

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

**COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM  
MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO  
ENSINO FUNDAMENTAL**

**Lilian Gislaine Pereira da Silva**  
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
**PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -  
PRPGEM

COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Lilian Gislaine Pereira da Silva

Orientador:  
Profa. Dra. Michele Regiane Dias Veronez

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão  
Março de 2024

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Silva, Lilian Gislaine Pereira da  
COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS  
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL / Lilian Gislaine  
Pereira da Silva. -- Campo Mourão-PR, 2024.  
86 f.: il.

Orientador: Michele Regiane Dias Veronez.  
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação  
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --  
Universidade Estadual do Paraná, 2024.

1. Modelagem Matemática. 2. Educação Matemática.  
3. Competências. 4. Educação. I - Veronez, Michele  
Regiane Dias (orient). II - Título.

Lilian Gislaine Pereira da Silva

COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL

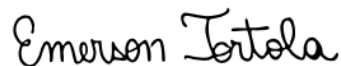
Comissão Examinadora:



Prof. Dr. Michele Regiane Dias Veronez – Presidente da Comissão Examinadora  
Unespar- Apucarana



Prof. Dr. Wellington Hermann - Membro da Banca  
Unespar- Campo Mourão



Prof. Dr. Emerson Tortola - Membro da Banca  
UTFPR- Toledo

Resultado: Aprovada

Campo Mourão  
Março de 2024

## RESUMO

A investigação que realizamos e cuja temática versa sobre competências em modelagem matemática é apresentada neste relatório de pesquisa no formato *multipaper*, composto por dois artigos, além do capítulo inicial e das considerações finais. No primeiro artigo, buscamos inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática é apresentado em artigos científicos em âmbito nacional e internacional. Para isso, realizamos uma revisão sistemática na literatura sobre competências em modelagem matemática. Os resultados revelam que o termo “competências” em modelagem matemática desperta interesse em estudos realizados tanto no Brasil quanto internacionalmente em diversos níveis de ensino, gerando reflexões sobre as habilidades e capacidades necessárias para o desenvolvimento de competências. Destaca-se também o reconhecimento dos benefícios educacionais da modelagem matemática no desenvolvimento de competências e apontam desafios na formação de professores para promover tais competências nos alunos. No segundo artigo temos por propósito investigar o que se revela a partir das competências manifestas, por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tanto, empregamos uma pesquisa empírica. Durante o processo, identificamos distintas competências dos alunos, a saber: a habilidade para realizar os passos individuais do processo de modelagem, a capacidade de estruturar problemas provenientes do mundo real, a aptidão para argumentar sobre os procedimentos adotados, e a competência para explorar as possibilidades oferecidas pela matemática na resolução de problemas do mundo real. Inferimos que a emergência dessas competências promovem com que os alunos dos anos iniciais assumam atitudes ativas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e que a argumentação em torno da situação-problema analisada e dos resultados obtidos carregam especificidades de seus conhecimentos e do modo genuíno como lidam com situações da realidade. Como resultados do estudo empreendido ponderamos que há poucas pesquisas que se ocupam de estudar sobre a temática competências em modelagem matemática, principalmente no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental e que o olhar mais atento às competências no âmbito da modelagem matemática pode sinalizar ao professor compreensões de ordem formativa em termos de conceitos matemáticos, mas também promover aos alunos modos de agir e pensar que consideram aspectos necessários à formação deles como sujeitos ativos e participativos na sociedade.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática. Competências. Atividades de modelagem matemática.

## ABSTRACT

The investigation we conducted, focusing on competencies in mathematical modeling, is presented in this research report in multipaper format, composed of two articles, in addition to the introductory chapter and the final considerations. In the first article, we sought to inventory how the term "competencies" in mathematical modeling is presented in scientific articles nationally and internationally. To achieve this, we conducted a systematic review of the literature on competencies in mathematical modeling. The results reveal that the term "competencies" in mathematical modeling sparks interest in studies conducted both in Brazil and internationally at various levels of education, generating reflections on the skills and abilities necessary for competency development. It also highlights the recognition of the educational benefits of mathematical modeling in developing competencies and points out challenges in teacher training to promote such competencies in students. In the second article, our purpose is to investigate what emerges from the manifested competencies of elementary school students in the development of mathematical modeling activities. To this end, we employed empirical research. During the process, we identified different competencies that emerged in students, namely: the ability to perform individual steps of the modeling process, the ability to structure problems from the real world, the aptitude to argue about the adopted procedures, and the competence to explore the possibilities offered by mathematics in solving real-world problems. We infer that the emergence of these competencies encourages elementary school students to take active roles in the development of mathematical modeling activities and that the argumentation surrounding the problem situation analyzed and the results obtained carry specificities of their knowledge and the genuine way they deal with real-life situations. As a result of the study undertaken, we consider that there is little research focusing on the theme of competencies in mathematical modeling, especially in the context of elementary school years, and that a closer look at competencies in the field of mathematical modeling can provide teachers with formative understandings in terms of mathematical concepts, but also promote ways of acting and thinking for students that consider aspects necessary for their formation as active and participative subjects in society.

**Keywords:** Mathematics Education. Mathematical Modeling. Skills. Mathematical modeling activities.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Atividade de modelagem matemática “O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de educação física”	23
Figura 2 - Atividade de modelagem matemática “ Visita ao quarto do Jorge, subindo de elevador até o sétimo andar. ou Capacidade máxima de crianças dentro do elevador ”	25
Figura 3 - Fases da Modelagem	58
Figura 4 - Cálculos dos alunos	67
Figura 5 - Medidas oficiais da quadra de futebol de salão (futsal)	69
Figura 6 - Placa de sinalização de capacidade	71
Figura 7 - Cálculos referente ao peso das crianças	73

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Algumas definições de competência	16
Quadro 2 – <i>Corpus</i> de investigação	38
Quadro 3 - Organização do corpus de investigação por eixos	39
Quadro 4 – Definições de competência nos textos analisados	39
Quadro 5 - Convergências e divergências encontradas nos artigos em relação às competências em modelagem matemática	50



## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
1. O percurso inicial e a virada de direção	10
1.1 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	12
1.2 Sobre Competências	14
1.3 Competências em Modelagem Matemática	18
1.4 Como se desenvolveu o processo de investigação	21
1.5 Encaminhamento metodológico	22
1.6 As atividades de modelagem matemática desenvolvidas	23
1.7 A estrutura da dissertação	26
Referências	<b>27</b>
<b>2. CAPÍTULO 2 - COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR PARA AS PRODUÇÕES QUE ABORDAM ESSA TEMÁTICA</b>	<b>34</b>
2.1 Introdução	34
2.2 Caminho metodológico	35
2.3 Análise e discussão dos resultados	39
2.3.1 Articulação entre competências e modelagem matemática com atividades de temáticas (foco) na Educação Básica	41
2.3.2 Articulação entre competência e modelagem matemática com foco na formação Inicial e Continuada de professores da Educação Básica	43
2.3.3 Discussão teórica sobre competências e modelagem matemática	47
2.4 Considerações Finais	51
Referências	<b>52</b>
<b>3. CAPÍTULO 3 - COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	<b>55</b>
3.1 Introdução	55
3.2 Modelagem Matemática	57
3.3 Aspectos relativos a competências e habilidades em modelagem matemática	59
3.4 O contexto da investigação e os aspectos metodológicos	61
3.5 Competências em modelagem matemática	63
3.5.1 Atividade 1 - “O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de educação física”	63
3.5.2 Atividade 2 - “:Visita ao quarto do Jorge, subindo de elevador até o sétimo andar, ou Capacidade máxima de crianças dentro do elevador, ”	69
3.6 Considerações finais	74
Referências	<b>77</b>
<b>4. CAPÍTULO 4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>80</b>
Referências	<b>84</b>

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1. O percurso inicial e a virada de direção

O universo infantil é marcado pela curiosidade em descobrir o mundo ao seu redor, o que constitui um bom ponto de partida para novas aprendizagens e para o desenvolvimento de competências. A curiosidade, quando estimulada por meio de alternativas pedagógicas, pode trazer benefícios ao aprendizado das crianças e incentivar processos de interações entre elas, bem como uma atuação mais participativa.

Pesquisas como as de Morais (2004), Serrazina, Oliveira (2005), Kipper, Oliveira, Gomes (2019) focalizam o desenvolvimento de competências, tendo como suporte os documentos que norteiam a educação. Morais (2004), Serrazina e Oliveira (2005), concentram-se no aprimoramento de competências, com base nos referenciais educacionais de Portugal. Em Morais (2004), o olhar é dirigido para a compreensão que futuros professores fazem dos conceitos sobre as competências matemáticas, tendo como norte as competências que devem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Básico, apresentadas no documento: Currículo Nacional do Ensino Básico de Portugal. Serrazina e Oliveira (2005), também tendo esse documento como base, argumentam acerca da abordagem do currículo para o desenvolvimento das competências matemáticas a partir de experiências de aprendizagem e de exemplos que ilustram como na sala de aula, professores relacionam os diversos aspectos da competência matemática na concretização do currículo, chamando atenção para a importância de se promover a literacia matemática<sup>1</sup>. Por sua vez, a pesquisa de Kipper, Oliveira e Gomes (2019) se ocupa em analisar as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental brasileiro, contidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e destaca que a orientação para o desenvolvimento de tais competências se atrelam à configuração econômica mundial subentendida nesse documento.

Embora o termo competências esteja presente nos documentos oficiais e também se faça presente nas abordagens das tendências em Educação Matemática, o entendimento

---

<sup>1</sup> Compreendemos literacia matemática como, “capacidade de um indivíduo formular, aplicar e interpretar a matemática em contextos diversos. Inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos matemáticos, processos, factos e ferramentas para descrever, explicar e prever fenómenos” (OCDE, 2017, p. 7).

acerca desse termo considera compreensões que nem sempre convergem. Essa constatação é fruto de um interesse inicial, no qual se tinha como propósito analisar as confluências entre a compreensão de competências na Base Nacional Comum Curricular e na Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Contudo, um estudo preliminar nos mostrou que essa expressão tem conotação distinta nesses dois contextos. Na BNCC competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver as demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017). Ou seja, o documento expressa sua preocupação com o desenvolvimento de competências para o mundo do trabalho. Por outro lado, na Modelagem Matemática, não há uma definição única para o termo competência, mas, esse termo vem atrelado ao desenvolvimento de conhecimentos.

Sendo assim, nossa investigação toma outra direção: nos ocupamos de olhar para as competências em modelagem matemática, considerando dois cenários: 1) a constituição de um *corpus* de investigação que congrega artigos científicos que se ocupam do termo competências nas discussões sobre modelagem matemática; 2) a realização de um estudo empírico no qual o interesse repousa sobre o que é revelado a partir das competências manifestas por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

No estudo de cunho teórico, primeiro cenário explicitado, consideramos trabalhos desenvolvidos tanto no Brasil, como internacionalmente, na tentativa de descortinar como o termo competências é discutido no âmbito da modelagem matemática.

Para o desenvolvimento de nossa investigação empírica, discutida no segundo artigo, consideramos a modelagem matemática como alternativa pedagógica de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), já que nessa acepção é dito que ela propicia aos estudantes aprimorar ou desenvolver suas competências tanto em matemática, quanto em modelagem matemática e, fortalece a capacidade em resolver problemas do mundo real a partir da matemática.

Nas subseções que seguem buscamos elucidar nosso campo de investigação e trazer à tona elementos que o caracterizam.

## 1.1 Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Ao longo de muitos anos, a Modelagem Matemática tem sido sugerida como uma abordagem de ensino adequada para todos os níveis educacionais (BURAK, 1994; 2014; SILVA; KLÜBER, 2014). Contudo, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, indiferentemente do contexto em que acontece, manifesta-se suscetível a uma pluralidade de configurações, devido a inúmeros fatores associados aos estudantes, aos professores e às interações entre eles. Tais fatores abrangem os conhecimentos que os estudantes possuem, os objetivos sob os quais a atividade é realizada, bem como a faixa etária a qual se destina.

Quanto ao professor, Almeida, Silva e Vertuan (2013) esclarecem que a ele cabe o papel de orientador do processo em atividades de modelagem matemática, possibilitando condições a fim de que os alunos se tornem protagonistas da atividade. Para esclarecer a terminologia "orientador", os autores referidos explicitam que:

- a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, [...] é sugerir procedimentos;
- b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale-tudo”;
- c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos;
- d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função;
- e) orientar não é despir-se da autoridade de professor (ALMEIDA; SILVA ; VERTUAN 2013, p.24).

Nesse mesmo sentido, Veronez (2013, p.28), afirma que é papel do professor orientar os alunos no sentido de possibilitar “que eles estabeleçam relações entre seus conhecimentos, seja da situação em estudo, seja da matemática, ou entre ambos”. A autora ainda destaca a importância de o professor instigar os momentos de debates durante o desenvolvimento da atividade com o intuito de favorecer a superação de certas dificuldades, discutir sobre o papel da matemática na sociedade, despertar a motivação diante de fases críticas de enriquecer a investigação sobre o problema em estudo. Veronez e Castro (2018), pontuam ser de extrema importância nessas situações de discussões, que o professor esteja alerta para que as opiniões dos alunos sejam igualmente valorizadas, bem como sejam considerados no debate os resultados por eles obtidos.

Muito embora o conjunto de pesquisas que versam sobre modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pareça ser pequeno se comparado com outros níveis de ensino, ele já é expressivo. Diversos são os autores que têm se dedicado a pesquisar nesse contexto de ensino, tendo a modelagem matemática como foco. Dentre eles

podemos citar: Carpenter e Romberg (2004); English e Watters (2004, 2005); Maaß (2005); Biembengut, (2007, 2019); Machado, (2008); English (2010, 2013); Burak (2014); Souza; Luna, (2014); Malheiros (2014); Silva e Klüber (2014); Tortola e Almeida (2016); Burak e Kaviatkovski (2016); Tortola (2016); Gomes, Silva e Dalto (2019); Gomes e Silva (2021).

A proposição de atividades de modelagem matemática desde os primeiros anos de escolaridade, segundo Maaß (2005), parte da premissa de que, logo cedo, em sua formação, o estudante pode modificar a crença de que a Matemática é uma ciência objetiva e inquestionável. Nesse sentido, a autora defende a importância de os alunos dos anos iniciais desenvolverem atividades de modelagem matemática a fim de terem oportunidades de ampliar seus modos de compreender a matemática em uma perspectiva mais ampla. Burak (2014, p.5), também argumenta no sentido de que a modelagem matemática promove o desenvolvimento de formação de ideias e conceitos matemáticos, e exemplifica algumas tais como “ideias de lateralidade, formas, ideias de sequências, ideia de padrões, a formação do conceito de número, ideias de classificação e ordenação”.

Em Silva e Klüber (2014) encontramos cinco motivos para a utilização da modelagem matemática nos anos iniciais: o professor é o mediador do processo, o ensino pode se dar de forma interdisciplinar, o aluno assume o papel de sujeito da aprendizagem, o ensino se dá numa perspectiva problematizadora e o ensino tem característica dialógica e investigativa. Além disso, esses autores pontuam que esses motivos se tratam de aspectos interdependentes, ou seja, eles devem coexistir em um ambiente mediado por atividades de modelagem matemática.

Tortola (2016), chama a atenção para o fato de que a inserção da Modelagem Matemática, desde os primeiros anos escolares, contribui no desenvolvimento de habilidades das crianças, principalmente porque os dados para resolver o problema não estão explícitos no enunciado. Assim, ao resolvê-lo, elas precisam demonstrar mais autonomia ao passo que produzem seus próprios dados para a situação investigada. Machado (2008) destaca, em sua dissertação, a importância em se desenvolver atividades de ensino que estejam ligadas ao lúdico e à realidade cotidiana dos alunos.

Ainda em fase de alfabetização, o aluno, por vezes, se utiliza de desenhos para expressar sua compreensão. Os estudos de English e Watters (2004) e de English (2010), realizados na Austrália, destacam como alunos de quatro turmas de terceira série, equivalente ao terceiro ano do Ensino Fundamental brasileiro, expressaram suas percepções a respeito da solução do problema, argumentando suas formas de pensar por

meio de relatórios e cartas contendo desenhos, ou seja, utilizam diferentes formas de representar matematicamente a situação estudada. Essas representações, no âmbito da modelagem matemática correspondem a um processo de “transição de linguagens” (GOMES; SILVA; DALTO, 2019).

Ao comentar sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Biembengut (2019, p. 53) afirma que “[...] as atividades das crianças devem ser guiadas e, sempre que possível, reuni-las para que possam expressar suas ideias, seus entendimentos”. A autora destaca que é importante as crianças poderem falar e discutir sobre suas ideias em conjunto, para assim construir seus aprendizados; “a percepção-apreensão das crianças daquilo que mais lhes atraiu valerá como ponto inicial para complementar o que já conhecem, acrescentando detalhes à medida que aprendem outros conceitos” (BIEMBENGUT, 2019, p. 53). Ou seja, a criança vai compreendendo de forma ancoradora a partir do que já vivenciou, vai fazendo ligações e novas construções (podem ser) são desenvolvidas durante a atividade. Da mesma forma, as competências em modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental se desenvolvem não apenas através da resolução de problemas, mas também da expressão de ideias, da discussão em grupo, da conexão com experiências prévias e da construção gradual e progressiva do conhecimento.

Nesse conjunto de pesquisas que discute a modelagem matemática nos anos iniciais há indicativo da expressão competência mesmo que ela não seja o foco de investigação. Nesse sentido, destacamos que discutir sobre competências é algo salutar, bem como a articulação dela com a modelagem matemática e, é nesse sentido, que nosso estudo é empreendido.

Nas seções subsequentes, dado nosso interesse, nos ocupamos de abordar sobre competências e sobre “competências” em modelagem matemática.

## 1.2 Sobre Competências

Antes de discutirmos sobre competências em modelagem matemática, foco de nossa atenção, buscamos, nesta seção, apresentar a origem do termo competências e algumas definições a seu respeito.

Etimologicamente, de acordo com o dicionário eletrônico “Origem da Palavra”, o termo competência vem do mesmo étimo latino que competição, com raiz indo-europeia, no Latim *competere*, “lutar, procurar ao mesmo tempo”, de *com-*, “junto”, mais *petere*,”

disputar, procurar, inquirir”. Esse termo foi empregado inicialmente, no âmbito empresarial, segundo Fleury e Fleury (2001), em 1973, nos Estados Unidos, com o professor da Universidade de Harvard e psicólogo, David McClelland, o qual ficou conhecido internacionalmente por seus conhecimentos sobre motivação e sucesso, e por seus estudos na área da gestão por competência, termo esse voltado para qualificar o profissionalismo de uma pessoa que realizava suas atividades laborais com eficiência e ocupava os melhores cargos.

Fleury e Fleury (2001, p. 184), portanto, apontam que “competência é uma característica subjacente a uma pessoa que é casualmente relacionada com desempenho superior na realização de uma tarefa ou em determinada situação”. A competência aqui caracterizada é determinada pela qualificação profissional, ou seja, aquele que era incompetente não tinha competência na função exercida.

Ainda em aspecto profissional, Le Boterf (1995) aponta que, competência é um saber agir de forma responsável e que é reconhecido pelos outros. Implica em saber como mobilizar, integrar e transferir conhecimentos, recursos e habilidades, num contexto profissional determinado. Quando esse autor se refere sobre competência infere que ela deve ser, de certa forma, avaliada e reconhecida por outros indivíduos, caracterizando, assim, a competência naquele determinado período como algo que precisava de apreciação para ser competente. Esse mesmo autor esclarece acreditar que conhecimentos, recursos e habilidades são transferíveis.

O termo competência também aparece definido no dicionário Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa, (2015, p.121) referindo-se à “aptidão que um indivíduo tem de opinar sobre um assunto e sobre o qual é versado”. Nessa definição está o opinar sobre uma demanda, com coerência, deixando de lado o saber quando e como agir sobre determinado assunto.

Devido às mudanças sociais e econômicas houve enfraquecimento do termo competências no mercado de trabalho (KUENZER, 2003) e no início da década de 1990, conforme nos informa Gaspar (2004), começa a surgir pesquisas em diferentes países como, Canadá, Suíça e Bélgica centradas nas competências relacionadas à esfera educacional. Essas pesquisas visavam definir e delimitar o conceito de competência, resultando em uma multiplicidade de definições que, ora se distinguem, ora se complementam.

Essa mudança de abordagem coincidiu com o período em que, segundo a definição contida no Dicionário de Filosofia da Educação, o termo competência é definido

como a capacidade de alguém realizar uma atividade de forma satisfatória, atendendo, pelo menos minimamente, a determinados padrões ou níveis de exigência, conforme retrata (WINCH; GINGELL; 2007).

No Quadro 1 apresentamos, considerando a esfera educacional, algumas definições de competências.

**Quadro 1**– Algumas definições de competência

Autor	Caracterização do termo competência
Malglaive (1990 p. 153).	“(…) uma totalidade complexa e instável, mas, estruturada, operatória, isto é, ajustada à ação e as suas diferentes ocorrências” “(…)estrutura dinâmica cujo motor é a atividade”.
Gillet (1991, p. 36).	“(…) sistema de conhecimentos, conceituais e procedimentais, organizados em esquemas operatórios, que permitem, em função de uma família de situações, identificar uma tarefa-problema e resolvê-la por meio de uma ação eficaz”.
Tardiff (1994 p. 36).	“(…) um sistema de conhecimentos, declarativos [...], condicionais [...] e procedimentais [...]organizados em esquemas operatórios” que permitem a solução de problemas”.
Toupin (1995, p. 36).	“(…) a capacidade de selecionar e agrupar, em um todo aplicável a uma situação, os saberes, as habilidades e as atitudes”
Levy-Leboyer (1996, p. 36).	“(…) repertórios de comportamentos [que tornam as pessoas eficazes] em uma determinada ação”.
Lê Boterf (1998, p. 133).	“(…) uma combinatória complexa, de uma ligação coordenada, multidimensional, que sempre deve ser recriada, da mobilização de múltiplos recursos, de saberes, de “saber fazer”, de estratégias, de habilidades manuais, de atitudes, de valores privilegiados.
Plantamura (2003, p. 11/13)	“(…) capacidade, processo, mecanismo de enfrentar uma realidade complexa, em constante processo de mutação, perante a qual o sujeito é chamado a nomear a realidade, a escolher. Entendemos os saberes, na sua vertente de ciência e na sua dimensão de experiência, como sinônimo de conhecimentos e que se adquirem sentidos se mobilizados no processo sempre único e original de construção e reconstrução de competências (pg. 11). (...) A competência deve ser entendida como recurso para dominar uma realidade social e técnica complexa, diante da qual o ser humano é chamado a escolher”.
Terezinha Rios (2003, p. 46).	“Saber fazer bem...”



Allal, 2004 (apud Ollignier, 2004, p. 15; 83).	“(…) organização dos saberes em um sistema funcional”. (...) suas principais dimensões são: a rede dos componentes cognitivos, afetivos, sociais e sensório-motores, bem como sua aplicação a um grupo de situações e a orientação para uma determinada finalidade”. “(...) uma rede integrada e funcional constituída por componentes cognitivos, afetivos, sociais, sensório-motores, capaz de ser mobilizada em ações finalizadas diante de uma família de situações”.
Ollagnier (2004 p.10) .	“(…) a capacidade de produzir uma conduta em um determinado domínio”.
Perrenoud (2004 p. 153).	“(…) a faculdade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações, etc.) para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações”.
Zabala e Arnau (2010, p. 11)	(...) A competência consistirá na intervenção eficaz nos diferentes âmbitos da vida, mediante ações nas quais se mobilizam, ao mesmo tempo e de maneira interrelacionada, componentes atitudinais, procedimentais e conceituais.
Marques 2014 (p.22)	“Designa um conjunto de capacidades interdependentes relacionadas com um determinado domínio. Em pedagogia, a competência surge associada ao saber fazer e constitui uma componente essencial do processo de aprender a aprender”.

Fonte: Adaptação de Moura (2005).

Nessas definições tem-se competência como algo intrinsecamente individual, uma vez que os autores acreditam que o termo competência tem ligação com o saber e o fazer. Há também autores que se remetem a situações comportamentais como Levy-Leboyer (1996); Ollagnier (2004) e Malglaive (1990). Além de definir o conceito, essas pesquisas buscam, em certa medida, delimitar as dimensões das competências. Isso significa identificar quais habilidades, conhecimentos e atitudes estão incluídos no conceito de competência e quais estão fora desse escopo.

De modo geral, a utilização do termo competência no contexto educacional está associada tanto aos conhecimentos adquiridos ao longo do tempo quanto à utilização de diversas estratégias no desenvolvimento de atividades de ensino. Essa abrangência que circunda o termo competências, de certo modo, torna esse termo também importante no âmbito da modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática. Assim, na próxima seção, nos ocupamos de discutir sobre competências em Modelagem Matemática.

### 1.3 Competências em Modelagem Matemática

Diversas são as discussões que dão destaque ao termo competências quando do debate acerca da modelagem matemática. Contudo, são os estudos de Blomhøj e Jensen (2003), Maaß (2005; 2006), Niss; Blum; Galbraith (2007), Mischo e Maaß (2012), Bisognin e Bisognin (2013), Greefrath (2013), Zanin (2015), Rezende e Tortola (2021), que se ocupam de discutir com maior profundidade sobre o desenvolvimento de competências em modelagem matemática.

Ao caracterizar competência em modelagem matemática, Blomhøj e Jensen (2003) apontam referir-se ao domínio de alguém em conduzir, de forma eficiente, todas as etapas do processo de modelagem matemática. Assim, para esses autores, alguém com competência em modelagem matemática consegue, com êxito, perpassar todas as fases da modelagem matemática.

Embora cada autor apresente as fases da modelagem matemática com nomenclaturas diferentes, de modo geral, essas fases estão associadas ao processo de interação com o tema que origina o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática; considera uma matematização, ou seja, requer uma transição de linguagem do problema real para um problema matemático; congrega o processo de resolução do problema a partir de lentes da matemática e pode culminar na elaboração de um modelo matemático; carece de um processo de interpretação e validação das respostas obtidas no sentido de poderem, ou não, ser consideradas como solução para o problema em estudo.

Todas essas ações atreladas às fases da modelagem matemática são influenciadas pelo modo como o aluno reconhece seu papel no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, ou ao papel que a ele é atribuído. A respeito do processo de implementação de atividades de modelagem matemática em sala de aula, Almeida e Dias (2004) sugerem três momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, os quais contribuem sequencialmente para uma participação mais ativa dos alunos no desenvolvimento delas.

Essa abordagem gradual da familiarização dos alunos com as atividades de modelagem matemática é reconhecida por Almeida e Zanim (2015), como um fator de impacto para o desenvolvimento de competências. Nesse estudo, além das autoras oferecerem contribuições para o campo da Educação Matemática, em particular para a Modelagem Matemática, ao discutir acerca das competências desenvolvidas por alunos em atividades de modelagem matemática, ampliam a categorização das competências

propostas por Maaß (2006), em intra-modelagem e extra-modelagem, proporcionando uma compreensão mais refinada dos elementos envolvidos no processo.

A contribuição de Bisognin e Bisognin (2013) sobre competências em modelagem matemática considera que durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática os alunos conduzem investigações utilizando diversas representações, como: representações algébricas, gráficas, geométricas ou numéricas, variando de acordo com o conhecimento que possuem. Nesse sentido, a compreensão das competências dos alunos no contexto da modelagem matemática é aprimorada pela integração de diversas modalidades de representação.

No primeiro estágio, os alunos devem adquirir a competência de, a partir de um problema do mundo real, formular um problema matemático. Portanto, por meio da modelagem os alunos podem adquirir a competência de formulação de problemas que, em geral, é uma etapa difícil do processo. Na passagem da segunda para a terceira etapa, os alunos adquirem a competência de definir um modelo para descrever a situação inicialmente proposta. Estabelecido o modelo, no passo seguinte os alunos necessitam solucioná-lo. Nesta etapa as competências estão relacionadas com os conteúdos matemáticos, tais como, a compreensão de conceitos, operações, propriedades e suas relações, o uso de linguagem matemática adequada e métodos de resolução. Na passagem para a última etapa do processo, os alunos podem desenvolver competências relacionadas com a análise, interpretação crítica do resultado obtido, comparando-o com o problema real inicialmente proposto (BISOGNIN; BISOGNIN; 2013, p. 2975).

Nesse sentido, a compreensão das autoras é de que em cada fase inerente ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos adquirem competências, as quais podem ser aprimoradas ou desenvolvidas durante o processo (do início ao fim do desenvolvimento da atividade).

De acordo com Niss; Blum; Galbraith (2007), as competências emergidas do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática corresponde à capacidade de identificar questões relevantes, as variáveis, as relações e as hipóteses de uma situação real, transpondo-as matematicamente, interpretando e validando a solução do problema matemático. De forma complementar, Maaß (2006) e Greefrath et al. (2013), nos indicam um rol de competência em modelagem matemática.

Para Maaß (2006), ter competência em modelagem matemática consiste em ter habilidades e capacidades para definir encaminhamentos que sejam adequados para a resolução do problema, e os alunos se disporem em colocar tais habilidades e capacidades em prática. Apresentando algumas evidências que os alunos precisam de competências

para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática para a realização das etapas individuais da modelagem, Maaß (2006), salienta também que existem outras competências que precisam ser desenvolvidas e que não estão interligadas a uma etapa específica da modelagem matemática. Assim, as competências em modelagem matemática, de acordo com essa autora dizem respeito a:

- A. Competências para realizar os passos individuais do processo de modelagem;
- B. Competências metacognitivas de modelagem;
- C. Competências para estruturar problemas do mundo real e definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema;
- D. Competências para argumentar em relação aos procedimentos e para escrever esta argumentação;
- E. Competências para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real e considerar essas possibilidades como positivo (MAAB, 2006, p.139).

Maaß (2006) ainda salienta que competências em modelagem matemática abrangem capacidades e habilidades para realizar todas as fases de uma atividade de modelagem matemática, as quais devem ser colocadas em prática pelos alunos. Dessa forma, a competência em modelagem matemática é um processo pelo qual ocorre a mobilização de diversas ações para resolver um problema (GREEFRATH et al.,2013).

Greefrath et al. (2013, p. 19), assim como Maaß (2006), também enunciam um rol de competências em modelagem matemática que podem ser desenvolvidas:

- C1: Competências para compreender o problema real.
- C2: Competências para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais.
- C3: Competências para definir um modelo matemático a partir do modelo real.
- C4: Competências para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático.
- C5: Competências para entender resultados matemáticos em uma situação real.
- C6: Competências para validar a solução.

As competências em modelagem matemática propostas por Greefrath et al. (2013) englobam desde a compreensão aprofundada do problema real até a validação da solução. Destaca-se a importância de criar modelos práticos que simplifiquem a complexidade do mundo real, transitar do modelo baseado no problema para um modelo matemático formal e aplicar habilidades matemáticas na resolução de problemas práticos. A interpretação dos resultados no contexto real e a validação crítica do modelo e da solução são aspectos fundamentais.

Rezende e Tortola (2021), ao investigarem as competências desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de modelagem matemática, tanto no que se refere ao desenvolvimento de competências em Matemática como em Modelagem Matemática, inferem que tais atividades têm potencial para estimular os alunos a pensar, raciocinar e modelar matematicamente, bem como compreender e resolver problemas, enquanto produzem modelos matemáticos e avaliam soluções.

Embora esses estudos elucidem vários aspectos relacionados às competências em modelagem matemática e tragam algumas teorizações a respeito de tais competências, neles também ficam explicitadas possibilidades para novos estudos. Assim, na próxima seção, trazemos os elementos que compõem nosso foco de investigação tendo as competências em modelagem matemática como pano de fundo. Também elucidamos características do estudo empreendido.

#### **1.4 Como se desenvolveu o processo de investigação**

Na presente pesquisa, investigamos sobre competências em Modelagem Matemática com atenção aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, desse modo, estruturamos nosso relatório de pesquisa, tendo nossas considerações apresentadas em dois artigos científicos, constituindo os Capítulos 2 e 3, cada qual direcionado por um objetivo específico de pesquisa, os quais são:

1. Inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática aparece em artigos científicos nos diversos níveis de ensino em pesquisas brasileiras e internacionais.
2. Identificar o que se revela a partir das competências manifestas por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

A partir do nosso interesse, nos concentramos em fornecer uma visão contextualizada das diversas abordagens do conceito “competências em modelagem matemática”, em território nacional e internacional. Além disso, buscamos identificar padrões, lacunas e variações no uso do termo competências, no contexto da Modelagem Matemática, por meio de uma abordagem inventariante. Além do estudo teórico, realizamos uma pesquisa empírica com foco nas competências manifestas pelos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental ao desenvolverem atividades de modelagem.

Na seção que segue elucidamos o percurso metodológico adotado nesta investigação.

### **1.5 Encaminhamento metodológico**

Diante dos objetivos que se articulam com nossa problemática de pesquisa, optamos por uma abordagem qualitativa. Segundo Garnica (1997), nas pesquisas de natureza qualitativa o olhar se volta para a qualidade bem como para os elementos significativos relativos à problemática. Em alinhamento a essa ideia está a assertiva de Neves (1996, p. 1), ao apontar que, “nas pesquisas qualitativas, é frequente que o pesquisador procure entender os fenômenos, segundo as perspectivas dos participantes da situação estudada e, a partir daí, situe sua interpretação dos fenômenos estudados”.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47) ao discorrerem sobre características de uma pesquisa qualitativa ponderam que “o ambiente natural é a fonte direta de dados e o pesquisador é o seu principal instrumento”, ou seja, que é importante o pesquisador ter contato direto e prolongado com o ambiente e a situação que está sendo investigada, uma vez que ele é o principal instrumento de coleta de dados. Além disso, esses autores destacam outros quatro aspectos que caracterizam uma pesquisa cuja abordagem é qualitativa, considerando o ambiente escolar. A seguir listamos os cinco aspectos destacados por Bogdan e Biklen (1994):

1. Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o pesquisador o instrumento principal.
  2. A investigação qualitativa é descritiva.
  3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
  4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
  5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.
- (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.47).

Diante dessa caracterização, nossa investigação segue sustentada na abordagem qualitativa, já que temos por intuito inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática aparece em artigos científicos e analisar aspectos emergentes em uma turma de alunos, cuja pesquisadora é a professora regente e na qual nos interessam os detalhes que possam colaborar para a compreensão dos fatos, do fenômeno, isto é, das ações dos alunos que denotam desenvolvimento de competências em modelagem matemática.

Com vistas a tal propósito organizamos esse relatório de pesquisa, contendo um capítulo introdutório, dois capítulos subsequentes com resultados apresentados por meio

de dois artigos independentes, mas que se articulam entre si; e um último capítulo com as considerações finais. No Capítulo 1 consta a introdução à temática investigada e delineamentos acerca das opções metodológicas e de estrutura. Nos Capítulos 2 e 3, buscamos atender, respectivamente, aos objetivos 1 e 2 mencionados na seção anterior. Por fim, apresentamos as conclusões, enfatizando os resultados obtidos do aglutinamento dos resultados de cada um dos artigos.

As atividades de modelagem matemática desenvolvidas e que são abordadas no artigo 2 são apresentadas na seção a seguir.


### 1.6 As atividades de modelagem matemática desenvolvidas

A primeira atividade de modelagem matemática desenvolvida teve como tema: “O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de educação física”. Nesta atividade foi proposta às crianças a investigação de dois problemas: 1) Quanto corremos a cada volta na quadra esportiva? 2) A quadra do colégio encontra-se de acordo com as normas oficiais?

O desenvolvimento dessa atividade de modelagem foi acompanhado de uma discussão em sala de aula e da ida das crianças até a quadra esportiva do colégio para realizar as medições necessárias. Para realizar tais medições os alunos utilizaram: trena, quadro e cadernos para anotações. De posse dessas medidas os alunos retornam à sala de aula, onde foram organizados em grupos, para buscar respostas a tais problemas.

Na Figura 1 sintetizamos alguns aspectos do desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática, evidenciando o tema e os problemas, algumas informações coletadas, as hipóteses e suas soluções.

**Figura 1 - Atividade de modelagem matemática - O cansaço dos alunos decorrente das aulas de Educação Física**

	<p>A Educação Física é como um playground mágico para as crianças!!!</p> <p>Imaginem saltos que desafiam a gravidade, corridas que nos fazem sentir o vento em nossos rostos e jogos que nos ensinam a trabalhar em equipe.</p> <p>Contudo, em decorrência da aula de Educação Física, as crianças apresentavam muito cansaço, eles falavam que a quadra era muito grande e que sempre tinham que correr três voltas ao redor da quadra e jogar futebol, vôlei ou queimada. Diante disso, surgiram os problemas a serem investigados.</p>
---	---

**Problemas investigados:**

- 1) Quanto corremos a cada volta na quadra esportiva?
- 2) A quadra da escola encontra-se de acordo com as normas oficiais?

**Hipótese Levantada:**

A volta que as crianças fazem na quadra segue o percurso retangular.

**Informações coletadas pelas crianças sobre as dimensões das quadras oficiais de futebol de salão:**

Comprimento máximo: 42 metros e comprimento mínimo: 25 metros.

Largura máxima: 22 metros e largura mínima: 16 metros.

**Resolução e solução para os problemas:**

$$\begin{array}{rcccccccc} \text{largura 1} & + & \text{largura 2} & + & \text{comprimento 1} & + & \text{comprimento 2} & = & \text{Total} \\ 21,08 & + & 21,08 & + & 36,70 & + & 36,70 & = & 115,56 \end{array}$$

A cada volta na quadra as crianças correm cerca de 115 metros e 56 centímetros.

A quadra do colégio está dentro dos padrões oficiais devido às medidas de seus lados.

**Interpretação e validação da solução obtida:** As crianças compreenderam que o cansaço por elas sentido, não era apenas devido às voltas que davam ao redor da quadra, mas aos outros exercícios e jogos realizados durante a aula de educação física. Além disso, compreenderam que as quadras esportivas têm tamanhos recomendados.




Fonte: autoras

A segunda atividade de modelagem matemática, intitulada "Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge", originou-se do interesse das crianças pelo aniversário do colega de sala. Jorge planejava comemorar seu aniversário no salão de festas do prédio onde residia e desejava que seus amigos fossem até seu quarto para conhecer sua coleção de carrinhos da Hot Wheels. Neste contexto surgiu a seguinte questão: quantas crianças cabem no elevador?

Na Figura 2 são sintetizados os aspectos relativos ao tema, problema, algumas informações coletadas, o desenvolvimento, as hipóteses e as soluções obtidas.



**Figura 2 - Atividade de modelagem matemática - Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge**

	<p>Jorge estava planejando comemorar mais um ano de vida e decidiu chamar seus colegas de sala para uma festa animada no salão do prédio onde ele morava. Empolgado, queria que todos vissem sua coleção de carrinhos no seu quarto, mas havia um pequeno desafio: ele morava no 7º andar. E assim começou a busca por uma solução divertida!</p>	
<p><b>Problema investigado:</b> Quantas crianças cabem no elevador?</p> <p><b>Hipótese Levantada:</b> O número de crianças que cabe no elevador é maior que o número de adultos indicado nas placas informativas presentes dentro dos elevadores.</p>		
<p><b>Informações coletadas pelas crianças:</b> Atualmente, há normas que regem a fabricação de elevadores do Brasil (NM 207; para elevadores com casa de máquina e NBR 16042; para elevadores sem casa de máquina). Cada passageiro, pela norma, corresponde a 75 quilos, ou seja, em um elevador com a capacidade para transportar oito passageiros, o limite máximo seria de 600 quilos. O abuso do peso pode gerar riscos aos passageiros e prejuízos para o próprio elevador, como: gastos com manutenções e troca de peças sem terem cumprido seu tempo de vida útil estipulado.</p>		
<p><b>Dados considerados no desenvolvimento da atividade:</b> Capacidade do elevador = 800 kg</p>		
<p><b>Resolução:</b> A partir da pesagem de cada criança e da professora, foi sendo acrescentado os valores, aos poucos, na calculadora e comparado à capacidade máxima do elevador.</p> $\text{pessoa 1} + \text{pessoa 2} + \text{pessoa 3} + \text{pessoa 4} \dots + \text{pessoa 21} = 676,6 \text{ kg}$ <p><b>Solução para o problema:</b> Considerando que a capacidade do elevador é de 800Kg, cabem as 20 crianças e a professora em uma única viagem. Isso porque as crianças juntamente com a professora totalizam 676,6 Kg.</p> <p><b>Interpretação e validação da solução obtida:</b> Mesmo comportando a todos no elevador em uma única viagem, as crianças decidiram subir para o quarto do Jorge em 2 grupos, alegando que se fossem todos juntos ficaria muito apertado dentro do elevador.</p>		

**Fonte:** autoras

Nessa atividade as crianças investigam aspectos relacionados à capacidade do elevador: coletam informações, levantam hipóteses, tecem considerações e traçam estratégias para que todos possam subir de elevador. Por fim, obtêm uma resposta a qual julgam assertiva para resolver o problema.

### **1.7 A estrutura da dissertação**

A estrutura deste relatório de pesquisa respeita as orientações do formato *multipaper*, levando em consideração o que Duke e Beck (1999), esclarecem sobre esse formato: que ele possibilita aos pesquisadores a análise de múltiplos aspectos em sua pesquisa, com base em diferentes dados e propósitos. Essa flexibilidade permite compreensões de distintos aspectos sobre o objeto de pesquisa, que se conectam entre si em relação a um mesmo tema e problema de pesquisa.

Na área da Educação Matemática autores como Garnica (2011), Barbosa (2015), e Mutti e Klüber (2018) apontam argumentos favoráveis ao formato *multipaper* ao darem destaque às possibilidades que emergem da construção de dissertações e teses nesse tipo de formato como: permite uma maior amplitude de perspectivas, adaptação às necessidades específicas de cada artigo, ampliação da divulgação do trabalho, promoção da colaboração entre pesquisadores e exploração de diferentes aspectos de um tema.

Assumindo esse formato, organizamos o presente relatório de pesquisa em quatro capítulos, como detalhados na sequência.

O Capítulo 1 compreende a Introdução, na qual apresentamos argumentações iniciais sobre modelagem matemática e sobre competências, sobretudo, competências em modelagem matemática, com atenção especial aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Em seguida descrevemos a problemática da dissertação, os aspectos metodológicos e as questões auxiliares que nortearam a pesquisa, bem como as atividades desenvolvidas em sala de aula. Por fim, trazemos como este relatório de pesquisa encontra-se organizado.

O Capítulo 2 compreende o primeiro artigo: Competências em modelagem matemática: um olhar para as produções que abordam essa temática. Caracterizado como uma pesquisa teórica inventariante, tem por objetivo inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática é apresentado em artigos científicos publicados em periódicos da área de Educação Matemática,. Para isso, realizamos uma investigação inicial sobre o termo competências e em seguida fizemos uma revisão sistemática, na literatura, sobre as competências em atividades de modelagem matemática

desenvolvidas em sala de aula. Para a seleção dos artigos utilizamos a amostragem intencional, a qual consiste na seleção estratégica de uma amostra que seja relevante para a questão investigada (BRYMAN; CRAMER, 2012).

No Capítulo 3 apresentamos o segundo artigo “Competências em Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, no qual temos o objetivo de identificar o que se revela a partir das competências manifestas, por alunos dos anos iniciais, no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tanto, realizamos uma investigação empírica em que os alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental desenvolvem atividades de modelagem matemática.

No segundo artigo, que corresponde ao Capítulo 3, consideramos a pesquisa qualitativa com caráter interpretativo, apoiadas na assertiva de Bogdan e Biklen (1994, p.49) quando afirma que “a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo”. Dessa forma nos atentamos a todas as produções dos participantes da pesquisa, sejam por meio de fala, escrita, gesto, esquema ou desenho, na intenção de descrever os fatos o mais fielmente possível.

As atividades de modelagem matemática que são discutidas no artigo 2, foram desenvolvidas por 20 alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, de uma escola localizada no centro-oeste do estado do Paraná, durante as aulas de matemática. Os dados foram produzidos ao longo do ano de 2022, por meio de diário de campo e materiais produzidos pelos alunos. Para o desenvolvimento dessas atividades com os alunos foram considerados os pressupostos de Almeida e Dias (2004) no que concerne à forma gradativa de desenvolver atividades de modelagem matemática em contextos de formação, primordialmente o primeiro e segundo momentos conforme denotados por essas autoras.

O Capítulo 4, intitulado *Considerações finais*, contém os resultados e nossas reflexões acerca da investigação realizada.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema, Rio Claro, v. 17, n. 22, p. 19-35, set. 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1.ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

AYDIN, G; BAKI, A. Assessment of the learning environment designed to develop students' mathematical modeling skills mathematics teachers. Gain Access Funda Teaching Mathematics and Its Applications: **An International Journal of the IMA**, Volume 38, Issue 4, December 2019, Pages 191–215, <https://doi.org/10.1093/teamat/hry002> Published: March 26, 2018

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, p. 347-367, 2015.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: ciências e Matemática**. São Paulo: Contexto, 2019.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Desenvolvimento de Competências por Meio da Modelagem Matemática com Alunos em Formação Inicial. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-14.

BLOMHOJ, M.; JENSEN, T. H. Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 22, n. 3, p. 123-139, sep. 2003

BLOMHOJ, M. Modelling Competency: Teaching, Learning and Assessing Competency - Overview. In: KAISER G. et al. (eds). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 343-347.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014

- BRYMAN, A.; CRAMER, D. **Quantitative data analysis with IBM SPSS 17, 18 & 19: A guide for social scientists**. Routledge, 2012.
- CARRAHER, T; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 3 ed. São Paulo: Cortez, 1988.
- CARPENTER, T. P.; ROMBERG, T. A. **Powerful practices in mathematics & science: research-based practices for teaching and learning**. Madison: University of Wisconsin, 2004.
- CEVIKBAS, M.; KAISER, G.; SCHUKAJLOW, S. A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. **Educational Studies in Mathematics**, v. 109, n. 2, p. 205-236, 2022.
- De BOCK, D.; VAN DOOREN, W.; JANSSENS, D. Studying and remediating students' modeling competencies: Routine behavior or adaptive experience. In: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H.-W.; NISS, M. (Eds.). **Modeling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study**. New York, NY: Springer, 2007. pp. 241–248.
- DIAS, M. R. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.
- DUKE, N. K.; BECK, S.W. Research news and comment: Education should consider alternative formats for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999
- ENGEL, J; KUNTZE, S. From Data to Functions: Connecting Modeling Skills and Statistical Literacy. In: KAISER, G. et al. (Eds.), **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling**, 2011, pp. 397-406. Dordrecht: Springer.
- ENGLISH, L.; WATTERS, J. Mathematical modelling with young children. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.). **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen: IGPME, 2004a. v. 2, p. 335-342.
- ENGLISH, L. D. Modelling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R. et al.(Eds.). **Modeling student's mathematical modeling competencies**. Springer: New York, London, 2010. p. 287-300.
- FERRI, B. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **Zentralblattfür Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.
- FLEURY, M. T. L.; FLEURY, A. Construindo o Conceito de Competências. **Revista de Administração Contemporânea – RAC**, p.183-196, 2001.

FREJD, P; ÄRLEBÄCK, J, B. The first results of a study that investigated the mathematical modeling skills of Swedish high school students. **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling** (pp. 407–416). Dordrecht: Springer 2011.

FREUDENTHAL, H. Why to teach mathematics so as to be useful. **Educational studies in mathematics**, p. 3-8, 1968.

GARNICA, A. V. M.. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface-comunicação, saúde, educação** , v. 1, p. 109-122, 1997.

GARNICA, A. V. M. Apresentação. In: SOUZA, L. A. de. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP de Rio Claro: São Paulo, 2011.

GASPAR, M. I. **Competências em Questão: Contributo para a Formação de Professores**. Portugal, 2004. Disponível em:<https://repositorioaberto.uab.pt/handle/10400.2/158> . Acesso em: 14 jan. 2023.

GREER, B.; VERSCHAFFEL, L. Caracterização de competências de modelagem. Aplicações e modelagem na educação matemática: o 14º estudo do **ICMI** (pp. 219–224). Nova York: Springer, 2007.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P.; Prática de Modelagem Matemática nos anos iniciais: um olhar para o processo de formação. **Pesquisa e Debate em Educação**, Juiz de Fora: UFJF, v. 11, n. 2, p. 01-23, e31742, jul./dez. 2021. ISSN 2237-9444. DOI: <https://doi.org/10.34019/2237-9444.2021.v11.31742>.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Professoras dos Anos Iniciais em uma experiência com Modelagem Matemática. **Zetetiké**, v. 27, 2020. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8651829>. Acesso em: 14 jan. 2021.

GREEFRATH, G.; KAISER G.; BLUM W. e BORROMEO FERRI R., *Mathematisches Modellieren: Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe*. **Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule**. Wisbaden: Springer Spektrum, 2013. p. 11-37.

HAINES, C.; CROUCH, R. Modelação matemática e aplicações: Quadros de habilidades e competências, **Modelagem e Aplicações na Educação Matemática: O 14º Estudo ICMI** (pp. 417–424). Nova York, Springer, 2007.

HENNING, H.; KEUNE, M. Modeling competency levels. In M. Bosch (Eds.)2006, **CERME 4. Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (pp. 1666–1674). San Feliude Guixols, Spain: European Society for Research in Mathematics Education.

KAVIATKOVSKI, M. A. C. Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: relatos de experiências. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações** [online]. 2nd (Eds.) rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 75-87. ISBN

978-85-7798-232-5. Available from: doi: 10.7476/9788577982325.0005. Also available in ePUB from: <https://books.scielo.org/id/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325-05>

KIPPER, D.; OLIVEIRA, C. J.; GOMES, L. B. Competências matemáticas na bncc: implicações curriculares. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 15, n. 34, p. 53-74, 2019. DOI: 10.22481/praxisedu.v15i34.5461. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/5461>. Acesso em: 29 jul. 2023.

KUENZER, A. Z. **Conhecimento e Competências no Trabalho e na Escola**. Boletim Técnico do SENAC, Rio de Janeiro, v. 28, n. 2, p. 03-11, maio/ago. 2003.

LE BOTERF, G. **De la compétence – essai sur un attracteur étrange**. In: Les éditions d'organisations. Paris: Quatrième Tirage, 1995.

MAAB, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005

MAAB, K. What are modelling competences? **ZDM**, Eggenstein-Leopoldshafen, v. 38, n.2, p. 113-142, 2006.

MACHADO, S. R. C. **Oficinas de formação de professores das séries iniciais sob a perspectiva da Modelagem Matemática: Um novo olhar sobre a educação**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), UFSC, Florianópolis, 2008.

MALHEIROS, A. P. S. Possibilidades da modelagem matemática na formação dos professores dos anos iniciais. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Sucesso, 2014. p. 25-36.

MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Uma revisão sobre modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

MICHAELIS: **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. São Paulo: © 2015 Editora Melhoramentos Ltda. -(Dicionários Michaelis). Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/creditos/> Acesso: 14/07/2023.

MISCHO, C.; MAAB, K. Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modeling. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, [S.I.], v.1, n. 7, p. 3-19, 2012.

MORAIS, C. **Competências matemáticas: interpretação por professores do Ensino Básico**, Instituto Politécnico de Bragança-Biblioteca Digital do IPB. A Matemática na formação de professores. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2004. p. 197-212

MOURA, G. A. **A hominização da linguagem do professor de LE: da prática funcional à práxis comunicacional**. Dissertação de mestrado. Universidade de Brasília. Departamento de línguas estrangeiras e tradução, 2005.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, SIPEQ, 5, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais**, Foz do Iguaçu: SEPQ; UNIOESTE, 2018

NISS, M., BLUM, W., & GALBRAITH, P.. Introduction, **Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study** (pp. 3–32), 2007. New York: Springer.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.

OCDE. Orientação para a implementação da estratégia de competências para Portugal: reforço do sistema de aprendizagem de adultos. Estudos de Competências da OCDE. Paris: **OCDE Publishing**, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264298705-en> . Acesso em: 27 jul. 2023.

ORIGEM DA PALAVRA. Dicionário eletrônico. Disponível em: <http://origemdapalavra.com.br/palavras/competencia>\>. Acesso em: 14 nov. 2023.

REZENDE, M. F., TORTOLA E. **Competências em atividades de modelagem matemática na educação infantil**. (2021). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/25751>, acesso em 04/07/2023.

SANTOS, L. Avaliar competências: uma tarefa impossível. **Educação e Matemática**, [S.I.], v. 74, p. 16-21, 2003.

SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. **O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática**. Lisboa: APM, 2005. p. 35-62. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/262002717\\_O\\_curriculo\\_de\\_Matematica\\_do\\_ensino\\_basico\\_sob\\_o\\_olhar\\_da\\_competencia\\_matematica](https://www.researchgate.net/publication/262002717_O_curriculo_de_Matematica_do_ensino_basico_sob_o_olhar_da_competencia_matematica). Acesso em: 13 nov. 2023.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, p. 7-24, 2014.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. São Paulo: Papirus, 2001.

SOARES, R. B.; OREY, D. C. **Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em modelagem matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva**. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/10050>. Acesso em: 10 set. 2023.

SOUZA, E.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, p. 57-73, jul. 2014.



TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.

VELEDA, G.G; JOCOSKI, J.; KOWALEK, R M.; Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental: Um Estudo Sobre as Pesquisas em Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Cascavel. **Anais eletrônicos** Cascavel: UNIOESTE, 2018. p. 1-17. Disponível em: [http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII\\_EPMEM/paper/viewFile/748/382](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/viewFile/748/382) Acesso em: 10 Mar. 2023.

VERONEZ, M. R. D **As funções dos signos em atividades de Modelagem Matemática**. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERONEZ, M. R. D.; CASTRO, E.M.V.; MARTINS, M.A. Uma Investigação Acerca do Problema em Atividades de Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 38, n. 1, p. 223-235, jan./jun., 2018 - Santa Maria, 2018.

ZANELLA, M. S; KATO, L. A. O desenvolvimento de competências a partir da modelagem matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã. **Educere et Educare**, [S. l.], v. 12, n. 24, 2017. DOI: 10.17648/educare.v12i24.15373. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/15373>. Acesso em: 27 jul. 2023.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: ArtMed, 2010. Disponível em: <https://www.apostilasopcao.com.br/arquivos-opcao/erratas/11420/69601/como-aprender-e-ensinar-competencias.pdf>.

## 2. COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR PARA AS PRODUÇÕES QUE ABORDAM ESSA TEMÁTICA

### COMPETENCIES IN MATHEMATICAL MODELING: A LOOK AT THE PRODUCTIONS THAT APPROACH THIS THEME

#### Resumo:

O objetivo do presente artigo situa-se em inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática aparece em artigos científicos nos diversos níveis de ensino em pesquisas brasileiras e internacionais. A pesquisa, configurada como uma revisão sistemática de artigos publicados em periódicos científicos entre 2003 e 2022, concentra-se na complexidade intrínseca ao termo "competências" no contexto da modelagem matemática, atrelado à educação matemática. Nesse sentido, provocamos uma reflexão acerca desse termo ao trazer à tona como ele é discutido no âmbito da modelagem matemática. Os resultados revelam que o termo "competências" em modelagem matemática desperta interesse em estudos realizados tanto no Brasil quanto internacionalmente, abrangendo diversos níveis de ensino. Além disso, os artigos provocam reflexões acerca de habilidades e capacidades necessárias para a prática da modelagem matemática no contexto educacional. Nos artigos também há indícios de que há um reconhecimento dos benefícios da modelagem matemática no contexto educacional quando associada à promoção de competências, contudo, apontam a existência de alguns desafios no que se refere à formação dos professores para promover o desenvolvimento de competências em modelagem matemática nos alunos, tanto em nível nacional quanto internacionalmente.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Competências em Modelagem Matemática, Pesquisa Inventariante.

#### Abstract:

The aim of this article is to cast a careful eye on the scientific productions concerning competencies in the field of mathematical modeling, as found in both national and international literature. The research, configured as a systematic review of articles published in scientific journals between 2003 and 2022, focuses on the intrinsic complexity of the term "competencies" in the context of mathematical modeling, tied to mathematics education. In this regard, we provoke a reflection on this term by bringing to light how it is discussed within the realm of mathematical modeling. The results reveal that the term "competencies" in mathematical modeling sparks interest in studies conducted both in Brazil and internationally, spanning across various levels of education. Additionally, the articles prompt reflections on the skills and abilities necessary for the practice of mathematical modeling in the educational context. There are also indications in the articles that there is recognition of the benefits of mathematical modeling in the educational context when associated with the promotion of competencies; however, they point out the existence of some challenges regarding teacher training to promote the development of competencies in mathematical modeling among students, both nationally and internationally.

**Keywords:** Mathematical Modeling and Mathematical Modeling Competencies.

### 2.1 Considerações Iniciais

No âmbito da Educação Matemática, investigações acerca de competências em modelagem matemática têm recebido atenção crescente. Assim, tanto o conceito de

competência como a compreensão sobre o seu significado têm sido discutidos e investigados em nível nacional e internacional.

O recorte teórico que fazemos, no entanto, localiza competências e Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, a partir do objetivo de inventariar como o termo “competências” é discutido em artigos científicos, na modelagem matemática, a partir da realização de uma revisão sistemática de artigos com enfoque de pesquisa inventariante.

Sendo a modelagem matemática uma atividade essencialmente colaborativa, conforme descrita por Almeida e Vertuan (2013), ela potencializa, segundo Maaß (2006), o desenvolvimento de competências, sejam matemáticas ou extra-matemáticas, proporcionando o desenvolvimento do aluno em contexto educacional e social. Segundo Maaß (2006), competências em modelagem matemática também podem ser desenvolvidas e elas se relacionam com a capacidade do aluno em definir encaminhamentos e fazer escolhas, que sejam adequados para a resolução do problema eleito para estudo. É sobre esse conjunto de competências que nos debruçamos neste artigo e tecemos considerações a respeito.

Com vistas ao nosso objetivo, o percurso metodológico considera uma revisão sistemática de artigos, publicados em periódicos científicos nacional e internacionalmente, que versam sobre competências no âmbito da modelagem matemática. Na sequência elucidamos como operamos esse percurso metodológico.

## **2.2 Percurso metodológico**

Para o desenvolvimento de nosso estudo, que tem caráter inventariante, foi realizada uma pesquisa sistemática cujo foco de estudo consiste no mapeamento e discussão de determinada temática e possível levantamento de categorias identificadas nos trabalhos, tanto de maneira individual como quando considerado o conjunto como um todo (FERREIRA, 2002).

Assumida essa característica de pesquisa, elegemos como recorte temporal artigos publicados em periódicos científicos, nacional e internacionalmente, no período de 2003 a 2022, cujas temáticas abordadas discorrem sobre competências e modelagem matemática. É relevante salientar que a construção do processo investigativo, embasado em material teórico, se valeu de uma ampla gama de estudos e pesquisas já existentes, os quais se fundamentam no método dialético e na habilidade de expressar uma ideia por

meio do diálogo, utilizando argumentação para demonstrar e diferenciar claramente os conceitos discutidos (GONÇALVES, 2019).

Para o processo de seleção do *corpus* de investigação consideramos duas fases: (i) seleção do *corpus* de investigação; (ii) análise dos artigos selecionados. Na primeira fase, realizamos as seguintes ações: (a) estabelecemos o recorte temporal como sendo o período de 2003 a 2022; (b) buscamos nos artigos (resumo, título e palavras-chave) as palavras competência e modelagem matemática e excluímos aqueles que não correspondiam ao nosso interesse, ou seja, aqueles que abordam competências, mas não traziam elementos da modelagem matemática; (c) realizamos uma leitura cuidadosa dos resumos, introdução e considerações finais dos artigos selecionados.

Para a seleção dos trabalhos nessa primeira fase da constituição do *corpus* de investigação utilizamos a amostragem intencional, que consiste de acordo com Bryman (2012) na seleção estratégica de uma amostra que seja relevante para a questão investigada. Assim, na primeira busca, procuramos por textos que apresentassem as palavras: competência e modelagem matemática, utilizando a ferramenta de pesquisa avançada do Google Acadêmico. Dessa busca, selecionamos quatro trabalhos que abordavam sobre competências no âmbito da modelagem matemática para compor a amostra.

Na segunda busca realizada, optamos por verificar os trabalhos publicados em diferentes revistas científicas nacionais: Bolema, Revista Paranaense de Educação Matemática, Vidya, Revemat, Rencima, Revista Imagens da Educação e Revista Educere Et Educare, tais revistas foram selecionadas por serem revistas com foco temático no âmbito educacional. Das revistas, apenas em duas delas encontramos artigos sobre competência no âmbito da modelagem matemática, totalizando dessa busca 2 artigos.

A terceira busca se deu em contexto internacional a partir do uso dos termos: *competency and mathematical modelling*. Essas foram as revistas internacionais as quais consideramos em nossa busca, devido seus focos temáticos serem no cenário educacional: Modeling and applications in mathematics education, Mathematics teaching and its applications, Trends in teaching and learning mathematical modeling, Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Applications and modeling in mathematics education, Educational Studies in Mathematics, Journal An International Journal of the IMA e livros do ZDM. Dos materiais analisados, selecionamos treze trabalhos para compor nosso *corpus* de investigação.

Desse modo foram selecionados dezenove trabalhos, sendo seis publicados em âmbito nacional e treze em âmbito internacional. Dos trabalhos encontrados, dois deles foram excluídos da análise: um, por não corresponder ao objeto de nossa análise e outro por não estar disponibilizado para leitura gratuitamente. Dessa forma, dezessete trabalhos compõem o *corpus* da pesquisa.

Na segunda fase da pesquisa, que consiste na análise dos artigos selecionados, as ações realizadas foram: (a) codificamos os trabalhos selecionados; (b) identificamos eixos emergentes; (c) analisamos entendimentos de competência atrelados a aspectos da modelagem matemática.

Na codificação, cada artigo recebeu um código alfanumérico representado pela letra A, sucedida por um número sequencial correspondendo a cronologia da publicação em ordem crescente. Assim, A12 significa o décimo segundo artigo publicado no período analisado.

No Quadro 2 indicamos os artigos que correspondem ao nosso *corpus* de investigação, bem como seus autores, o ano da obra e a revista em que se encontram publicados. Na última coluna desse quadro incluímos o código que atribuímos a cada um dos artigos selecionados para análise.

**Quadro 2- Corpus de investigação**

<b>Revista</b>	<b>Títulos dos Artigos</b>	<b>Autor(es) e ano de publicação</b>	<b>Cód.</b>
An International Journal of the IMA	Modeling competency levels	Henning e Keune (2003)	A1
Mathematics teaching and its applications	Connecting Modeling Skills and Statistical Literacy	Engel e Kuntze (2003)	A2
Congress of the European Society for Research in Mathematics Education	Mathematical modeling and applications: Frameworks of skills and competences	Haines e Crouch (2006)	A3
ZDM	What are modelling competencies?	Maaß(2006)	A4
Modeling and applications in mathematics education	Developing Mathematical Modeling Competency: Conceptual Clarification and Educational Planning	Blomhøj, Højgaard e Jensen (2007)	A5
	Why so much fuss about skills?	Blomhøj, Højgaard e Jensen (2007)	A6
	Studying and remediating students' modeling competencies: Routine behavior or adaptive experience	De Bock, Van Dooren e Janssens (2007)	A7
Applications and modeling in mathematics education	Developing competency in mathematical modeling: conceptual clarification and educational planning	Blomhøj e Jensen (2007)	A8
Trends in teaching and learning mathematical modeling	The first results of a study that investigated the mathematical modeling skills of Swedish high school students	Frejd e Ärleback, (2011)	A9
Revemat- Revista Eletrônica de Educação Matemática	Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada	Bisognin e Bisognin (2014)	A10
Revista Educação Matemática Pesquisa	Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática	Zanim e Almeida (2015)	A11
(BDTD) Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em modelagem matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva.	Soares e Orey(2015)	A12
Educação Matemática em Revista	Competências de Modelagem Matemática: Uma reflexão com professores do Ensino Médio	Bertolucci, (2015)	A13
Revista Educere Et Educare	O desenvolvimento de competências a partir da modelagem matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã	Zanella e Kato, (2017)	A14
An International Journal of the IMA	Assessment of the learning environment designed to develop students' mathematical modeling skills mathematics teachers	Aydin e Baki(2019)	A15
RIUT- Repositório Institucional da UTFPR	Competências em atividades de modelagem matemática na educação infantil.	Rezende e Tortola(2021)	A16
Educational Studies in Mathematics	A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering	Cevikbas, Kaiser Schukajlow(2022)	A17

**Fonte:** Autoras.

Após a leitura desses textos reconhecemos as principais áreas de discussão e análise que se faziam presentes nos textos e assim identificamos três eixos temáticos, a saber: articulação entre competências e modelagem matemática discutida a partir de atividades com foco na Educação Básica, articulação entre competências e modelagem matemática tendo a formação Inicial e Continuada de professores da Educação Básica como contexto e discussão teórica sobre competências e modelagem matemática. A seguir apresentamos a organização dos trabalhos por eixos (Quadro 3).

**Quadro 3:** Organização do *corpus* de investigação por eixos

<b>Eixo</b>	<b>Códigos</b>
E1 - Articulação entre competências e modelagem matemática discutida a partir de atividades com foco na Educação Básica.	A16, A7, A14, A9, A12.
E2 - Articulação entre competências e modelagem matemática tendo a formação inicial e continuada de professores da Educação Básica como contexto.	A2, A10, A11, A13, A15
E3 - Discussão teórica sobre competências e modelagem matemática	A1, A3, A4, A5, A6, A8, A17,

**Fonte:** Autoras.

Nessa organização o eixo E1 concentra 5 artigos: A16 tem foco na Educação Infantil, duas pesquisas, A7 e A14, consideram atividades de modelagem matemática desenvolvidas no Ensino Fundamental e, A9 e A12, atividades desenvolvidas no Ensino Médio; o eixo E2 concentra cinco artigos que se voltam para a Formação Inicial e Continuada de professores para discutir sobre competências no âmbito da modelagem matemática e o eixo E3 congrega sete estudos: os autores na pesquisa A1 tem como foco a caracterização por níveis de competências em modelagem matemática, quatro pesquisas A4, A8, A5 e A6, discutem o conceito da definição das competências em modelagem matemática, na pesquisa A3 os autores se dedicam em analisar o desenvolvimento das competências em modelagem matemática e o que promovem no desenvolvimento educacional e por último a pesquisa A17 consiste uma revisão de literatura considerando os artigos publicados nas últimas duas décadas.

### **2.3 Análise e discussão dos resultados**

A análise detalhada dos dezessete artigos consiste em uma leitura minuciosa dos textos. Com o objetivo de examinar os entendimentos de competência relacionados aos aspectos da modelagem matemática, são apresentadas as compreensões, no Quadro 4, das perspectivas de alguns pesquisadores considerados nesta análise. Convém destacar que

alguns autores não se utilizam de definição própria sobre competência, ou seja, utilizam de definições já presentes na literatura, e, sendo assim, esses autores não estão presentes no quadro subsequente.

**Quadro 4** – Definições de competência que aparecem nos textos analisados

Referência	Código	Definição
<b>Henning, Keune, (2006)</b>	A1	Competência para fazer modelagem inclui, habilidades, atitudes e disposição dos alunos em todo o processo de modelagem.
<b>Maaß (2006)</b>	A4, A11	Competência para fazer Modelagem Matemática inclui capacidades e habilidades para realizar todas as fases do processo de uma atividade de Modelagem, com isso, os alunos precisam colocar em prática todas essas habilidades e capacidades
<b>Blomhøj, Højgaard, Jensen, (2003)</b>	A5,A6	Competência em Modelagem Matemática se refere ao domínio de alguém para conduzir-se, de forma eficiente, em todas as etapas do processo de Modelagem Matemática em uma determinada situação.
<b>Blomhøj, Jensen (2003)</b>	A8, A10, A13	Competência em Modelagem Matemática significa ser capaz de realizar todo um processo de modelagem matemática em um determinado contexto.
<b>Zanella, Kato (2107)</b>	A14	A competência se refere à possibilidade de o sujeito agir com eficácia em uma situação, em que mobiliza e coordena seus recursos intelectuais e/ou dados pertinentes à resolução da situação.
<b>GREEFRATH, (2013)</b>	A16	A competência em Modelagem Matemática é um processo pela qual ocorre a mobilização de diversas ações para resolver um problema.

**Fonte:** Autoras

A articulação entre competências e modelagem matemática contida nos textos analisados, mesmo que neles não apareça uma definição explícita, nos move a buscar compreensões que consideram elos entre o ensino e a aprendizagem em Matemática, a formação do professor e sua prática de ensino, a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento de suas competências, entre outros.

Assim, somos motivadas a realizar uma análise crítica dos artigos tidos em nosso *corpus* de investigação com vistas a ampliar nossa compreensão acerca de competências no âmbito da modelagem matemática e, de algum modo, trazer contribuições para esse cenário de pesquisa.



### **2.3.1 Articulação entre competências e modelagem matemática discutida a partir de atividades com foco na Educação Básica**

As atividades de modelagem matemática que constam nos artigos alocados nesse eixo, em alguma medida, representam um elo que favorece discussões que articulam competências e modelagem matemática. Em A7, DeBock, Van Dooren, Janssens (2007), analisam um experimento de ensino que permitia aos alunos da 8ª série escolher de forma adaptativa entre um modelo linear, quadrático ou cúbico para a resolução de um problema de geometria. Com isso, possibilitava a eles uma nova opção de abordagem em relação ao que investigavam.

Diante da observação de que os alunos sempre optam pelo modelo linear em atividades de modelagem matemática, os autores propõem o estudo de um experimento que propicia uma experiência adaptativa. Após o experimento, os alunos aplicam o modelo linear de forma menos automática, mas tendem a alternar entre aplicá-lo “em todo lugar” ou em “lugar nenhum”, indiscriminadamente.

Essa experiência ofereceu aos alunos a possibilidade de desenvolverem autonomia para romper com a forma usual com que estavam habituados. Também denota que as intervenções dos professores podem se tornar eficazes no desenvolvimento de competências. Os autores também tinham como propósito mostrar que há inúmeros caminhos que podem ser percorridos para chegar à resolução de um problema.

As discussões empreendidas em A7 se aproximam da caracterização de Maaß (2006) de que a modelagem na Educação Básica tem por finalidade ampliar uma ideia, generalizar uma situação e resolver uma situação-problema. Também consideram as discussões de Burak (1987, 1992, 1998, 2004), nas quais a modelagem objetiva explicar matematicamente situações do cotidiano das pessoas, ajudando-as a fazer previsões e tomar decisões.

No trabalho A9, Frejd e Ärlebäck (2011), realizam um estudo com estudantes suecos do segundo ano do Ensino Médio, usando de métodos estatísticos não paramétricos. Ao analisarem os dados de 381 alunos do 12º ano do ensino sueco descrevem competência em modelagem dos alunos em termos de sete subcompetências. De acordo com Frejd e Ärlebäck (2011), as subcompetências em modelagem matemática são os componentes específicos que compõem a competência geral em modelagem matemática. Essas subcompetências representam diferentes habilidades e conhecimentos

necessários para realizar o processo de modelagem de forma eficaz fornecendo detalhes sobre os aspectos específicos envolvidos no processo de modelagem matemática.

Além da análise sobre competência em modelagem, a pesquisa aborda a exploração de fatores que podem influenciar o desenvolvimento de competências. Entre os fatores investigados estão as atitudes dos alunos em relação à modelagem, suas experiências anteriores, a série, a classe e o gênero dos estudantes. Dessa forma, Frejd e Ärlebäck (2011) buscam compreender não apenas o nível de competência em modelagem matemática, mas também identificar os possíveis determinantes que podem impactar essa habilidade nos alunos do Ensino Médio na Suécia.

Fundamentados nas concepções de Blomhøj e Jensen (2003), o trabalho A12, redigido por Soares e Orey (2018), reuniu 34 alunos do segundo ano do Ensino Médio, integrantes do programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA), para avaliar as possíveis contribuições que a modelagem matemática, enquanto ambiente de aprendizagem, poderia proporcionar no desenvolvimento das competências em modelagem matemática. A proposta era transformar uma brincadeira em uma prática esportiva. Os resultados apontam que desenvolver competências de adaptabilidade pode ser especialmente relevante em um campo que frequentemente lida com problemas do mundo real.

Esses resultados dialogam com as assertivas de Delors (2012), de que os elementos da estratégia educativa devem ser concebidos de uma forma coordenada e complementar, tendo por base comum a “busca de um tipo de ensino que, também, se adapte às circunstâncias locais” (2012, p. 68) e com o reconhecimento de que o desenvolvimento e/ou a demanda por competências associadas às atividades de modelagem favorece a compreensão de fenômenos por meio de modelos e dá suporte à aprendizagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; ALMEIDA; ZANIN, 2016).

Zanella e Kato (2017), em seu trabalho A14 recorrem às competências em modelagem matemática para a mobilização de recursos intelectuais e/ou dados pertinentes à resolução da situação nas atividades de modelagem matemática. As autoras buscam investigar sobre as competências matemáticas desenvolvidas, a partir de uma atividade de modelagem matemática, com alunos do quarto ano do Ensino Fundamental. Como resultado identificam que os alunos desenvolveram competências em negociar e justificar as informações relevantes à situação problema proposta, possibilitando o entendimento da situação, a simplificação e estruturação dos dados e a construção de um modelo mental da situação. Também desenvolveram competências associadas à

argumentação e à definição de ações para matematizar os dados considerados relevantes. Por fim, foram capazes de realizar a interpretação do modelo matemático obtido e a validação do resultado encontrado para a situação real.

Há em A14 um esforço, por parte dos autores, em destacar os aspectos positivos no que se refere ao uso da modelagem matemática em sala de aula, no Ensino Fundamental. Porém, eles também discutem, como o fazem Tortola e Almeida (2013), que o fazer modelagem ainda incomoda, de certo modo, professores, estudantes e pesquisadores, pois exige deles uma mudança de atitude no cenário da sala de aula.

Rezende e Tortola (2021), no trabalho A16, utilizam-se dos pressupostos teóricos de Greefrath *et. al*, (2013), o qual afirmam que o trabalho com atividades de modelagem matemática favorece o desenvolvimento de competências, uma vez que, oportuniza aos alunos desenvolverem uma maior autonomia, para identificar as variáveis e as relações pertinentes na resolução de um problema.

Assim, em A16 os autores investigam quais competências podem ser desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de modelagem matemática, buscando indícios do desenvolvimento de competências tanto em Matemática quanto em modelagem matemática. Os autores destacam o potencial significativo das atividades de modelagem matemática, quando utilizadas por professores para ensinar os alunos da Educação Infantil a pensar, raciocinar e modelar matematicamente. E destacam que a modelagem matemática, especificamente, ajuda os alunos a compreenderem e resolverem problemas, produzirem modelos matemáticos e avaliarem soluções.

Os estudos que compõem esse primeiro eixo tornam evidente que a modelagem matemática não apenas promove o desenvolvimento de competências matemáticas, mas também estimula habilidades extramatemáticas, como a capacidade de adaptação, a resolução de problemas do mundo real e a autonomia do aluno. Isso respalda a ideia de que a modelagem matemática pode ser uma aliada na promoção da formação do aluno e no ensino de conceitos matemáticos.

### **2.3.2 Articulação entre competências e modelagem matemática tendo a formação Inicial e Continuada de professores da Educação Básica como contexto**

Pesquisas relacionadas à temática abordada nesse eixo consideram que as competências em modelagem matemática a partir da formação inicial têm se mostrado uma problemática que está intimamente relacionada à formação dos professores da

Educação Básica que, de acordo com Cury e Viana (2012), são estudantes, especialmente dos cursos de formação de professores, que chegam até a universidade com inúmeras e graves lacunas em conhecimentos puramente matemáticos, que os limitam na busca de conhecimentos didáticos e pedagógicos para trabalhar determinados conteúdos.

No trabalho A2, Engel e Kuntze (2011), investigaram as interações entre duas áreas específicas: as competências em modelagem matemática e a alfabetização estatística. Eles utilizaram evidências empíricas, isto é, dados observacionais e concretos para mostrar que a proficiência nessas duas áreas pode ser melhorada simultaneamente. Essa experiência levou à constatação de que o desenvolvimento de competências em modelagem matemática e alfabetização estatística é sinérgico, ou seja, um pode reforçar o outro, sugerindo uma descoberta relevante para a prática educacional.

Na busca por ampliar a prática educacional, no trabalho A10, Bisognin e Bisognin (2013, p.12), afirmam que, “a formação continuada deve necessariamente propiciar aos professores oportunidades de desenvolver competências para que os mesmos possam incluí-las em suas práticas e qualificar o processo de ensino e aprendizagem.” Essas competências em modelagem matemática, são por elas compreendidas a partir da conceitualização de Blomhøj e Jensen (2003), os quais destacam competência em modelagem matemática como a disposição de alguém para realizar determinada tarefa, de forma eficiente, em todas as etapas do processo de modelagem matemática em uma determinada situação.

Em A10 indicam as autoras comentam que têm direcionado seus esforços de pesquisa para questões relacionadas à análise de competências e ao aprendizado de conceitos matemáticos por meio do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com alunos de cursos de formação inicial e continuada de professores. Em particular, elas destacam que nas etapas da atividade de modelagem matemática é possível adquirir a competência, também no processo de formar-se professor, para formulação de problemas, para obter um modelo para descrever a situação inicial e, uma vez estabelecido o modelo, para encontrar caminhos para solucioná-lo, fazendo uso de conteúdos matemáticos. Ao encontro dessa ideia, Blomhøj e Jensen (2003) destacam que o desenvolvimento e a mobilização de competências específicas são adquiridos em cada fase do processo de modelagem matemática.

A ênfase na análise de competências e no ensino de conceitos matemáticos por meio de atividades de modelagem matemática em cursos de formação de professores ressalta a relevância prática dessa abordagem no ambiente educacional e evidencia a

importância de uma abordagem integrada e contínua na formação de professores, visando ao desenvolvimento das competências necessárias para implementar a modelagem matemática nas salas de aula da Educação Básica.

No trabalho A11, de Almeida e Zanim (2006), observamos que por meio de uma análise das competências desenvolvidas por alunos do curso de licenciatura em matemática, as autoras, a partir da definição proposta por Maaß (2006), em relação às competências, expandem a concepção de competências apresentada por Maaß (2006), classificando-as em duas categorias: competências intra-modelagem e competências extra-modelagem, dependendo do momento em que elas se manifestam. Esta classificação é resultado da análise das ações dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, realizadas em três momentos distintos, durante o processo de familiarização dos estudantes com a modelagem matemática. As competências intra-modelagem, de acordo com as autoras, estão relacionadas com o desenvolvimento das atividades e são habilidades que os alunos precisam demonstrar de forma implícita ou explícita enquanto trabalham nas atividades. Por outro lado, as competências extra-modelagem referem-se à forma como os alunos percebem o próprio progresso nas atividades e nas suas potenciais aplicações.

No trabalho A13, Bertolucci (2015) afirma que a introdução do ensino em termos de competências comporta reflexões e mudanças na prática escolar, ao passo que, professores e alunos assumem responsabilidades diferentes no processo de ensino e aprendizagem, com a intenção de consolidar conhecimentos e colocá-los em prática nas mais diversas situações do cotidiano. A modelagem matemática como metodologia de ensino é concebida como um instrumento para mobilizar e aprimorar diversos desses conhecimentos e habilidades. O que a autora buscava, em A13, era conhecer algumas ideias dos professores de matemática a respeito das competências de modelagem matemática dos estudantes. Ela constatou que as ideias não eram claras, uma vez que os professores apresentaram dificuldades na identificação das competências em modelagem matemática. Ainda segundo a autora, a falta de conhecimento, de experiência e de atitude, do professor, são impedimentos para a realização de atividades de modelagem matemática, identificação de competências em modelagem matemática e promoção do desenvolvimento de competências em modelagem matemática. O pouco conhecimento adquirido pelos professores em sua prática docente e até mesmo decorrente de sua formação, tem levado à uma prática docente desconectada dos conceitos fundamentais,

sem projeção de ambientes didáticos mais dinâmicos e direcionados para o desenvolvimento de competências em modelagem matemática.

Diante desse contexto, fica nítido no trabalho de Bertolucci (2015), a importância por parte do professor, da devida compreensão sobre competências em modelagem matemática e seu desenvolvimento a partir das atividades de modelagem matemática, uma vez que o conceito de competências está intrinsecamente ligado à aplicação prática de conhecimentos construídos no decorrer das atividades.

O trabalho A15, elaborado por Aydın e Baki (2019), cujo objetivo era examinar as competências em modelagem matemática de alunos, futuros professores de matemática, em um ambiente de aprendizagem baseado em uma abordagem holística de ensino, apresenta como resultados que as experiências com a modelagem matemática interferem na prática em modelagem. Os participantes da pesquisa eram acadêmicos do curso de licenciatura em matemática de duas universidades diferentes. Numa universidade, os participantes frequentaram um curso de modelação matemática que foi ministrado de acordo com uma abordagem holística, enquanto os participantes da outra universidade seguiram o programa de graduação padronizado, que não incluía um curso de modelagem matemática.

Para examinar as subcompetências em modelagem matemática, dos acadêmicos que participaram do curso de modelagem matemática foi usado uma rubrica analítica desenhada de acordo com a abordagem holística aplicada no contexto do estudo e, posteriormente, analisado se as mudanças observadas estavam relacionadas às experiências de modelagem matemática. Esses resultados foram comparados com as subcompetências em modelagem matemática do grupo o qual não participou do curso de modelagem matemática. Os resultados desse estudo mostram que a experiência em um ambiente de aprendizagem baseado em modelagem matemática apoia o desenvolvimento de competências em modelagem. Por outro lado, observa-se que determinadas subcompetências são difíceis de serem desenvolvidas; muito embora muitas subcompetências tenham sido aprimoradas pelas experiências de modelagem, outras não foram afetadas.

De forma geral, os estudos que se propõem a discutir a temática indicada nesse eixo 2 ratificam a ideia da necessidade de os professores vivenciarem experiências em modelagem matemática em seu processo de formação para que se sintam mais seguros para implementar modelagem matemática e para promover desenvolvimento de competências em seus alunos.

### 2.3.3 Discussão teórica sobre competências e modelagem matemática

As pesquisas alocadas nesse eixo consistem em estudos que exploram a modelagem matemática com ênfase na sua compreensão para o processo de aprendizagem dos alunos associado ao desenvolvimento de competências.

No trabalho A1, de Henning e Keune (2006), as competências em modelagem matemática são vinculadas às demandas cognitivas. Distinguem três níveis de competências. No nível um, tratam sobre reconhecimento e compreensão da modelagem, e explicam que o aluno deve demonstrar sua habilidade em reconhecer e descrever cada etapa de uma atividade de modelagem matemática. No nível dois, o aluno deve agir de forma independente, ser capaz de analisar e construir problemas e criar possibilidades para sua resolução. No nível três, o aluno deve ser capaz de realizar os níveis anteriores, conseguir interpretar uma atividade de modelagem matemática como parte da realidade, analisar criticamente a atividade e ações tomadas para a resolução do problema e perceber o que a matemática possibilita.

Em A1 é destacada a importância das competências em modelagem matemática, as quais são manifestadas pelas habilidades e atitudes demonstradas pelos alunos ao longo das atividades, bem como pela disposição deles durante todo o processo de modelagem. Segundo os autores, a modelagem matemática é caracterizada como uma atividade investigativa que demanda dos alunos a aplicação de procedimentos não convencionais.

O trabalho A3, de Haines e Crouch (2007) revela uma preocupação legítima em estabelecer um continuum de modelagem matemática aplicável de maneira abrangente, o que reflete uma perspectiva aberta e inclusiva em relação aos diferentes contextos educacionais. O foco na importância do desenvolvimento de competências em modelagem matemática é enfatizado em associação à consciência dos autores sobre o papel crucial que essas competências desempenham no desenvolvimento educacional dos alunos. Esses autores não se apoiam em uma compreensão sobre o termo “competência”, mas explicitam a necessidade de uma análise crítica ao revisar como o termo “competências em modelagem matemática” é abordado na literatura científica, uma vez que a modelagem matemática é desenvolvida em diferentes países, níveis de ensino e instituições, o que pode variar significativamente.

Em A4, Maaß (2006) estrutura uma definição de competências em modelagem matemática que considera o aluno como um todo, ou seja, o desenvolvimento dele para a vida e não apenas nas resoluções de contextos matemáticos escolares. A autora argumenta

que ao inserir o aluno em situações que exigem investigação reflexiva/argumentativa para a resolução de um problema, vê-se na modelagem matemática possibilidade de construção de competências para lidar cotidianamente em sociedade. Nesse sentido, dá indicativos de que o desenvolvimento de competências produz reflexos na vida do aluno.

A prática de modelagem matemática, relatada em Maaß (2006), ao explorar a participação de alunos em atividades esportivas, destaca a significativa influência dessa abordagem na normalização de equipamentos esportivos. Essa experiência não apenas promoveu o aprimoramento da capacidade crítica e reflexiva dos participantes, mas também estimulou uma análise mais profunda do papel desempenhado pela matemática em diversas outras áreas e situações do mundo real. Da participação ativa dos alunos nas atividades propostas em sala de aula, foi possível identificar que eles adquiriram competência para compreender a situação-problema apresentada, competência para construir modelos utilizando dados do mundo real, competência para resolver questões relacionadas aos modelos matemáticos e competência para validar as soluções encontradas ao longo da execução do projeto. Além disso, eles foram capacitados a construir, resolver e validar modelos matemáticos, para a aplicação prática dos conceitos matemáticos em diversas esferas da vida.

Compartilhando da mesma concepção de competências em modelagem matemática que Maaß (2006), o trabalho A8, de Blomhøj e Jensen (2003), apresenta competências em modelagem matemática como sendo, a disposição de alguém para conduzir-se, de forma eficiente, em todas as etapas do processo de modelagem matemática em uma determinada situação. Isso significa ser capaz de realizar todo um processo de modelagem matemática em um determinado contexto.

O conceito de competência em A8 ressalta a importância da prontidão e da habilidade de aplicar conhecimentos matemáticos de maneira integrada e contextualizada. Ser competente em modelagem matemática, conforme delineado por Blomhøj e Jensen (2003), significa não apenas dominar ferramentas e técnicas, mas também possuir a capacidade de realizar, de maneira coesa, o ciclo completo de modelagem em face de desafios específicos.

O trabalho A17, realizado por Cevikbas, Kaiser e Schukajlow (2022), trata de uma revisão sistemática da literatura, sobre competências de modelagem, considerando os artigos publicados nas últimas duas décadas. Como resultado, os autores revelam que há um domínio de uma abordagem analítica para conceituar competências em modelagem matemática e distinguir uma variedade de subcompetências. Mostram também uma



riqueza de métodos para ‘medir’ as competências em modelagem matemática. No que diz respeito ao *design* e à oferta para fomentar competências em modelagem, a maioria dos artigos analisados por eles mostram estratégias de treinamento para cursos de modelagem. De maneira geral, os autores apontam a necessidade de mais trabalhos teóricos, sobre a conceituação de competências em modelagem matemática, destacando a riqueza de abordagens empíricas desenvolvidas e suas implementações em vários níveis educacionais.

Para Blomhøj, Højgaard e Jensen, (2007), nos trabalhos A5 e A6, a forma com que o aluno conduz a atividade é de extrema importância no que se refere aos indicativos de desenvolvimento de competências. A compreensão de competência, apresentada pelos autores, se refere ao domínio do aluno na condução, de forma eficiente, de todas as etapas do processo de modelagem matemática em uma determinada situação. Ou seja, a maneira como os alunos abordam e gerenciam o processo de modelagem matemática influencia, ao mesmo passo que também determina, o seu desenvolvimento de competências.

Por mais que todos os artigos alocados nesse eixo discutam sobre competências promovidas durante as atividades de modelagem e concordem que as atividades de modelagem favorecem o desenvolvimento de competências durante o processo de modelagem matemática, há entre eles diferentes entendimentos, concepções e diferentes interesses nas pesquisas realizadas.

Contudo, essas divergências nos entendimentos e concepções entre os pesquisadores, refletidas nos diferentes interesses e enfoques nas pesquisas, não sobressaem ao consenso de que atividades de modelagem promovem o desenvolvimento de competências e que o desenvolver competências em modelagem matemática favorece a formação dos alunos e também dos professores.

Com intuito fornecer uma síntese clara das principais convergências e divergências entre os artigos em relação às competências em modelagem matemática, apresentamos a seguir o quadro 1, o qual resume as informações de forma organizada e concisa, permitindo uma compreensão rápida e fácil das principais ideias e tendências presentes nos estudos revisados.

**Quadro – 5** Convergências e divergências encontradas nos artigos em relação às competências em modelagem matemática

Aspecto	Convergências	Divergências
Desenvolvimento de Competências	Todos os artigos concordam que as atividades de modelagem matemática favorecem o desenvolvimento de competências.	Existem diferentes perspectivas sobre quais competências são mais relevantes e como elas devem ser desenvolvidas. Alguns artigos enfatizam a importância da autonomia do aluno, enquanto outros destacam a necessidade de habilidades específicas, como argumentação, negociação e interpretação de modelos.
Modelagem Matemática na Educação Básica	Os estudos destacam a importância da modelagem matemática na Educação Básica para promover habilidades matemáticas e extramatemáticas.	Há divergências na maneira como os professores lidam com a implementação da modelagem matemática na sala de aula, incluindo suas atitudes em relação à abordagem e sua preparação para conduzir atividades de modelagem.
Formação Inicial e Continuada de Professores	Os artigos concordam que é essencial que os professores sejam treinados em modelagem matemática para implementá-la eficazmente na sala de aula.	Existem diferentes abordagens para a formação de professores em modelagem matemática, desde a inclusão de competências de modelagem no currículo de formação inicial até a oferta de programas de desenvolvimento profissional contínuo para professores em exercício.
Papel da Modelagem Matemática na Aprendizagem	Todos os artigos reconhecem que a modelagem matemática desempenha um papel fundamental na aprendizagem dos alunos, ajudando-os a aplicar conceitos matemáticos em contextos do mundo real.	Existem diferentes opiniões sobre como a modelagem matemática deve ser integrada ao currículo e como ela pode ser utilizada para desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.
Abordagem Teórica das Competências	Todos os artigos abordam teoricamente as competências em modelagem matemática, destacando a importância de uma compreensão clara e uma definição robusta dessas competências.	Há divergências nas definições específicas de competências em modelagem matemática, bem como na forma como essas competências são conceituadas e avaliadas. Alguns artigos enfatizam uma abordagem mais analítica, enquanto outros adotam uma perspectiva holística.

**Fonte:** Autoras

Em suma, as discussões refletem acerca da complexidade e da interconexão entre teoria e prática na abordagem da modelagem matemática no contexto educacional.

Mesmo havendo divergências, todos os conceitos convergem na concepção de competência como habilidade em desenvolver o processo de modelagem matemática em diversas situações.

## 2.4 Considerações Finais

Em termos gerais, a análise revela que a modelagem matemática proporciona o desenvolvimento de competências distintas em cada fase do processo. Ademais, a reflexão e argumentação promovidas aos alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática ampliam suas concepções sobre o tema e a sociedade, capacitando-os para enfrentar desafios cotidianos. Também contribuem para aprender conceitos matemáticos e saber interpretá-los no contexto de situações reais.

Do primeiro eixo concluímos que a relação entre competências e modelagem matemática na Educação Básica, além de ressaltar a possibilidade de compreensão mais profunda de fenômenos que é proporcionada pela modelagem, destaca o desafio imposto aos alunos para romper com abordagens automáticas e que pouco estimulam o desenvolvimento do pensamento crítico. A modelagem matemática, indo além de habilidades puramente matemáticas, contribui para o desenvolvimento de competências importantes como adaptação, pensamento analítico e resolução de problemas do mundo real. Nesse sentido, a modelagem matemática é evidenciada como uma ferramenta para promover a autonomia dos alunos ao passo que eles desenvolvem competências diversas.

Do segundo eixo inferimos que a formação Inicial e Continuada de professores em modelagem matemática possui correlação com a prática profissional do docente. Os artigos evidenciam uma ligação entre as limitações observadas na formação dos professores e a dificuldade na identificação e desenvolvimento de competências em modelagem matemática. Desse modo, salientamos a importância da formação dos professores em relação à modelagem matemática, a fim de fortalecer a presença dela na Educação Básica e para que o professor se sinta mais confiante no sentido de promover o desenvolvimento de competências nas salas de aula.

Do terceiro eixo, o qual se destinava à discussão teórica sobre competências e modelagem matemática, constatamos uma riqueza de perspectivas e abordagens na literatura científica. Embora haja um consenso sobre a definição de competência como a habilidade de desenvolver o processo de modelagem matemática em diversas situações, as nuances e variações nas definições refletem a complexidade e a multidimensionalidade desse termo.

A revisão sistemática dos artigos considerados em nossa análise nos fez aprimorar nosso entendimento sobre o conceito de competência e sua significância tanto no Brasil quanto internacionalmente quando vinculada à modelagem matemática. A análise

conduzida também viabilizou transcender a ideia de que haveria necessidade de uma definição única para a expressão competências em modelagem matemática. Ao contrário, a diversidade de compreensões sobre o termo amplia modos de ver e de pensar sobre as potencialidades da modelagem matemática.

Um ponto de convergência entre alguns dos artigos analisados é a ênfase dada às habilidades e capacidades para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática no que diz respeito à identificação de problemas, à análise dos dados, à criação de modelos, resolução e validação. É notável também a preocupação dos autores com o desenvolvimento do conhecimento matemático, focando nas atitudes e disposição do aluno, bem como na capacidade de aplicar os conhecimentos em situações práticas.

Da análise também ponderamos que a diversidade de abordagens empíricas desenvolvidas, e suas aplicações em diferentes níveis educacionais, enriquecem o debate em torno das competências em modelagem matemática e, por outro lado, clamam por investigações mais aprofundadas sobre a conceptualização de competências no âmbito da modelagem matemática.

De modo geral, todas as definições de competências ressaltam a importância da competência em modelagem matemática como a capacidade de desenvolver habilidades matemáticas e extramatemáticas em situações reais. Nesse sentido, convergem na ideia de que competência não se limita apenas ao conhecimento matemático, inclui atitudes, disposições e habilidades práticas.

## Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1.ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

ALMEIDA, L. M. W.; ZANIN, A. P. L. **Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática**. Educação Matemática Pesquisa, 18(2), p. 759-782, 2016.

AYDIN, G; BAKI, A. Assessment of the learning environment designed to develop students' mathematical modeling skills mathematics teachers. Gain Access Funda Teaching Mathematics and Its Applications: **An International Journal of the IMA**, Volume 38, Issue 4, December 2019, Pages 191–215, <https://doi.org/10.1093/teamat/hry002> Published: March 26, 2018

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Desenvolvimento de competências por meio da modelagem matemática com alunos em formação inicial. In: Encontro Nacional de Educação Matemática 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-14.

BERTOLUCCI, C. C. Competências de modelagem matemática: uma reflexão com professores do ensino médio. **Educação Matemática em Revista**, v. 47, pp. 56-64, 2015.

BLOMHOJ, M.; JENSEN, T. H. Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 22, n. 3, p. 123-139, sep. 2003

BLOMHOJ M; HØJGAARD T; Developing competency in mathematical modeling: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, Volume 22, Issue 3, September 2003, pages 123–139. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123>. Acesso em: 18 nov. 2023.

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática**. *Pró-Mat. Paraná*. Curitiba, v. 1, n. 1, p. 32-41, 1998.

BURAK, D. A Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

CEVIKBAS, M.; KAISER, G.; SCHUKAJLOW, S. A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. **Educational Studies in Mathematics**, v. 109, n. 2, p. 205-236, 2022.

De BOCK, D.; VAN DOOREN, W.; JANSSENS, D. Studying and remediating students' modeling competencies: Routine behavior or adaptive experience. **Modeling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study**. New York, NY: Springer, 2007. pp. 241–248.

Galbraith, H.W.; Henn & M. Niss (Eds.), **Modeling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study (2007)** pp. 241–248. New York, NY: Springer.

DELORS, J.; **Educação: um tesouro a descobrir**. 4. ed. São Paulo: Cortez, Brasília DF: UNESCO, 2012.

ENGEL, J; KUNTZE, S. From Data to Functions: Connecting Modeling Skills and Statistical Literacy. In: KAISER, G. et al. (Eds.), **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling**, 2011, pp. 397-406. Dordrecht: Springer.

FERREIRA, A. B. H.; FERREIRA, M. B.; ANJOS, M. (Coords.). **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa**. Número de Chamada: 469.3 F383. 3. ed. rev. atual. Curitiba: Positivo, 2004

- FREJD, P; ÄRLEBÄCK, J, B. The first results of a study that investigated the mathematical modeling skills of Swedish high school students. **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeling** (pp. 407–416). Dordrecht: Springer 2011.
- GREEFRATH, G.; KAISER G.; BLUM W. e BORROMEO FERRI R.,  
Mathematisches Modellieren: Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. **Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule**. Wisbaden: Springer Spektrum, 2013. p. 11-37.
- GREER, B.; VERSCHAFFEL, L. Caracterização de competências de modelagem. Aplicações e modelagem na educação matemática: o 14º estudo do **ICMI** (pp. 219–224). Nova York: Springer, 2007.
- HAINES, C.; CROUCH, R. Modelação matemática e aplicações: Quadros de habilidades e competências, **Modelagem e Aplicações na Educação Matemática: O 14º Estudo ICMI** (pp. 417–424). Nova York, Springer, 2007.
- HENNING, H.; KEUNE, M. Modeling competency levels. In: BOSCH, M. (Eds.). **CERME 4. Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**, 2006, pp. 1666-1674. San Feliude Guixols, Spain: European Society for Research in Mathematics Education.
- MAAß, K. What are modelling competences? **ZDM**, Eggenstein-Leopoldshafen, v. 38, n. 2, p. 113-142, 2006.
- NISS, M. A.; HØJGAARD, T. Competencies and mathematical learning: ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. Roskilde: **IMFUFA**, 2011.
- REZENDE, M. F., TORTOLA, E. **Competências em atividades de modelagem matemática na educação infantil**. (2021). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/25751>. Acesso em: 04 jul. 2023.
- SCHMITT ZANELLA, M.; KATO, L. A. O desenvolvimento de competências a partir da modelagem matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã. **Educere et Educare**. [S. l.], v. 12, n. 24, 2017. DOI: 10.17648/educare.v.12i24.15373. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/15373>. Acesso em: 27 jul. 2023.
- SOARES, R. B.; OREY, D. C. **Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem para o desenvolvimento das competências em modelagem matemática de um grupo de estudantes ao transformar uma brincadeira em uma prática esportiva**. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/10050>. Acesso em: 10 set. 2023.

### 3. COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

#### COMPETENCIES IN MATHEMATICAL MODELING IN THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION

##### **Resumo:**

No âmbito deste estudo, que tem natureza qualitativa, buscamos identificar o que se revela a partir das competências manifestas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tanto, apresentamos duas atividades de modelagem matemática realizadas por alunos do 3º ano do Ensino Fundamental e as analisamos à luz de teorias que abordam as competências no âmbito da modelagem matemática. Os resultados revelam a importância da análise das competências dos alunos na modelagem matemática, evidenciada na variedade de habilidades observadas nos diálogos das crianças, como a aplicação de conhecimentos prévios na resolução de problemas reais, a capacidade de argumentação, trabalho em grupo e interpretação crítica. Salientamos o papel fundamental das atividades de modelagem matemática no desenvolvimento dessas competências, ao integrar experiências extraescolares e conceitos matemáticos. Ademais, enfatizamos a relevância do professor na mediação dessas atividades e na reflexão sobre práticas pedagógicas.

**Palavras-chave:** Competências. Modelagem Matemática. Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

##### **Abstract:**

Within the scope of this study, which is qualitative in nature, we seek to identify what is revealed through the competencies demonstrated by students in the development of mathematical modeling activities. To this end, we present two mathematical modeling activities carried out by 3rd-grade students in Elementary School and analyze them in light of theories addressing competencies in mathematical modeling. The results reveal the importance of analyzing students' competencies in mathematical modeling, evidenced by the variety of skills observed in children's dialogues, such as the application of prior knowledge in solving real problems, argumentation skills, teamwork, and critical interpretation. We emphasize the fundamental role of mathematical modeling activities in developing these competencies by integrating extracurricular experiences and mathematical concepts. Furthermore, we emphasize the relevance of the teacher in mediating these activities and reflecting on pedagogical practices.

**Keywords:** Competencies. Mathematical Modeling. Elementary School.

### **3.1 Introdução**

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental o aluno tem oportunidades de desenvolver habilidades e competências que serão aprimoradas ao longo da vida escolar. Nesse período da vida, os alunos estão vivendo mudanças muito importantes em seu processo de desenvolvimento, que repercute em suas relações consigo mesmos, com os outros e com o mundo (VYGOTSKY 1978).

Tortola (2016) afirma que a inserção da modelagem matemática no contexto escolar desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental contribui para o desenvolvimento de habilidades, uma vez que em uma atividade de modelagem matemática os dados para resolver o problema podem não estar explícitos no enunciado. Desse modo, ao resolvê-lo, as crianças podem desenvolver sua autonomia ao passo que produzem seus próprios dados para a situação investigada.

Acreditando nas contribuições da inserção da modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, assumimos em nossa pesquisa, a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma vez que nessa compreensão o estudo de problemas reais, em geral não matemáticos, porém resolvidos por meio da matemática, pode favorecer o ensino de conceitos matemáticos (ALMEIDA; BRITO, 2005). Também consideramos que uma atividade de modelagem matemática se desenvolve “em termos de uma situação inicial (problemática) e de uma situação final desejada (que apresenta uma solução para a situação problema) e de um conjunto de procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

A proposição de atividades de modelagem matemática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, favorece também uma compreensão, do ensino e da aprendizagem da matemática, a partir da problematização e da investigação de temáticas reais, associadas ao cotidiano e, de certa forma, pode contribuir para que as crianças desenvolvam competências e pensamento crítico em relação à matemática e ao mundo (MAAß 2005). Por serem essencialmente investigativas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), às atividades de modelagem matemática requerem das crianças procedimentos específicos e pouco comuns nas tarefas escolares habituais nas aulas de matemática e, nesse sentido, podem oportunizar o desenvolvimento de competências.

Diversos pesquisadores têm se dedicado a estudos a respeito do desenvolvimento de competências no âmbito da modelagem matemática, nacional e internacionalmente. No contexto nacional destacamos alguns autores que deixaram suas contribuições: Bisognin e Bisognin (2014), Almeida e Zanim (2016), Zanella e Kato (2018), Rezende e Tortola (2021), Dameto e Rezende (2021) e Jolandek e Kato (2021). Internacionalmente, damos destaque aos trabalhos de Blomhøj e Jensen (2003), Maaß (2005; 2006), Jensen (2007), Niss; Blum; Galbraith (2007), Henning e Keune (2011), Mischo e Maaß (2012), Greefrath (2013).

Ancorados nos pressupostos de Maaß (2006) e no interesse de discutir competências em modelagem matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental,



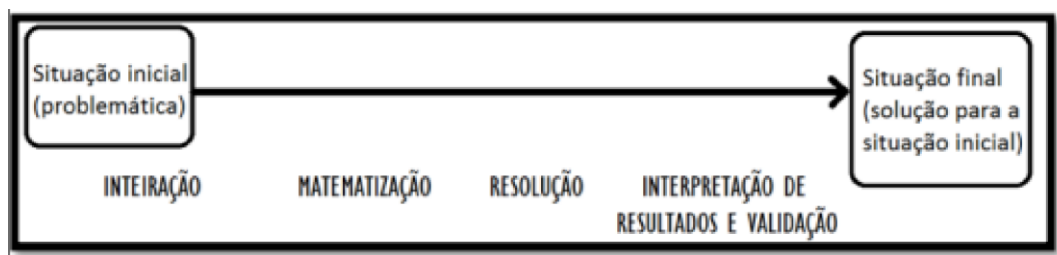
desenvolvemos nossa investigação em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental, de um colégio da rede particular de ensino localizado no norte do estado do Paraná, composta por vinte alunos com idades entre 8 e 10 anos. A pesquisa desenvolvida tem natureza qualitativa uma vez que buscamos compreensões interpretativas para o objetivo proposto: identificar o que se revela a partir das competências manifestas pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

A estrutura deste artigo segue organizada em seis seções. Na primeira seção apresentamos a introdução sobre aspectos que fundamentam nosso trabalho. Na segunda e na terceira seção, sucessivamente, são explorados aspectos relativos à modelagem matemática e em competências e competências em modelagem matemática. Na quarta seção apresentamos os aspectos metodológicos e, na quinta seção, apresentamos os dados das atividades de modelagem matemática desenvolvidas. Por fim, na sexta seção, trazemos as considerações finais que decorrem do estudo empreendido.

### **3.2 Modelagem Matemática**

A modelagem matemática começou ganhar destaque no Brasil em meados da década de 1970, de acordo com Biembengut e Hein (2014), a partir do aumento do interesse pela aplicação de conceitos matemáticos em problemas reais. Com o passar dos anos, ela foi ganhando espaço e se constituiu, segundo Biembengut e Hein (2013), como uma área que se ocupa de traduzir situações da realidade para uma linguagem matemática, para que por meio dela, se possa melhor compreender, prever e simular situações com referência na realidade.

No âmbito educacional, a modelagem matemática ganha destaque e avança no sentido de viabilizar pesquisas que associam o estudo de situações reais atrelados a interesses relacionados a aspectos do ensino ou da aprendizagem. Nesse contexto, a modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), constitui-se uma alternativa pedagógica que relaciona à abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012) esclarecem que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática está inerente às quatro fases (Figura 3).

**Figura 3-** Fases da Modelagem

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan, (2012, p. 15).

Essas fases descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, estruturam o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e favorecem ações investigativas, autônomas e interpretativas.

Assim, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática sugere uma abordagem distinta de aprender matemática se considerado que aos alunos é dada a oportunidade de propor situações da realidade deles para estudo. Além disso, Almeida, Silva e Vertuan (2016) enfatizam que ao passo que os alunos investigam determinada situação eles podem aprender conceitos, sobretudo, conceitos matemáticos, alterar seus modos de agir e pensar sobre determinada situação ou acerca dos conceitos matemáticos, valorizar as interações entre eles e entre eles e o professor, desenvolver competências que podem ser aplicadas em outros contextos e situações, dentre outros.

Dado o potencial de uma atividade de modelagem matemática no contexto educacional, Almeida e Dias (2004) propõem um encaminhamento gradativo de atividades dessa natureza nas salas de aula. Essa proposição considera três momentos: no primeiro momento, o professor apresenta uma situação-problema acompanhada dos dados e das informações necessárias para sua resolução e, conduz com os alunos todo o processo de obtenção e validação do modelo, orientando e sugerindo reflexões que viabilizem a obtenção de uma resposta ao problema eleito para estudo; no segundo momento, o professor sugere uma situação-problema aos alunos e os organiza em grupos de modo que eles possam discutir, nos pequenos grupos, assessorado pelo professor, sobre tal situação e complementar informações que julgarem necessárias, bem como realizar a investigação da situação, definir as variáveis, formular as hipóteses, obter o modelo matemático da situação, responder ao problema, validar e interpretar sua solução; no terceiro e último momento, o professor sugere aos alunos que, em grupos, desenvolvam uma atividade de modelagem a partir de uma situação-problema identificada por eles.

Essa inserção gradativa que Almeida e Dias (2004) propõe, de certo modo, assegura uma familiarização dos alunos com a modelagem matemática e permite com que eles compreendam os processos que envolvem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Além disso, o professor pode ensinar conceitos matemáticos requeridos para a resolução do problema em foco, bem como os alunos podem acionar ou mobilizar conceitos aprendidos anteriormente.

O desenvolver atividades de modelagem matemática em sala de aula também pode contribuir para o desenvolvimento de competências. É sobre elas que discutimos na próxima seção.

### **3.3 Aspectos relativos à competência e competência em modelagem matemática**

O termo competência, de acordo com Ceitil (2010), remonta à Idade Média, o qual quando utilizado em âmbito jurídico se atribuía ao indivíduo que era competente para realizar determinado julgamento. Com o passar dos tempos, passou a ser utilizado também para designar alguém capaz de pronunciar-se sobre um determinado assunto. Em 1973, McClelland publicou o artigo “Testing for competence rather than intelligence”, e iniciou um debate sobre a utilização do termo “competência” entre os psicólogos e administradores nos Estados Unidos. McClelland (1997) esclarece que o termo “competência” é uma característica subjacente ao indivíduo com desempenho superior na realização de tarefas ou em determinadas situações.

À medida que o contexto sócio-histórico, econômico e cultural foi se modificando, novas compreensões sob o termo foram sendo incorporadas em diversas áreas. No cenário da educação, o conceito “competência” surgiu a partir das pressões do mercado de trabalho e dos interesses econômicos que necessitavam de uma formação profissional.

Na década de 1990 o conceito de competência passa a ser empregado na educação brasileira a partir da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN). Desde então, o termo competência, com determinada frequência, tem provocado incertezas e controvérsias frente às intencionalidades que objetiva no campo educacional (ROCHA, 2013).

Para Dias (2010), é a competência que possibilita ao indivíduo que está em fase de aprendizado, superar e resolver de forma coerente e adequada as tarefas e situações dentro do contexto educativo. Leitão e Alarcão (2006) também enfatizam que competência é a capacidade de responder às exigências individuais ou sociais, ou de

realizar uma tarefa com sucesso, abarcando as dimensões cognitivas e não cognitivas. Segundo Niss e Højgaard (2011), uma pessoa é competente em determinada área ou atividade quando ela é capaz de dominar aspectos essenciais da área ou da atividade, quando tem capacidade para argumentar e apresentar julgamento sobre estes aspectos.

Diante de tais entendimentos, no âmbito educacional, competências vêm sendo associadas à capacidade dos alunos em executar determinada tarefa de forma coerente e adequada, mobilizando habilidades de ordem cognitivas e não cognitivas. Em Educação Matemática, o termo competências tem recebido diferentes concepções, e sua importância vem ganhando espaço na literatura nacional e internacional por entender que a aprendizagem e a construção de conhecimentos dos alunos sobre fenômenos presentes no cotidiano, estão associadas a uma atividade de modelagem matemática com característica essencialmente investigativa (BLUM, FERRI, 2009; DIAS, 2010; NISS, HØJGAARD, 2011; ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

No âmbito da modelagem matemática, Niss e Højgaard (2019), discutem sobre competências utilizando o termo competência em modelagem matemática e esclarecem que ela é uma competência matemática e concentra-se na utilização da matemática para lidar com questões, contextos e situações extra matemáticas. Para esses autores, competência em modelagem matemática é colocar em prática conceitos matemáticos, desenvolver cálculos e modelos matemáticos, analisar e avaliar criticamente, considerando as finalidades, os dados coletados, características e propriedades na resolução do problema.

Blomhøj e Jensen (2003) também discorrem sobre competência em modelagem matemática e enfatizam que o termo se refere ao domínio de alguém para encaminhar de modo eficiente, todas as fases inerentes ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. Greefrath (2013) aponta que as competências em modelagem matemática se vinculam com a realidade, com problemas reais, dados reais e modelos reais, para compreensão de resultados matemáticos em situações reais, possibilitando, assim, a vinculação entre aspectos da realidade e a escola.

Embora haja uma variedade de definições acerca de competências no âmbito da modelagem matemática, para o desenvolvimento desta investigação assumimos a caracterização de Maaß (2006) a respeito de competências em modelagem matemática, dada a relevância e a abrangência dessa abordagem para o nosso estudo. Para essa autora, competências em modelagem matemática, vão muito além do desenvolvimento de

competências relativas à matemática em si e à resolução de um problema atrelado a uma situação real. Elas dizem respeito aos seguintes aspectos:

- A. Competências para realizar os passos individuais do processo de modelagem;
  - Competências para entender o problema real e configurar um modelo baseado na realidade.
  - Competências para a construção de um modelo matemático a partir de um problema não matemático.
  - Competências para resolver questões matemáticas dentro deste modelo matemático.
  - Competências para interpretar os resultados matemáticos dentro de uma situação real.
- B. Competências metacognitivas de modelagem;
- C. Competências para estruturar problemas do mundo real e definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema;
- D. Competências para argumentar em relação aos procedimentos e para escrever esta argumentação;
- E. Competências para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real e considerar essas possibilidades como positivo (MAAß, 2006, p.139).

Neste contexto de definições e abordagens sobre competências em modelagem matemática, a visão abrangente de Maaß (2006) destaca a complexidade e a riqueza desse campo de estudo. Suas categorias abarcam desde as habilidades técnicas para abordar problemas do mundo real até as competências metacognitivas necessárias para navegar com eficácia pelo processo de modelagem. A partir desse embasamento teórico, orientamos nossa investigação e nos orientamos na exploração das competências em modelagem matemática. Desse modo, apresentamos, na seção a seguir, o desenho metodológico delineado para o alcance do nosso objetivo de pesquisa.

### **3.4 O contexto da investigação e os aspectos metodológicos**

A presente pesquisa foi desenvolvida em um colégio da rede particular de ensino, localizado no interior do estado do Paraná, em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental, do turno vespertino, na qual uma das pesquisadoras era a professora de matemática. A turma era composta por vinte alunos com faixa etária entre oito e dez anos, os quais, semanalmente, tinham nove aulas de matemática.

Assim, em um primeiro momento abordamos, com todos os alunos, um problema oriundo da realidade e, em conjunto, realizamos toda a investigação necessária, desde a coleta de dados até a avaliação e interpretação da resposta obtida como solução para tal

problema, perpassando pelo reconhecimento de um problema matemático a resolver, a formulação de hipóteses, a dedução do modelo matemático e a resolução do problema. Em seguida, foi sugerida pela professora à turma uma situação problema, acompanhada de um conjunto de informações. Para o estudo dessa situação os alunos foram divididos em grupos. Nos pequenos grupos e com o auxílio da professora, os alunos realizaram a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo matemático, que, posteriormente, foi validado e interpretado por eles.

No processo de produção dos dados para este estudo foram utilizadas o total de dezoito aulas de matemática, sendo oito aulas para o desenvolvimento da primeira atividade de modelagem matemática e dez aulas para o desenvolvimento da segunda atividade, distribuídas ao longo do primeiro e segundo trimestre do ano de 2022.

A primeira atividade intitulada: *O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de Educação Física*, tinha por problemática analisar o tamanho da quadra do colégio e comparar seu tamanho com as medidas de uma quadra oficial e, a segunda atividade: *Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge*, considerou o interesse dos alunos em saber quantas crianças caberiam no elevador do prédio onde Jorge reside. Ambas as atividades foram desenvolvidas com os alunos reunidos nos mesmos grupos, sendo um grupo composto por seis alunos e os outros dois por sete alunos cada.

Com o interesse voltado para identificar as competências evidenciadas pelos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, nossa pesquisa tem natureza qualitativa. Segundo Neves (1996), nas pesquisas qualitativas, o pesquisador visa compreender os fenômenos, de acordo com as perspectivas dos participantes, com a intenção de tecer sua interpretação acerca deles. Para isso, os dados de análise precisam conter detalhes que favoreçam tal interpretação.

Nessa pesquisa, todo o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática foi registrado no que a professora/pesquisadora denominou de diário de campo da professora. Conforme Weber (2008) destaca, o diário de campo é um instrumento que o pesquisador se dedica a produzir, diariamente, toda sua experiência. Adicionalmente, Macedo (2010), acrescenta que o diário de campo é também um instrumento reflexivo para o pesquisador, utilizado como forma de conhecer o que foi vivido pelos atores pesquisados. Contudo, para o processo de análise dos dados, além desse diário de campo foram considerados, também, os materiais produzidos pelos alunos. Esses materiais aparecem em nossas análises com a denominação de figuras e correspondem a fotografias dos desenhos, cálculos e anotações realizadas pelos alunos.

Na análise das atividades de modelagem matemática, com vistas ao objetivo de identificar o que se revela a partir das competências manifestas por alunos dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, trazemos alguns fragmentos extraídos do diário de campo da professora, o qual denotamos por excertos. Esses excertos, foram por nós selecionados, e correspondem a recortes das anotações da professora que explicitam interações entre os alunos. Tais excertos também aparecem nas análises na ordem dos fatos, ou seja, seguem a ordem cronológica do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, expressando sua dinâmica. Neles, não aparecem registros a respeito de todos os alunos da turma, assim, fazem-se presentes aqueles que mais participaram do desenvolvimento das atividades.

Para manter e respeitar o anonimato dos alunos recorreremos a nomes fictícios: João, Maria, Jorge, Mario, Rita, Betina, Antonela, José, Antonia, Pedro, Lorena, Alessandra, Otávio, Eloah e Cássio e, usamos a nomenclatura professora para se referir à professora da turma (também pesquisadora).

As atividades de modelagem matemática desenvolvidas são discutidas na próxima seção, considerado o nosso interesse de pesquisa.

### **3.5 Atividades de modelagem matemática desenvolvidas**

Nesta seção, apresentamos o desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática: "O cansaço dos alunos decorrente das aulas de educação física" e "Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge". Cada atividade é detalhada em subseções específicas, com excertos que ilustram o seu desenvolvimento.

#### **3.5.1 Atividade 1 - “O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de educação física”**

O tema dessa atividade de modelagem matemática, proposto pela professora em correspondência ao primeiro momento de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004), é aventado em decorrência das constantes queixas dos alunos sobre o cansaço que sentem após as aulas de Educação Física. Assim, os alunos, sob orientação da professora, realizam a coleta de dados e buscam maneiras de resolver os seguintes problemas que a professora enuncia a eles: Quanto corremos a cada volta na quadra esportiva? A quadra do colégio encontra-se de acordo com as normas oficiais?

O Excerto 1 retrata as primeiras discussões dos alunos e indica o interesse deles em estimar o tamanho da quadra esportiva, ao passo que sugerem a metragem percorrida.

**Excerto 1**

*João: Professora, nós corremos uns 500 metros.*

*Maria: Nós corremos foi uns 1000 metros.*

*Jorge: Professora, 1000 metros é um quilômetro?*

Ao falarem sobre o tanto que correm, demonstram a tentativa de estimar a distância percorrida durante uma corrida, indicando um problema real relacionado ao mundo das medidas. Os alunos estão envolvidos nos primeiros passos do processo de modelagem, que envolve a identificação e compreensão de um problema real.

Quando os alunos discutem sobre a distância que correm indicam um entendimento acerca de medidas de comprimento, como metros e quilômetros, quando relacionam números com a quantidade que percorrem. João pergunta: “500 metros?” e Maria responde: “Nós corremos foi uns 1000 metros.” Nessas falas usam números para expressar o quanto correm em relação à sensação de cansaço que experimentam após a aula de Educação Física.

Essas estimativas de distância, juntamente com o problema “Quanto corremos a cada volta na quadra esportiva?”, sugerem que os alunos entenderam a situação-problema. Esse entendimento e a capacidade de aplicar conceitos matemáticos a situações do cotidiano, como calcular a distância percorrida, são indicativos de competências de modelagem matemática, conforme descrito por Maaß (2006).

Uma discussão em grupo sobre a distância percorrida não é apenas uma troca de informações, mas também uma demonstração de habilidades matemáticas e de resolução de problemas por parte dos alunos. Eles utilizam de conceitos matemáticos para compreender e resolver a situação-problema em questão, o que é um aspecto importante do processo de modelagem matemática.

Prosseguindo o diálogo coletivo, no Excerto 2, um dos participantes revela ter compreendido a problemática em questão, contudo, demonstra insatisfação diante das conjecturas dos colegas, uma vez que aponta a imprescindibilidade de mensurar a quadra.



**Excerto 2**

*Carol: Professora, para sabermos o quanto a gente corre temos que medir o tamanho da quadra.*

Esta declaração evidencia, em certo sentido, que a aluna avalia as inferências dos colegas e manifesta seu pensamento crítico, uma vez que não simplesmente acata as conclusões dos outros, mas as analisa de forma independente, desenvolvendo sua própria perspectiva com base em seu julgamento pessoal. Isso ressalta sua habilidade em discernir entre diferentes pontos de vista e chegar a conclusões próprias, um aspecto importante no processo de desenvolvimento crítico. Além disso, o grupo parece reconhecer a importância de levar em consideração as experiências empíricas ao abordar um problema dessa natureza, em detrimento de meras conjecturas. Eles registraram a necessidade de exercer precisão na coleta de dados, delineando, sob a perspectiva do coletivo, uma trajetória mais detalhada a seguir. Isso se alinha à noção de “competência para determinar abordagens à resolução do problema”, tal como delineado por Maaß (2006, p. 139). Adicionalmente, as crianças procedem a uma análise crítica acerca das ponderações dos colegas.

Após aceitar a sugestão de Carol, seus colegas apresentam disposição para medir a quadra. Quando indagados pela professora sobre o método que utilizariam para realizar as medições, trouxeram à tona influências culturais provenientes de seu entorno e sugeriram o emprego de determinados instrumentos de medida de comprimento, conforme ressaltado no Excerto 3.

**Excerto 3**

*Mario: A gente usa a régua.*

*Rita: Meu pai quando quer medir alguma coisa ele faz assim.... (usou os passos).*

*José: Não, (falando com a Rita), meu pai trabalha com construção e ele usa para medir um negócio que puxa e enrola.*

*Mario: É a trena.*

É possível, nesse excerto, identificar vestígios do saber dos alunos relacionados às suas vivências, uma vez que eles ressaltam a existência de instrumentos que podem facilitar os cálculos, resultando, por conseguinte, na solução do problema.

Essas afirmações dos alunos se enquadram no âmbito das competências delineadas por Maaß (2006), competência para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a resolução do problema. Além disso, é notório o fato de os alunos demonstrarem habilidades argumentativas ao sustentarem seus pontos de vista e fundamentarem as razões subjacentes à seleção de determinadas ferramentas ou metodologias. Tal fato, revela que eles também possuem a destreza necessária para a construção de argumentos sólidos no que tange aos procedimentos matemáticos, em conformidade com a competência em argumentar em relação aos procedimentos, delineada por Maaß (2006).

Uma vez decidido o meio/instrumento a ser utilizado na medição, um novo debate é provocado pela professora e segue ilustrado no Excerto 4.

**Excerto 4**

*Professora: Qual figura geométrica plana representa a quadra?*

*Crianças: O retângulo.*

*Professora: E como são os lados do retângulo?*

*Antônia: Tem 2 menores e 2 maiores do mesmo tamanho cada parzinho....*

*Professora: E daí, teremos que medir todos os lados?*

*Pedro: Sim, ué...!*

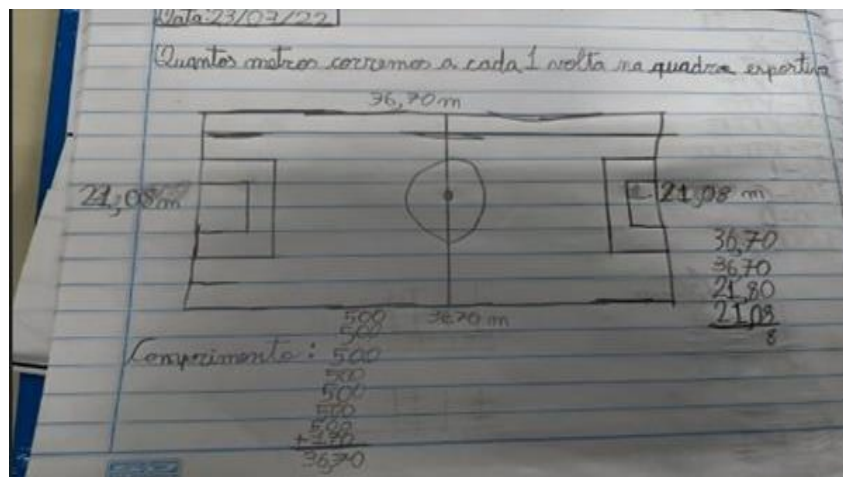
*Rita: Não....*

*Antonela: (Em tom árduo responde). Se é um retângulo só precisamos medir 2 lados né gente.... e depois a gente faz mais um lado e mais um lado porque eles são iguaizinhos.*

Demonstrando conhecimentos prévios, os alunos trazem à tona conceitos já estudados anteriormente, especificamente, no que se refere às figuras planas. Além disso, demonstram compreensão acerca da figura geométrica, a qual se assemelha a quadra esportiva.

Desse modo, os alunos estabelecem conexões significativas entre conceitos matemáticos e problemas do mundo real. Simultaneamente, eles articulam argumentos pertinentes no que diz respeito aos métodos de medição e cálculo, o que denota a competência para a argumentação em relação aos procedimentos, tal como enfatizado por Maaß (2006).

A Figura 4 contém os cálculos feitos pelos alunos durante a atividade.

**Figura 4** – Cálculos dos alunos

Fonte: acervo da pesquisadora.

Os cálculos expressos na Figura 4 retratam o tamanho da trena utilizada, a qual era de cinco metros, e como essa medida da trena é assumida pelos alunos, já que indicam a medida 500 centímetros. A forma com que realizaram os devidos cálculos, foi o método da adição.

Após realizarem os cálculos e encontrarem os valores, foram questionados sobre o que significa o valor encontrado, conforme apresentado no excerto 5.

**Excerto 5**

*Jorge: É o tamanho da quadra... Em volta.*

*Lorena: É ... a quantidade que corremos.*

*Jorge: Professora, mas tem que olhar o valor total?*

*Professora: Será Jorge? Como estão as medidas das quadras oficiais?*

*Jorge: Ah não... É só metade...*

Interpretando os dados obtidos, os alunos concluíram que, a partir dos cálculos realizados, foi possível encontrar o tamanho da quadra. E mesmo sem conhecerem sobre o conteúdo do perímetro, fazem referência a esse, quando dizem: “é o tamanho da quadra em volta”, ou seja, o contorno da quadra. O conteúdo de perímetro ainda era desconhecido, uma vez que não havia sido estudado pela turma, no entanto, se fez presente quando da necessidade de solução para a atividade de modelagem matemática em desenvolvimento.

Ponderando sobre o valor encontrado, os alunos argumentam que o valor seria a quantidade percorrida por eles, transformando assim dados matemáticos, em resposta plausível para seu problema de origem real. Isso evidenciou as competências

metacognitivas, conforme Maaß (2006), uma vez que os alunos refletiram para tomar decisões com base nos dados coletados, nas argumentações tecidas e nos cálculos realizados.

Nesse excerto, também se destaca a importância das inferências da professora na condução das atividades. Suas indagações permitiram que os alunos refletissem, sobre seus pontos de vista, sobre os conhecimentos adquiridos e estabelecesse uma ligação entre a matemática e o cotidiano.

Uma vez que analisaram os resultados dos cálculos, os alunos procederam à comparação entre a pesquisa online sobre as dimensões da quadra oficial e as medidas da quadra da escola.

**Excerto 6**

*Alessandra: Professora, a medida da quadra é menor do que a da pesquisa...*

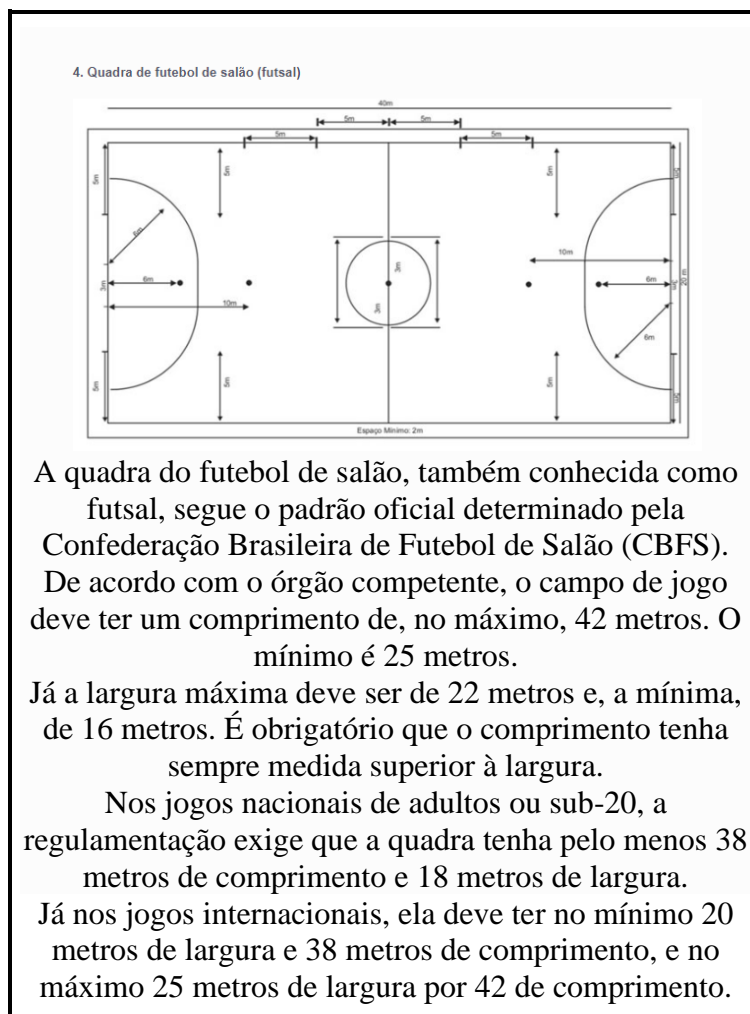
*Antonia: Não é não ....*

*Alessandra: É sim Ó... Olha aqui... (e mostra o que havia pesquisado).*

*Pedro: A nossa quadra é uma oficial, é do tamanho que falava na internet.*

Os alunos, nesse excerto 6, tecem argumentações e fazem validações para a resposta obtida. Por mais que haja discordância entre eles, manifestaram suas opiniões convincentes e com as informações obtidas acerca da resposta encontrada. Até o presente momento, uma das integrantes do grupo ainda não havia obtido clareza acerca dos valores constantes na pesquisa realizada, necessitando do auxílio de seus colegas. Essa situação destaca ainda mais a colaboração mútua entre a maioria dos alunos, evidenciando a importância do apoio coletivo no processo de aprendizado.

As informações coletadas pelos alunos são apresentadas na Figura 5 a seguir.

**Figura 5** – Medidas oficiais da quadra de futebol de salão (futsal)

**Fonte:** acervo da pesquisadora.

A fim de que todos conseguissem compreender a pesquisa representada na Figura 5, a qual continha as dimensões das quadras oficiais, os alunos argumentaram, explicaram e se fizeram compreender pelos colegas. Isso permitiu conduzir uma análise detalhada e validar a conclusão de que a quadra poliesportiva da escola estava dentro dos padrões oficiais de tamanho, considerando as medidas máximas e mínimas.

Dessa forma, os alunos foram capazes de interpretar as informações das dimensões apresentadas e revisar suas próprias conclusões, demonstrando, indícios da competência metacognitiva, conforme definido por (Maaß, 2006).

### 3.5.2 Atividade 2- “Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge”

A segunda atividade de modelagem matemática desenvolvida pela turma teve como tema “Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge”. Jorge era um dos alunos da sala e sua festa de aniversário iria acontecer no salão de festa do prédio

onde residia, uma situação real para os alunos. Ele queria que seus amigos conhecessem sua coleção de carrinhos, porém, morava no 7º andar do prédio, e a partir disso surgiu o seguinte problema: Quantas crianças cabem no elevador?

Buscando respostas para tal questionamento, os alunos foram divididos em grupos, nos mesmos grupos da atividade anterior. Os alunos coletaram informações, levantaram hipóteses, deduziram um modelo durante a investigação e o validaram. Desse modo, a atividade caracteriza-se como de segundo momento de familiarização, conforme denotam Almeida e Dias (2004), e tais ações foram realizadas sob orientação da professora.

Nos momentos iniciais do desenvolvimento da atividade houve uma discussão sobre a quantidade de crianças que caberia no elevador (Excerto 7).

**Excerto 7**

*Antonela: O elevador do prédio é bem grande.... Cabe todo mundo (Antonela morava no mesmo prédio que o aniversariante).*

*Jorge: Claro que não menina.*

*Professora: \_ Mas a única coisa é caber todos no elevador?*

*Rita: \_ Professora uma vez o elevador parou com meu pai e os amigos dele... O Donizete era bem gordo e daí o elevador não subiu não...*

*Professora: \_ Tinha muita gente no elevador Rita?*

*Rita: \_ Não. Professora eles tinham comprado umas coisas para o churrasco e o elevador não subiu... Daí o Donizete e o Marcos saíram do elevador e foram de escada, daí ele funcionou... Estava pesado demais, o Donizete pesa uns 120 quilos.*

Os alunos nesse excerto demonstram ter compreendido o problema quando relatam sobre o tamanho do elevador e o quanto de crianças ele comportaria. Mesmo havendo discordâncias entre eles, notamos indícios do que Maaß (2006), chama de competências para entender o problema real.

Quando a professora questiona se a única atenção deveria ser a capacidade de acomodação de todos no elevador, conjecturam a possibilidade de também considerar o peso suportado pelo elevador. Isso nos remete ao que Maaß, (2006), define como a competência para definir encaminhamentos adequados para a resolução do problema.

Os alunos nesse excerto também argumentam sobre seus pontos de vista, deixando vir à tona a competência para argumentar em relação aos procedimentos (Maaß, 2006).

Buscando maiores compreensões sobre elevadores, como tarefa de casa, os alunos fizeram uma pesquisa sobre as informações de capacidade dos elevadores e o Jorge

coletou as informações sobre a capacidade do elevador do seu prédio. Assim, descobriram a capacidade dos elevadores e Jorge localizou dentro do elevador do seu prédio, as informações contidas no que ele denominou de “plaquinha”.

**Excerto 8**

*Jorge: Professora na plaquinha tem a quantidade de pessoas e o peso.*

*Antonela: Minha mãe disse que na verdade vai depender do nosso peso...*

*Cássio: Galerinha vamos ter que “se pesar” para saber.... Ou alguém já sabe quanto pesa?*

*Pedro: Eu acho que peso uns 30 quilos...*

*Professora: Então, o que vocês descobriram na pesquisa que fizeram?*

*Otávio: Que... temos a quantidade de pessoas que podem ir no elevador e o peso a soma total...*

*Eloah: E na internet tinha de vários tamanhos.... Para 2 pessoas, 4 pessoas, 6 pessoas 8 e 10 pessoas...*

A fala dos alunos no excerto 8, se desenvolve a partir das entregas da tarefa de casa de maneiras diferentes. Aqui acontece o que Almeida, Silva e Vertuan (2013), denominam de fase inteiração, a qual os alunos vão buscar informações e se inteirar sobre aspectos do problema.

Quando o aluno Jorge afirma que na “plaquinha” tem a quantidade de pessoas e o peso, faz referência à coleta de informações que fez. Ele também teve a ideia de levar uma foto da placa de sinalização da capacidade do elevador do prédio que morava, conforme Figura 6.

**Figura 6** – Placa de sinalização de capacidade



Fonte: acervo da pesquisadora

Nas palavras de Antonela, “Minha mãe afirmou que, na realidade, isso dependerá do nosso peso...”, faz alusão ao diálogo estabelecido entre mãe e filha a respeito da tarefa de casa. Na sua intervenção, Eloah destaca que, “Na internet, havia disponível em

diferentes dimensões, desde opções para 2 pessoas, 4 pessoas, 6 pessoas, 8 e até 10 pessoas...”. A partir das observações dos alunos, podemos inferir a competência necessária para executar as etapas individuais do processo de modelagem, conforme preconizado por Maaß (2006), uma vez que os alunos se manifestaram na busca por informações.

Outro ponto a ser observado é quando sugerem aos colegas uma maneira para encontrar a solução adequada para o problema, que seria por meio da pesagem. Essa atitude caracteriza a competência, proposta por Maaß (2006) para definir encaminhamentos adequados.

A partir das pesquisas realizadas como tarefa de casa, os alunos compreenderam que o peso também influencia na quantidade de crianças que poderiam ir juntas em uma mesma viagem de elevador. Instigando os alunos à reflexão, a professora os indaga sobre a quantidade de crianças por viagem. O Excerto 9 expressa as respostas das crianças a esse questionamento.

#### **Excerto 9**

*Professora: Mas o peso de uma criança é o mesmo peso de um adulto?*

*Antonela: Não professora eu peso bem menos que meu pai...*

*Professora: Então talvez daria pra ir mais de 10 crianças né...!?*

*Cássio: Acho que dá pra ir uns 13 ou 14, mas só pesando mesmo pra saber...*

*Professora: Então vou buscar a balança...*

*Antonela: Eu vou anotar...*

*Professora: E agora? [Apontando para o quadro onde estavam as medições.]*

*Jorge: Agora é só somar tudo e ver quantos vai em cada ida do elevador...*

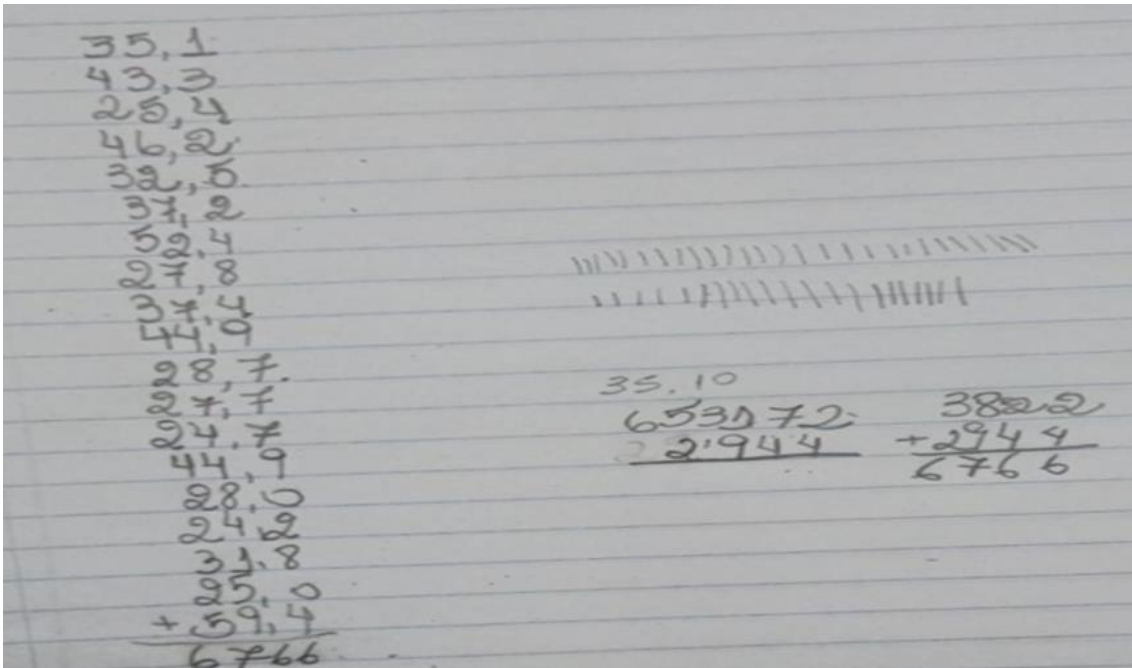
*Professora: Então vamos lá...*

*Um dos grupos após realizarem a soma pediram uma calculadora pois não sabia fazer a conta de dividir ainda e disseram: “esse número é muito grande prof...”*

Utilizando conceitos estudados anteriormente, como a divisão e a medida de massa, os alunos percebem que alguns instrumentos seriam necessários para a aferição de medidas e para a realização de cálculos extensos. A balança e a calculadora foram os instrumentos utilizados, conforme ilustra a Figura 7.



**Figura 7** – Cálculos referente a massa corporal das crianças



Fonte: acervo da pesquisadora

Utilizando conceitos matemáticos e instrumentos de medidas, os alunos, no excerto 9, revelam a competência proposta por Maaß (2006), “competência para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real e considerar essas possibilidades como positivo”, como foi o caso da calculadora, que facilitou os cálculos mais extensos.

Os cálculos foram realizados por cada grupo de diferentes formas. Os alunos compararam os resultados encontrados e observaram que o cálculo apresentado por um dos grupos não estava correto. O erro encontrado no cálculo realizado pelos colegas, foi corrigido após calcularem novamente com o auxílio dos demais colegas, e o resultado final foi obtido, conforme o excerto 10.

#### **Excerto 10**

*Jorge: Professora mas com esse peso nós podemos ir todos juntos... No elevador dá...*

*Lorena: Jorge vai ficar apertado... Os meninos sobem com você e as meninas sobem com a prof...*

*Cássio: Isso mesmo daí vai dar e o elevador não vai parar.*

*Jorge: É ... não vai, vai ser muito legal.*

Os alunos compreenderam, interpretaram e julgaram o resultado encontrado como coerente, revelando também, que a compreensão da realidade se faz presente. Mesmo os

cálculos matemáticos indicando a possibilidade de subir todos juntos no elevador, julgaram não ser conveniente por constatarem que ficaria muito apertado.

A decisão de não subirem todos juntos, nos revela que a interação entre os alunos não apenas envolve a consideração de fatores práticos, como o peso no elevador, mas também inclui uma aplicação implícita de conceitos matemáticos, como espaço e capacidade. Ao sugerir que os meninos subam com Jorge e as meninas com a professora para evitar aperto no elevador, Lorena está considerando implicitamente a capacidade máxima do elevador e distribuindo o peso de maneira equilibrada.

Da mesma forma, Cássio contribui para a discussão ao levantar a questão de que o elevador poderia parar se todos subissem juntos, o que implica uma consideração do peso máximo suportado pelo equipamento. Portanto, essa interação não apenas demonstra a capacidade dos alunos de resolver problemas práticos, mas também ilustra como eles aplicam conceitos matemáticos de forma intuitiva em situações do dia a dia. Esse aspecto demonstra a habilidade dos alunos em entender e aplicar conceitos matemáticos em situações práticas, conforme destacado por Maaß (2006).

### **3.6 Considerações finais**

No desfecho desta investigação é possível perceber a relevância e o impacto das descobertas por parte dos alunos. Nosso olhar para as competências dos alunos para realizar os passos individuais do processo de modelagem, estruturar problemas do mundo real, argumentar em relação aos procedimentos e ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução do mundo real, possibilitou a identificação de mais de uma competência em um único diálogo; e oportunizou a interpretação e análise dos dados coletados das duas atividades desenvolvidas com os alunos.

Essas atividades tinham como objetivo imergir os alunos no processo de modelagem matemática, visando fomentar o desenvolvimento de atitudes ativas na abordagem de situações-problema reais. Durante esse processo, observamos que as experiências compartilhadas em grupo refletem o contexto em que vivem, resultando em respostas que surgem das interações sociais. Ao longo do tempo, essas respostas adquiriram significado e foram traduzidas em termos matemáticos, demonstrando sua viabilidade em situações do mundo real.

Nesse percurso da pesquisa, tivemos a oportunidade de observar que os alunos se expressaram utilizando conceitos estudados anteriormente. O domínio dos

conhecimentos prévios permitiu-lhes articular seus pensamentos e desenvolver novos entendimentos e abordagens para resolver problemas do mundo real. Essa constatação valida a afirmação de Maaß (2006, p. 139) sobre a importância de cultivar a "competência para reconhecer as possibilidades que a matemática oferece na resolução de problemas do mundo real", a qual foi alcançada por meio das atividades propostas.

À medida que os alunos vão sendo estimulados, novas descobertas são inseridas e utilizadas para solucionar o problema. Para encontrar o tamanho da quadra (atividade 1), precisaram utilizar o conceito de perímetro, logo, recorreram ao uso de calculadora, demonstrando que reconhecem a existência de instrumentos que podem auxiliar os cálculos matemáticos e, manifestaram também habilidade com esse instrumento. Vale destacar que a utilização de calculadora na escola na qual aconteceu essa investigação é iniciada a partir do quarto ano. Portanto, fica nítido a proposição de Maaß (2006) sobre a influência das vivências utilizadas na escola pelos alunos, ao desenvolverem atividades de modelagem matemática.

Ao longo da atividade 1 os alunos exploraram diversas abordagens para efetuar os cálculos. Fizeram o julgamento de qual seria o procedimento adequado e, demonstrando sua criticidade, chegaram ao resultado correto. De acordo com Maaß (2006), a mobilização da competência para argumentar em relação aos procedimentos, oferece aos alunos a possibilidade de observar os cálculos realizados pelos colegas de sala e descartar os incorretos. Essa atitude revelou a importância da ajuda mútua e do trabalho em grupo, característica da modelagem matemática.

Os alunos também tiveram oportunidade de desenvolver a capacidade interpretativa e o senso crítico na realização das duas atividades de modelagem matemática, denotando, assim, a competência proposta por Maaß (2006) como competência para definir encaminhamentos adequados. Na segunda atividade, por exemplo, a partir dos cálculos com a utilização de instrumentos já conhecidos, julgaram não ser conveniente subir todos juntos de elevador, porque ficaria muito apertado. Isso revelou o desenvolvimento crítico e interpretativo para a solução do problema, optando por subirem em duas viagens.

Nas atividades de modelagem desenvolvidas destaca-se particularmente a competência designada por Maaß (2006), como a habilidade para elaborar argumentos relativos aos procedimentos, bem como, para formalizar essas argumentações por escrito.

Quando os alunos tecem argumentos, tentando convencer uns aos outros, contando histórias e demonstrando hábitos de seus cotidianos que os faziam pensar

daquela forma, indicam que as atividades de modelagem matemática são instrumentos de apoio ao desenvolvimento de competências, que podem fornecer elementos para a conscientização das sensações trazidas por experiências extraescolares. Essas experiências extraescolares podem ajudar os alunos a fazer conexões entre o conteúdo da sala de aula e suas experiências pessoais fora da escola, tornando a aprendizagem mais contextualizada e significativa.

Nesse contexto, o professor possui papel preponderante, pois na condução das atividades de modelagem matemática, nessa faixa etária, cabe ao professor mediar a execução da atividade, oportunizando que os alunos se expressem, falem de suas experiências, questionem, reflitam sobre possibilidades, pontos de vistas e conceitos matemáticos. Desse modo, a reflexão do professor sobre suas práticas e sua participação em programas de formação continuada em modelagem matemática podem proporcionar um ambiente de aprendizagem mais rico e estimulante, contribuindo para o desenvolvimento de competências.

As competências manifestas pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática revelam uma série de aspectos importantes sobre o processo de aprendizagem e desenvolvimento dos alunos, como a capacidade de aplicação de conhecimentos em situações do mundo real revela não apenas a compreensão desses conceitos, mas também a habilidade de aplicar aprendizados para contextos práticos e significativos.

Essa aplicação prática dos conhecimentos também é um reflexo do desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolver problemas de forma autônoma e criativa, como evidenciado pelo fato de os alunos discutirem sobre os procedimentos adotados e considerarem diferentes abordagens. Além disso, a colaboração entre os alunos durante as atividades de modelagem matemática destaca a importância do trabalho em equipe e da comunicação eficaz na resolução de problemas complexos, o que sugere que estão desenvolvendo habilidades sociais cruciais para interagir e colaborar com outros em diversos contextos.

Ao mesmo tempo, a habilidade dos alunos em contextualizar o aprendizado, estabelecendo conexões entre os conceitos matemáticos e suas experiências pessoais, torna a aprendizagem mais relevante, significativa e, provavelmente, mais duradoura. Essa contextualização também os prepara para enfrentar situações-problema do mundo real, aplicando habilidades matemáticas para resolvê-las, e assim se tornarem cidadãos mais capacitados e informados.

As competências evidenciadas pelos alunos ao longo das atividades de modelagem matemática não só confirmam a ampliação do conhecimento matemático, mas também sublinham a importância dessa abordagem para o desenvolvimento integral do aluno, aprimorando sua capacidade de lidar com problemas reais, colaborar com outras pessoas e desenvolver competências cognitivas, sociais e emocionais essenciais para o sucesso pessoal e profissional.

## Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, Bauru, v.11, n.3, p.483-497, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. *Bolema*, Rio Claro, v. 17, n. 22, p.19-35, set. 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; ZANIN, A. P. L. (2016). Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, 18(2), 759-782.
- BIEMBENGUT, M, S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**, 5. ed., São Paulo: Contexto, 2013.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 9, n. 2, p. 130-144, 2014.
- BLOMHOJ, M.; JENSEN, T. H. Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 22, n. 3, p. 123-139, sep. 2003
- BLOMHOJ, M. Modelling Competency: Teaching, Learning and Assessing Competency - Overview. In: KAISER G. et al. (eds). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 343-347.
- BLUM, W; FERRI, R. B. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Vol. 1, No. 1, p 45-58, 2009.
- CEITIL, M. – **Gestão e Desenvolvimento de Competências**. 1ª ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2010. ISBN 978-972-618-409-6. DAMETO, C, R;

- REZENDE, A, C; **Modelagem matemática e a BNCC do Ensino Médio**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/15371>. Acesso em: 10 de jun. 2023.
- DIAS, I. S. Competências em Educação: conceito esignificado pedagógico. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, SP. Volume 14, Número 1, Janeiro/Junho de 2010, p.73-78.
- GREEFRATH, G.; KAISER G.; BLUM W. e BORROMEO FERRI R.,  
Mathematisches Modellieren: Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. **Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule**. Wisbaden: Springer Spektrum, 2013. p. 11-37.
- HENNING, H.; KEUNE, M. Levels of modeling competence. **International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling** (ICTMA 14). New York: Springer, p. 225-232, 2011.
- JENSEN, T. H. Assessing mathematical modelling competencies, **Mathematical modelling** (ICTMA 12): Education, engineering and economics (pp. 141–148). Chichester: Horwood, 2007.
- JOLANDEK, E, G; KATO, L, A. Competências do letramento matemático que emergem no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva de licenciandos do Programa Residência Pedagógica, Educação Matemática Pesquisa **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, 2021.
- KAISER, G. Modelling and Modelling competencies in scholl. In: **Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics** (ICTMA 12), Horwood Publishing Chichester, UK, 110-119, 2007.
- LEITÃO, A; ALARCÃO, I; Para uma nova cultura profissional: uma abordagem da complexidade na formação inicial de professores do 1º CEB. **Revista Portuguesa de Educação**, Braga, v. 19, n. 2, p. 51-84, 2006.
- MAAB, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005
- MAAB, K. What are modelling competences? **ZDM**, Eggenstein-Leopoldshafen, v. 38, n.2, p. 113-142, 2006.
- MACEDO, R, S. **Etnopesquisa crítica/etnopesquisa-formação**. Brasília: LiberLivro 2010.
- MCCLLEAND, D.C. 1973. Testing for Competence rather than Intelligence. **American Psychologist**, Washington. D.C: 28, 1-4.
- MISCHO, C.; MAAß, K. Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on

performance in mathematical modeling. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, [S.I.], v.1, n. 7, p. 3-19, 2012.

NEVES, J. L. Pesquisa Qualitativa- Características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v.1, nº 3, 1996.

NISS, M.;HOJGAARD, T. **Competencies and Mathematical Learning**. English edition, October, 2011.

NISS, M, A; HØJGAARD, T. (2019). Competências matemáticas revisitadas. **Estudos Educacionais em Matemática** 102 (1), 9-28. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>. Acesso em: 14 fev.2023.

PACHECO, J. A. **Estudos curriculares: para a compreensão crítica da educação**. São Paulo; Porto Editora, 2006.

REZENDE, M. F., TORTOLA E. **Competências em atividades de modelagem matemática na educação infantil**. (2021). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) -Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/25751>, acesso em: 04 jul. 2023.

ROCHA, J. C.S. **As competências na formação do professor de educação física**.2013. Tese (Doutorado em Educação Física) – Centro de Desportos, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VYGOTSKY, L. S. (1978). **Mind in society: The development of higher psychological processes**. Harvard University Press.

ZANELLA, M. S; KATO, L. A. O desenvolvimento de competências a partir da modelagem matemática: um estudo com alunos da quarta série da escola primária alemã. **Educere et Educare**, [S. l.], v. 12, n. 24, 2017. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/15373>. Acesso em: 27 jul. 2023.

WEBER, F. A entrevista, a pesquisa e o íntimo, ou por que censurar seu diário de campo? **Horizontes Antropológicos**, Porto Alegre, v. 15, n. 32, p. 157-170, 2009. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0104-71832009000200007&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-71832009000200007&lng=en&nrm=iso)>. Acesso em: 12 set. 2023.

## CAPÍTULO 4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa dirigimos nosso olhar para as competências em modelagem matemática a partir de dois objetivos: inventariar como o termo “competências” em modelagem matemática aparece em artigos científicos nos diversos níveis de ensino em pesquisas brasileiras e internacionais e identificar o que se revela a partir das competências manifestas por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para tanto, desenvolvemos nossa pesquisa de modo que as análises sobre esta problemática são apresentadas com base nos dados coletados de fontes teóricas, por meio de artigos científicos, bem como, em uma pesquisa empírica em que atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas por alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental.

A estrutura *multipaper* adotada confere a esse relatório de pesquisa uma discussão acerca da problemática de investigação a partir de dois artigos, que correspondem, respectivamente, ao Capítulo II e Capítulo III. Estes artigos, embora independentes, se interrelacionam, pois possuem elementos em comum e estão alinhados com o tema investigado.

No artigo 1 “Competências em modelagem matemática, inventariamos como o termo “competências” em modelagem matemática aparece em artigos científicos nos diversos níveis de ensino em pesquisas brasileiras e internacionais.

Nesse primeiro artigo a análise dos dezessete trabalhos revela que, em cada etapa da modelagem matemática há o desenvolvimento de competências distintas. Essas competências se expandem a partir de situações que estimulam a reflexão e a argumentação dos alunos, contribuindo para uma compreensão mais profunda do tema e da sociedade em geral. Esse processo capacita os estudantes a lidarem com os desafios cotidianos da convivência social.

A partir das análises dos artigos científicos constatou-se que as atividades de modelagem desempenham um papel significativo no desenvolvimento das competências em modelagem matemática, promovendo a autonomia dos alunos na identificação de variáveis e relações relevantes para a resolução de problemas. No entanto, fatores como o ambiente de aprendizagem, atitudes em relação à modelagem e experiências anteriores podem influenciar o desenvolvimento dessas habilidades.

Pesquisas recentes têm ampliado o entendimento das competências em modelagem matemática, incluindo subcompetências, mas ainda há uma lacuna na teoria



que precisa ser preenchida para conceituar essas competências de forma mais ampla e explorar sua implementação em diferentes níveis de ensino, desenvolvendo modelos conceituais das competências em modelagem matemática e investigando sua aplicação em uma variedade de contextos educacionais, a fim de permitir uma compreensão mais profunda das competências e conhecimentos necessários para realizar com sucesso o processo de modelagem matemática, bem como orientará a prática educacional para promover o desenvolvimento de tais competências.

Uma característica notável nas definições de competências em modelagem matemática é a ênfase na habilidade de condução em todo o processo de modelagem, incluindo a identificação de problemas, análise de dados, criação de modelos, resolução e validação. Essas competências não se limitam apenas ao conhecimento matemático, mas englobam atitudes, disposições e a capacidade de aplicar esses conhecimentos na prática.

Tais concepções abordam diferentes competências em modelagem matemática, de forma variada, com categorizações em diferentes níveis ou ênfase na eficiência do processo, sem níveis específicos.

Essa diversidade de perspectivas enriquece o entendimento das competências em modelagem matemática. No entanto, a avaliação das competências em modelagem matemática permanece como um desafio, uma vez que poucos trabalhos contemplam métodos específicos para essa finalidade. Isso ressalta a necessidade de atualizar os processos de avaliação, especialmente considerando abordagens pedagógicas diversas, como a modelagem matemática.

Nesse contexto pedagógico, os professores enfrentam desafios na identificação e desenvolvimento das competências em modelagem matemática, o que pode afetar o progresso dos alunos nesse aspecto. Assim, é fundamental que os educadores busquem uma compreensão mais aprofundada dessas competências e as incorporem em suas práticas pedagógicas para melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Isso ressalta o papel crucial do professor como facilitador do desenvolvimento dessas competências.

Desse modo, as atividades de modelagem matemática têm um grande potencial para desenvolver competências em estudantes de diferentes níveis de ensino e também em professores. A competência em modelagem matemática é a capacidade de aplicar habilidades matemáticas em situações do mundo real, envolvendo não apenas conhecimento, mas também atitudes e habilidades práticas. No entanto, as definições variam em relação a aspectos específicos, como a eficácia em situações, a aplicação

prática de habilidades e a adaptação contextualizada, ou que enriquece o entendimento dessa competência.

A pesquisa sobre competências em modelagem matemática ainda está em estágio inicial no Brasil, com diversidade de concepções. Apesar disso, a compreensão dos autores converge no que se trata da capacidade de aplicar habilidades matemáticas em contextos reais, considerando atitudes, disposições e habilidades práticas. Há um chamado para aprofundar a pesquisa nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no qual o conhecimento sobre competências em modelagem matemática ainda é inicial. Sendo assim, várias descobertas e tendências foram reveladas, como uma ampla variedade de competências, aspectos sobre a contextualização e desenvolvimento de competências, bem como os desafios encontrados também pelos docentes na mediação e avaliação de competências e por fim a implementação em diferentes níveis de ensino.

No artigo 2, cujo objetivo é identificar o que se revela a partir das competências manifestas por alunos dos anos iniciais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, consideramos uma pesquisa empírica na qual foram desenvolvidas duas atividades de modelagem. Uma delas tinha por interesse “O cansaço dos alunos decorrentes das aulas de educação física” e a outra atividade se ocupava de analisar uma situação, descrita nos seguintes moldes: “Subindo de elevador até o sétimo andar: visita ao quarto do Jorge”.

Nesse segundo artigo observamos a manifestação de múltiplas competências em um único diálogo. As competências dos alunos são demonstradas e aprimoradas através de suas interações, as quais revelam influências culturais provenientes do ambiente em que vivem, além do contínuo desenvolvimento de conceitos matemáticos. Tais conceitos são transformados pelos alunos, em soluções plausíveis para problemas do mundo real. Esse fato ressalta o desenvolvimento da "competência para ver o que a matemática oferece de possibilidades para a solução de problemas do mundo real", (MAAB, 2006, p.139).

Além disso, os alunos demonstram compreensão dos conceitos previamente estudados, aplicando-os a problemas reais. Eles mobilizam conhecimentos adquiridos anteriormente para resolver esses problemas. Ao mesmo tempo, novos conceitos são introduzidos, como o conceito de perímetro, sem que sejam explicitamente indicados. A solicitação do uso da calculadora também evidencia a consciência deles sobre ferramentas que podem auxiliar nos cálculos matemáticos.

A colaboração entre os grupos de alunos é notável. Quando surgem resultados diferentes, os alunos julgam e argumentam, alcançando um consenso que demonstra a mobilização da competência para argumentar em relação aos procedimentos matemáticos. A ajuda mútua e o trabalho em grupo desempenham um papel fundamental nesse processo.

Desse modo, os alunos demonstram um pensamento crítico e interpretativo quando não aceitam a resposta obtida. Eles optam por realizar duas viagens de elevador, demonstrando uma abordagem lógica e reflexiva para a solução do problema.

A partir das atividades de modelagem matemática desenvolvidas destacamos a competência dos alunos em elaborar argumentos relacionados aos procedimentos e formalizá-los por escrito. Os alunos familiarizados com o ambiente escolar e seus colegas de sala, se sentiram à vontade para tecer argumentos, contar histórias e experiências do seu cotidiano para embasar suas respostas, demonstrando uma habilidade de comunicação e expressão. Mesmo surgindo divergências de opinião, eles expressam seus pontos de vista e se ajudaram mutuamente.

Assim, o papel do professor nesse contexto é crucial, pois os alunos ainda precisam de uma orientação e estímulo para reflexão sobre possibilidades e pontos de vista aos quais eles argumentam. Por meio da orientação, o professor desempenha um papel fundamental na promoção do desenvolvimento das competências.

Os resultados demonstram que as competências em matemática são evidentes na modelagem matemática, sendo estruturadas com base no senso crítico e interpretativo dos alunos. Essas competências são desenvolvidas por meio de diálogos, questionamentos e ponderações. As experiências extraescolares desempenham um papel importante na consolidação de conceitos que vão além do contexto escolar, gerando cidadãos críticos e atuantes em seu ambiente.

No geral, enfatizamos a importância de os alunos aplicarem os conhecimentos adquiridos na sala de aula em sua vida cotidiana e em experiências extraescolares. Isso ressalta a necessidade de os professores refletirem continuamente sobre suas práticas e participarem de formação contínua em modelagem matemática, a fim de proporcionar atividades que promovam a apropriação e utilização de conceitos e competências no contexto do dia a dia.

Em suma, essa pesquisa revelou a complexidade e riqueza que permeia o termo competência em modelagem matemática e que o professor tem papel essencial nesse processo, orientando e estimulando os alunos a aplicarem suas habilidades de maneira

significativa. Também indicou que ainda há muito a ser explorado e compreendido nesse campo em constante evolução.

Como professora, carrego dessa pesquisa que é fundamental continuar aprofundando estudos e práticas e ter o cuidado de continuar preparando os alunos para os desafios do mundo real, promovendo não apenas o desenvolvimento de conhecimento matemático, mas também habilidades sociais, emocionais e cognitivas essenciais para o sucesso pessoal e profissional. Investir na promoção da modelagem matemática nas escolas e na formação continuada dos professores é fundamental para garantir uma educação de qualidade e preparar os alunos para os desafios do século XXI.

### **Referências**

MAAB, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. In. BLOMHOJ, M.; BRANDELL, G.; NISS, M. (Eds). **Teaching Mathematics and Its Application: The 10 ICME th** , Copenhagen: Springer, v.24, n. 2-3, p. 61–74, Setembro. 2005.

MAAB, K. What are modelling competencies? **ZDM**, Berlim, v.38 n.2, p. 113-142, 2006.