquisa, os estudantes manifestaram dificuldades ao definir variáveis e coeficientes, o que acarretou dificuldade para generalizar as situações.

A partir da análise das estratégias de resolução dos grupos, identificamos os possíveis teoremas-em-ação manifestados pelos estudantes do 3º ano do Ensino Médio ao resolverem situações envolvendo função afim. Uma síntese dos teoremas-em-ação é apresentada no Quadro 45.

Quadro 45 – Teoremas-em-ação identificados na pesquisa

Indícios de teoremas-em-ação	Teorema-em-ação (Verdadeiros e Falsos)
Ao somar a constante b com a multiplicação da taxa de proporcionalidade (a) por (x) para obter $f(x)$.	TAV1: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b$.
Ao multiplicar a taxa de proporcionalidade (a) por (x) para obter $f(x)$.	TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade e a a taxa, então $f(x) = a \cdot x$, com $a e x \in \mathbb{R}$.
Aplicar a transformação (T) ao estado inicial (I) para encontrar o estado final (F).	TAV3: Se F é o estado final, I o estado inicial e T a transformação, então $F = I \pm T$.
Ao realizar somas sucessivas de $f(x)$ ou subtrações sucessivas de $f(x)$.	TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.
Aplicar o estado inicial (I) ao estado final (F) para encontrar a transformação (T).	TAV5: Se $F = I + T$, então $ T = F - I$, com $F, I e T \in \mathbb{N}$, sendo $F > I$.
Ao dividir $f(x)$ menos a constante (b) por (a) para determinar (x).	TAV6: Se $f(x) = ax + b$, então $x = \frac{f(x)-b}{a}$, com $a, x e b \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.
Ao dividir $f(x)$ por (a) para determinar (x).	TAV7: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $x = \frac{f(x)}{a}$, com $x e a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.
Ao dividir $f(x)$ menos a constante (b) por (x) para determinar (a).	TAV8: Se $f(x) = ax + b$, então $a = \frac{f(x)-b}{x}$, com $a, x e b \in \mathbb{R}$ sendo $x \neq 0$ e a a taxa.
Escolhe uma quantidade específica para representar uma quantidade qualquer.	TAF1: Uma variável qualquer x é associada a um valor fixo.
Ao calcular $f(x) = ax$, considera o coeficiente linear b , como a variável x .	TAF2: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então $f(x) = a \cdot x = a \cdot b$, com $a, x e b \in \mathbb{R}$.
Não especificou o valor que a porcentagem faz referência.	TAF3: A porcentagem de y em relação a x é representada por $y\%$.
Ao dividir (x) por (a) para determinar $f(x)$.	TAF4: Se a é a razão centesimal da taxa de porcentagem, então a relação funcional f é dada por $f(x) = \frac{x}{a}$, com $x e a \in \mathbb{R}$, sendo $a \neq 0$.

Para situações que matematicamente são representadas por $f(x) = ax + b$, considera-se apenas $f(x) = ax$.	TAF5: Se a é a taxa e b é o coeficiente linear, então a relação funcional f é dada por $f(x) = ax + b = ax$.
--	--

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Nas resoluções, os grupos manifestaram treze (13) teoremas-em-ação, sendo oito (8) verdadeiros e cinco (5) falsos. Para a primeira situação, os estudantes manifestaram o TAV1, TAV2, TAV3 e TAV4, além dos TAF1, TAF2, TAF3, TAF4 e TAF5. A segunda situação permitiu a mobilização do maior número de teoremas-em-ação, sendo os verdadeiros os TAV1, TAV2, TAV3, TAV5, TAV6 e TAV7; e, os falsos,, TAF3, TAF4 e TAF5. Por fim, a terceira situação permitiu a mobilização dos TAV1, TAV2, TAV3, TAV4, TAV5, e TAV8; e do TAF5.

Os teoremas-em-ação TAF2, TAF3, TAF4, TAF5, TAV6 e TAV8 emergiram dessa pesquisa, não foram encontrados na literatura. Esses, referem-se à definição de porcentagem, da taxa centesimal, a troca do da variável pelo coeficiente linear e da manipulação algébrica da expressão da função afim. Por outro lado, os teoremas-em-ação TAV1, TAV2 e TAF1 já foram identificados em pesquisas como Rodrigues (2021), Calado (2020), Vergnaud (1996), Pavan (2010), Vergnaud (2007) e Bernardino (2022). No entanto, esses teoremas-em-ação foram adaptados para se adequarem às estratégias dos participantes desta pesquisa. Os demais teoremas-em-ação também foram citados nessas pesquisas sendo os TAV3, TAV4, TAV5 e TAV7 embora, sofreram modificações apenas nos conjuntos numéricos.

Observou-se que os maiores erros cometidos pelos grupos durante a pesquisa podem ser representados por teoremas-em-ação falsos. Os TAFs indicam que os grupos enfrentaram dificuldades em generalizar as situações e reconhecer as variáveis envolvidas. Eles também apresentaram dificuldades em compreender o conceito de porcentagem e a parte comissionada, bem como em reconhecer o coeficiente linear na função afim. Esses erros evidenciam os desafios enfrentados pelos grupos na compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos abordados na pesquisa.

Com base na TCC, é importante darmos atenção para os teoremas-em-ação falsos passíveis de serem manifestados pelos estudantes, uma vez que é necessário proporcionar situações em que esse conhecimento errôneo possa ser desestabilizado, a fim de auxiliá-los a compreender os conceitos discutidos ao longo do processo escolar. Essa desestabilização contribui para a aprendizagem do conceito de função afim, pois, de acordo com Nogueira e Rezende (2014, p. 52), “[...] ao desestabilizar conhecimentos falsos mobilizados pelos alunos, ao vivenciarem momentos de desequilíbrios, hesitações e conflitos, entendemos que os alunos passam de um nível de conhecimento para outro mais elaborado [...]”. Desse modo, conhecendo

os teoremas-em-ação falsos mobilizados pelas situações dessa pesquisa, sugerimos, para pesquisas futuras, a elaboração de situações mistas, relacionadas à função afim, que permitam a desestabilização desses TAFs.

Considerando os erros dos estudantes, identificamos que, dentre as três variações da classe comparação multiplicativa e transformação de medidas contempladas nesta pesquisa, a comparação multiplicativa (relação desconhecida) e transformação de medidas (estado final desconhecido) foi a classe que os estudantes manifestaram maior dificuldade. Nessa classe, os estudantes precisavam encontrar o percentual de comissão, ou seja, a relação, assim os sujeitos da pesquisa tiveram dificuldades por não estarem habituados a fazer a operação contrária e encontrar a taxa de proporcionalidade. A segunda classe mais complexa foi a comparação multiplicativa (referente desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido), em que os estudantes, sabendo o valor comissionado, precisavam encontrar o valor em reais vendido para resultar nessa comissão. A terceira classe mais complexa foi a comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido), em que os estudantes precisavam encontrar o valor comissionado. Esse resultado dialoga com a complexidade das extensões apresentada no quadro 16, elaborado com base nas pesquisas de Magina *et al.* (2008) e Gitirana *et al.* (2014), relacionadas aos campos conceituais aditivo e multiplicativo, respectivamente. Uma vez que, a primeira situação indica como sendo protótipo, a segunda de 2ª extensão e a última de 3ª extensão. Nas duas situações mais complexas, prevaleceu a estratégia de tentativa e erro para encontrar o resultado, além disso os estudantes manifestaram mais erros e resposta em branco. Já na classe de menor complexidade, situação 1, foram apresentadas estratégias adequadas para todos os itens, poucas respostas em branco e uma variedade de resoluções corretas, com poucos erros.

Observa-se que a classe comparação multiplicativa e transformação de medidas é uma das menos abordadas nos livros didáticos, uma vez que Miranda (2019) identificou em sua análise dos livros didáticos que havia apenas cinco situações da subclasse comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (estado final desconhecido) de todas as obras analisadas. Com base na análise realizada na presente pesquisa, pode-se inferir que essa subclasse foi a que mais teve estratégias e resoluções dos grupos, o que mostra certa facilidade talvez por estarem habituados com situações em que a busca é pelo referido. Por outro lado, as subclasses que não foram encontradas nos livros didáticos mostraram ser as mais desafiadoras para os estudantes, apresentando maior complexidade. Isso indica que as dificuldades manifestadas pelos estudantes nessa pesquisa podem estar relacionadas à falta de exposição e exploração dessas subclasses nos materiais didáticos tradicionais. Nesse sentido,

proporcionar aos estudantes oportunidades de vivenciar diferentes situações de função afim é fundamental para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas e para promover um aprendizado significativo.

Considerando os resultados obtidos neste estudo, é possível verificar a existência de diferentes níveis de complexidade entre subclasses de situações mistas do tipo *comparação multiplicativa e transformação de medida*. A presente pesquisa retrata um avanço no que se refere às extensões de situações mistas da classe *comparação multiplicativa e transformação de medida*, uma vez que, na literatura, não foram identificadas investigações, desenvolvidas com estudantes, para mostrar as extensões relacionadas a situações mistas. Para pesquisas futuras, sugerimos que o estudo com as extensões ocorra com outras classes de situações mistas relacionadas à função afim.

Esperamos que os resultados dessa pesquisa sirvam de suporte para pesquisas futuras, em relação à elaboração de sequências didáticas envolvendo situações que possam desestabilizar os TAFs indicados nesta investigação. Almejamos também que possa contribuir com a ação dos professores, no que diz respeito à compreensão de conhecimentos mobilizados pelos estudantes diante de situações-problema associadas à função afim e a complexidade das situações a serem apresentadas. Uma vez que, conforme os resultados da presente pesquisa, os educadores poderão adaptar o conteúdo de acordo com o nível de conhecimento e habilidades dos estudantes, permitindo que estes enfrentem situações gradualmente mais complexas à medida que avançam em sua compreensão e habilidades matemáticas.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **REVEMAT**, Florianópolis, v.11, n. 2, p. 109-141, 2016.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Engenharia Didática: evolução e diversidade. **Revemat**. Florianópolis – SC. v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.

AMPLATZ, Lisiane Cristina. **O estudo da função afim a partir da interpretação global de propriedades figurais**: uma investigação com estudantes do ensino médio. 2020. 209 f. (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2020.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. (Org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

ASSUDE, T. **Racines carées**: conceptions et mises en situations d'élèves de quatriéme et troisiéme. *Petit X*, nº 20, p. 5 -33, 1989.

BERNARDINO, F. **FUNÇÃO AFIM E PROBLEMAS MISTOS**: uma investigação com estudantes do ensino médio. 2022. 173 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Campo Mourão, 2022.

BERNARDINO, F. *et al*; In: CEOLIM, A. J.; REZENDE, V.; HERMANN, W. (Org.) **Diálogos entre a Educação Básica e a Universidade**: reflexões acerca do conceito de função nas aulas de matemática. Curitiba: CRV, 2019. p.51-70.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In: TELES, R; MONTEIRO, C; BORBA, R. (Org.) **Investigações em Didática da Matemática**. Recife: UFPE, 2017. p. 100-131.

BITTENCOURT, J. Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática. **Educação Matemática em Revista**, v. 5, n. 6, p. 13-17, 1998.

BOYER, C. B. **A história da matemática**. 2. ed., São Paulo: Editora Edigard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** - Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2018.

CALADO, T. V. **INVARIANTES OPERATÓRIOS RELACIONADOS À GENERALIZAÇÃO**: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim. 2020. 193 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

CAMPITELI, H.C.; CAMPITELI, V. C. **Funções**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.

CARAÇA, B. J. de. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Gradiva: Lisboa, 1963.

DANTE, L.R. **Ápis Alfabetização Matemática** – 2º ano. São Paulo: Editora Ática, 2014. Impresso.

DEZILIO, K. **IDEIAS DE FUNÇÃO E PROBLEMAS MISTOS: um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2022. 196 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Campo Mourão, 2022.

FONSECA, V. G da. **O uso de tecnologias no Ensino Médio: a integração de Mathlets no ensino de função afim**. 2011. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2011.

GITIRANA, V. *et al.* **Repensando multiplicação e adição: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1.ed. São Paulo: PROEM, 2014.

LESSA, V. E. **A programação de computadores e a função afim: um estudo sobre a representação e a compreensão de invariantes operatórios**. 2018. 182 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, RS, 2018.

LIMA, E. L. *et al.* **A matemática do ensino médio**. SBM, 2006.

LIMA, R. G. A. **Problemas de Combinatória: Um estudo dos conhecimentos mobilizados por uma turma de licenciados em Matemática**. 2015. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

LOPES, S. J. A noção de infinito em livros didáticos de ensino Básico. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo/SP, v. 13, n. 3. 2011.

LORENCINI, P.B.M. **Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim**. 2019. 226f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2019.

MACEDO, L. de. **Aprender com Jogos e Situações-Problema**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

MACEDO, L. de. **Para uma psicopedagogia construtivista**. In: ALENCAR, Eunice Soriano de (Org.). **Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino e Aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 2002. p. 140-199.

MACIEL, P. R. C.; CARDOSO, T. F. L. A história do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro-SP, v.28, n.50, p. 1348-1367, 2014.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V.; NUNES, T. **Repensando Adição e Subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MEDEIROS, D. M. **A REFLEXÃO COMO FUNDAMENTO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM OLHAR SOBRE FUNÇÃO LINEAR**. 2018. 130 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Ceará, 2018.

MIRANDA, C. A. **Situações-problema que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais**. 2019. 161 f. Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. 2019.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**. Porto Alegre. v. 7, n. 1, p. 7-29, jan-mar. 2002.

NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V.; CALADO, T. V. Função afim na Educação básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. In: **Alexandria: Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**. Florianópolis, v.13, n.2, p. 25-50, 2020.

OWENS, D. T. **Teaching and learning decimal fractions**. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 159-178). Reston: NCTM. 1983.

PAIVA, M. R. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

PAIVA, M. R. **Matemática**. Vol. 1. São Paulo: Moderna, 1995.

PAVAN, L.R. **A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas**. 2010. 195 f. Dissertação (Mestrado) – Programa De Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá – PR, 2010.

PIRES, R. F. O conceito de função: uma análise histórico epistemológica. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 12, p. 1-12, 2016.

PIRES, R. F.; MAGINA, S. Introduzindo o conceito de função de maneira significativa: a modelação do funcionamento de uma bomba d'água. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEMAT)**, 3, 2012, Fortaleza, Ceará. Anais [...]. Fortaleza: SIPEMAT, 2012.

REZENDE, V. **Os conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses no processo escolar: um estudo com alunos concluintes dos três níveis de ensino**. 2013. 209p. Tese (doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

RODRIGUES, C. L. B.; REZENDE, V. Conhecimentos associados ao conceito de função manifestados por estudantes dos anos iniciais ao resolverem situações mistas. **Quadrante**, [S. l.], v. 32, n. 1, p. 26–49, 2023. DOI: 10.48489/quadrante.27811. Disponível em: <<https://quadrante.apm.pt/article/view/27811>>. Acesso em: 1 jul. 2023.

RODRIGUES, C. L. H. **Invariantes operatórios associados ao conceito de função mobilizados por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2022. 178f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel - PR, 2021.

ROQUE, T. **História da Matemática, uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTANA, E. R. dos S. **Estruturas aditivas: O suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** 2010. 343 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

SANTANA, E. R. dos S.; CORREIA, D. da S.; TEIXEIRA, A. M. Um estudo sobre o domínio das Estruturas Aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental no Estado da Bahia. **Estudos IAT**, v. 2, n. 1, 2012.

SILVA, C. dos S. **O uso do software Modellus no ensino de Função Afim através da simulação de situações-problema: um estudo de caso lido referencial de campos conceituais**. 2010. 151f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010.

SILVA, L. D. C. P. da. **As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias base de função**. 2021. 555 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel – PR, 2021.

SOUZA, R. P. **A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia**. 2016. 98 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes – RJ.

SOUZA, V. M.; MARIANI, V. C. Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função. **V EDUCERE**, p. 1-12, 2005.

VERGNAUD, Gérard. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder?/A quelles questions la théorie des champs conceptuels essaie-t-elle de répondre?. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 9, n. 1, 2019.

VERGNAUD, G. A Didática é uma Provocação: Ela é um desafio. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Piaget e Vygotsky em Gérard Vergnaud**. Porto Alegre: GEEMPA, 2017. (Coleção Teoria dos Campos Conceituais).

VERGNAUD, G. **A Criança, a matemática e a Realidade**. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Forma operatoria y forma predicaiva del conocimiento**. In: Anais do I Encontro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática. Tandil: Argentina, Unicen, 2007.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** A teoria. Petrópolis, Vozes, 2003. p. 21-60.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191. (Horizontes pedagógicos).

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 1993, p. 1-26.

APÊNDICES

APÊNDICE I – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres
Humanos
CEP UNESPAR

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Adolescentes de 14 a 17 anos)

Nós, Veridiana Rezende (pesquisadora principal) e Fernanda Kelly da Silva Siqueira (pesquisadora acadêmica) convidamos você _____ a participar do estudo “PROBLEMAS MISTOS E FUNÇÃO AFIM: UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO”. Por que estamos propondo este estudo? Pois pretendemos analisar conhecimentos de função afim manifestados por estudantes do 3º ano do Ensino Médio ao resolverem situações-problema da classe Comparação Multiplicativa e Composição de Medidas.

O que significa assentimento

Assentimento é um termo que nós, pesquisadores, utilizamos quando convidamos uma pessoa para participar de um estudo. Depois de compreender do que se trata o estudo e se concordar em participar dele você pode assinar este documento. Nós te asseguramos que você terá todos os seus direitos respeitados e receberá todas as informações sobre o estudo, por mais simples que possam parecer. Se este documento denominado Termo de Assentimento Livre e Esclarecido contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável (pela pesquisa/atendimento ou à equipe do estudo) para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

A pesquisa será feita no Colégio Estadual Aducto da Silva Rocha, em Luiziana – Paraná no segundo semestre de 2022, no horário de aula, no qual os alunos resolverão problemas mistos sobre função. Para isso, serão usadas atividades impressas e gravação dos diálogos da dupla, o uso das atividades impressas e do gravador são considerados seguros, mas é possível ocorrer desconfortos ou timidez e sentimento de insegurança se o sujeito da pesquisa não conseguir se adaptar com as atividades propostas. Salientamos que em qualquer momento o aluno (a) poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável.

Mas há coisas boas que podem acontecer, pois acreditamos que esta pesquisa poderá auxiliar os professores a repensarem na forma como são ensinados e apresentados os problemas para os alunos, além de contribuir para os conhecimentos de diferentes problemas e ajudar a conhecer alguns dos conhecimentos implícitos apresentados pelos alunos. Além disso, esperamos que esta pesquisa

proporcione aprendizagens para vocês a respeito de problemas mistos. Também esperamos que os resultados desta pesquisa sirvam de respaldo para pesquisa futuras no campo da Educação Matemática.

Se você ou os responsáveis por você tiverem dúvidas com relação ao estudo ou aos riscos relacionados a ele, você deve contatar o pesquisador principal ou membro de sua equipe sendo a Dra. Veridiana Rezende (pesquisadora responsável) E-mail: rezendeveridiana@gmail.com, telefone: (44) 999694445 e Fernanda Kelly da Silva Siqueira (pesquisadora acadêmica) E-mail: ferkellysilva@hotmail.com, telefone: (44) 997711572 ou no seguinte endereço: Ou no seguinte endereço: CEP UNESPAR, Avenida Gabriel Esperidião, S/N - Sala 20, Jardim Morumbi, Paranavaí – PR, CEP: 87.703-000, Telefone: (44) 35823200.

Pesquisador Responsável ou quem aplicou o TALE: _____

Orientadora: *Veridiana Rezende*

Obs.: Estes espaços para rubricas são destinados às primeiras páginas do TALE – não sendo necessário na última página, pois já contém linha de assinatura.

Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como participante de pesquisa, você pode contatar também o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

CEP UNESPAR, Universidade Estadual do Paraná. Endereço: Unespar, campus Paranavaí; Avenida Gabriel Esperidião, S/N - Sala 20, Jardim Morumbi, Paranavaí –PR. CEP: 87.703-000

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar o nome dos participantes.

Você entendeu? Quer perguntar mais alguma coisa?

DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE

Eu li e discuti com o pesquisador responsável sobre este estudo e os detalhes deste documento. Entendo que sou livre para aceitar ou recusar e que posso interromper a minha participação a qualquer momento. Eu autorizo a utilização do som da minha voz, na qualidade de participante e concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito. Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO e tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste documento.

Luiziana, _____ de _____ de 2022

Assinatura do(a) aluno(a)

(Assinatura do Pesquisador Responsável ou quem aplicou o TALE)

APÊNDICE II – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres
Humanos
CEP UNESPAR

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Prezado (a) participante da pesquisa, _____

Você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada “**PROBLEMAS MISTOS E FUNÇÃO AFIM: UMA INVESTIGAÇÃO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO**”, que faz parte do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da UNESPAR, sob a responsabilidade da Dra. Veridiana Rezende da instituição Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR e da pesquisadora Fernanda Kelly da Silva Siqueira, que terá como objetivo analisar conhecimentos de função afim manifestados por estudantes do 3º ano do Ensino Médio ao resolverem situações-problema da classe de Comparação Multiplicativa e Composição de Medidas.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP UNESPAR.

DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO

Emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CEP UNESPAR.

Número do parecer: 5.460.977

Data da relatoria: PARANAVAI, 10 de Junho de 2022

1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA: A sua participação é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: responder o instrumento de pesquisa envolvendo problemas mistos de função afim.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: Existe a possibilidade dessa pesquisa trazer riscos mínimos, como desconforto, timidez, insegurança e vergonha ao responder o instrumento de coleta de dados, além de constrangimento durante as gravações de áudio e o medo da quebra de sigilo. Salientamos que em qualquer momento você poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável e que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados são: esperamos que os resultados da pesquisa realizada, sirva de respaldo para pesquisas futuras e que eles sejam considerados para as ações dos professores em sala de aula; esta pesquisa também contribuirá na identificação de alguns teoremas-em-ação mobilizados pelos estudantes, sendo estes muito importantes para o conhecimento e aprendizagem em matemática. Os erros, assim como os acertos dos alunos tem que ser muito bem analisados e levar em consideração, pois muitas vezes o conhecimento do aluno sobre algum conteúdo é manifestado implicitamente em suas respostas, sendo este estudo sendo relevante para mostrar alguns desses conhecimentos implícitos.

4. CONFIDENCIALIDADE: Informamos ainda que suas as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a

preservar a sua identidade. Serão utilizados gravadores de áudio ao qual ficará sob os cuidados da pesquisadora Fernanda Kelly da Silva Siqueira durante o período necessário para a escrita das análises dos dados, ao qual será mantido sigilo absoluto. Após todas as informações coletadas, as gravações serão excluídas. As suas respostas e dados pessoais ficarão em segredo e o seu nome não aparecerá em lugar nenhum das nossas análises dos gravadores de áudio e escritas, nem quando os resultados forem apresentados. Além disso, os dados a serem coletados só serão utilizados para fins de publicações científicas, num período de até cinco anos, a partir do ano de 2022. Após este período os dados serão descartados.

5. ESCLARECIMENTOS: Caso você tenha mais dúvidas ou necessite esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que queira saber antes, durante e depois da sua participação, pode nos contatar nos endereços abaixo ou procurar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNESPAR, cujo endereço consta deste documento.

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida com o **pesquisador responsável** ou a **pesquisadora acadêmica**, conforme o endereço abaixo:

Pesquisadora responsável: Veridiana Rezende; telefone para contato: (44) 999694445; E-mail: rezendeveridiana@gmail.com.

Pesquisadora acadêmica: Fernanda Kelly da Silva Siqueira; Telefone para contato: (44) 997711572; E-mail: ferkellysilva@hotmail.com.

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

CEP UNESPAR, Universidade Estadual do Paraná - campus Paranavaí, Avenida Gabriel Esperidião, S/N - Sala 20, Jardim Morumbi, Paranavaí –PR, CEP: 87.703-000.

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso o (a) Sr. (a) aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CUSTOS: Foi esclarecido de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por sua participação na pesquisa, tendo em vista que sua participação é voluntária.

PREENCHIMENTO DO TERMO: Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você), como garantia do acesso ao documento completo.

TERMO 1

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a) _____, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelo (a) pesquisador(a), ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito do lido e explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO em participar voluntariamente desta pesquisa. E, por estar de acordo, assina o presente termo.

_____, _____ de _____ de 2022

Assinatura ou impressão datiloscópica

(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

TERMO 2

Eu _____ (nome do pesquisador ou do membro da equipe que aplicou o TCLE), declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

_____, _____ de _____ de 2022

Veridiana Rezende

Pesquisadora Responsável

Fernanda Kelly da Silva Siqueira

Pesquisadora Acadêmica

APÊNDICE IV– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 1

Transcrição grupo 1:

Áudio com 47 min e 20 s.

O estudante 2 faz a leitura do enunciado da primeira situação.

Estudante 2: Acho que é por regra de três. Escreve ... regra de três. Agora tem que fazer o cálculo, vai 2.500...

Estudante 1: Só regra de três?

Estudante 2: Não, depois tem que colocar mais. Você tem que fazer o cálculo.

Estudante 1: é a porcentagem, né?

Estudante 2: é.

Estudante 1: Nossa, que estranho!

Pesquisadora: Gente, só para confirmar, o gravador tá gravando tranquilo, né?

Estudante 1: Tá.

Estudante 2: tá?

Estudante 1: tá. Bom, tá aumentando ali.

Estudante 2: Acho que é o contrário.

Estudante 1: Não pensei diferente.

Estudante 2: Assim?

Estudante 1: Não o 100 embaixo.

Estudante 2: Ata! O 100 e o que?

Estudante 1: Coloquei o 6 embaixo do 100.

Estudante 2: é 15 mil.

Estudante 1: É Regra de três e o que mais?

Estudante 2: Vocês vão copiar de mim? É com suas palavras, não sei se vocês perceberam.

Estudante 1: Não. Vou por só isso, tenho que explicar?

Estudante 2: Eu acho que está errado... eu acho que está errado, porque aqui embaixo está pedindo para fazer o que a gente fez aqui em cima. Aqui era só para saber como é calculado o quanto ele recebe, então seria o salário dele, mais o faturamento que ele ganha, como que a pessoa que paga ele faz o cálculo.

Estudante 1: É mesmo.

Estudante 2: com o salário mais o faturamento.

Estudante 1: Não era assim.

Estudante 2: Então a gente nem precisava ter feito a conta. Mas é sobre isso.

Estudante 1: Porque apagou o escrito?

Estudante 2: Por causa que, tipo assim, não tinha que fazer essa conta, era só pra colocar aqui que, tipo assim, para eles pagar o motorista ... Mas aqui é 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreira. Então, na segunda pergunta, a carreta faturou em dezembro o equivalente a 36.200 em valor bruto, entendeu. Aqui é para a gente calcular o 6%.

Estudante 1: E aqui vai o que?

Estudante 2: Aqui só coloca como é que ele recebe esse dinheiro. Tipo, ele já recebe 2.500 todo mês com mais de 6% do faturamento. Ele quer saber ...

Estudante 1: É para colocar como é feito o cálculo do valor a ser pago.

Estudante 2: Peraí, deixa eu escrever, deixa eu escrever, daí você lê.

Estudante 1: É somar esse pagamento dele com os 6 ... O que é esse 100 aqui embaixo?

Estudante 2: O 100 que passou dividindo.

Estudante 1: Pelo que eu estou lendo na b) a gente fez a a) errada.

Estudante 2: Ué. Aqui é pra fazer essa conta. Entendeu?

Estudante 1: O que é para fazer na b)?

Estudante 2: O que a gente fez aqui, né? Porque para calcular, tipo, o valor de 6% e depois somar com mais os 2.500, entendeu? ... Tipo assim, você vai pegar 2.500, não você vai pegar esse valor e vai pegar 6% desse valor, daí vai descobrir 6% desse valor e vai somar mais os 2.500 porque ele quer saber quantos reais o motorista recebeu neste mês, entendeu? Que agora eu não lembro como faz isso aqui.

Estudante 1: vai achar o restante para eu pegar. Vai achar o que dos 36 mil?

Estudante 2: os 6% de 36 mil.

Estudante 1: Se achar os 6% de 36.000 sem ficar ...

Estudante 2: Em cima? Então vai ser $36.200x$? A não. Eu vou precisar da calculadora, porque eu não faço isso na cabeça. Não pode né? ... Tá errado, cara. Porque vai ser 36.200 e 100. Não tem lógica. Daí não vai dar um valor certo.

Estudante 1: o x é aqui embaixo.

Estudante 2: Aqui. Ótimo. E o sentido agora tá certo. 36.200 e 100. Seis vezes seis, 36 ... Deu 2.172. Agora soma. Quantos é o valor que ele ganha?

Estudante 3: 2.500.

Estudante 1: Somar com o que?

Estudante 2: Com valor que ele ganha no mês, o pagamento fixo. 2.500.

O estudante 2 faz a leitura do item c) da situação 1.

Estudante 2: Na c) é para fazer a mesma coisa que nós fizemos na b).

Estudante 1: é a mesma coisa.

Estudante 2: Essa daqui é só colocar isso aqui. Essa outra eu não sei não.

O estudante 2 faz a leitura do item d) da primeira situação.

Estudante 1: Gente, vocês viram a D.

Estudante 2: Gente, vamos colocar, vamos colocar total, porque eu acho que a soma vai ser p igual ... que é o pagamento mais

Estudante 1: isso é um P? ... mais v.

Estudante 2: Vai ser isso. Na c) é a mesma coisa, só que daí não soma.

Estudante 2: Lê essa dois, não tinha que ter o valor?

O estudante 2 faz a leitura da segunda situação.

Estudante 2: é a mesma coisa da outra.

Estudante 1: Mas não tinha que escrever como é feito o cálculo do salário de Francisco como 1.300?

Estudante 2: Vai ser tipo 1.300 mais os 2% da comissão.

Estudante 1: Na d) colocou o que mesmo?

Estudante 2: Eu coloquei T porque o total é igual P mais v.

Estudante 1: É só escrever?

Estudante 2: É, igual ao outro.

O estudante 2 faz a leitura do item b) da segunda situação.

Estudante 2: Ah, isso aqui, gente, não consigo.

Estudante 1: Quantos reais ele deve vender em óleo ... Ué, gente!

Estudante 2: Ele tem que vender 1.100 reais ó, sabendo que gostaria de receber 2.400 em janeiro, quando ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir o salário. Tipo, ele só quer saber quanto ele deve vender em óleo hidráulico, não a porcentagem. Então ele tem que vender 1.100 reais de óleo hidráulico... não é mentira, a comissão é de 2% de tudo o que ele vende, do valor faturado com a venda que fizer deste produto no mês. Mas se ele vender só 1.100 de óleo hidráulico, quanto que é 2% de 1.100?

Estudante 3: Bem pouco.

Estudante 1: Mas como a gente acha o valor desse óleo?

Estudante 2: Se a gente pegar 1.100,

Estudante 1: é isso que eu não entendi.

Estudante 2: Se a gente pegar esse 1.100 e colocar tipo 2% desse 1.100 e a gente saber quando que é.

Estudante 1: Tipo assim, a gente tem que achar 2% de 1.100.

Estudante 2: Pensa comigo. Se a gente pegar, tipo 1.100, 2% desse 1.100. E ir tipo, somando, somando até dá 1.100. Não entendi. Ah esse aqui vai ficar sem fazer. Desculpa Fernanda, eu não consigo.

Estudante 1: Eu também não entendi porque eu acho que tinha que ter o valor do óleo. Porque como vamos somar sem o valor.

Estudante 2: Vai ser 1.100 mesmo e é isso! Pelo menos um raciocínio eu tive, errado, mas tive.

Estudante 1: Porque a gente não faz assim. 1.300, 100%. Ai a gente precisa achar 2%.

Estudante 2: Mas 1.300 é o salário dele. E aqui está pedindo quanto ele gostaria de receber disso.

Estudante 1: Então a gente vai achar um resultado a mais que vai ter.

Estudante 2: Então não tem que ser 2.400?

Estudante 1: é, isso mesmo.

Estudante 2: o 2% de 2400. Tá, né?

Estudante 1: Não vai ser o 2% de 2.400 ... aí vamos deixar essa sem fazer.

Estudante 2: Agora sim. É para fazer isso que você está falando aqui.

Estudante 2 faz a leitura do item c) da segunda situação.

Estudante 2: Mais ainda tem que achar o valor, como? Olha, o valor do óleo é 2%, então a gente tem que calcular 2% desses 62.000.

Estudante 1: Vai da 124, né? ... 1.240 então? ... vamos fazer nem que a gente faz errado.

Estudante 2: Vai ser isso aí.

Estudante 1: Deu o que?

Estudante 2: p mais a soma dos dois ... como é que faz essa? Que eu não lembro.

Os estudantes fazem individualmente a leitura da terceira situação.

Estudante 2: Tá, então vamos pegando de três e de dois e calcular a porcentagem de 20.000 pra descobrir quantos que vai dar 600. Tá se 20.000 deu 600 reais. 15.400 vai dar quanto? ... é só eu calcular 3% de 15.000?

Estudante 1: vai dar 462 reais, daí tem que somar com o salário dela ... aqui. Isso é o quê? Um quatro?

Estudante 2: 15.000 do valor que o cara ...

Estudante 1: 432?

Estudante 2: 462.

Estudante 1: Pode parar de gravar?

Estudante 2: Pode.

Estudante 1: Tchou, Fernanda.

Fim da gravação.

Estudante 1

<p>1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.</p> <p>a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.</p> <p><i>2500 mais 6% do faturamento</i></p> $\begin{array}{r} 2500 \\ \times \quad 6 \\ \hline 15000 \\ \hline 2500 + 15000 \\ \hline 17500 \end{array}$ <p><i>300 x = 36000</i> <i>300 x = 38000</i> <i>x = 350</i></p> <p>b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?</p> $\begin{array}{r} 36200 \\ \times \quad 6 \\ \hline 217200 \\ \hline 36200 \\ \hline 217200 \\ \hline 253400 \end{array}$ <p><i>300 x = 217200</i> <i>x = 217200 / 300</i> <i>x = 217200</i></p> <p>c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?</p> $\begin{array}{r} 54000 \\ \times \quad 6 \\ \hline 324000 \\ \hline 54000 \\ \hline 378000 \end{array}$ <p><i>300 x = 324000</i> <i>x = 324000 / 300</i> <i>x = 1080</i></p> <p>d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.</p> <p>$T = P + V$</p>	<p>2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.</p> <p>a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.</p> <p><i>1300 para mais mais a comissão de 2% do faturado</i></p> <p>b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?</p> $\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$ <p><i>300</i></p> <p>c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?</p> $\begin{array}{r} 62000 \\ \times \quad 2 \\ \hline 124000 \\ \hline 62000 \\ \hline 186000 \end{array}$ <p><i>300 x = 124000</i> <i>x = 124000 / 300</i> <i>x = 3210</i></p> <p>d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.</p> <p>$T = S + X$</p>
---	--

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

1200 de valor fixo mais a porcentagem de comissão que ela faz no mês

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \\ \times \quad 3 \\ \hline 60000 \\ \hline 20000 \\ \hline 80000 \end{array}$$

x = 60000
x = 60000 / 20000
x = 3

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times \quad 3 \\ \hline 46200 \\ \hline 15400 \\ \hline 61600 \end{array}$$

x = 46200

$$\begin{array}{r} 3200 \\ + 46200 \\ \hline 49400 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$T = S + V$

Estudante 2

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

É a soma do pagamento mensal mais 6% do valor do faturamento que muda de mês para mês, logo ele não tem um valor fixo.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \\ \times 6 \\ \hline 217200 \\ \hline 2500 \\ + 2172 \\ \hline 4672 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \\ \times 6 \\ \hline 324000 \\ \hline 500 \\ \hline 3240 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$T = P + V$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

É 1.300 mais 2% da comissão que ele conseguiu ao final do mês.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 \\ \times 2 \\ \hline 124000 \\ \hline 1300 \\ \hline 125300 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$T = S + x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

1200 reais que é o salário fixo mais a porcentagem de comissão que ela efetua no mês

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \\ \times 3 \\ \hline 60000 \\ \hline 600 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 3 \\ \hline 46200 \\ \hline 1200 \\ \hline 47400 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$T = S + v$$

Estudante 3

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

é a soma do pagamento mensal mais o valor do faturamento que mudou de mês para mês logo da mês sem um pagamento fixo.

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 6\% \\ \hline 15000 \end{array}$$

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \\ \times 106 \\ \hline 2500 \\ + 21120 \\ \hline 23620 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \\ \times 106 \\ \hline 32400 \\ + 54000 \\ \hline 59400 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$T = P + V$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

é 1.300,00 mais 2% da comissão que ele conseguiu ao final do mês

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 \\ \times 2 \\ \hline 12400 \\ + 62000 \\ \hline 74400 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$T = S + x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

1200 reais que é o salário fixo mais a porcentagem de comissão que ela faz no mês

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \\ \times 3 \\ \hline 60000 \\ \div 100 \\ \hline 600 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 3 \\ \hline 46200 \\ + 1200 \\ \hline 11620 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$T = S + V$$

APÊNDICE V– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 2

Transcrição grupo 2:

O grupo apenas mandou a gravação explicando como resolveu cada situação.

Áudio com 4 min e 57s.

Estudante 4: Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento 2.500, mas 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta. Letra a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Estudante 4: Resposta: Pegamos o fixo que é 2.500, mais 6% do valor bruto da faturamento da carreta.

Estudante 4: Letra B. A carreta faturou em dezembro o equivalente 36.200 no valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês? 6% de 36.200 é equivalente a 2.1172 mais o valor fixo que igua-la a 4.672.

Estudante 4: Letra C. Sabendo que em fevereiro a carreta teve um faturamento de 54.000 em valor bruto. Quanto foi pago ao motorista? Resposta 6% de 54.000 é 3.240. Mais o valor fixo ficou igualada a 5.740.

Estudante 4: Letra D. Escreva uma expressão que permita calcular para qualquer mês o pagamento P do motorista em função do valor bruto faturado igual a 2.500 mais 6%.

Estudante 4: Questão número dois, Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de 1.300. O seu padrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem desse produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuados por ele.

Estudante 4: Letra a). Escreva com suas palavras como é feita o cálculo do salário de Francisco. Ele ganha 1.300 fixo, mais a comissão de 2% das vendas.

Estudante 4: Letra B. Sabendo o que o Francisco gostaria de receber 2.400 em janeiro, quantos ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir este salário? Deverá vender 55.000 que dá 1.100 de comissão, mais o fixo que dá 2400.

Estudante 4: Se em um mês Francisco Vender o equivalente a 62.000 em óleo hidráulico. Qual o valor de salário ele receberá no final do mês? Resposta Vai ganhar no total 3.640 que é 2% de 62.000, que dá 1.240 mais 2.400 igual 3.640.

Estudante 4: Letra D. Escreva uma expressão que permita calcular para qualquer mês o salário de Francisco em função do valor x faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuados por ele. O salário é de 1300 x vezes 0,2%.

Estudante 4: Questão 3. Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de 1.200, mas uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

Estudante 4: Letra a. Descreva com suas palavras como é feita o cálculo do salário de Maria. É 1.200 mais a comissão das vendas que ela faça.

Estudante 4: B. Em determinado mês, Maria vendeu 20.000 em produtos e recebeu 1.800 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetuando o mês? ela gasta 3% ao mês de comissão, que é $1800 - 1200 = 600$ é 3% de 20.000 igual a 600.

Estudante 4: Letra C. Se em um determinado mês Maria vendeu o equivalente a 15.400 em produtos, qual será seu salário ? Ela ganhará 1.662 com o fixo de 1.200 mais a comissão de 462.

Estudante 4: D). escreva uma expressão que determina calcular em qualquer mês o salário de Maria em função ao valor das vendas efetuadas por ela. O salário de 1.200 mais vendas de 3%.
Fim da gravação.

PROTÓCOLOS

Estudante 4

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Recebe o fixo que é 2500 mais 6% do valor bruto do faturamento da carreta.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 2500 + 2112 = 4612 \\ 36.200 \\ \times 0,06 \\ \hline 2112 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 2500 + 3210 = 5710 \\ 54.000 \\ \times 0,06 \\ \hline 3210 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = 2500 + 0,06 \cdot v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
Ele ganha 1300 fixo mais a comissão de 2% das vendas.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Quero vender 35000 que de 1100 de comissão mais o fixo que é 2400,00

$$\begin{array}{r} 2400 \\ 1300 \\ \hline 3700 \\ \times 0,02 \\ \hline 7400 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

Ele ganhará no total 3640,00

$$\begin{array}{r} 62000 \\ \times 0,02 \\ \hline 1240 + 2400 = 3640,00 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = 1.300 + x \cdot 0,02$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
É 1200 mais a comissão das vendas que ela fez.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

Ele ganha 3% ao mês de comissão

$$\begin{array}{r} 1800 \\ 20000 \\ \hline 0,09 \\ \times 100 \\ \hline 9 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

Ele ganhará 1662 com o fixo de 1200 mais a comissão de 462

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 0,03 \\ \hline 462 + 1200 = 1662 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = 1200 + v \cdot 0,03$$

Estudante 5

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

É feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista de acordo com o valor bruto da carreta.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 2172 \\ \hline 4672 \end{array}$$

*25.000
+ 0,06
2172*

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 3940 \\ \hline 6440 \end{array}$$

*54.000
x 0,06
3240*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$x = 2500 + 0,06 \cdot v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Ele ganha 1300 reais mais a comissão do mês.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$

*Devo vender 55000 reais de óleo hidráulico
1100 de comissão, -1300
mais o valor fixo 1300
2400,00*

*55.000
x 0,02
1100*

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 \\ \times 0,02 \\ \hline 1240 \end{array}$$

*Devo ganhar no total 62000
3640,00
1240 + 1300 = 3640*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = 1300 + x \cdot 0,02$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

É feito o cálculo do salário de Maria de acordo com o valor das vendas que ela efetua no mês.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

*Ele ganha 3% comissão de comissão
1800
- 1200
600*

*20000
x 0,03
600*

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 0,03 \\ \hline 462 \end{array}$$

*Ele ganhará 1662
com o fixo de 1200
mais a comissão de 462
462 + 1200 = 1662*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = 1200 + v \cdot 0,03$$

Estudante 6

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Recebe o fixo que é 2500 mais 6% do faturamento da carreta.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$2500 + 2172 = 4672$$

$$\begin{array}{r} 36200 \\ \times 0,06 \\ \hline 2172 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$2500 + 3240 = 5740$$

$$\begin{array}{r} 54000 \\ \times 0,06 \\ \hline 3240 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$x = 2500 + 0,06v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Ele ganha 1300 fixo mais a comissão de 2% de vendas.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Ele quer ganhar 2400 menos o fixo que é 1300 de comissão mais o fixo que é 2400,00

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55.000 \\ \times 0,02 \\ \hline 1100 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

Ele ganhará no total 3670,00

$$\begin{array}{r} 62000 \\ \times 0,02 \\ \hline 1240 \end{array}$$

$$1240 + 2430 = 3670,00$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = 1.300 + 0,02x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

É 1200 mais a comissão das vendas que ela fez.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

Ele ganha 2% ao mês de comissão 1800

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20.000 \\ \times 0,03 \\ \hline 600 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

Ele ganhará 1662 com o fixo de 1200 mais a comissão de 462

$$\begin{array}{r} 15.400 \\ \times 0,03 \\ \hline 462 \end{array}$$

$$462 + 1200 = 1662$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = 1200 + 0,03v$$

APÊNDICE VI– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 3

Transcrição grupo 3:

O grupo apenas encaminhou a gravação explicando como resolveu cada situação.

Áudio com 1 min e 42 s.

Estudante 7: Oi Fernanda, vamos fazer aqui já! Jerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de carga, o motorista recebe o pagamento 2.500 reais, mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta. Letra a), escreva com suas palavras como é feita o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Estudante 7: O valor pode ser calculado, tipo assim, por regra de três, se multiplica cruzados os valores. Aí faz 2.500, que é o valor que ele está ganhando mais 6% do faturamento, dividimos 100%, vai dar o valor exato.

Estudante 7: Letra b, a carreta faturou em dezembro o equivalente a 36.200 reais no mês de dezembro. O valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu nesse mês ... aqui, tem que dividir como se fosse também a regra de três.

Estudante 7: A letra c), também tem como ser feito ... botando na regra de três e pode se fazer 6% do valor, que ele ganha só 6% do valor, mais os 2500 que nem a letra b) também.

Estudante 7: A letra d), escreva uma expressão que permite calcular para qualquer mês o pagamento p do motorista em função do valor bruto v da fatura... aqui podemos ver o pagamento. O pagamento é 2500, como diz na um, né? O faturamento tem que dar o valor certo. Daí.

Fim da gravação.

PROTOCOLOS

Estudante 7

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

O cálculo pode ser feito de duas maneiras: multiplicando o valor bruto por 1,06 e depois subtraindo o valor do pagamento fixo de R\$ 2.500,00. Ou então multiplicando o valor bruto por 0,06 e depois somando o valor do pagamento fixo de R\$ 2.500,00.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

Para que seja um cálculo para obter 6% do valor bruto, primeiro calculamos 6% de 36.200,00, que é 2.172,00. Depois somamos esse valor ao valor fixo de R\$ 2.500,00, resultando em R\$ 4.672,00.

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

*54.000,00 + 6% de 54.000,00 que é 2.916,00
+ 2.500,00
= 5.416,00*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$p = 0,06v + 2500$

Estudante 8

Nome:

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Então para calcular isso em 6% por 2500 que dá um resultado de 150

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

APÊNDICE VII- TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 4

Transcrição grupo 4:

O grupo apenas encaminhou a gravação explicando como resolveu cada situação.

Áudio com 35 s.

Estudante 8: Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$1.200,00, mais uma porcentagem de comissão no valor das vendas que ela efetua no mês. Letra B, em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos, recebeu 1800 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

Estudante 8: Pegando 1.800 vezes 20.000 de comissão, ela vai ganhar ao total 36.000.

PROTOCOLO ESCRITO

Estudante 8 e 9

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$36.200 \times 0.06 + 2.500 = 30.500$
 36.200
 $- 5.700$
 30.500

Neste mês ele vai receber 30.500 reais

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

Nome:

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

de comissão ela vai ganhar 36.000,00
 $1.800,00$
 $\times 20.000,00$
 $36.000,000$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

1.200 15.400
 $- 1340$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

APÊNDICE VIII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 5

Transcrição grupo 5:

Áudio com 33 min e 50 s.

O estudante 11 faz a leitura do enunciado da situação 1.

Estudante 11: E aí?

Estudante 12: É e aí?

Estudante 11: É o valor em cima de 2.500 né, 6% de 2.500 ai mais. Tipo, a gente vai pegar a porcentagem.

Estudante 12: Só a porcentagem

Estudante 11: Então. A porcentagem 6% em cima do 2.500.

Estudante 12: Pra fazer conta ai...

Estudante 11: Eu coloquei assim, é feito o cálculo de porcentagem em cima do montante, no caso 2.500. Ou seja, 6% de 2.500 somado ao montante. Ao mês isso né.

Estudante 12: Então tá, deixa eu, acrescentar muito.

Estudante 11: Não, não é ao mês não, tá errado.

Estudante 12: Tá bem, é mensal ué.

Estudante 11: É mensal. Tá certo. Ó, a carreta faturou em dezembro o equivalente a 36.200 em valor bruto. Quanto o motorista recebeu? Pera, pera aí, a gente fez errado.

Estudante 12: Por quê?

Estudante 11: Porque é 6%, mais 6% do faturamento, no caso é 6% em cima do valor. Espera, Espera, Espera.

Estudante 12: Não era não, né? Não lembro como é que faz.

Estudante 11: Ó, então aqui a gente vai fazer assim, como é porcentagem 6% dividido por 100 vai dar 0,06. A gente pega esse valor e faz vezes três, 36.200, que é o valor que está aqui. Fazendo isso, a gente vai descobrir a porcentagem de 6% em cima de 36.200. É só fazer 0,06 vezes 36.200 que vai dar ... igual ... 2.172 ... você entendeu como faz?

Estudante 12: Sim, mas tipo.

Estudante 11: Tá aqui, Estudante 12. Quantos reais com o motorista recebeu esse mês? A gente tem que lembrar que tem a renda fixa de 2.500.

Estudante 12: E o valor bruto que ele consegue receber do que a carreta fatura.

Estudante 11: O valor bruto no caso, que é a porcentagem de 6%, vai ser o 2.172. Então agora a gente pega esse valor mais 2.500. Foi isso que deu um total de RS 4.672,00. Tirou bem. A

mesma coisa aqui, sabendo que em fevereiro a carreta teve faturamento de 54.000 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista? Então a gente vai fazer 0,06 vezes 54.000. ... 0,06 vezes 54.000. Olha lá, aqui vai dar 3.240 reais só em porcentagem. Então vamos lá fazer. Então tá. Será que aqui a gente vai fazer vezes o valor, não é mais o valor da renda fixa.

Estudante 12: No meu sim. 6 vezes 5, 32, 6 vezes 4, 24. Sobe dois aqui. 32.

Estudante 11: 32.

Estudante 12: Não tenho muita certeza ... mais o salário do rapaz.

Estudante 11: Esse é o valor bruto. O valor bruto.

Estudante 12: Como assim?

Estudante 11: É só 3.240! Não está falando aqui quanto foi pago em reais, aqui é só em valor bruto e o valor bruto é 3.240.

O estudante 12 faz a leitura do item d) da situação 1.

Estudante 11: Vixi. Eu não sei agora.

Estudante 12: Não faço ideia. Não lembro.

Estudante 11: Ah, eu sei. M igual a p sobre v.

Estudante 12: É esse o cálculo?

Estudante 11: Não. M igual p mais v porque não divide. É o mês mais o valor pago mais, é igual ao valor pago, que é a renda fixa mais o valor bruto. Eu acho que é, o que você acha?

Estudante 12: Vamos calcular pra ver.

Estudante 11: Não tem um cálculo.

Estudante 12: Sim, logico que tem. Você pega aqui, você pega M igual a 2.500 mais o valor bruto.

Estudante 11: Tá certo.

Estudante 12: Então. Mas é só expressão, não tem que calcular? ... Não, não é só a expressão.

Estudante 11: Só isso.

O estudante 11 faz a leitura do enunciado da situação 2.

Estudante 11: Então aqui vai variar. Espera aí. Ele recebe 1.300 por mês. Ele ofereceu uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas. Então aqui vai variar de acordo.

Estudante 12: A gente fala que varia do quanto ele consegue fazer de vendas. E é isso que tudo gira em torno do valor do salário e do valor dele.

Estudante 11: Como é feito o cálculo? ... sabendo que Francisco gostaria de receber 2.400 em janeiro. Quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário? Vixi! Aqui. A gente tem que pensar que a gente tem 2.400 – 1.300. Ele deveria ganhar uma comissão de 1.100, mais 1.100 referente a porcentagem de 2%. De qual valor então tem valor?

Estudante 12: Tem valor de produto?

Estudante 11: Sim, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir.

Estudante 12: Então eu entendo. Eu só vou usar a somatória, que é 1.100.

Estudante 11: Não, irmão.

Estudante 12: Sim.

Estudante 11: Não tem um valor de base tipo o óleo é 50 reais. Não tem esse valor. O bagulho é se ele mesmo 8.000 reais vai ser 2% sobre o 8000.

Estudante 12: Então tem que só fazer a porcentagem. Então a porcentagem bem alta. Tipo assim, por causa disso ele vai ter que vender muito.

Estudante 11: Então 2% vai ser na casa dos 40.000. ... 0,02.

Estudante 12: Não é, é bem mais... uns 100.000.

Estudante 11: Tanto assim.

Estudante 12: Não é menos, 90?

Estudante 11: Menos

Estudante 12: Tenta 50, 65, não 55.

Estudante 11: Por causa do 1.100 ele deveria vender 55.000.

Estudante 12: Bravo, vai!

Estudante 11: Ele deve vender ...

Estudante 12: A próxima. Na próxima ele vai ter que receber. Receberia 1.240 reais.

Estudante 11: É, não soma com 1300 agora.

Estudante 12: Sim ele receberá o valor líquido do que vender.

Estudante 11: Ah sim!

Estudante 12: Do 62.000.

Estudante 11: Tá porque é 0,02. 0,02 vezes 62.000. Então aqui a gente vai fazer 62.000 vezes 0,02 ... dá 1.240 de comissão.

Estudante 12: Sim... Mas em geral os 2.540

Estudante 11: mais 1.300, soma isso dá quantos?

Estudante 12: 2.540.

Estudante 11: Perfeito. É isso ... O Fer a gente deixou gravando, já tudo. Ou você prefere que grava cada questão?

Pesquisadora: Não, pode gravar tudo ... Só, se por exemplo tem alguns celulares que não aguenta gravar tudo, tem um limite de tempo sabe. Aí qualquer coisa grava vários áudios e me manda junto.

Estudante 11: Não, o meu acho que aguenta ... Tá escreva uma expressão que permita calcular para qualquer mês.

Estudante 12: S acho que é s.

Estudante 11: eu acho que é a mesma coisa. M igual ... mais x. É isso?

Estudante 12: Não faço ideia.

Estudante 11: M de mês igual ao salário, mais o valor x da comissão. ... Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de 1.200 reais, mais uma porcentagem de comissão do valor da venda que ela efetua no mês ... mais uma porcentagem, então aqui nessa em específico não especifica quanto que ela ganha de porcentagem.

Estudante 12: Tá 1.200. Ferrou.

Estudante 11: Tá vamos lá. Escreva com suas palavras ...

Estudante 12: É só o valor do salário somado com a comissão.

Estudante 11: Sim.

Estudante 12: Em determinado mês ela vendeu 20.000, já tem um produto.

Estudante 11: E recebeu 1.800 de salário.

Estudante 12: Ah moleza!

Estudante 11: A gente tem que lembrar que ela tem uma renda fixa de 1.200 reais. Ela recebeu 600 reais de comissão. Então é um valor muito baixo, tipo 0,2.

Estudante 12: Acho que vai ser 0,002.

Estudante 11: Não é dividido. Se dividir. Não, não. Tá louco? tá errado ... Oh, aqui ela vendeu 20.000

Estudante 12: Não é muito pouco, você colocou um zero a mais.

Estudante 11: Não?

Estudante 12: Sim.

Estudante 11: Não, 3% então que ela ganha.

Estudante 12: Não, por causa dos 1.800.

Estudante 11: Então, 1.800 mais 600 ... 3%.

Estudante 12: Entendi.

Estudante 11: Sabia! ... 3%, pois ... (Nesse momento o estudante está escrevendo a resposta e ditando o que escreve). Beleza, aqui. Se em determinado mês Maria vendeu o equivalente a 15.400 reais. Qual será seu salário? A gente já sabe que ela ganhou 3%.

Estudante 12: Fiz a conta, deu 1.662. O salário total.

Estudante 11: Somado a 1.200?

Estudante 12: Sim que daria 462. A porcentagem.

Estudante 11: Tá? Então agora coloca o cálculo, 0,03 vezes 15.400 ... quanto que dá?

Estudante 12: 462.

Estudante 11: 1.600?

Estudante 12: 1.662.

Estudante 11: Perfeito. Olha que é a última é fácil escrever a expressão que.

Estudante 12: É a mesma coisa dos outros.

Estudante 11: É. A beleza terminamos.

Fim de gravação.

PROTOCOLOS ESCRITOS

Estudante 11

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

foi feito o cálculo de porcentagem em cima do valor bruto por: 320 valor por dia 600, isso sem 6% de R\$ 4600. somado o valor fixo de R\$ 2500.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 0,06 \times 36.200 = 2.172 \\ \begin{array}{r} 36.200 \\ 2.172 \\ \hline 38.372 \end{array} \end{array}$$

R\$ 4.672.

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 0,06 \times 54.000 = 3240 \\ \begin{array}{r} 54.000 \\ 3.240 \\ \hline 57.240 \end{array} \end{array}$$

R\$ 3240

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$m = p + v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerm deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Veículo novo de acordo com os vendas, eu não se de vender R\$8.000, não foi o cálculo de 2% sobre R\$8.000, o valor da porcentagem será somado a sua renda fixa.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Ele deve vender R\$ 55.000, pois 2% é 1100 somado a sua renda fixa de R\$ 1300 dá R\$ 2400.

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 0,02 \times 62.000 = 1240 \\ \begin{array}{r} 62.000 \\ 1.240 \\ \hline 63.240 \end{array} \end{array}$$

R\$ 3240 > R\$ 2540.

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$m = s + x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

O valor do salário somado a comissão.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

Ela ganhou um percentual de 3% pois 3% de 20.000 é 600, sabendo a sua renda fixa de 3200 logo para ela ter faturado 3800, faltava 600, ou seja ela ganhou um percentual de 3% sobre as vendas.

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$0,03 \times 15.400 = R\$ 462,00$
 $R\$ 15.400,00$
 $R\$ 3200,00$
 $\hline R\$ 3662,00$

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 0,03 \\ \hline 46200 \\ 00000+ \\ 000000+ \\ \hline 462100 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$m = 3 + v$

Estudante 12

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

O cálculo é feito em cima do valor bruto

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$0,06 \times 36.200,00 = 2.172 + 2.500 = 4.672$
 R. O motorista recebeu 4.672 reais

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$0,06 \times 54000 = 32400$
 $+ 54000$
 $\times 0,06$
 324000
 $00000+$
 $\hline 572400$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$p = 6 + v$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

o valor de quanto vendido de óleo, então esse valor é adicionado ao salário mensal somando com o salário.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Ele teria que vender R\$5.000,00 em óleo hidráulico

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

Ele receberá 1240 reais em comissão e em geral 2.540,

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$m = 2 + x$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

Valor do salário variável com a comissão.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

Ela recebe 3% de comissão das vendas, porque 3% de 20.000 é 600.

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

Seu salário será de R\$1662.

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 0,03 \\ \hline 46200 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$M = S + V$$

APÊNDICE IX– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 6

Transcrição grupo 6:

Áudio com 47 min e 45 s.

Estudante 14 faz a leitura do enunciado da situação 1.

Estudante 13: E por Juros, né?

Estudante 14: Sim. Como ele recebe o pagamento, então 2.500 vai ser fixo.

Estudante 13: 2.500 é o montante.

Estudante 14: 2% de seu valor bruto mensal da carreira. Então vai ser os 2500 mais o 6%.

Estudante 13: 6% do 2.500.

Estudante 14: Faz por regra de três? É pra escrever aqui, né? Então vamos colocar assim no coiso. Vai ser o valor bruto, o montante que você falou?

Estudante 13: é

Estudante 14: Dá para nós fazer o cálculo já.

Estudante 13: É 150 os 6% de 2.500.

Estudante 14: Você acha que faz o cálculo?

Estudante 13: Então vai ser 2.500, mais o 150 que vai ser mensalmente. Que ele vai receber como pagamento os 2.500 mais 6% do faturamento no valor bruto mensal, ou seja, vai ser 2.500 mais o faturamento. Os 150. Então vai ser 2.650?

Estudante 14: Ao mês.

Estudante 13: É provavelmente ao mês.

Estudante 14: Ela quer que faz o cálculo.

Estudante 13: Eu já fiz o cálculo aqui.

Estudante 14: O cálculo não vai fazer como equação, não né?

Estudante 13: Eu não fiz como equação, fiz mais por lógica.

Estudante 14: igual 100, 150?

Estudante 13: Faz como o meu aqui, só 2.500 vezes 6, porque daí é só adicionar lá as vírgulas e contar duas casas depois da vírgula, quer dizer, duas casas antes da virgula. ... Conta lá em dois vírgula que dá 150 ... Dividido por um dá 150.

Estudante 14: Uma carreta fatura um dezembro. Quantos reais recebeu?

O estudante 13 faz a leitura do item b) da situação 1.

Estudante 14: Essa me pegou!

Estudante 13: No caso, os 6% de 36.200, vai ser 36.200 mais os 6% dele.

Estudante 14: é porque o pagamento aqui que ...

Estudante 13: Ele recebe como pagamento, o pagamento é uma parte fixa, só que daí é acrescentado 6% do pagamento do faturamento bruto. E como aqui o faturamento foi equivalente a 36.200 o valor bruto vai ser o 36.200 mais os 6% do 36.200? Ou você aponta semelhante e quer dizer.

Estudante 14: Vai fazer por regra de três? Mas 36.200 seria o que, os 100%?

Estudante 13: É, sim. E o 6 não sabe, os 6% não sabe o quanto é. Ai o 6 é aqui embaixo. Ali o valor é x.

Estudante 14: (pergunta ao outro grupo) Quanto que deu essa tua? ... Ignora isso (Se referindo a pesquisadora quando estiver escutando o áudio).

Estudante 13: Sem somar, deu 2.172.

Estudante 14: E depois vai somar com?

Estudante 13: 36.200. Ai nesse mês ele vai receber 30 e tantos.

Estudante 14: Vai ser 38, 37.

Estudante 13: Porque se o faturamento foi 36.200 em valor bruto. Mas tem um acréscimo de 6% que vai ser acrescido aos 36.200.

Estudante 14: Que foi?

Estudante 13: 338, 372.

Estudante 14: 6 vezes 4 é 24, né?

Estudante 13: é.

O estudante 13 faz a leitura do item d) da situação 1.

Estudante 13: O pagamento vai ser?

Estudante 14: 3.240. Com acréscimo...junto com 54.

Estudante 13: O pagamento em função do valor, então, vai ser p igual, isso? A v mais b? ... P é igual a v em função, é em função. O p é o pagamento, então ele vai sempre ficar aqui.

Estudante 14: Você não vai pôr a escrita, ou você vai fazer com esse?

Estudante 13: É porque essa aqui é só uma fórmula. Ai é só colocar fórmula aqui, então. A expressão no caso a função de primeiro grau é o y é igual a x mais b, só que aqui.

O estudante 14 faz a leitura novamente do item d) da primeira situação.

Estudante 13: Como p está em função, o pagamento, no caso, que é o p está em função do valor bruto v. Ele tá em função do valor, vai ser p igual a alguma coisa.

Estudante 14: Não, p já seria o igual, não é?

Estudante 13: Esse aí eu estou falando. O p igual aquele que está em função dele, então vai ser p é igual. O valor bruto é no caso esse daqui, que nem aqui ó. Esse foi o faturamento, daí é o faturamento.

Estudante 14: Eu acho que seria 100%.

Estudante 13: o faturamento é esse daqui.

Estudante 14: não, estou tentando descobrir o V aqui. Eu não sei se ponha seis V.

Estudante 13: O pagamento dele é o P.

Estudante 14: O valor p é o valor bruto.

Estudante 13: Não o pagamento. O pagamento é o total, o total. Vai receber esse mais um 6%, por isso que ele está como igual, então vai ser av mais b, o av vai ser no caso o valor, mais os 6%, que vai ser, no caso o v. Eu coloquei p igual av mais b.

Estudante 14: Só que daí tem que especificar o a.

Estudante 13: O a seria esse valor aqui? E esse seria o valor ali. É porque essa letra é só pra sugerir. Poderia ser ambos serem V, só que esse deve ser um número atrás do V, porque esse V, desses ambos aqui, são esses. Porque assim, esse é o valor, já que ele vai pagar aí o V seria tipo o 6%, aí vai ser o av. Seria os 6% de 1500. Ou seja

Estudante 14: 2.500 é o valor mensal?

Estudante 13: Seria assim. E assim vai. P é igual ... o av seria o 2500 vezes, o 0,06, mais os 2.500. Esse. Porque o pagamento dele, daí seriam 2.500 mais ou 6% dos 2.500.

Estudante 14: Então, no caso não seria só esses dois aqui?

Estudante 13: Não. Porque esse da ...

Estudante 14: E o v já representa os dois?

Estudante 13: não o v, é no caso o valor. Esse aqui ó.

Estudante 14: 6% do.2.500?

Estudante 13: 6% do faturamento. É o faturamento, 6% do faturamento do valor bruto. Então, v ... ó, o valor bruto é v. V que seria equivalente ao 6% nesse caso. Ai o a seria o 2.500, v seria os 6%. Aí o B seria o 2.500 sem o 6% ... E vou deixar especificado aqui.

Estudante 14: Então no caso seria p, igual av mais b.

Estudante 13: Isso Aí a totalidade disso seria aqui, daria o 150 da ideia, somar o 150 com 2.500, que daí o pagamento dele seria a soma desses dois.

O estudante 13 faz a leitura do enunciado da situação 2.

00:24:19

Estudante 13: Aqui está dizendo que o salário fixo dele é 1.300. Aí o carinha foi lá e decidiu aumentar a venda de óleo do posto, cobrando mais, aí ofereceu pra cada um uma comissão de

2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Então o cara passa a receber o salário fixo, que é os 1.300 já garantidos.

Estudante 14: Mais os 2% da comissão.

Estudante 13: Mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele. Então aqui o pagamento dele se dá em função do valor agora das vendas.

Estudante 14: Por exemplo, teria 1.500, seria 2% do meu salário fixo. É igual a outra. Só mudou os números.

Estudante 13: E as letrinhas só. Mas não muda nada. Além, o salário em função do valor x faturado, ou seja, o F, que é o pagamento.

O estudante 13 faz a leitura do item a) da situação 2.

Estudante 13: Agora aqui, no caso, a gente vai ter que achar.

Estudante 14: Fiquei com uma dúvida. Aqui a gente fez os 6% do 36, mas a somatória da coisa ia ser o salário. Salário fixo.

Estudante 13: Mas no caso isso aí. O salário eu fiz como fixo, mas os 6% do salário fixo daí e o 36 já até fez o 36 mais os 6%, 36.200.

Estudante 14: Não, só que o 36 aqui não é o salário dele.

Estudante 13: Ele faturou, ou seja, o faturamento.

Estudante 14: Então, porque ele faturou dos 36? Seria quanto os 2172, né?

Estudante 13: Não, esse é o 6% dos 36.

Estudante 14: Então esse valor aqui, nós ia somar com o salário, o salário é esse aqui.

Estudante 13: Não, ele recebe com essa coisa mais 6% do faturamento.

Estudante 14: Então o faturamento bruto mensal.

Estudante 13: mensal.

Estudante 14: mas o faturamento bruto é esse aqui.

Estudante 13: Então, desse mês esse foi o faturamento bruto. Então a carreta faturou em dezembro o equivalente a 36.200.

Estudante 14: Então o valor bruto.

Estudante 13: Bruto, então nesse mês vai ser o 36,200 mais os 6% de 36.

Estudante 14: Não, mas isso não é o salário dele.

Estudante 13: É assim que é o salário dele, ele vai receber como pagamento 2.500.

Estudante 14: Mais o faturamento do valor bruto mensal da carreira é de 6% do faturamento, o salário mínimo mais o 6% do faturamento bruto.

Estudante 13: Agora estou a pensar nessa parada.

Estudante 14: Entendeu? Vai dar 4.000 e alguma coisa. O salário não é 30 e poucos mil.

Estudante 13: Não é alguma coisa, não. Vai dar mais de que 4.000 e alguma coisa.

Estudante 14: Então vai ser 5.000 e nessa base 4.000, entendeu? É que eu vi nessa aqui. Então eu fiquei pensando que.

Estudante 13: É

Estudante 14: Também não ia fazer sentido, né, o cara ganhar 30 e poucos 1.000 caminhoneiro. Errando e aprendendo.

Estudante 13: Essas pegadinhas é complicado.

Estudante 14: A primeira está certa.

Estudante 13: Só as duas a b) e a c) ... Deixa eu apagar aqui. Isso é muito bom. Vai ter 6% do mesmo, 6%.

Estudante 14: Do faturamento bruto.

Estudante 13: Do faturamento da carreta.

Estudante 14: 4.672.

Estudante 13: Pelo menos a d) a gente sabe que tá certa ... Ah, mas pode usar que o faturamento na carreta foi 2.500 também, como exemplo. Está perguntando como é que é feita a conta. Então tá certo.

Estudante 14: Coloquei assim, vai utilizar um montante que é o 2.500 mais o valor de 6% que é, coloquei 150.

Estudante 13: Mas é, os 6% de 2.500 é 150.

Estudante 14: Eu vou ter que ajeitar esse daqui. Vou ter que colocar mais o valor de 6% do faturamento bruto.

Estudante 13: Aqui tá querendo saber quantos reais deve vender em óleo pra conseguir o salário. Vamos ter que fazer os 2% de 2.400 e somar com os 1.300, será?

Estudante 14: Calma aí.

O estudante 14 faz a leitura do item b) da segunda situação

Estudante 14: Essa é mais difícil.

Estudante 13: É que aqui só está o salário fixo dele que vai ser acrescentado 2.500 por venda mensal.

Estudante 14: Não, ele gostaria de receber 2.400 ... então, no caso, seria a soma.

Estudante 13: É. Vai ter.

Estudante 13: Que com 1.300, acredito que pode dar 2.400.

Estudante 14: Vamos para a três, que é melhor

Estudante 13: Acho que entendi, na um a gente teve que achar o bruto ... a porcentagem em bruto. Na dois vai ter que achar em reais, provavelmente, e na três a porcentagem, porque ela não dá a porcentagem na três.

Estudante 14: são três probleminha só?

Estudante 13: Sim. Já pode até colocar a d) aí. S igual ax mais b. A fórmula é sempre a mesma. A fórmula da função.

Estudante 14: Ai a outra, vai ser a mesma coisa.

Estudante 13: av, só que agora, a outra.

Estudante 14: Então vai ser essa av mais b.

Estudante 13: É, porque a coisa na função é sempre a mesma, só muda a letra.

Estudante 14: Caramba, 41 minutos.

O estudante 13 faz a leitura do item b) da segunda situação.

Estudante 13: Vamos fazer a c) primeiro que é igual às outras. É mais fácil. É só pegar o 2% de 62.000.

Estudante 14: Eu acho que vai dar 620.

Estudante 13: da dois quinhentos e ...

Estudante 14: Dá dois?

Estudante 13: 2.540. Se aqui ele vendeu 62.000 e recebeu 1.240,00.

Professora da Turma: Pessoal, tira foto do papel de vocês, da resolução de vocês, porque esse papel não vai voltar pra vocês. A Fer vem aqui depois corrigir com vocês.

Estudante 13: Eu vou fazer a b da 3, é mais fácil.

Estudante 14: Essa b) aqui eu já descobri como é que eu vou calcular. Nós vai pegar o 1.300 menos o 2.400 que vai ficar o valor que vai ser o acréscimo. Esse acréscimo aí vai ser os 2%, aí nós temos que descobrir o quanto que é o 100%. Por regra de três na minha lógica.

Estudante 13: É por regra de três é melhor. Eu estou fazendo essa daqui por regra de três.

Estudante 14: Esse 1.100 que foi o acréscimo dos 2%.

Estudante 13: 1.800 vezes 100.

Estudante 14: Vamos fazer agora, aqui ... é 9% ... acho que pode desligar já

00:47:38

Estudante 13: Pode, nós já terminamos.

Fim da gravação.

PROTOSCOLOS ESCRITOS

Estudante 13

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 150 \\ \hline 2650 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 150 \\ \hline 2650 \end{array}$$

O pagamento será feito com os 2500 reais, mais 6% de valor do mesmo

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \\ + 2172 \\ \hline 38372 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 150 \\ \hline 2650 \end{array}$$

O pagamento será semelhante ao da questão anterior, mas receberá 2500 mais os 6% de faturamento da carreta

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \\ + 3240 \\ \hline 57240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ + 150 \\ \hline 2650 \end{array}$$

ele recebeu 2500 mais os 6% de faturamento da carreta

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = Av + B$$

$$p = 2500 + 0,06v + 2500$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

será somado o salário fixo dele com a comissão de 2% do valor faturado com os vendas.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{l} x = 100 \\ 1100 \cdot 2 \\ x = 11000 \\ x = 55000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x = 11000 \\ x = 55000 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 \\ + 1240 \\ \hline 63240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1300 \\ + 1240 \\ \hline 2540 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = Ax + B$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

O salário dela será a soma dos 1200 fixo com a porcentagem de comissão

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{l} 20.000 = 100 \\ 1200 \cdot x \\ x = \frac{1800 - 1200}{20000} \\ x = 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 20000 \cdot x = 180000 \\ x = \frac{180000}{20000} \\ x = 9 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ + 924 \\ \hline 16324 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = Av + B$$

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Sei utilizar o montante que é 2500 mais o valor de 6% que a carreta faturou

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
Primeiro o motorista irá receber 2500 que foi fixando o valor de 6% que foi o lucro de 2172 mais o salário de 2500

$$\begin{array}{r} 2500 = 100\% \\ 2172 = 6\% \\ \hline 4672 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$ 54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 = 100\% \\ x = 6\% \\ \hline 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54000 \\ + 3240 \\ \hline 57240 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = a + b$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
Sei que a soma do salário de 1300 com a renda de óleo que vai ser de 2% do valor vendido

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} x = 100 \\ 1.100 = 2 \\ \hline 2x = 110000 \\ x = 55000 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 = 100 \\ x = 2\% \\ \hline 1240 \\ 62000 \\ + 1240 \\ \hline 63240 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = ax + b$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
O salário dela será a soma do seu 1200 fixo com a porcentagem de comissão

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$ 200.000,00 em produtos e recebeu R\$ 1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 200000 = 100 \\ 1800 = x \\ \hline x = 0,9\% \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$ 15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = Av + B$$

APÊNDICE X– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 7

Transcrição grupo 7:

Áudio com 34 min e 38 s.

Estudante 16: Agora não consigo fazer. Está gravando esse bagulho aqui ... 6% do faturamento total ... como é feito o cálculo? ... assim que você faz? ... está certo isso aqui? Se sabe que tem que colocar o cálculo.

Estudante 15: Isso aqui é o que? 2.662.

Estudante 16: Ah, isso é só isso que eu estou falando.

Estudante 15 faz a leitura do item b) da primeira situação.

Estudante 16: coloquei um quatro ao invés do dois. Qual deu 4mil?

Estudante 15: A b). Se está copiando igual, muda as palavras. Se você escrever a mesma coisa que eu e a professora perguntar ...

Estudante 16: Mas tá certo isso mesmo?

Estudante 15: Tá errada.

O estudante 15 faz a leitura do item d) da primeira situação.

Estudante 16: Bom, agora você me explica o que tem que fazer?

Estudante 15: Eu não sei.

Estudante 16: Então a gente tem que falar como é que a gente chegou naquele valor. Cadê o gravador? Você é muito inteligente.

Estudante 15: Como é que você vai desenvolver?

Estudante 16: Quanto que tem que vender de óleo?

Estudante 15: 55.000. O aqui está perguntando quanto que ele precisa vender de óleo pra ganhar 2.400 mês?

Estudante 16: Bom, ele já ganha 1.300

Estudante 15: e para isso vai faltar 1.100. Daí ele ganha 2% do de cada valor que ele vende. 2% de 55.000 dá 1.100. Você colocou 5.000 aqui. É 55, não 5. Você calcula 2% de 55.000.

O estudante 15 faz a leitura da terceira situação.

Estudante 16: Em 1200 menos 1800...

Estudante 15: Ela ganha 3% pela venda ... Isso aqui é um s cara.

Estudante 16: Um s? Está parecendo um triangulo ... você sabe que estou na folha verde porque tá me mostrando a amarela.

Estudante 15: Desculpa. Calma, calma.

Estudante 16: não é x?

Estudante 15: É vezes.

Estudante 16: A gente não acabou, está muito fácil isso aqui. Não é possível.

Estudante 15: Você copia tudo de mim.

Fim de gravação.

PROTOCOLOS ESCRITOS

Estudante 15

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Gerônimo paga ao motorista o valor do faturamento da carreta mais 6% de pagamento de transporte por hora.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

*6% de 36200 = 2172,00
então ganhou 2172 + 2500*

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

*6% de 54000 = 3240
o motorista ganhou 3240 + 2500*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$P = \frac{v}{100} \times 6$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Francisco recebe 1.300 por mês e a comissão 2% do valor das vendas dele no mês

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

55.000 (ou seja em óleo de diesel vende 2% de 55000 = 1.100, que é o que falta para ele receber 2.400 no mês

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

*1.300 + 1.240
ele vai receber 2.540 reais no mês*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = \frac{x}{100} \times 2$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

Maria ganha 1200 reais e a comissão a porcentagem das vendas dela

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

*1800 - 1200 = ela recebeu 600 reais a mais
ela ganhou 3% pelas vendas*

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

*1200 + 462 3% de 15.400 = 462
ela ganha 1662*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = \frac{v}{100} \times 3$$

Estudante 16

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
o valor é pago 2.500,00 por mês para o motorista e calculado 6% do faturamento do transportador para fazer

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
*6% de 36.200 é 2.172 reais. 2.172 + 2500
 o motorista ganhou 4.672 no mês de dezembro.*

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
*6% de 54.000 é 3.240 3.240 + 2500
 O motorista ganhou 5740.*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$P = \frac{v}{100} \times 6$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
Francisco recebe um valor de 1.300 por mês e é calculado 2% do valor das vendas dele em um mês

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
55.000 mil reais pois ele deve vender 2% de 55.000 mil que é 1.100 que ele quer falta para ele receber 2.400 mil

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
*1.300 + 1.240
 ele vai receber 2.540 reais no mês*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = \frac{x}{100} \times 2$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
Maria ganha 1200 reais, e é calculada a porcentagem vendas dela.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
1200 - 1800 = ela recebe 600 reais no mês e mais ela ganha 3% pela venda

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
*1200 + 462 3% de 15.400 é 462
 ela ganha 1662*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = \frac{v}{100} \times 3$$

APÊNDICE XI– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 8

Transcrição grupo 8:

Áudio com 27 min e 39 s.

O estudante 17 faz a leitura da situação 1.

Estudante 17: Bom você tem que ... você tem que calcular 6% do fator bruto do mensal. Então, se a carreta, ganha 10.000 por mês. Você vai tirar 6% de 10.00, 6% de 10.000 no caso vai ser 600 reais. Ele vai tirar 600 reais e o pagamento dele em tudo vai ser 3.100 reais. Vamos colocar aqui então, calcular a porcentagem. Então vamos aí calculando, calculando a porcentagem do valor ... oxe acho que é isso, né?

Estudante 18: É

Estudante 17: Então, calculando o valor ... e tirando (Estava escrevendo a resposta)

O estudante 17 faz a leitura do item b) da primeira situação.

Estudante 17: 36.000? Então você vai ter que calcular 6% de 36.000. Então, agora por áudio aqui você vai estar escutando aí. Eu não faço contas, então eu vou explicar como é que eu vou calcular isso. 36.000 de 6%. Eu sei que 6% de 10.000 reais é 600. Eu sei que de 20 vai ser 1.200. Eu sei que de 30 vai ser 1.800. Porque, cara, você atrapalhou todo o meu calculo que eu estava fazendo?

Estudante 18: Porque?

Estudante 17: Porque eu estava fazendo uma super. ... Eu estava mostrando como minha mente funciona e você fez a calculadora? Agora você vem na calculadora,

Estudante 18: Agora você vai fazer na calculadora? Como eu digo, é mais fácil na calculadora

Estudante 17: É mais fácil, mas eu estou mostrando como minha mente está trabalhando.

Estudante 18: Ta bom, continua então.

Estudante 17: Acabou com meu canal agora. Agora eu vou continuar aqui também o meu cálculo. A inteligência acabou agora. Então eu sei que 30.000 reais ... 6% de 30.000 vai ser equivalente a 1.800 reais. Eu sei que de 5.000 vai ser equivalente a 300. Então eu já estou com o valor de 2.100 reais, não 800. Me perdi tudo ... 800 com 300 da 1.100. Cê ter certeza que aquela conta tá certa?

Estudante 18: Acho que tá.

Estudante 17: Se eu vou 36.200?

Estudante 18: É 36.200.

Estudante 17: Tá errado, não certo. Então eu continuo certo? Tá. Então 2.100. 2.100 reais ... 1200. 6% de 1.000, 6% de 1.000 vai dá 60. Então 2.160. 6% de 200. De 100 sei que é 6 ... 12. Então tenho 1.172 reais. Então eu sei que dos 6% de 36.200 vai ser 2.172 reais

O estudante 17 faz a leitura do item c) da situação 1.

Estudante 17: 54.000 é mais simples de fazer. 10.000 é 600. Então 5 vezes 600. 1.200 ... 2.400 ... 3.000 reais. Então 3.000 reais, mais 64.000 reais, 4.000 reais vai dar 60, 120, 240. Então vai ser o valor de 3.000, 3.240 reais. Você vai faturar com 54.000, tá? Então o valor do pagamento do motorista vai ser igual a 2240 reais. Não, pera aí, 3.240 reais. 3.240.

O estudante 17 faz a leitura do item d) da situação 1.

Estudante 17: Então, como aqui em cima tem que somar, já tem que somar o valor que ele vai receber da carga que vai ser a porcentagem com o pagamento aí tem que somar, então tenho na dele o valor 2.172 vai ter que somar mais 2500. Então 2.172 mais 2.500 vai ser igual a 4.672. Aqui embaixo o valor da do salário pela carga e porcentagem da carga foi 3240 mais 2500 do pagamento dele do salário igual a 5.740.

Estudante 17: Aqui tenho que colocar ... tem que fazer tipo um uma. Como é que fala? É uma expressão, uma expressão.

Estudante 18: Uma expressão numérica.

Estudante 17: Tenho que fazer um bagulho, no caso aqui p vai ser o pagamento e v vai ser o valor bruto. Tem que montar, tem que montar... não é a expressão que fala. Tem outro nome.

Estudante 18: Ai esqueci.

Estudante 17: Tem como colocar ... dá pra colocar assim p mais 6% V, que vai ser o valor do pagamento dele que é 2500 mais 6% do valor bruto eu acho que é né? ... vamos fazer então. p mais 6% de v igual a x que vai ser o valor do salário dele completo. É isso aí, só.

00:05:29

Estudante 17: Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de 1.300. Seu patrão decidiu aumentar a venda do óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizesse desse produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo, mais uma comissão sobre o valor destas vendas efetuadas por ele. Descreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco. Acho que é da mesma maneira ... é o valor do salário ... o valor do salário, mais a porcentagem. O estudante 17 faz a leitura do enunciado da segunda situação.

Estudante 17: Bom, então vai ter que calcular. Ele recebe 1.300 e ele quer receber 2.400. Ele quer receber 1.100 a mais, mas tem que saber que esses 1.000 reais são 2% de alguma coisa. Então, se 1.100 é 2% de alguma coisa. Se fosse 1000, se esses 1000 fosse 2%, ele teria que

vender 50.000 reais de óleo. Só que tem esses 100 reais. Então ele teria que vender 50.000 50.000 vai ser 1000. 100 reais é 10.000.

Estudante 18: Dá quantos?

Estudante 17: Ele teria que vender 55.000 reais pra dar o valor ... pra dar esses 1.100 a mais que ele quer. Ele recebe isso aqui 1.300. Ele quer receber 2.400. Para ele poder aumentar o salário dele, ele recebe 2% do valor do óleo que ele vende. Se ele vender 1.000 reais de óleo, ele vai receber vintão. Vintão desses 1.000, ele pode receber esse 2.400. Ele vai ser 1.000 reais e 100 a mais do que o salário dele. Então, pra ele poder receber 1.100 reais desses 2% ele tem que vender 55.000 reais de óleo ... Vamos colocar aqui ...

O estudante 17 faz a leitura do item c) da segunda situação.

Estudante 17: Então aqui é só fazer 2% de 60.000. Eu já sei que de 55 ... De 55 o valor vai ser 1.100, então de 60, 60.000 o valor vai ser 1.200. Agora de 2.000. Quantos 1.000 reais, 2% de 1.000 é quantos? 20? É 2% de 1.000 é 20.

Estudante 18: 20 reais?

Estudante 17: É 2% de 1.000 é 20. É cara, não estou louco não! 20 e 20, 20, 40. Então ele vai receber 1.240 reais.

Estudante 18: É 20 mesmo. Tá certo.

Estudante 17: então ele receberá, não É o que tem que somar ... tem somar esse valor com o salário dele então. Então, ele receberá ... receberá 1.240 de porcentagem. Mais 1.300 de salário, igual 1.200. Que vai dar 2.540.

Estudante 17: Escreva uma expressão que permite calcular qualquer para qualquer valor. Depositando o valor X faturando. Com as vendas do óleo hidráulico efetuados por ele ... Então. É a mesma coisa do outro. É só colocar s que é o salário ... é o mesmo cálculo, o mesmo calculo que o outro. É ... só colocar o lugar da pessoa que coloca ... Então vai ser s mais x ... não o valor x mais 2% de x. Igual a sei lá, igual a B. Qual o grafite que não sair, né? Aí já não tem mais. Só quando outro.

O estudante 17 faz a leitura do enunciado da terceira situação.

Estudante 17: Bom o valor do salário mais a porcentagem

O estudante 17 faz a leitura do item b) da terceira situação.

Estudante 17: Se ela vendeu 20.000 e recebeu 1.800 a comissão dela foi de 600 reais. 600 reais. Como é que eu não lembro que foi pra descobrir isso aí? Eu preciso tirar a porcentagem. Eu sei que o valor que ela recebeu foi 600 reais a mais. Então é 600 de 20.000. Se for, for dividir 600, vai ter que dividir 600 por 100, acho que divide ... 600 por 100? ... É da quanto? 60? Dá

6, 6%. Divide aí. Divide 600 por 100, vai dar 6. Agora faz 6% de 20.000. 1200? ... eu errei, não é isso, como assim não é isso. Divide 20.000 por 600.

Estudante 18: 20.000 dividido por 600?

Estudante 17: É. não deu. 20.000 vezes 6%. O que tá errado? Ué, mano, não faz sentido. Eu não lembro como faz. Não é 600 dividido por 1000, não é ... vai dar um número muito nada a ver.

Estudante 18: Muito esquisito.

Estudante 17: É ... não lembro como é que faz isso. Tá, vou tentar fazer, pela minha lógica. 20.000. Eu não lembro como é ... não lembro, não lembro 20.000. Tipo 20.000? Quantos por cento vai ser 600? Dividindo 20.000 por 100? Dividir 100 por 600? É 100 por 600, não 600 por 100. 100 dividido por 600 dá 1,6.

Estudante 18: Não faz sentido. Não faz sentido nenhum.

Estudante 17: 600? 20.000? Dividido? Não é. Vou Pausar Não, não pode pausar. Então, 20.000. Como é que eu tiro a porcentagem disso? 20.000, 600 como chega a um valor de porcentagem? Quantos que é? Pera aí, 2% de 20.000, 2% de 20.000 vai dá ... 1% de 20.000 é 200. 2%, 400. É 3%! É isso! Só como é que eu faço pra chegar nesses 3%? Eu sei que é 3% o valor, mas eu preciso saber como é que eu vou chegar nesse 3%. O que eu tenho que fazer. 600 dividido por ... 20.000 dividido por 100. Não. Não faz sentido. Eu tenho três valores, eu tenho 100, tenho 600 e tenho 20.000. Aí eu não sei. Só sei que é 3% vou colocar 3% que eu sei que é isso. 3% a resposta. Essa eu não sei vem, não lembro. Eu sei que a resposta é 3 só não sei o porquê. Vamos para a outra.

O estudante 17 lê o item c) da situação 3.

Estudante 17: Ou a mesma coisa de novo? Eu não lembro ... A ela recebe 3%. Agora eu já sei, aqui é fácil. Agora eu sei que ela recebe 3%. Tá, beleza. Se maria vender o equivalente a 15.000, quantos é 3% de 15.000? 3% de 10.000 é 300. 3% de cinco é 150, então vai dar 450, 3% de 100 é 30. Então 30 não, 3% de 100 é 3. Naquelas outras contas eu errei.

Estudante 18: Quais outras?

Estudante 17: As de cima. Errei porque na hora de tirar a porcentagem de 100 eu errei tudo. Vai ter que voltar lá pra depois arrumar. Agora que eu fui perceber, eu errei. Então vamos fazer isso aqui primeiro agora, certo? Tá, 10% de 400 vai dar... Vai dar três, três, seis, doze, 12 mais 450, vai dar 462. 462 mais o salário dela que é 1.200. Igual a 1.462 ... 1.662.

Estudante 17: Escreva uma expressão. S? s mais 3% de v.

Estudante 17: Tá? Vou voltar lá agora. Nas outras que tá errado. Tá. A carreta faturou 36.200. O valor que ele recebe é 6%, então 6% de dez é 600, 600, 1.200. Ele projetou agora 600, 1.200,

1.800, de 5.000 vai ser 300. Então vai dar 2.100. 2.100 agora ... 1.000 reais 6% vai dar 60. Certo. Nessa eu fiz certo, vai dar que eu fiz certo.

Estudante 17: Vamos vê se a primeiro fiz certo. Se a carreta faturar 54.000 em valor bruto, quando foi pago o motorista. Tá bom, então eu sei que vai ser 600 a cada, 600 1.200 e 2.400. Tá, 3000. Então ia falta 4.000. Eu sei que vai ser a cada 1.000 reais, vai ser 3.000. Não, fiz certo também. Fiz certo sim. Tá tudo certo. Sim, eu coloquei. Só que eu estava meio louco, os bagulho certo e eu achando que estava errado. Essa daqui também está certo. Tudo certo.

Estudante 17: Deixa eu só ver essa aqui. 2%. Deixa eu ver. 2% de 60.000. 2% de 50.000. 2% de 10.000 dá 200. Não faz assim 2% de 62.000. 1240. Estava tudo certo. Tá certo, eu falei tá certo, tá certo, terminamos então. Então foi isso aí. 27 minutos. Nossa, parabéns, Fernanda! Você foi uma guerreira ter escutado 27 minutos aí.
Fim da gravação.

PROTOCOLOS ESCRITOS

Estudante 17

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Calculando o valor do cargo, retirando os 6% do valor a ser pago

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 $36.200,00 + 2.500 = 4679,00$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 $54.000,00 + 2.500 = 5740,00$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.
 $P = 6\%v + X$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
o valor do salário mais a porcentagem de venda

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
ele deve vender 50.000,00 em óleo

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
ele receberá 1240,00 de porcentagem + 1300,00 = 2540,00

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.
 $S = 2\%X + B$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

Valor do salário mais a porcentagem

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

3%

*Sono descobri o valor eu apenas
colocá-lo e fui aumentando até acertar
o valor correto*

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$1200 + 1800 = 16600$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = 3\%V$$

Estudante 18

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Calculando o valor do faturamento, retirando os 6% do valor

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$2170,00 + 2500 = 4670,00$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$3170,00 + 2500 = 5670,00$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$P + 6\%V = X$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

o valor do salário mais a porcentagem de valor do venda

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

ele deve vender 55.000,00 em óleo

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

ele receberá 129.000,00 a porcentagem + 130,00 = 25900,00

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = 2\%X + 1300$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

valor do salário o percentagem

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

3% sobre vendas e valor apenas

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$960 + 1200 = 1667,00$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S + 3\%V$$

APÊNDICE XII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 9

Transcrição grupo 9:

Os estudantes gravaram como procederam para resolver as situações.

Áudio com 5 min e 49 s.

Estudante 19: Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento um valor fixo de 2.500 reais, mais 6% do valor do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

Estudante 20: Na questão A, temos que descrever com as nossas palavras como seria o cálculo feito.

Estudante 19: O motorista recebe o valor fixo de 2.500 reais e daí vai acrescentar mais 6% do valor bruto da carga que a carreta fez no mês. Então isso é um valor variável

Estudante 20: Na b, a carreta faturou em dezembro o equivalente a 36.200 no valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu nesse mês? ... Bom, para começarmos a resolução fizemos por regra de três, que seria 36.000 dizendo de 100% x e 6%, que é o que ele recebe.

Estudante 19: Aí nós pegamos e vamos multiplicar cruzado, daí nós multiplica cruzado pega 100 e o x que vai dar 100x. Aí pega o 36.200 vezes seis, que vai dar um resultado de 217.200.

Estudante 20: Depois disso, adicionaremos o x e passaremos o 100 dividindo, ou seja, ficará dois 217.200 dividido por seis, que dá x igual a 2.172 reais, somados com os 2.500, que é o valor inicial que ele sempre vai ganhar, independente da carga ficar 4.672 reais.

Estudante 20: Na questão C, sabendo que em fevereiro a carreta teve um faturamento de 54.000 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista? ... Fizemos igual ao primeiro exercício e pegamos 54.000 que é igual a 100% o x embaixo de 54.000 e 6% embaixo do 100, multiplica se cruzado fica 100x igual 324.000.

Estudante 19: Que vai dar 6×324.000 , dai isola o x, passa pra lá dividindo os 32.400, isola o X, dai vai passar pela dividimos os 324.000 que vai ser igual 3.240, mais o valor fixo.

00:02:39

Estudante 19: Questão D, escreva uma expressão que permita ... que permite calcular para qualquer mês o pagamento do motorista em função do valor bruto faturado. f é igual a p mais v vezes 0,06. f é igual o valor final pago, p é igual o pagamento fixo e v é igual valor variável.

Estudante 20: No segundo exemplo, Francisco trabalha como frentista, recebe salário fixo de 1.300. Seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado. Com as vendas que fizeram desse

produto no mês, desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo, mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele. Na questão a) descreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário, ou seja, Francisco vai receber sempre uns 1300 do seu salário, pois é fixo e mais os 2% de acréscimo pela quantidade de óleo vendido.

Estudante 20: Na questão dois Sabendo que Francisco gostaria de receber 2400 em janeiro, quando ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário? ... Você vai multiplicar pela fórmula $2400 = 1000 + 0,02v$. E eu vou usar a sugestão da fórmula da questão anterior $FJ = p + v \cdot 0,02$ e fazer uma troca de letras por números, vai dar $2.400 = 1.300 + 0,02v$ que na dimensão vai dar $1.100 = 0,02v$ que vai isolar o v , que vai ficar 1100 dividido por $0,02$ que fica 55.000 .

Estudante 19: Questão c) se em um mês Francisco vender o equivalente a 62.000 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês? ... Nós pega o 62.000 e ... que é o 100% o x mais os 2% da venda. Multiplica cruzado $100x = 2\% \cdot 62.000$ que vai dar o equivalente de 124.000. Aí você passa os 100 e aí você isola o x e passa a dividir o 100 pelos 24.000, pelos 124.000, que vai dar o resultado de 1.240. Mais a soma de seu salário, que é 1300, vai dar o valor exato do pagamento de 2.540 reais.

Estudante 19: Questão D, escreva uma expressão que permita calcular para qualquer mês o salário de Francisco em função do valor x faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele. A fórmula é $f = 1300 + 0,02x$.

Fim da gravação.

PROTÓCOLOS ESCRITOS

Estudante 19

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

O motorista recebe o valor fixo de R\$ 2.500,00 mais 6% do total bruto da carreta no mês. A soma desses valores é o pagamento ao motorista.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \quad 100 \\ \times \quad 6\% \\ \hline 217200 \\ 217200 \end{array}$$

Cálculo: 6% de 36.200 = 2.172,00. R\$ 2.500 + R\$ 2.172 = R\$ 4.672,00

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \quad 100 \\ \times \quad 6\% \\ \hline 324000 \\ 324000 \end{array}$$

2.500 + 29.900 = 32.400

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

*Salário fixo: R\$ 2.500,00
Comissão: 6%
v = 6%*

$$F = P + v \cdot 0,06$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Francisco recebe o seu salário fixo de R\$ 1.300,00 mais 2% do valor das vendas de óleo hidráulico.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$2400 = 1300 + v \cdot 0,02 \quad v = 55000$$

$$2400 - 1300 = 0,02v$$

$$1100 = 0,02v$$

$$v \cdot 100 = 0,2$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$62000 \cdot 0,02 = 1240$$

$$1300 + 1240 = 2540$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$F = 1300 + x \cdot 0,02$$

Nome: _____

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

Ela recebe R\$ 1.200,00 fixos mais comissão.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 20000 \quad 100 \\ 1800 \quad x \\ \hline 20000 \cdot x = 180000 \\ x = \frac{180000}{20000} \\ x = 9\% \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$x = 1200 + 15400 \cdot 0,09$$

$$x = 2586$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$F = 1200 + v \cdot 0,09$$

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
O motorista vai receber o valor fixo de R\$ 2.500,00 sempre com 0,06x que é um valor variável

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \\ \times 6 \\ \hline 217200 \\ \hline 217200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 2172 \\ \hline 4672 \end{array}$$

ele recebeu R\$ 4672

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \\ \times 6 \\ \hline 324000 \\ \hline 324000 \end{array}$$

$$2500 + 3240 = 5740$$

ele recebeu R\$ 5740

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

*F = Valor fixo por mês
P = Valor fixo
V = Valor variável
0,06 = 6%*

$$F = P + V \cdot 0,06$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
Francisco vai receber sempre os R\$ 1300 do seu salário e a soma dos 2% das vendas de óleo do posto

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$2400 = 1300 + V \cdot 0,02$$

$$2400 - 1300 = 0,02V$$

$$1100 = 0,02V$$

$$V = 1100 \div 0,02$$

$$V = 55.000$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$62000 \cdot 0,02$$

$$1240$$

$$1300 + 1240 = 2540$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$F = 1300 + x \cdot 0,02$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
Ele recebe 1200 sempre e uma comissão

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 20000 \\ \times 0,09 \\ \hline 180000 \\ \hline 180000 \end{array}$$

$$20000x = 180000$$

$$x = \frac{180000}{20000}$$

$$x = 9\%$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$x = 1200 + 15400 \cdot 0,09$$

$$x = 2586$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$F = 1200 + v \cdot 0,09$$

APÊNDICE XIII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 10

Transcrição grupo 10:

Áudio com 21 min e 34 s.

Estudante 21: Eu acho que seria assim ... Aquela com regra de três simples. Porque 2.500 seria o 100% e a gente precisaria descobrir o quanto é esses 6%.... Acho que aqui não precisa fazer o cálculo.

Estudante 22: Então vai ter que escrever como é que é feito.

Estudante 21: 100% né? Embaixo o 6. 15 mil?

Estudante 22: Esse coisa deu 950 mil. Qual é a pergunta?

Estudante 21: Será que é 150? Vezes o porcerto com exceção desses 2.500?

Estudante 22: Faz 2.650 vezes 12.

Estudante 21: Não chega ainda.

Estudante 22: Então aqui deu f ... é assim que faz né?

Estudante 21: Não o X dentro ... No caso a variável que muda é a ... 6%.

Estudante 22: Não aqui é 6%.

Estudante 21: O valor fixo, seriam 3%.

Estudante 22: Bom aqui vai ficar 1% porque aqui ficou 3%.

Estudante 21: Mas esses ai vai mudar.

Estudante 22: Então aqui vai ficar 0,05 mais o valor.

Estudante 21: Mais 2.500 ... aqui é o faturamento mensal, mensal é 30 dias né.

Estudante 21: Vamos resolver o do Francisco.

As estudantes fazem a leitura da questão.

Estudante 21: Então nessa questão a gente tem que descobrir quantos que vai ser os 2%. Então seria no caso 1.300 do 100%, e x 2%...2 vezes 1.300 é 2.600 dividido por 100 vai dar o que 26? Mas agora vai ser o que 26 produtos ou o valor que ele vai ganhar?

Estudante 22: Em produto daí a gente tem que pegar 1300. Entendeu. Se ele quer receber 2400 de 1300 quantas vendas ele tem que fazer?

Estudante 21: Sei que é 26.

As estudantes rascunham a resposta.

Estudante 21: 1.400 menos 1.300? ... Hein, mas não é quantos produtos é quantos reais em produtos.

Estudante 22: Então no caso ... Então é só colocar isso aqui no valor.

As estudantes fazem os cálculos ...

Estudante 22: 62.000 reais de óleo, ao invés de ser só isso ... qual o valor que receberá? ...

Estudante 21: Ele não vai receber 62.000 de salário. Faz aí 62.000 dividido por 26.

Estudante 22: No caso vai ser 2.300 mais o valor do salário de 1.300?

Estudante 21: Nessa aqui tem que escrever a expressão (A estudante faz a leitura do item d) ... entendeu a última?

Estudante 22: É pra fazer a expressão do salário.

Estudante 21: No caso vai ser 1.300 que no caso é o fixo ... e aqui vai ser o que o zero, os 6%?

Estudante 22: É mais?

Estudante 22: É que no caso tem uma variável né. A Variável seria o 0 e o 3, não o 0 e 6? Ou só 6 será?

Estudante 21: Acho que vai ser zero, zero seis mais...

Estudante 22: É que aqui não é vezes isso aqui?

Estudante 21: Então será que a gente coloca tipo assim, f de x, o x, no caso seria esse ao invés de colocar x? Ou seria f(x) igual a esse?

Estudante 22: Não porque tem esse s.

Estudante 21: Na onde vamos colocar esse s.

As estudantes fazem a leitura da situação 3 e do item b).

Estudante 21: Aqui é o percentual, a gente vai ter que fazer a regra de x ao contrário. Invés de descobrir o valor a gente vai descobrir o x. Então seria, 20.000 igual a 100%, né? 1.800 é o valor do salário e tem que descobrir o x. tem que fazer 20.000 x.

Estudante 22: 100 vezes 1.800...

Estudante 21: 1.800 Dividido por 20. 20.000 no caso né.

Estudante 22: Então é isso?

Estudante 21: Então, aqui em cima seria ... no caso é só esse mês que ela vendeu esses 20.000 produtos, não é todo mês que ela vende o mesmo tanto.

Estudante 22: Esse aqui é a mesma coisa que esse aqui não é? Você vai ter que pegar esse valor.

Estudante 21: Aqui já é outro, outro valor. Esse é outro mês diferente.

As estudantes fazem o item c)

Estudante 21: Então tá certo e a gente estava fazendo errado. Os 15.000 vai ser 100%. 200 é o x. 15.000 vezes 100 vai dá 1 milhão?

As estudantes fazem os cálculos na calculadora.

Estudante 21: Mais o valor do salário dela.

Estudante 22: Deve estar certo.

Estudante 21: 2.500 vezes 100, dividido por 54.000

Estudante 22: Então acho que o valor que ele vai receber nesse mês vai ser 4.600 né. Mas será que precisa acrescentar no valor que ele recebe será? Não né.

Fim de gravação

PROTOCOLOS ESCRITOS

Estudante 21

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

temos calcular o pagamento mais 6%, a regra de 3.

2500	100
x	6%
100 - 25:000	

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$F(x) = ax + b$$

$$0,06 + 2500$$

$$2.500,06$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

54000	100
x	6
54000x = 250,00	
$\frac{250.000}{10000} = 4625$	
$\frac{3241,00}{100} = 32410$	

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$F(x) = V + ? (2500)$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Sei utilizar a regra de 3 para descobrir o valor que será recebido pelo vende, mais o valor fixo.

1300	100
x	2%
$x \cdot \frac{2600}{100} = 26$	

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

Se Francisco vender 43 produtos para conseguir R\$ 2433,00, ele precisará vender 1100 de óleo hidráulico

$$\frac{2400}{26} = 2335 + 1100 = 3634$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\frac{62000}{26} = 2385 + 1300 = 3684$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$F(x) = 0,02x + 1300(s)$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

temos regra de 3 para descobrir a porcentagem da comissão das vendas.

1200	100
x	9%
20.000x = 130,00	
$x = 9\%$	

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

1200; 100
1300; x

$$\frac{154.000}{1200} = 128,30$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

1200,00
+ 128,30
1328,30

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$F(x) = V + (s) 1200$$

Estudante 22

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Precisamos calcular a quantia a ser paga ao motorista, mais 6%.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$2500 + 350 = 2850$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times \quad 6\% \\ \hline 150 \\ \hline 2850 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \\ \times \quad 6\% \\ \hline 3240 \\ \hline 57240 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$F(x) = V + P(0,06)$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
Vou utilizar a regra de três para descobrir o valor da 2% de comissão e aplicar no valor de 3300 e depois o 1300.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
Se ele vender 43 produtos, somando com o 1300 um valor de 6% = 28. Ele não conseguiu 2400. Ele precisaria vender 1.500.

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$62000 - 3300 = 58700$$

$$58700 \times 2\% = 1174$$

$$1174 + 3300 = 4474$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = (x \cdot 0,02) + 1300$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
Usando regra de três para descobrir o valor das % e somando por mês.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 20000 \\ \times \quad 9\% \\ \hline 1800 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times \quad 9\% \\ \hline 1386 \\ \hline 16786 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$f(x) = v + 5(3200)$$

APÊNDICE XIV– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 11

Transcrição grupo 11:

Áudio com 6 min e 20 s.

Estudante 24: Vai dar.

Estudante 23: O salário de Maria fixo mais a porcentagem de que é o saldo acumulado do valor pode chegar a x. Qual o percentual de comissão que ela ganha em relação ao valor? ... vai dar 20.000 vezes zero, acho que não é...

Estudante 24: Quantos por cento? Qual é a porcentagem dele?

Estudante 23: A comissão dela foi 11%.

O estudante 23 faz a leitura do item c) da situação 3.

Estudante 24: 15.400 vezes 0,11.

Estudante 23: 15 mil?

Estudante 24: 15.400.

Estudante 23: mil vezes ...

Estudante 24: É zero, ponha 0,1.

Estudante 23: 16.000 não foi 1699.

Estudante 24: coloca assim o valor do produto vendido vezes 0,11 mais o salário.

Estudante 23: O produto referente?

Estudante 24: Vendido.

Estudante 23: Vendido x ...

Estudante 24: "vírgula" 0,11 mais o salário fixo.

Estudante 23: Vezes?

Estudante 24: É ... não é mais ... mais o salário fixo.

Fim da gravação.

PROTOCOLOS ESCRITOS

Estudante 23

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
*pago 2500 x 0,16% que deu 400.
 pago 2500 + 400 que deu 2900*

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
*6% de 36200 = 2172 mais 2500
 o motorista recebeu 4672 reais de dezembro*

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
*6% de 54000 = 3240. 3240 + 2500
 o motorista recebeu 5740 reais*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$\frac{6}{100} \cdot \frac{v}{1}$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
o valor bruto do produto vendido x 2% mais o salário fixo

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
deve vender 1.100 litros de óleo em janeiro

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
receberá um salário de 17.400

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.
o valor dos produtos vendidos x 2% + o salário fixo

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
o salário de maria fixo mais a porcentagem de que é o total do valor vendido x porcentagem

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
a comissão dela foi 11%

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
o salário foi 1699

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.
o valor de produtos vendidos x 0,11 + o salário fixo

Estudante 24

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
*pagou 2.500 + 0,06. que deu 1.500
 pagou 1.500 x 2.500 que deu 3.750*

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
*6% de 36.200,00 = 2.172,00
 2.172 + 2.500
 o motorista recebeu 4.672,00 no mês de dezembro*

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
*6% de 54.000 é 3.240. 3.240 + 2.500
 o motorista recebeu 5.740 reais*

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$\frac{6}{100} \times \frac{x}{1}$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
O valor bruto da venda de óleo vezes 0,02 mais o salário fixo.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
ele deve vender 1.100 unidades de óleo em janeiro.

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
ele receberá no final do mês 12.400

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.
o valor das vendas de óleo x 0,02

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
O salário de Maria fixo mais a porcentagem que é calculada o valor das vendas x a porcentagem

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
a comissão dela foi de 11%.

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
o salário foi de 1.694

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.
o valor dos produtos vendidos x 0,11 mais o solo fixo

APÊNDICE XV– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 12

Transcrição grupo 12:

Áudio com 36 min e 10 s.

Estudante 25: Que legal!

Estudante 26: Gostei.

O estudante 25 faz a leitura do enunciado da primeira situação.

Estudante 26: Primeiro tem que fazer a conta de 6% da fatura e o valor bruto mensal da carreta.

Estudante 25: Eu acho que é dois, dois e 500 ... 2.500 mais 6%. Quanto é 6% de 2.500? Oh professora pode usar a calculadora ou tem que usa a mente?

Pesquisadora: Pode usar.

Estudante 25: Mas tem que colocar 2.500 mais 6%. Dá 2.650

Estudante 26: Aqui tem que escrever como é que eu falei?

Estudante 25: Como assim? Eu coloquei 2.500 mais 6% chegou no resultado de 2.650.

Estudante 26: Fernanda? Fernanda. Tira uma dúvida fazendo um favor? Aqui é para escrever né aqui, como tem que fazer o cálculo, algo assim.

Pesquisadora: É vocês vão escrever com as suas palavras como é o cálculo.

Estudante 26: Ok, entendi, obrigado ... é para escrever assim, né? (Referindo ao outro estudante)

Estudante 25: 36.000 dividido por 6% que é o ... Ele recebe 6% do valor do faturamento da carreta. 6% faz mais seis. Não dividido. Dividido. Dividido.

Estudante 26: Dividido por 6, deu 6 mil ...

Estudante 25: Não 603 reais vai dar. Por que você não ganha 1% lá? Por isso.

Estudante 26: Então da 603,333333 ...

Estudante 25: Mais o valor do salário dele, que é 2.500. Vai lá 3.103

Estudante 26: Como?

Estudante 25: 3.103.

Estudante 26: A mais 2.500 ... nós pegou primeiro e dividiu, né?

Estudante 25: Dividiu 36.200 por 6% que é igual a 603. 603 mais 2.500 igual a 3.103

O estudante 25 faz a leitura do item c) da primeira situação.

Estudante 26: fevereiro é mês? Dois. Aí faz dois dividido por ...

Estudante 25: porque? Deixa eu ver isso ... é bom que o povo. Eu entendo assim. 54.000 dividido por 6%, que é o que ganha da carreta aí mais os 2.500.

Estudante 26: 900 reais.

Estudante 25: É vai dá isso aí, mais 2.500, que é o salário dele. Ele ganhou bem em fevereiro ... 900 reais ele vai ganhar.

Estudante 26: sim, 900 reais mais 2.500.

Estudante 25: 3.400. É que você já apagou o zero aqui.

Estudante 26: 3.400?

Estudante 25: É 3.400.

O estudante 26 faz a leitura do item d) da primeira situação.

Estudante 25: x é o cálculo final?

Estudante 26: É x embaixo.

O estudante 25 faz a leitura do enunciado da segunda situação.

Estudante 26: 2% de 1.300 será? ... Ó 1.300 mais 2% é igual ...

Estudante 25: 1.302 no caso ... eu já sei, ele tem que vender 1.100 de óleo para receber esse salário aqui.

Estudante 26: Tem que fazer então, 2.400-1.300 que vai dar um resultado?

Estudante 25: 1.100 ... vai ser 55.000 reais de óleo para ele ... olha lá a debaixo a letra c.

O estudante 25 faz a leitura do item c) da segunda situação.

Estudante 26: Eu não entendi ... O que você colocou na primeira.

Estudante 25: a porcentagem dele mais o salário. J

Estudante 26: No debaixo colocou o que? 2% ...

Estudante 25: fiz do jeito que falou pra mim, vezes 55.000 igual a 2.400.

Estudante 26: o de baixo colocou como?

Os estudantes leem a terceira situação.

Estudante 25: Vou fazer o cálculo aqui.

Estudante 26: É porcentagem aqui ... ela receberia. Então ela recebe 3% a mais.

Estudante 25: O que escreveu em cima?

Estudante 26: O que Maria recebe depende das vendas ... aqui é 3% de 15.000.

Estudante 25: É 2%?

Estudante 26: três.

Estudante 25: Dá 503 ... como que é a conta?

Estudante 26: Aquele lá que te mostrei vai dar 3% de 15mil que dá 472. Aí você soma mais salário fixo dela é 1.672.

Estudante 25: Terminou?

Estudante 26: Leva lá para a Fernanda.

Fim de gravação.

PROCOLOS ESCRITOS

Estudante 25

<p>1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.</p> <p>a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.</p> <p><i>Eu calculo 2500,00 + 6% do resultado de 2650</i></p> <p>b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?</p> <p>$36.200 \cdot 6\% = 603 + 2500 = 3.103$</p> <p><i>O motorista ganhou 3.103 no mês.</i></p> <p>c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?</p> <p>$54.000 \cdot 6\% = 900 + 2500 = 3400$</p> <p><i>no motorista ganhou 3400</i></p> <p>d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.</p> $\frac{p}{100} = \frac{x}{1}$	<p>2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.</p> <p>a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.</p> <p><i>a porcentagem mais o salário.</i></p> <p>b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?</p> <p>$2.400 - 1300 = 1100$</p> <p>c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?</p> <p>$62.000 \cdot 2\% = 1240$</p> <p><i>de trabalho 2100</i></p> <p>d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.</p> $\frac{s}{100} = \frac{x}{1}$
---	---

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

maria recebe 3% das vendas.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$1800 + 1200 = 3000 = 3\%$

maria recebe 3% das suas vendas

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$15400 \cdot 3\% = 462 + 1200 = 1662$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = \frac{v}{100} \cdot 3$$

Estudante 26

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Eu pegi o 2.500 + 6% = 2.650

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 $36.200 \frac{6}{100} = 603 + 2.500 = 3.103$
Neste mês ele recebeu 3.103 reais

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 $54.000 \frac{6}{100} = 3240 + 2500 = 5740$
O motorista recebeu valor bruto de 3.900 reais

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.
 $\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
A porcentagem dele mais o salário

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
 $2\% \times 55.000 = 24.000$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
 $62.000 \div 2\% = 3.100$
Ele receberá 3.200

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.
 $\frac{6}{100} = \frac{x}{1}$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
Maria recebe 3% do vendas

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
 $1800 - 1200 = 600 = 3\%$
Maria recebe 3% das vendas

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?
 $15.400 \times 3\% = 462 + 1.200 = 1662$
Maria receberá 1662

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.
 $S = \frac{V}{100} \times 3$

APÊNDICE XVI- TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 13

Transcrição grupo 13:

O grupo não compartilhou nenhum áudio.

PROTOCOLOS ESCRITOS:

Estudante 27

Nome:

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Ele recebe um pagamento fixo de 2500 e depois dependendo do mês ele tem um faturamento do seu carreta e a seu pagamento dele.

$$2500 \times 100$$

$$x \times 6$$

$$100x = 15000$$

$$x = \frac{15000}{100} = 150$$

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$36200 \times \frac{100}{100}$$

$$x = 217200$$

$$x = \frac{217200}{100} = 2172$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$54000 \times \frac{100}{100}$$

$$x = 324000$$

$$x = \frac{324000}{100} = 3240$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$T = P + V$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

É 1300 seu salário fixo e seu ganho dele de comissão de cada óleo hidráulico que ele vende.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\frac{2400 - 1300}{1.100}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$62000 \times \frac{100}{100}$$

$$x = 124000$$

$$1 = 124000$$

$$x = 1240$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$T = S + X$$

Nome:

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

ela recebe 1200 valor fixo e mais uma porcentagem das vendas de vendas

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \quad 100 \\ \times \quad 3 \\ \hline 100x = 60000 \\ x = \frac{60000}{100} \\ x = 600 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \quad 100 \\ \times \quad 3 \\ \hline 100x = 46200 \\ x = \frac{46200}{100} \\ x = 462 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15100 \\ \times \quad 3 \\ \hline 46200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1200 \\ + 462 \\ \hline 1662 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$T = S + V$$

Estudante 28

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

Ele recebe um pagamento fixo de 2500 reais e dependendo do mês ele tem um faturamento da sua carreta foi seu pagamento fixo

$$\begin{array}{r} 2500 \quad 100 \\ \times \quad 6 \\ \hline 15000 \\ 300x = 15000 \\ x = \frac{15000}{300} \\ x = 50 \end{array}$$

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$\begin{array}{r} 36200 \quad 100 \\ \times \quad 6 \\ \hline 217200 \\ 300x = 217200 \\ x = \frac{217200}{300} \\ x = 724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 724 \\ \hline 3224 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$\begin{array}{r} 54000 \quad 100 \\ \times \quad 6 \\ \hline 324000 \\ 300x = 324000 \\ x = \frac{324000}{300} \\ x = 1080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 1080 \\ \hline 3580 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$T = P + V$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

Ele recebe um salário fixo de 1300 e o seu patrão decidiu aumentar a venda de comissão ele ofereceu 2% de cada óleo hidráulico que ele vendeu.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2400 \\ - 1300 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \quad 2 \\ \times \quad 2 \\ \hline 2200 \\ 500x = 2200 \\ x = \frac{2200}{500} \\ x = 440 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$\begin{array}{r} 62000 \quad 100 \\ \times \quad 2 \\ \hline 124000 \\ 500x = 124000 \\ x = \frac{124000}{500} \\ x = 248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1300 \\ + 248 \\ \hline 1548 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$T = S + X$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

Elas recebe 1.200 um valor fixo e mais a porcentagem da comissão de vendas

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 1800 \\ - 1200 \\ \hline 0600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \quad 100 \\ \times \quad \quad 3 \\ \hline 300x = 60000 \\ x = \frac{60000}{300} \\ x = 200 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 15400 \quad 100 \\ \times \quad \quad 3 \\ \hline 46200 \end{array}$$

$$300x = 46200$$

$$\frac{46200}{300} = 154$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$T = 5 + V$$

APÊNDICE XVII- TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 14

Transcrição grupo 14:

O grupo não compartilhou nenhum áudio.

PROTOCOLOS ESCRITOS:

Estudante 29

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

5 mil 2.500 + 0,06 x x // O cálculo é feito como soma do valor fixo de 2.500 mais o valor da porcentagem em decimal 0,06 do que o comissão do valor.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$2500 + 0,06 \cdot 36.200$$

$$2.500 + 2.172$$

$$SM = 4.672$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$2.500 + 0,06 \cdot 54.000$$

$$2.500 + 3.240$$

$$SM = 5.740$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = v + 0,06v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

É feito pela soma do valor fixo de 1300 mais os 0,02 multiplicando pelo valor da venda do mês

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$2400 = 1300 + 0,02x$$

$$1100 = 0,02x$$

$$x = \frac{1100}{0,02}$$

$$x = 55.000$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$r = 1300 + 0,02 \cdot 62.000$$

$$r = 1300 + 1240$$

$$r = 2540$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$s = 1300 + 0,02x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
O salário dela é o valor de 1200 mais a comissão pela venda que é 3%.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$1800 = 1200 + 2000x$$

$$1600 = 2000x$$

$$x = \frac{1600}{2000}$$

$$x = 0,08$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$x = 1200 + 15400 \cdot 0,08$$

$$x = 1200 + 1232$$

$$x = 2432$$

$$15400 \cdot 0,08 = 1232$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = 1200 + 0,08v$$

Estudante 30

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

$$SM = 2500 + 0,06X$$
O cálculo é feito com o valor de 2500 mais o valor da porcentagem em decimal 0,06 do que o comissão faturado.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$2500 + 0,06 \cdot 36200$$

$$2500 + 2172$$

$$SM = 4672$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$2500 + 0,06 \cdot 54000$$

$$2500 + 3240$$

$$SM = 5740$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$p = v + 0,06x$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
É feito pelo soma do valor fixo de 1300 mais os 0,02 multiplicando pelo valor do venda do óleo

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$2400 = 1300 + 0,02x$$

$$1100 = 0,02x$$

$$x = \frac{1100}{0,02}$$

$$x = 55.000$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$x = 1300 + 0,02 \cdot 62000$$

$$x = 1300 + 1240$$

$$x = 2540$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = 1300 + 0,02x$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

O salário dela é o valor de 1200 mais a comissão pelo valor que é 3%.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{aligned} 1800 &= 1200 + 20000x \\ 1600 &= 20000x \\ x &= \frac{1600}{20000} \\ x &= 0,08 \end{aligned}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{aligned} x &= 1200 + 15400 \cdot 0,08 \\ x &= 1200 + 1232 \\ x &= 2432 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 15400 \\ \times 0,08 \\ \hline 1046200 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$s = 1200 + 0,03v$$

APÊNDICE XVIII– TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 15

Transcrição grupo 15:

O grupo não compartilhou nenhum áudio.

PROTOCOLOS ESCRITOS:

Estudante 31

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
Desconta-se 6% de 2500 que é o valor bruto e acrescenta esse valor em 2500.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 $0,06 \times 36200 = 2172$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ + 2172 \\ \hline 4672 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 $0,06 \times 54000 = 3240$

$$\begin{array}{r} 3240 \\ + 2500 \\ \hline 5740 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$P = 0,06v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.
1300 que é o salário fixo mais 2% de comissão

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?
 1300 € fixo
 1100 vendas

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?
 $0,02 \times 62000 = 1240$

$$\begin{array}{r} 1300 \\ + 1240 \\ \hline 2540 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = 0,02x + 1300$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.
1200 mais a sua porcentagem de comissão

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?
 12%
 $0,02 \times 6000 = 12$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 1200 \\ + 1848 \\ \hline 3048 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = 0,02v + 1200$$

Estudante 32

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

O valor adquirido pela carreta será adicionado ao 2.500,00

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

$$0,06 \times 36.200,00 = 2.172$$

$$\begin{array}{r} 2.500 \\ + 2.172 \\ \hline 4.672 \end{array}$$

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

$$0,06 \times 54.000,00 = 3.240$$

$$\begin{array}{r} 3.240 \\ + 2.500 \\ \hline 5.740 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

$$P = 0,06 \cdot v$$

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

São os 1.300 que é o salário fixo mais 2% da venda do óleo

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

$$\begin{array}{r} 2.400 \\ - 1.300 \\ \hline 1.100 \end{array}$$

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

$$0,02 \cdot 62.000 = 1.240$$

$$\begin{array}{r} 1.300 \\ + 1.240 \\ \hline 2.540 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

$$S = 0,02 \cdot x + 1.300$$

3- Maria trabalha como vendedora em uma loja e seu salário consiste em uma quantia fixa de R\$ 1.200,00 mais uma porcentagem de comissão do valor das vendas que ela efetua no mês.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Maria.

São os 1.200 mais a sua porcentagem de comissão.

b) Em determinado mês, Maria vendeu R\$20.000,00 em produtos e recebeu R\$1.800,00 de salário. Que percentual de comissão mensal ela ganha em relação ao valor das vendas que efetua no mês?

$$\begin{array}{r} 0,02 \\ \times 600 \\ \hline 120 \end{array}$$

c) Se em determinado mês Maria vender o equivalente a R\$15.400,00 em produtos, qual será seu salário?

$$\begin{array}{r} 1.200 \\ + 1.848 \\ \hline 3.048 \end{array}$$

d) Escreva uma expressão que permita calcular, em qualquer mês, o salário (s) de Maria em função do valor das vendas (v) efetuadas por ela.

$$S = v + 1.200$$

APÊNDICE XIX – TRANSCRIÇÃO DOS ÁUDIOS E PROTOCOLOS ESCRITOS GRUPO 16

Transcrição grupo 16:

O grupo não compartilhou nenhum áudio.

PROTOCOLOS ESCRITOS:

Estudante 33

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.

Estudante 34

1- Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.

b) A carreta faturou em dezembro o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?

c) Sabendo que em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

2- Francisco trabalha como frentista e recebe um salário fixo de R\$ 1.300,00. O seu patrão decidiu aumentar a venda de óleo hidráulico no posto de gasolina e ofereceu para cada frentista uma comissão de 2% do valor faturado com as vendas que fizerem deste produto no mês. Desse modo, Francisco passou a receber o salário fixo mais uma comissão sobre o valor das vendas efetuadas por ele.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do salário de Francisco.

b) Sabendo que Francisco gostaria de receber R\$ 2.400,00 em janeiro, quantos reais ele deve vender em óleo hidráulico para conseguir esse salário?

c) Se em um mês Francisco vender o equivalente a R\$ 62.000,00 em óleo hidráulico, qual o valor do salário que ele receberá no final do mês?

d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o salário (s) de Francisco em função do valor (x) faturado com as vendas de óleo hidráulico efetuadas por ele.