UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

O PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA, SEU ENSINO E APRENDIZAGEM

Égea Viviane Gomes

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM

União da Vitória

2022

PRPGEM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNESPAR
Universidade Estadual do Paraná

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ – UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – PRPGEM

Égea Viviane Gomes

O PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA, SEU ENSINO E APRENDIZAGEM

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Tecnologia, diversidade e cultura em Educação Matemática como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Dra. Maria Ivete Basniak

União da Vitória
Junho, 2022

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e
Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP
e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Gomes, Égea Viviane
O PIBID na formação inicial de professores: concepções matemáticas, seu ensino e aprendizagem / Égea Viviane Gomes. -- União da Vitória-PR,2022.
85 f.: il.

Orientador: Maria Ivete Basniak.
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -- Universidade Estadual do Paraná, 2022.

1. Matemática - Concepção. 2. Matemática - formação inicial - professores. 3. Matemática - concepção - ensino e aprendizagem. I - Basniak, Maria Ivete (orient). II - Título.

Égea Viviane Gomes

O PIBID NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA, SEU ENSINO E APRENDIZAGEM

Comissão Examinadora:

Dra. Maria Ivete Basniak– Presidente da Comissão Examinadora
UNESPAR

Dra. Mariana Moran - Membro da Banca
UNESPAR

Dra. Ana Carolina de Deus Bueno - Membro da Banca
UNESPAR

Resultado: Aprovada

União da Vitória
Junho, 2022.

Dedico o presente trabalho...

À minha mãe Adélia e ao meu pai Abílio (em memória), por serem sempre presentes e incentivadores em meus estudos e minha formação. À minha irmã Elis e ao meu sobrinho Henrique, que foram grandes motivadores da minha busca pelo conhecimento.

A meu namorado, pelo apoio neste período de estudos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado discernimento, força e oportunidade para cumprir com todas as etapas da minha vida que me fizeram chegar até aqui. Sei que vais comigo, Senhor.

À minha família, pela força, pelo incentivo e pela compreensão de minhas ausências em festividades, feriados e finais de semana, quando precisei estudar.

Aos colegas do PRPGEM, mestrandos de 2019, 2020 e 2021, coordenadores, professores e funcionários, profissionais comprometidos, destaques na Educação Matemática.

Aos colegas do Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística – GEPETEmatE, que, com suas discussões, debates e reflexões, sempre oportunizaram muito aprendizado.

À Banca Examinadora da Qualificação, que contribuiu com seus conhecimentos e sugestões para melhorar esta pesquisa.

Ao PIBID de Educação Matemática, por ceder dados para realização desta pesquisa, especialmente pelas contribuições dos pibidianos.

À orientadora desta pesquisa, Professora Doutora Maria Ivete Basniak, que, com sua sabedoria, conhecimento, preocupação, exigências, conduziu muito bem as orientações mesmo em limites de prazos. Cada passo foi um aprendizado. Aprendi muito com essa grande profissional. Muito obrigada, professora!

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar as concepções de Matemática, seu ensino e sua aprendizagem na formação inicial de professores de Matemática. O quadro teórico está alicerçado em reflexões sobre elementos que precisam ser considerados por influenciarem e constituírem a formação inicial profissional de professores de Matemática, como as concepções da Matemática, de seu ensino e de sua aprendizagem. São tratadas inicialmente as concepções da Matemática em diferentes correntes históricas e filosóficas da Matemática, subsídios para a compreensão das concepções da Matemática que se apresentam no processo de formação de professores. Foi considerado um conjunto de aspectos que configuram duas formas de conceber a Matemática, a primeira como uma Matemática inata, incontestável, rigorosa que precisa ser descoberta, uma *Matemática Pronta e Acabada*; e a segunda como uma Matemática dinâmica que é construída por meio da interação do sujeito com o saber acumulado pela humanidade, ao mesmo tempo, com a sua vivência e experimentação em um mundo real, histórico, cultural e social, que também se constrói pela abstração quando há reflexão, análise, conjecturas e análises que se processam no pensamento, uma *Matemática em Construção*. Essas duas concepções influenciam também as formas de se conceber o ensino da Matemática, refletindo em todos os elementos que fazem parte de seu processo como no papel do professor, do aluno e na abordagem metodológica de ensino. Esta pesquisa se caracteriza como uma pesquisa qualitativa e por motivos da pandemia da Covid-19, não foi possível coletar os dados *in loco*, por isso a coleta foi realizada a partir de gravações das reuniões de um PIBID de Matemática de uma Universidade Pública, que ocorreram de forma remota durante o período. Foram selecionadas as reuniões em que houve discussão, planejamento e análise de tarefas de natureza exploratória. Para análise qualitativa, as falas e os diálogos dos pibidianos foram categorizados em quatro Episódios: i) Episódio 1 *"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê.";* ii) Episódio 2 *"[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo o que eu preciso saber para eu chegar numa sala de aula e saber passar para meu aluno…"*; iii) Episódio 3 *"Eu expliquei assim… Eu expliquei no on-line… Eu estava tentando explicar a eles que…" (Expliquei, expliquei, expliquei…)*; iv) Episódio 4 *"Então… ficou com essa nota."*. Os resultados revelam que as concepções dos futuros professores podem se transformar ou se afirmar durante a formação inicial conforme suas visões e leitura de mundo e que as discussões realizadas no PIBID possibilitaram a reflexão sobre concepções, convicções e crenças, proporcionando novos pontos de vista. Ao concluir esta pesquisa, verificou-se que, durante o período cronológico analisado, houve a transição das concepções prévias dos pibidianos enraizadas em uma concepção de uma *Matemática Pronta Acabada* para a concepção de uma *Matemática em Construção.*

Palavras-chave: Concepção Matemática. Concepção de ensino e de aprendizagem em Matemática. Formação inicial de professores de Matemática.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the concepts of Mathematics, it's teaching, and learning in the initial formation of Mathematics teachers. The theoretical framework is based on reflections on elements that need to be considered as they influence and constitute the initial professional training of Mathematics teachers, such as the concepts of Mathematics, it's teaching, and learning. Initially, the concepts of Mathematics in different historical and philosophical currents of Mathematics are treated, subsidies for understanding the concepts of Mathematics that are presented in the process of teacher training. It was considered a set of aspects that configure two ways of conceiving Mathematics, the first as an innate, indisputable, rigorous Mathematics that needs to be discovered, a *Ready and Finished Mathematics*; and the second as a dynamic Mathematics that is built through the subject's interaction with the knowledge accumulated by humanity, at the same time, with their experience and experimentation in a real, historical, cultural and social world, which is also built by abstraction when there is reflection, analysis, conjectures and analyzes that are processed in thought, a *Mathematics in Construction*. These two conceptions also influence the ways of conceiving the teaching of Mathematics, reflecting on all the elements that are part of its processes, such as the role of the teacher, the student, and the methodological approach to teaching. Due to the Covid-19 pandemic, it was not possible to collect the data *in loco*, so the collection was carried out from recordings of the meetings of a PIBID of Mathematics of a Public University, which took place remotely during the period. The meetings in which there was discussion, planning, and analysis of tasks of an exploratory nature were selected. For qualitative analysis, the speeches and dialogues of the Pibidians were categorized into four Episodes: i) Episode 1 *"I know what the rule is, but I can't explain why.";* ii) Episode 2 *"[...] that I really leave college knowing what I need to know so I can get to a classroom and know how to pass it on to my student…"*; iii) Episode 3 *"I explained it like this… I explained it online… I was trying to explain to them that… (I explained, explained, explained…)"*; iv) Episode 4 *"So…you got that note."*. The results reveal that the conceptions of future teachers can be transformed or affirmed during the initial formation according to their visions and reading of the world and that the discussions held at PIBID made it possible to reflect on conceptions, convictions, and beliefs, providing new points of view. At the conclusion of this research, it was verified that, during the chronological period analyzed, there was a transition from the previous conceptions of the Pibidians rooted in a conception of a *Finished Ready Mathematics* to the conception of a *Mathematics in Construction.*

Keywords: Mathematical Conception. The conception of teaching and learning in Mathematics. Initial training of mathematics teachers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Compreendemos a formação inicial como um dos alicerces da profissão do professor, mais especificamente a formação inicial de professores de Matemática, que ocorre principalmente no Ensino Superior em cursos de licenciatura em Matemática. Entendemos que, quando os alunos chegam a esses cursos, já possuem uma idealização do que é ser professor, pautada em suas vivências enquanto alunos. Isso implica diretamente suas concepções de ensino, aprendizagem e conhecimento matemático.

Tardif (2002) discorre sobre a problemática dos modelos educacionais que não consideram crenças, representações anteriores dos alunos acerca do ensino e os tratam como *espíritos virgens*. Na formação inicial, essas crenças e representações dos futuros professores podem ser consideradas como conhecimentos prévios que ajustam as experiências de formação e seus resultados.

Dessa forma, neste trabalho, investigamos concepções de Matemática e seu ensino e aprendizagem sob o ponto de vista de acadêmicos participantes do PIBID de Matemática, que chamaremos de pibidianos. Por se tratar de um estudo sobre concepções de ensino na formação inicial de professores de Matemática, elucidamos como consideramos o termo *concepções* em nosso estudo, pois é abrangente e envolve múltiplos sentidos, dos mais simples aos mais complexos, conforme sua utilização em determinados contextos.

Ao estudarmos concepções, deparamo-nos com algumas limitações, visto que elas se encontram em meio fluido e dinâmico. A fim de buscarmos áreas de estabilidade, apoiados em Garnica (2008), compreendemos que concepções podem ser consideradas como *algos*, crenças, percepções, juízos, experiências prévias sobre os quais nos sentimos aptos para agir. “Concepções, são, portanto, suporte para a ação” (GARNICA, 2008, p. 499). Portanto, a partir de nossas concepções, criamos hábitos, argumentos, discursos, entendimentos e intervenções que julgamos seguras. Assim, as concepções estão diretamente relacionadas à ação e refletem nas tomadas de decisões e posicionamento diante do conhecimento, no caso deste estudo, diante do ensino e da aprendizagem da Matemática.

A temática das concepções no ensino tem chamado a atenção de investigadores matemáticos. Estudos que procuram compreender o papel das concepções na formação do professor, especialmente na formação inicial, são importantes não somente para compreender os fatores envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, mas também para entendimento de suas implicações na formação do futuro profissional.

Mesmo existindo diferentes concepções sobre a Matemática, a partir da revisão de literatura, buscamos, em alguns aspectos da História e da Filosofia da Matemática, compreender a natureza da Matemática e a origem de concepções sobre ela que ecoam até a atualidade por meio do tempo. Nesse contexto, para dar direcionamento à pesquisa e às análises, delimitamos duas concepções amplas de Matemática que regem as ações de seu ensino e de sua aprendizagem: *a* concepção de uma *Matemática Pronta e Acabada* e a concepção de uma *Matemática em Construção.*

As motivações que levaram ao problema desta pesquisa fazem parte de minhas[1] vivências e experiências como discente e como profissional da educação (ora como docente em sala de aula, ora como professora pedagoga na gestão pedagógica da escola). Em minha escolarização, sempre fui familiarizada à disciplina de Matemática e era notável que alguns colegas não gostavam muito das aulas dessa disciplina. Isso se dava, em especial, pela falta de compreensão sobre adição, subtração e divisão e pela ênfase dada à memorização da tabuada, que visava ao resultado correto por parte dos estudantes.

Os primeiros contatos que tive com a Matemática foram no início do ensino de 1º Grau, da 1ª à 4ª série, que hoje corresponde à escolarização do Ensino Fundamental I, do 1º ao 5º ano. Recordo-me principalmente das tarefas como aprender a adição e a subtração com sementes e tampinhas de garrafa, jogo de multiplicação com blocos lógicos e as frações contendo um pedaço quadrado de bolo em um pratinho. Da 5ª à 8ª série, como era chamado na época, o que atualmente corresponde à escolarização do Ensino Fundamental II, do 6º ao 9º ano, lembro-me da confecção de figuras geométricas tridimensionais e das tarefas realizadas na área externa da sala de aula. No 2º Grau, hoje Ensino Médio, fiz o curso técnico em Contabilidade, quando, além da disciplina de Matemática, estudei Matemática Financeira e Estatística.

Após, cursei Pedagogia com habilitação em Orientação Educacional. Na época, de 1997 a 2000, havia no currículo somente a disciplina de Estatística, a qual se aproximava mais da Matemática por envolver cálculos e resolução de problemas. Então, comecei a observar as diferentes concepções que as pessoas tinham em relação à

---

[1] A partir deste momento, o texto está escrito em primeira pessoa do singular pelo fato de se tratar das experiências pessoais da pesquisadora, retornando depois para a primeira pessoa do plural.

Matemática, tanto os discentes quanto os docentes. Ouvi muitos relatos de colegas sobre a Matemática ser difícil, sobre não gostarem da disciplina de Estatística porque era parecida com a Matemática e ficavam receosos com o dia de prova.

Também cursei o Magistério concomitante à minha graduação, quando tive a disciplina de Metodologia da Matemática, que tratava do *como ensinar a Matemática* na Educação Infantil e nos Anos Iniciais. A disciplina retomava conteúdos matemáticos da Educação Infantil e dos Anos Iniciais e apresentava muitos recursos e materiais pedagógicos para ensinar os conteúdos, como Material Dourado, Escala *Cuisenaire*, blocos lógicos, jogos com as quatro operações, brincadeiras, cantigas. Além disso, eram confeccionados alguns materiais como cartaz de pregas, para ser utilizado para o ensino do Sistema de Numeração Decimal, e flanelógrafo, usado para trabalhar conjuntos. Estudávamos os conteúdos e elaborávamos planos de aula apresentados em *microaulas*.

Quando ainda cursava a graduação, passei a trabalhar como estagiária na Educação Infantil, como professora de contrato temporário de diferentes disciplinas da 1ª à 4ª série do Ensino de 1º Grau e com aulas de reforço escolar de Matemática e outras disciplinas em um projeto social. Nesse período, observei que, na Educação Infantil, a curiosidade das crianças e a forma que ensinamos fazem com que elas demonstrem maior interesse pela Matemática. Na 1ª à 4ª série, Anos Iniciais do Ensino Fundamental, alguns alunos expressavam em suas falas as concepções que os adultos próximos tinham sobre a Matemática, como, por exemplo: *a Matemática é para os inteligentes! Quem não aprende Matemática é cabeça dura igual a fulano!*, referindo-se a alguém de sua família.

Concluída a graduação, passei a atuar como Orientadora Educacional e Supervisora Escolar em escolas públicas de Ensino Fundamental e Educação Infantil e como Professora Pedagoga em escolas paranaenses da rede pública no Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos, função na qual permaneço atuando.

Acompanhando os processos de ensino e aprendizagem, constato que o rendimento escolar na disciplina de Matemática e naquelas que envolvem cálculos sempre exige maior atenção e discussão nos Conselhos de Classes. Isso pode estar relacionado às concepções que alunos e professores têm sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem.

Observo que os professores que não atuam na área, concebem a Matemática como uma disciplina difícil e rigorosa, como conhecimento ou ciência *Pronta e*

Acabada, com verdades absolutas, incontestáveis, rigorosa e com um fim em si mesma, tratando apenas dos conhecimentos abstratos no mundo das ideias que precisam ser descobertos, seu ensino precisa ser rigoroso, e o erro não é aceito. Infelizmente, também noto que ainda temos professores da própria disciplina que reforçam essa concepção, reproduzindo a forma como aprenderam, dando ênfase às técnicas de resolução, focando no resultado.

Por outro lado, temos professores de Matemática comprometidos, que estão sempre estudando, planejando e organizando formas de atingir os objetivos de aprendizagem da disciplina. Esses professores concebem a Matemática como uma ciência dinâmica, uma *Matemática em Construção,* estabelecendo relações entre o conteúdo estudado e a realidade do aluno, analisando o caminho e as estratégias que o discente utilizou para construir seu conhecimento.

Em minha atuação profissional, também trabalhei como professora em *Curso de Formação de Docentes Normal*[2] e professora colaboradora no Ensino Superior no curso de Pedagogia, atuei também em disciplinas pedagógicas de outros cursos de licenciatura. Com essa experiência, observei que os estudantes dos cursos de Formação de Professores têm algumas concepções sobre a Matemática e seu ensino e sua aprendizagem podem gerar conflitos na futura atuação profissional. Isso porque os estudantes na formação inicial já carregam consigo concepções não condizentes com a realidade do ensino e da aprendizagem da Matemática na atualidade. Em alguns momentos, revelam compreender a Matemática como algo assustador, que não é deste mundo, um *monstro monstruoso* (LINS, 2004) e, em outros momentos, consideram que a Matemática seria o domínio do rigor e da perfeição, fundamentando-se em cálculos e demonstrações a partir de axiomas, que somente gênios podem criar algo novo, que a melhor Matemática é pura e abstrata (PONTE, 1992). Isso leva a crer que a Matemática é uma disciplina difícil que deve ser ensinada por meio de exercícios e com rigor para não haver erros. Essas concepções refletem em alguns elementos que fazem parte dos processos de ensino e de aprendizagem: “As concepções condicionam a forma de abordagem das tarefas, muitas vezes nos orientando para abordagens que estão longe de ser as mais adequadas” (PONTE, 1992, p. 8).

---

[2] O Curso de Formação de Docentes Normal, em nível Médio, ofertado pela rede estadual de ensino do Paraná é um curso profissionalizante que tem como objetivo formar professores para atuar como docentes na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (SEED, 2020).

Das inquietações geradas sobre as concepções da Matemática e de seu ensino e de sua aprendizagem, emerge o interesse pela pesquisa sobre as concepções na formação inicial de professores de Matemática. Nesse contexto, vislumbramos o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) por possibilitar a vivência da realidade da sala de aula na escola pública ao pibidiano, nesta pesquisa, o pibidiano de Matemática que favorece investigar as possibilidades de problematizar questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

O PIBID ganha relevância para compor o campo desta pesquisa, pois o nome do programa – *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência* – sugere a iniciação à realidade da futura profissão de professor. O PIBID é uma Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que possibilita aos acadêmicos do 1º e 2º anos do curso de licenciatura em Matemática aproximação com a realidade das escolas públicas de Educação Básica e com o contexto em que elas estão inseridas.

Segundo Maranhão, Barros, Oliveira (2016), o PIBID é um importante instrumento na efetivação do perfil profissional com bases teóricas e práticas articuladas, capaz de promover práticas educativas conforme as necessidades da escola pública. Condiz com o perfil profissional descrito na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9.394/96) e também está consoante aos objetivos e às metas do Plano Nacional da Educação (PNE/2014), contribuindo para sua efetivação. Dessa forma, o PIBID pode ser considerado um dos programas mais relevantes para a Educação Básica na atualidade. A aproximação entre a universidade e a escola, promovida por ele, gera transformações em ambas, tornando-as espaços articulados de formação para os estudantes de licenciatura, futuros professores, e também para os professores em exercício por promover a reflexão sobre as suas práticas.

Aos pibidianos, o PIBID possibilita a aproximação da fundamentação teórico-metodológica estudada na universidade com a prática no contexto escolar da Educação Básica, preparando-os como futuros professores para a atuação junto aos estudantes que frequentam a escola pública, propiciando reflexões pautadas na vivência da sala de aula.

Ao oportunizar formação aos professores em exercício, o PIBID resgata a ação e o trabalho da pesquisa, por meio da discussão, da divulgação e da produção de conhecimentos, teorias, métodos e práticas de ensino. Nesse sentido, o diálogo estabelecido entre a universidade e a escola pública oportuniza a valorização das licenciaturas e do trabalho dos professores participantes do programa, promovendo a formação docente em todas as suas etapas, tanto na inicial quanto na continuada. O PIBID engloba muitos sujeitos, como pibidianos, professores coordenadores das universidades e professores supervisores da escola pública, atendidos e envolvidos no aspecto formador desse programa.

Também, é válido ressaltar que as bolsas subsidiam a dedicação e a participação no programa, principalmente àquelas destinadas aos pibidianos, visto que muitos precisam trabalhar para garantir seus estudos e sustento durante o período da graduação e a bolsa que recebem os auxilia, possibilitando a dedicação de parte de seu tempo para os estudos e pesquisas no PIBID. Considerando a grandeza no cenário educacional, especialmente na formação de professores, o PIBID se torna um campo rico para investigação, principalmente sobre a formação inicial de professores, devido ao contato que os pibidianos têm com a realidade escolar. Dessa forma, esta pesquisa investigou as concepções, o ensino e a aprendizagem da Matemática de pibidianos de Matemática ao longo de sua participação no programa.

Para a realização desta dissertação, primeiramente, foi construído o quadro teórico para fundamentar a pesquisa. Assim, no capítulo *A Natureza da Matemática e as Concepções de Matemática, seu ensino e aprendizagem*, apresentamos a fundamentação teórica em que discutimos a origem das concepções, considerando a natureza da Matemática, o racionalismo e o empiricismo, o realismo e o idealismo e as concepções de ensino. A partir da fundamentação teórica, delineamos duas concepções que determinaram o direcionamento da investigação – a de uma *Matemática Pronta e Acabada* e a outra a de uma *Matemática em Construção* – e também como essas concepções se manifestam no ensino e na aprendizagem da Matemática.

No capítulo *Contexto e pressupostos metodológicos*, descrevemos o contexto da pesquisa, caracterizando como campo da pesquisa o PIBID de Educação Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná e como sujeitos da pesquisa onze pibidianos dos dois primeiros anos do curso de licenciatura em Matemática. Nesse capítulo, contextualizamos o momento histórico em que se realiza a pesquisa, momento de distanciamento social devido à pandemia da Covid-19 e as adaptações necessárias para o desenvolvimento deste estudo. Descrevemos o percurso metodológico e a abordagem metodológica adotada, destacando os detalhes dos instrumentos metodológicos referentes à coleta de dados e informações, os caminhos teóricos e analíticos no processo de sistematização. Sobre a coleta de dados, destacamos que foi realizada por meio da análise das gravações em vídeo das reuniões do PIBID de

Matemática conforme Edital nº 003/2020 – DPP/PROGRAD/UNESPAR, nos termos do Edital nº 02/2020 – CAPES, bem como da Portaria nº 259, de 17 de dezembro de 2019. As atividades do PIBID de Matemática em questão iniciaram em outubro de 2020 e se desenvolveram até março de 2022. Primeiramente, assistimos às gravações e depois selecionamos aquelas que tratavam sobre tarefas de natureza exploratória[3]. Das reuniões selecionadas foram analisados os episódios que condiziam com os objetivos desta pesquisa.

No capítulo *Concepções na formação inicial de professores de Matemática*, apresentamos as análises dos dados por meio da sistematização das transcrições das informações obtidas nas gravações das reuniões em vídeos, organizados em quatro episódios de análises: i) Episódio 1 *"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê"*; ii) Episódio 2 *"[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo que eu preciso saber para eu chegar numa sala de aula e saber passar para meu aluno…"*; iii) Episódio 3 *"Eu expliquei assim… Eu expliquei no on-line… Eu estava tentando explicar a eles que…" (Expliquei, expliquei, expliquei…)*; iv) Episódio 4 *"Então… ficou com essa nota."*.

As considerações finais versam sobre os eixos centrais de análise e suas interpretações; como as concepções da *Matemática Pronta e Acabada* e da *Matemática em Construção* se apresentam em cada episódio, qual delas ganha maior destaque nos diálogos dos pibidianos considerando os quatro episódios; e a possibilidade de novas pesquisas por se tratar de um assunto que não se esgota em uma investigação, pois, há vários contextos e abordagens norteadores de novas pesquisas sobre as concepções de Matemática, seu ensino e aprendizagem na formação inicial.

---

[3] "O ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva. Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática" (CANAVARRO, 2011, p. 11).

2 A NATUREZA DA MATEMÁTICA E AS CONCEPÇÕES DE MATEMÁTICA, SEU ENSINO E APRENDIZAGEM

Compreender a formação inicial de professores como início da profissionalização docente requer considerar aspectos que antecedem esse período da formação e que influenciam a constituição do profissional *professor*. Também é importante considerar o estudante enquanto sujeito de sua aprendizagem na formação inicial e não um mero espectador do que lhe é apresentado como conhecimento essencial para se tornar um professor.

Esta pesquisa trata da formação inicial de professores de Matemática. Nesse contexto, nosso quadro teórico está alicerçado em reflexões referentes às concepções sobre a Matemática e sobre o ensino da Matemática. Acreditamos que essas concepções precisam ser consideradas por influenciarem e constituírem a formação inicial profissional.

Também é necessário ponderar a natureza da Matemática e seus elementos, compreender como eles se constroem no decorrer da História da Matemática e na história da Filosofia da Matemática, implicando a constituição das concepções de Matemática de que tratamos neste trabalho.

2.1 A natureza da Matemática

A Matemática pode ser considerada como um saber vivo que vem sendo construído histórica e culturalmente, Becker (2012) descreve a Matemática como uma obra humana construída ao longo da História, produzida pelos humanos por um processo de busca da compreensão do ambiente que os rodeia: suas ações, suas origens e sua presença no mundo. Portanto, a “[...] história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas no contexto específico de sua época” (D’AMBROSIO, 1996, p. 29).

Para D’Ambrosio (1996), conhecer a matemática de ontem possibilita orientar o aprendizado e o desenvolvimento da matemática de hoje. Entretanto, o autor salienta que, mesmo entendendo que o conhecimento pode ser cumulativo e que algo de um contexto pode servir para outros, e que a matemática do passado pode servir de base para a matemática de hoje, o conhecimento das práticas e das teorias criadas que resolviam problemas no passado, em algumas situações, pouco contribuem para resolver os problemas atuais.

Assim, em uma análise das questões históricas que levaram ao desenvolvimento da Matemática pelas diferentes civilizações, D'Ambrosio (1996) aponta que, na civilização egípcia, 5.000 AP (Antes do Presente), é visível uma vertente aritmética de divisão de recursos, desenvolvendo frações e outra vertente de uma geometria semelhante à agrimensura. Portanto, há o desenvolvimento de uma matemática para alocação de terras aráveis e uma matemática relacionada a técnicas de construção ou mecânica de construções. Isso está relacionado ao fato de que essa civilização se organizava com base na agricultura em torno do Rio Nilo e era subordinada à hierarquia de um faraó legitimado por divindades. Os conhecimentos sobre a matemática dessa civilização chegaram até a atualidade por papiros escritos em hieróglifos.

Já o conhecimento matemático da civilização da Babilônia, segundo D'Ambrosio (1996), desenvolveu-se a partir da aritmética de contagem e de cálculos astronômicos, devido à necessidade vinda da atividade do pastoreio. O conhecimento matemático dessa civilização está registrado por meio da escrita cuneiforme em tabletes de argila.

Ponte (1997) analisa, no decorrer da História da Matemática, as questões sobre a natureza dos entes matemáticos e sobre o que a Matemática estuda por meio de dois prismas: um, a partir da imaterialidade dos objetos matemáticos e, outro, sobre esses objetos na sua relação com o sujeito que os conhece ou procura conhecê-los. Segundo ele, devido à imaterialidade dos objetos matemáticos nos textos das primeiras civilizações orientais do Egito e da Babilônia, por serem muito fragmentados, não é possível uma análise detalhada do processo de constituição de uma aritmética e de uma geometria. Mas, segundo o autor, eles mostram claramente conceitos que dizem respeito apenas a objetos concretos, como enumeração de objetos, medida de grandezas suscetíveis de adição e subtração (comprimento, área, volume, peso, ângulo), para cada qual, toma uma unidade e muitas vezes os seus múltiplos ou submúltiplos. D'Ambrosio (1996, p. 25) corrobora essa questão, explicando que

> Os povos organizados em torno de inúmeros rios destacaram-se por praticarem uma matemática utilitária, semelhante à dos egípcios, mas ao mesmo tempo desenvolveram um pensamento abstrato, com objetivos religiosos e rituais. Começa assim o modelo de explicações que vai dar origem às ciências, à filosofia e à matemática abstrata. É muito importante anotar que duas formas de matemática, uma que poderíamos chamar

> matemática utilitária e outra, matemática abstrata (ou teórica ou de explicações), conviviam e são perfeitamente distinguíveis no mundo grego [...].

A transição do conhecimento matemático empírico das antigas civilizações para o conhecimento matemático grego dedutivo, sistemático fundamentado em definições e axiomas, foi uma grande transformação na História da Matemática (BICUDO, 1998).

Grande parte do conhecimento da Matemática grega que temos na atualidade está na obra dos três maiores filósofos da Antiguidade grega: Sócrates, Platão e Aristóteles. Segundo D'Ambrosio (1996), o movimento intelectual da época ocorria em academias, a Matemática e a Filosofia representavam uma mesma linha de pensamento. Platão distinguia a Matemática utilitária da Matemática abstrata. A primeira era importante para os comerciantes e os artesãos, os trabalhadores manuais, mas não para os intelectuais. Para os últimos, Platão defendia a Matemática abstrata como fundamental para aqueles que seriam dirigentes, a elite da época. Por essa distinção, Platão e Aristóteles entendiam que a atividade comercial significava arte mecânica, desvalorizando-a, não cabendo, assim, a experimentação e a observação no modo de pensar dos gregos.

Um dos aspectos mais inovadores do pensamento grego sobre a Matemática foi que o *Cosmos* era regido pelas leis matemáticas verdadeiras, que poderiam ser descobertas. Mas ainda havia dúvida sobre como saber se as leis descobertas eram verdadeiras.

Entre os pensadores gregos (século V), surgiram as primeiras demonstrações e com elas a necessidade de definir noções como figura, posição, grandeza, quantidade e medida.

Platão afirmava que os matemáticos se serviam de figuras visíveis (ou com que se pareciam) para estabelecer seus raciocínios. Aristóteles apoiava a ideia de que as investigações dos matemáticos incidiam sobre a abstração das coisas. E Euclides atribuiu o caráter de objeto de pensamento aos objetos matemáticos concebidos por Platão e Aristóteles.

A Matemática grega, em seus primeiros estudos, se amparou na razão com objetivo de compreender o lugar do homem no Universo e encontrar a *ordem no caos*, ordenando as ideias em sequências lógicas e princípios fundamentais, dando margem a uma nova Matemática com ênfase mais no espírito da compreensão do que no da utilidade.

> Constata-se assim que, pelo menos desde Platão, os matemáticos têm consciência de que os objectos sobre os quais raciocinam, embora tendo nomes idênticos aos que intervém em cálculos práticos (números, figuras geométricas, grandezas) são seres completamente diferentes, seres imateriais obtidos por abstração, a partir de objectos acessíveis aos sentidos, mas de que deles são apenas "*imagens*". Esta foi, aliás, uma das grandes ideias originais dos gregos: a atribuição às noções matemáticas do carácter de objectos de pensamento (PONTE, 1997, p. 2).

Para o autor, as Matemáticas orientais se construíram sobre a acumulação de um conjunto de fatos, regras e processos ao longo do tempo, sofrendo a influência milenar dos problemas práticos e administrativos que haviam sido criados para chegar a determinadas resoluções. Assim, desenvolveram-se de forma não dedutiva as regras e os procedimentos que surgiam por meio da tentativa e do erro, isto é, por meio da observação e da experimentação, servindo como começo para o trabalho matemático grego.

Para os pitagóricos, a Matemática explicava a ordenação do Universo, tudo era número, as coisas eram números. A Matemática era concebida como um modelo explicativo pelo qual o homem poderia intervir na ordem da natureza eliminando o caos. Eles entendiam o número como ponto ou partícula para explicar a natureza, colocando o número ao centro de uma filosofia que procurava reduzir todas as relações fundamentais a relações matemáticas. Mas apenas reconheciam os números inteiros ou os fracionários. E a descoberta de que há relações que não podem ser expressas por meio desses números colocou em questionamento a harmonia entre aritmética e geometria.

Sobre o ensino da Matemática, Baraldi (1999) ressalta que a concepção pitagórica ainda aparece difundida no âmbito educacional, quando se dá importância às afirmações de que *os números regem o Universo, tudo é Matemática.* Sendo assim, conceber a Matemática implica somente contar e fazer cálculos para compreender a realidade concreta, discriminando os aspectos humanos, históricos e sociais.

No século XVIII, os matemáticos já reconheciam a imaterialidade e o caráter de objetos de pensamento e tinham deles imagens acessíveis aos sentidos. Porém, precisavam de novos objetos matemáticos que deixassem de se apoiar em imagens sensíveis. Delineou-se, assim, a ideia de estrutura na base de uma teoria matemática que foi mais aprofundada no século XX, a qual constatou que a relação entre os objetos é mais importante que a sua natureza.

A questão sobre a natureza dos objetos matemáticos foi muita discutida ao longo do tempo por matemáticos e filósofos, porém, devido à elucidação de alguns aspectos e de outros não, essa discussão permanece até os dias atuais.

Para Bicudo e Meneghetti (2003), a constituição do saber matemático mostra posições diversificadas em diferentes épocas e para diferentes filósofos, conforme análise ao longo da História e da Filosofia da Matemática. Desde a época de Platão, filósofos e matemáticos nem sempre concordavam em relação à natureza da Matemática. E a análise que contribui por meio da experiência e da razão na gênese e na formação da Matemática se distingue por duas perspectivas: o racionalismo e o empiricismo.

2.1.1 Racionalismo e empiricismo

Para os racionalistas, a razão é o traço essencial da mente humana, pois permite conhecer as verdades independentes da observação. Entendiam que essa é a faculdade mais visível na Matemática, em que, partindo de verdades autoevidentes, por raciocínios estabelecidos pela razão, se consegue descobrir e chegar a conclusões não evidentes. A Matemática se constitui no melhor argumento para confirmar a sua visão sobre o mundo. Entre os racionalistas mais conhecidos, destacam-se Espinosa, Descartes e Leibniz.

Além de ser um dos três principais racionalistas, o filósofo alemão, polímata, Leibniz (1646-1716) teve grande importância na História da Matemática e da Filosofia. Conforme evidenciam Bicudo e Meneghetti (2003), para ele, o conhecimento era inato, assim como no platonismo.

Na opinião de Leibniz, o conhecimento está contido na alma, e assim aprender matemática consiste em despertar o conhecimento matemático latente em cada um. E quanto mais matemático, mais racional será esse conhecimento.

Embora as correntes filosóficas de Platão, Descartes e Leibniz valorizem a razão em detrimento da intuição sensível na concepção e na constituição do saber matemático, o racionalismo não deu conta de todos os questionamentos que surgiam.

O racionalismo foi posteriormente questionado pelo materialismo e pelo empiricismo, que afirmava que todo conhecimento tinha por base a observação. Mas o conhecimento matemático era exceção em relação a essa regra, visto que o empiricismo se firmou por meio do progresso das ciências da natureza, tendo como base o método experimental (PONTE, 1997).

Antes de Kant, houve um grupo de empiristas de posição contrária ao racionalismo, que enfatizava a intuição sensível em detrimento da razão. Destacam-se os trabalhos de Newton, Locke, Berkeley e Hume (BICUDO; MENEGHETTI, 2003).

Ponte (1997) e, Bicudo e Meneghetti (2003) destacam algumas concepções sobre conhecimento e conhecimento matemático abordadas por esses empiristas, sistematizadas no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Concepções de conhecimento e de conhecimento matemático

Filósofo e/ou matemático	**Concepção de conhecimento**	**Concepção de conhecimento matemático**
Newton (1643-1727) filósofo matemático	O conhecimento era constituído em um corpo de verdades a respeito do mundo natural. A experiência era condição inicial e também condição final de todo conhecimento.	A matemática pretendia uma explicação para os fenômenos observados, moldando-se em função da experiência. As leis matemáticas eram dedutíveis e verificáveis por meio dos fenômenos físicos. Não se concebiam na matemática certezas absolutamente *a priori*. A matemática estava sujeita à experiência, visto que a certeza do conhecimento encontra-se na experiência.
Locke (1621-1704) empirista inglês	Fundamentou o conhecimento exclusivamente na experiência. Todas as ideias são derivadas da sensação, da experiência exterior ou da reflexão, da experiência interior. Entende o conhecimento intuitivo como mais claro e mais seguro, enquanto o conhecimento demonstrativo como obscuro por não proporcionar uma certeza imediata.	Concebe o saber matemático fundamentado na intuição e não no raciocínio discursivo. O conhecimento matemático é obtido por meio da comparação de ideias claras e não está apoiado e nem se deriva de axiomas.
Berkeley (1685-1753) Filósofo	Reduziu o conhecimento à vivência e à percepção. A existência das ideias consiste em serem percebidas, não existem por si só.	Sobre a existência da matemática, os objetos dessa ciência precisam ser percebidos, ela não existe fora do espírito. Ainda, considerou as ideias gerais abstratas como erros e fontes de dificuldades.
Hume (1711-1776)	Percebeu a experiência e a observação como uma fundamentação sólida para a ciência. Defendia que não conhecemos nenhum espírito, nem	Em relação à matemática, o filósofo não rejeitou os axiomas relativos a números e figuras geométricas, mas desvalorizou os resultados que deles derivam, presumindo que provinham

	a matéria, não admitia a existência de outras substâncias, a não ser aquelas que temos experiência imediata, reduzindo essa experiência a um conjunto de sensações. Afirmava que tudo o que sabemos vem das próprias sensações provenientes de tal mundo. E os pensamentos eram constituídos apenas de percepções, distinguindo-as em impressões e ideias. As impressões seriam as percepções fortes e vivas, elementos primitivos da experiência, e as ideias seriam percepções fracas e obscuras, cópias das impressões. Sua metodologia consistiu em analisar ideias em busca de impressões. Considerou por prova argumentos vindos da experiência que não davam lugar à dúvida. E fundamentou no hábito de certo número de experimentos uniformes a inferência casual, não a intuitiva e demonstrativa. Nesse sentido, trata-se de uma concepção sem razão e sem lógica.	das sensações do mundo físico.

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

As considerações de Hume foram contestadas pelos intelectuais do século XVIII. Outro empirista que tentou propor uma teoria sobre o conhecimento matemático no século XIX foi Stuart Mill, porém, não com a mesma relevância dos supracitados. Não teve aceitação no meio filosófico e matemático por “[...] sustentar que as afirmações Matemáticas são generalizações indutivas feitas a partir das nossas experiências e observações” (PONTE, 1997, p. 5).

O autor destaca que Kant procurou unificar, mesmo que contraditórias, as percepções do racionalismo e do empiricismo, distinguindo o conhecimento *a priori* do conhecimento *a posteriori* e o conhecimento analítico do sintético. Considerou como o conhecimento *a priori* aquele universal, intemporal que se fundamenta na razão e independente da experiência, e como conhecimento *a posteriori* o que é fundamentado na experiência e na observação do mundo físico; e enquanto o conhecimento analítico se refere a um conhecimento explicativo, o sintético acrescenta algo de novo ao conhecimento que já se possui.

> A grande questão filosófica de Kant é saber como é possível o conhecimento sintético *a priori* e, em particular, como é possível a existência de conhecimento matemático. A resposta que se dá a esta questão é a de que o nosso espírito dispõe de formas puras de espaço e de tempo (a que Kant chama intuições) através das quais percebe, organiza e compreende a experiência. Assim, Kant, embora glorificando a razão a que atribui a tarefa de explorar as formas do espírito humano, não nega o valor da experiência e dos provenientes da observação (PONTE, 1997, p. 5).

Para Kant, a Matemática era a prova da existência do conhecimento *a priori*. Ao colocar a fonte da Matemática no poder organizador do espírito, deu-lhe um caráter de necessidade, marcando-a como intemporal e incontestável, aspectos que se mantiveram até o século XX. A Matemática para os empiristas estava sujeita à experiência e não possuía o lugar de privilégio que conquistou no Racionalismo de Leibniz, no Realismo de Platão, no Idealismo de Descartes (BICUDO; MENEGHETTI, 2003), os quais são discutidos na seção que segue.

2.1.2 Realismo e idealismo

Segundo Ponte (1997), no realismo, há a realidade de um universo matemático autônomo, e os objetos matemáticos existem independentemente do sujeito, ou seja, o homem limita-se a descobrir a realidade. O realismo tem por base a doutrina de Platão, para quem os objetos matemáticos são reais, mesmo que não sejam físicos ou materiais. Portanto, existem independentemente do nosso conhecimento, pois existem fora do tempo e do espaço, são imutáveis, não foram criados e nem desaparecem. Nesse contexto, o fazer Matemática consiste na descrição da descoberta desses objetos e das relações que os unem.

> O platonismo e o idealismo embora se situem em posições extremas quanto à questão da existência e realidade dos objectos matemáticos, estão muitas vezes presentes, em simultâneo, no pensamento dos professores de Matemática. Por um lado, a Matemática é vista como uma revelação como uma passagem do concreto ao abstrato, mas, por outro lado, o professor espanta-se com a sua aplicabilidade à interpretação do mundo físico. Fica perplexo com o facto de especulações puramente abstratas se aplicarem de um modo que parece tão "miraculoso" ao concreto (PONTE, 1997, p. 3).

Os platonistas faziam distinção entre o mundo das ideias e o mundo das coisas. Para eles, o mundo das coisas correspondia ao mundo material dos objetos e das relações imperfeitas, enquanto o mundo das ideias era constituído pelas verdades absolutas, imutáveis, em que todo saber é certo, seguro e indestrutível. Platão colocava os objetos matemáticos no mundo das ideias, entendendo a Matemática como uma essência verdadeira, eterna e imutável. “Se para Pitágoras eram os números que ‘governam’ o mundo para Platão são as ideias geométricas que o governam” (PONTE, 1997, p. 7).

Bicudo e Meneghetti (2003) e Meneghetti (2004) também focalizam a concepção do conhecimento matemático conforme essas correntes filosóficas, enfatizando que, para Platão (427-347 a.C.), existem dois lugares: *o sensível* e o *inteligível.* Para os autores, a Matemática encontra-se no lugar *inteligível* e não constitui ideias puras, mas reflete essas ideias e possui seus protótipos no domínio das realidades eternas. Assim, no Realismo Platônico, o conhecimento matemático permanece apenas no mundo inteligível, e aqueles que se aplicam ao estudo das ciências matemáticas precisam recorrer ao raciocínio e não dos sentidos. Platão concebeu as Ciências Matemáticas como as ciências dos números e dos cálculos, e a aritmética e a logística, a geometria plana e a estereometria como ciências dos sólidos. A Matemática seria propedêutica à dialética, está localizada a uma região inferior a esta.

Para Bicudo (1998), considerando o ponto de vista histórico, o Realismo Platônico concretiza mudanças em relação às verdades matemáticas, isto é, do conhecimento matemático empírico dos egípcios e dos babilônicos para a ciência matemática grega dedutiva, sistemática, baseada em definições e axiomas.

Diferentemente do platonismo, o Realismo de Aristóteles (384-322 a.C.) buscou desfazer a dualidade entre os lugares do sensível e inteligível, concebendo o conhecimento universal superior às sensações. Conforme evidenciaram Bicudo e Meneghetti (2003) e Meneghetti (2004), Aristóteles entendia que, para uma ciência ser mais exata, precisava conhecer, em simultâneo, *o quê* e *o porquê,* sendo *o quê* obtido pela sensação, pela visão empírica, e *o porquê*, pela demonstração, pelos aspectos lógicos do conhecimento. Aristóteles

> Concebeu que a partir do mundo sensível as formas inteligíveis seriam extraídas por abstração. Tal processo se efetua mediante seguintes passos: (i) o ponto inicial é a realidade; as abstrações são feitas, a partir da base, levando em consideração as características comuns dos ‘objetos’; (ii) na elevação de um nível para o seguinte posterior, os objetos são agrupados a partir de suas classes de equivalências; (iii) o conceito genérico, significando todas as determinações nas quais os objetos estão de acordo, é o Supremo da pirâmide e diz respeito à representação abstrata da coisa. (BICUDO; MENEGHETTI, 2003, p. 64).

No idealismo (enquanto perspectiva filosófica), toda realidade matemática é condicionada pelas construções dos matemáticos que inventam essa realidade, os objetos matemáticos não existem autonomamente, mas possuem apenas as propriedades que o pensamento puder determinar.

Descartes (1596-1650) construiu toda a sua concepção filosófica tomando como regra geral que somente as coisas que concebemos de forma clara e distinta são verdadeiras, buscou eliminar do universo a qualidade e deixou somente a quantidade, ou seja, buscou uma verdade da qual não se possa duvidar. Meneghetti (2004) enfatiza que o objetivo de Descartes era reduzir gradualmente as proposições complicadas e obscuras, as proposições mais simples das intuições, levando-as ao conhecimento de todas a outras. Descartes concebeu em seu método como únicas fontes de conhecimento a intuição, como conceito da mente pura que nasce apenas da luz, razão pela qual não se propaga dúvida alguma; e a dedução, como aquilo que se conclui de outras coisas com certeza. Ele também procurou aplicar seu método na Matemática, especialmente na geometria e na aritmética, que resultou na sua obra *La geométrie*, a qual deu origem à geometria analítica. Nessa obra, iniciou-se a algebrização da construção com régua e compasso, dando origem à geometria analítica, um novo campo da Matemática (BICUDO; MENEGUETTI, 2003).

> A Matemática a filosofia cartesiana proporcionou um alto poder de generalização e, consequentemente, de ampliação. Isso ocorreu principalmente, na álgebra simbólica e nas interpretações geométricas da álgebra. A álgebra formal, que vinha progredindo desde a renascença, tem seu ponto culminante em sua obra "*La géométrie"*. Tal obra marca o início da Matemática moderna, visto que favoreceu o advento de novas criações, entre elas, o próprio cálculo infinitesimal (MENEGUETTI, 2004, p. 374).

Portanto, Descartes partiu da Matemática como ciência para elaborar seu método e, ao mesmo tempo, em que a própria Matemática validou seu método em relação à geometria e à aritmética, legitimou o raciocínio dedutivo, reduzindo tudo à razão. Bicudo e Meneguetti (2003) destacam alguns preceitos lógicos de seu método: apenas aceitar como verdadeiro aquilo que se mostra evidente, que nasce à luz da razão e não propaga dúvida alguma; decompor uma ideia complexa em seus elementos mais simples; por meio da dedução partir das ideias simples para as complexas e fazer revisões para se ter a certeza de que nada seja omisso.

Meneghetti (2004) evidencia inúmeras contribuições realizadas por Descartes em relação à Matemática em que ganham relevância os avanços quanto à álgebra simbólica e as interpretações geométricas da álgebra, a simplificação e a racionalização nas notações e nos símbolos, como, por exemplo, utilizou o símbolo para indicar a subtração, o símbolo da raiz quadrada, entre outros.

Descartes concebeu, em seu método como fontes de conhecimento, apenas a intuição e a dedução, compreendidas como operações de nosso entendimento. Para ele, a Matemática Universal é a ciência geral, que explica tudo o que se pode investigar sobre a ordem e a medida, assumindo maior relevância em relação às outras ciências que *lhe são subordinadas*, independentemente de se tratar de números como na aritmética, figuras na geometria, astros na astronomia, sons na música e assim por diante (MENEGHETTI, 2004). Nessa concepção, é importante destacar que a razão é considerada e empregada como ideal, fundamentada em princípios racionais e lógicos, relacionados a verdades, certezas e rigor matemáticos, os quais abordamos na próxima seção.

2.2 Certezas matemáticas, verdades matemáticas e rigor matemático

Certezas, verdades e rigor matemáticos se constituíram no decorrer da História da Matemática por estudos, defesas de posições e concepções conforme o contexto de determinadas épocas.

Para Bicudo (1998), a missão do matemático, ao desenvolver uma teoria, é definir conceitos de sua teoria e demonstrar as propriedades desses conceitos. A definição se dá pela explicação desse conceito em termos de outros já definidos, e a demonstração implica validá-lo por meio de inferência lógica a partir de proposições já demonstradas. Para o autor, também há conceitos sem definição que podem ser aceitos com o compromisso de a partir deles definir todos os demais na teoria em questão. Esse entendimento se faz importante para compreender como ocorreram as constituições das teorias que prezam as certezas, as verdades e o rigor matemáticos e as teorias que não as aceitam influenciando diretamente nas concepções sobre a Matemática e o ensino da Matemática.

As colaborações da Matemática grega têm relevância em vários aspectos nesse sentido, como o estabelecimento dos axiomas que tratam de verdades de autoevidência que ninguém poderia negar a respeito do espaço e dos números inteiros (BICUDO, 1989). Entre os gregos, surgiram os cientistas profissionais, dos quais muitos viviam em Alexandria. Euclides foi um desses cientistas, formado na academia de Platão, sua obra constitui uma organização ampla e sistemática apresentada em forma axiomática dedutiva. Suas obras mais difundidas foram os treze livros *Os Elementos* que representaram a axiomatização da História da Matemática, vistos modelos de verdade, rigor e certeza até o século XIX e por vários séculos foram considerados paradigmas da ciência (PONTE, 1997).

Ainda nos séculos XVII e XVIII, a geometria euclidiana tinha grande força por ser a primeira área da Matemática estabelecida dedutivamente. Ponte (1997) ressaltou que o axioma das paralelas no quinto postulado não era igualmente evidente, objeto de discussão desde a Antiguidade. Durante séculos, houve tentativas para resolver os problemas relacionados a esse axioma de várias formas, no entanto, todas as tentativas foram inúteis, o que evidenciou que um axioma diferente do axioma das paralelas mostrou haver espaço para várias outras geometrias com estruturas lógicas igualmente válidas, iniciando-se o desenvolvimento das geometrias não euclidianas. Houve dificuldades de aceitação dessa geometria na época, colocando em dúvida a antiga crença grega da verdade matemática como chave para conhecer o Universo e também o poder em relação ao conhecimento verdadeiro.

Gauss, por volta de 1813, desenvolveu a sua geometria convencido de que ela era logicamente consistente e poderia encontrar uma aplicação. A partir de 1820, iniciou o movimento da *aritmetização da matemática* colocando na base da Matemática clássica os números inteiros ao invés da geometria grega. Porém, o aparecimento de *números tridimensionais*[4] e a criação de novas álgebras com propriedades cada vez mais estranhas colocaram em dúvida a verdade da aritmética e da álgebra, e os matemáticos descobriram que se podem introduzir na aritmética operações diferentes das que nos são familiares e criar uma aritmética igualmente aplicável (PONTE, 1997).

Também, a aplicação da aritmética aos fenômenos do mundo físico foi colocada em dúvida, e os matemáticos entenderam que não há verdade alguma em Matemática, se entender por verdade leis respeitantes ao mundo real. Mesmo a tentativa dos gregos em garantir a verdade matemática por meio dos raciocínios dedutivos foi inútil. E o lugar da certeza da verdade abriu espaço para a busca da certeza.

Segundo Ponte (1997), por mais de 2.000 anos a geometria euclidiana foi considerada o paradigma do rigor, mesmo apresentando dificuldades de um ponto de

---

[4] Sistema numérico tridimensional, *Quaternions* extensão do conjunto dos números complexos utilizados em rotação de vetores em 3D.

vista lógico, pois os matemáticos perceberam que esse campo se desenvolveu de forma ilógica, constatando que a Matemática não foi paradigma da razão como se pensava ser. Por séculos se buscaram resultados para legitimar os objetivos dessa geometria, os quais não foram demonstrados de forma lógica e rigorosa. Iniciou-se, assim, uma busca por encontrar fundamentos sólidos para a Matemática, destacando a necessidade de precisão dos termos e das definições formuladas, descartando tudo o que poderia ser contestado.

A explicitação do conjunto de axiomas que serviram de ponto de partida para as teorias e a demonstração de todos os resultados matemáticos deu um novo sentido ao termo *rigor matemático* (PONTE, 1997). Ao final do século XIX, a verdade matemática absoluta vinda da civilização grega perdeu força, foi substituída por uma verdade relativa dos teoremas associados aos postulados, às definições e às correções de raciocínio. Ao descobrirem os paradoxos na teoria de conjuntos e a possibilidade da existência de paradoxos semelhantes em outros ramos da Matemática clássica, os matemáticos tentaram eliminá-los e assegurar que novas contradições não surgissem (PONTE, 1997).

A origem da crise dos fundamentos se manifestou pela discordância entre o mito de Euclides, que trata da crença como verdades claras e indubitáveis acerca do Universo, conhecimentos certos, objetivos e eternos, obtidos por meio de fatos evidentes, demonstrações rigorosas e práticas matemáticas reais, e as pesquisas de Russell sobre os fundamentos para a teoria dos conjuntos (PONTE, 1997).

Conforme Ponte (1997) e Baraldi (1999), três escolas de pensamento desenvolveram seus trabalhos e teorias na tentativa de encontrar bases seguras para a Matemática: Logicismo, Construtivismo e Formalismo.

- **Logicismo:** com início em 1884, com o filósofo, matemático e lógico alemão Frege, e mais tarde, com Bertrand Russell, teve como objetivo provar que a Matemática clássica era parte da lógica. Russell e Whitehead criaram a obra *Principia Mathematica,* publicada em 1910, que pode se considerar uma teoria formal de conjuntos. Esses teóricos primavam em mostrar que todos os axiomas da *Principia* pertenciam à lógica, e assim os fundamentos da Matemática eram os axiomas da lógica. Mesmo contribuindo para o desenvolvimento da moderna lógica matemática, fracassaram em relação à sua intenção inicial. Compreendendo todas as verdades matemáticas como conceitos lógicos, essa visão de conhecimento reduz o ensino e a aprendizagem a uma linguagem desprovida de conceitos reais, o estudo é predominantemente algébrico valorizando as demonstrações e o tratamento de linguagem específica, e o aprendizado é necessário para se aprender mais Matemática, entendendo-a como a única responsável pelo desenvolvimento do raciocínio lógico. Dessa forma, concebe-se a *Matemática como Pronta e Acabada*, desvinculada da realidade, focando apenas na linguagem matemática com um fim na própria Matemática.

- **Construtivismo:** a forma de construtivismo mais conhecida é o intuicionismo iniciado por Brouwer, em 1908, para quem o que determina a coerência e a aceitabilidade das ideias é a intuição. Influenciado pela teoria de Kant sobre a intuição do tempo, sustentava que os números naturais nos são dados por uma intenção fundamental, ponto de partida de toda Matemática. Os construtivistas entendem a Matemática como um problema interno, o pensamento matemático como um processo de construção mental independente da experiência. As verdades e os objetos matemáticos são abstratos e construídos, não vêm do mundo exterior, constituem um mundo à parte. Evidenciam a ideia de que a Matemática é a ciência que tem sua origem no espírito. Para eles, os erros e as contradições eram evidências claras de que a Matemática estava longe de ser perfeita, possibilitando, assim, que o conhecimento matemático pudesse ser constantemente criado. A linguagem era secundária, as relações verbais não eram suficientes para comunicar as ideias matemáticas criadas. No ambiente escolar, há poucas oportunidades para essa concepção. Devido aos princípios de raciocínio que admitiam e rejeitavam muitos teoremas da Matemática clássica e por basear-se em crenças subjetivas, também não obtiveram sucesso, pois os matemáticos intuicionistas estabeleceram resultados considerados falsos por outros matemáticos.
- **Formalismo:** com início por volta de 1910, criado por David Hilbert, objetivava encontrar uma técnica matemática que demonstrasse que a Matemática estava livre de contradições. Nessa escola, a Matemática se torna um sistema formal, que parte dos axiomas e dos termos iniciais, desenvolvendo-se em uma cadeia de fórmulas, mediadas por teoremas com objetivo em si mesma. Valorizava a linguagem matemática, baseava-se na verdade absoluta. O fazer matemático limitava-se em manipular símbolos sem significados conforme as regras determinadas, as fórmulas são apenas cadeias de símbolos. Porém, Gödel, em 1930, demonstrou que o projeto de Hilbert era irrealizável. Por meio

do teorema da incompletude[5], evidenciou que nunca se poderia encontrar em Matemática uma certeza completa por meio de métodos baseados na lógica tradicional e, assim, não foi possível o formalismo provar a certeza proposta por seus métodos. Essa concepção tem um fim em si mesma, primando pela verdade de uma *Matemática Pronta e Acabada.* Por estar desvinculada de um contexto histórico, social e cultural, o ensino e a aprendizagem ocorrem nas demonstrações rigorosas de teoremas e fórmulas e na manipulação de fórmulas focando no resultado, que, após certo treino, se torna fácil chegar aos resultados de situações próprias da Matemática, obtendo êxito nos exames escolares.

As três escolas de pensamento não sustentaram seus objetivos, abrindo espaço para o desafio da dúvida e da incorreção e acentuando a importância de se procurar novas direções na Filosofia da Matemática.

Em uma perspectiva de que pode haver incertezas e dúvidas sobre as verdades matemáticas, sobre os teoremas incontestáveis e que o conhecimento matemático pode ser falível, destaca-se a obra *Prova e Refutações*, de Lakatos (1978), que reconhece a importância do erro para a construção do conhecimento e também sugere que a Matemática se desenvolve pela correção de teorias, pelo melhoramento de conjecturas devido à lógica da descoberta em Matemática.

Ela indica também que há uma adaptação constante de axiomas e definições, ao mesmo tempo uma contínua busca de conjecturas, demonstrações e refutações na produção do conhecimento matemático, aplicando a análise epistemológica à Matemática informal, encarando-a como um processo de crescimento e descoberta. Ainda, chama a atenção para a Matemática mais próxima das ciências naturais, incluindo-a na teoria quasi-empírica (PONTE, 1997).

Diversos matemáticos, filósofos e historiadores propuseram a abordagem do q*uasi-empiricismo* para a Filosofia da Matemática inspirados no *falibilismo* de Lakatos. O quasi-empiricismo buscou descrever e (re)caracterizar a Matemática analisando as práticas reais dos matemáticos, ou seja, partindo dos estudos científicos já realizados por matemáticos e cientistas filósofos (PONTE, 1997).

---

[5] São dois teoremas da lógica matemática que estabelecem limitações a quase todos os sistemas axiomáticos. O primeiro teorema afirma que nenhum sistema de axiomas, que tenha seus teoremas listados por um recurso efetivo como um computador, poderá provar todas as verdades sobre as relações dos números naturais. O segundo teorema é continuação do primeiro, mostra que tal sistema não pode demonstrar sua própria consistência.

Nas *concepções falibilisticas,* a Matemática e o conhecimento matemático fazem parte da história e da prática humana, recebem influências históricas, sociais e culturais em constante processo de construção. Portanto, são falíveis e não poderão ser apontados como verdades absolutas, pois se tornam corrigíveis e sujeitos a revisões (BARALDI, 1999).

Para Ponte (1997), considerar que os objetos matemáticos são inventados ou criados pelo homem, diferenciando-os dos objetos materiais, não significa que sejam objetos intemporais como as ideias matemáticas do platonismo, pois, se os julgar resposta a desafios de teorias e/ou conceitos matemáticos, isso somente evidencia a complementaridade entre o que se designa Matemática pura e Matemática aplicada.

Assim, no decorrer do tempo, foi verificado que o desenvolvimento da Matemática ocorre a partir de um movimento simultaneamente interno e externo. A abstração, a axiomatização e a generalização são atividades utilizadas na Matemática pura, importantes para a Matemática e para a construção de modelos inteligíveis de fenômenos naturais complexos. A interação da abstração e os problemas concretos que a vida oferece exigem uma Matemática dinâmica, criativa, não estagnada com um fim em si mesma, que se construa e interaja com os aspectos históricos, sociais e culturais da humanidade, uma *Matemática em construção*, que possibilite o pensamento crítico, ações e intervenções do ser humano em sua realidade.

Para a abordagem filosófica do quasi-empiricismo, a Matemática é uma atividade humana ao mesmo tempo individual e social. É por meio da partilha e da discussão crítica de ideias sobre os objetos matemáticos que é possível o reconhecimento de novos saberes matemáticos, a ampliação, a correção e a refutação de teorias. O quasi-empiricismo, por meio da sua perspectiva social sobre a Matemática, trouxe contribuições para a pedagogia e a didática da Matemática, dando suporte às abordagens pedagógicas pautadas na formulação e na resolução de problemas.

Portanto, também não se pode ignorar a Matemática como objeto cultural e social, pois muitos investigadores pesquisam a História da Matemática com estudos de caráter sociológico e antropológico, objetivando ampliar a compreensão de como se produz o conhecimento matemático. Em alguns desses estudos, sobressai-se a influência das condições e das doutrinas sociais na produção matemática e também a natureza cultural dos objetos matemáticos.

Ponte (1997) salienta algumas contribuições desses pesquisadores. Evidencia que, para Bardin, as mudanças dos objetos e dos saberes matemáticos do século XVII foram resultados do contexto científico, social e filosófico da época que buscava entender os fenômenos técnicos; para Bento de Jesus Caraça, a Matemática como construção humana depende do conjunto de condições sociais em que ela é produzida; e, para Restivo, as notações e os símbolos são instrumentos socialmente construídos conforme interesses e objetivos sociais. Assim, na Matemática como em qualquer outra atividade humana, a face extralógica coexiste com a face lógica.

A face extralógica, isto é, a estética matemática (como é denominada), ganha destaque com Poincaré, ao resolver um problema de difícil solução e colocar em dúvida a existência de uma teoria puramente cognitiva do pensamento matemático (PONTE, 1997). Isso o levou a muitas dúvidas, entre as quais a de que a faculdade de sentir a beleza matemática é algo inato e independente de outros componentes do espírito, sugerindo que, ao aprovar ou rejeitar esta ou aquela matemática, se deve considerar se esses fatores influenciam a percepção da Matemática nas pessoas como bela ou não.

Outro componente incluído na face extralógica da Matemática é a intuição, que muitas vezes em Matemática é vista como algo vago, pouco rigoroso, que também pode significar visual, heurístico, plausível e holístico em oposição ao pormenorizado ou analítico. A intuição matemática ocorre por representações mentais dos objetos matemáticos, os quais são construídos por meio de experiências repetitivas ou manipulação de objetos concretos de um nível elementar ao mais avançado, por meio da manipulação de imagens mentais, experiências de resolução de problemas e realização de descobertas. Portanto, na sala de aula, tarefas matemáticas que não estimulam os aspectos intuitivos do pensamento poderão oferecer uma experiência matemática pobre, atendendo alguns alunos e colocando uma barreira na construção do conhecimento matemático significativo (PONTE, 1997).

Por meio da observação dessas questões, constata-se que as normas culturais de cada época determinam o que é uma demonstração aceitável em Matemática. O que é aceitável para uma geração pode não ser aceito conforme os padrões e o rigor de outra geração. Nesse sentido, as concepções sobre a natureza da Matemática, como conhecimento, ciência ou disciplina, e as concepções referentes ao ensino da Matemática se constituem primeiramente durante a escolaridade e depois durante a formação do professor de Matemática e/ou, posteriormente, no exercício de sua profissão.

2.3 Concepções de ensino da Matemática

É notável a evolução que ocorreu na civilização grega. Destacam-se duas concepções que influenciaram e instigaram as discussões e as pesquisas no decorrer de muitos anos: as concepções idealistas e as concepções realistas. Ponte (1997) recorre a essas duas concepções na tentativa de entender a existência de objetos matemáticos independentes do sujeito que os estuda e a Matemática enquanto descoberta ou invenção. Por tratarem o conhecimento ora como filosófico, ora como ciência, essas concepções se aproximam em alguns aspectos em busca do entendimento e do conhecimento matemático e, em outros aspectos, se distanciam e até mesmo se opõem uma em relação a outra, percorrendo caminhos distintos na tentativa de elucidar a composição do conhecimento matemático.

Ponte (1992), em seu estudo, enfatiza que as concepções da Matemática podem ser influenciadas pelas experiências e por aquilo que se reconhece como experiência e representações sociais dominantes, por se tratar de uma ciência muito antiga. O autor menciona que geralmente essas concepções consideram a Matemática como uma disciplina extremamente difícil, enraizada em teorias abstratas, incompreensíveis e também associando a aspectos técnicos relacionados ao cálculo que somente seriam acessíveis a pessoas especiais, inteligentes e capazes. Salienta ainda que essas concepções se tratam de uma simplificação grosseira, porém refletem, de forma muito negativa e intensa, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Além das perspectivas das realidades eternas de Platão e dos aspectos racionais e lógicos de Descartes, que fundamentam a concepção de uma Matemática pronta, inata, acabada que precisa ser descoberta por meio da abstração do mundo das ideias ou do método lógico tomado como rigor, também é válido destacar a concepção da Matemática construída por meio da experiência. Ela está alicerçada na construção do conhecimento matemático, que sutilmente se subentende no Realismo de Aristóteles, quando ele tenta aproximar o sensível e o inteligível, entendendo que uma ciência precisa conhecer simultaneamente a visão empírica e os aspectos lógicos do conhecimento. Essas distintas concepções da Matemática ganham maior visibilidade e vêm se afirmando, reafirmando e sendo colocadas em dúvida no decorrer da História e da Filosofia da Matemática por diferentes matemáticos e filósofos.

Em uma realidade mais próxima, Fiorentini (1995), em seu estudo sobre *Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil*, caracteriza algumas formas de ver e conceber o ensino da Matemática considerando a sua contextualização histórica. Dá ênfase às concepções do modo como se processa a obtenção/produção do conhecimento matemático e também a concepção de ensino e aprendizagem. Fiorentini (1995) descreve seis tendências em Educação Matemática. É possível identificar nessas tendências alguns elementos dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, assumindo papéis ora diferentes e ora semelhantes, tornando evidentes as concepções que fundamentam essas tendências no Brasil.

2.3.1 Tendência formalista clássica

Essa tendência enfatiza a concepção platônica da Matemática e o modelo euclidiano, sendo esse último visivelmente implícito nos livros didáticos da época. Isso porque a teoria nesses livros geralmente partia dos elementos primitivos e das definições para dar sequência à teoria com teoremas e demonstrações e somente, após toda a explicação, é que eram propostos exercícios de aplicação.

Essa tendência pedagógica primava pelo desenvolvimento do *espírito,* da *disciplina mental e* do *pensamento lógico-dedutivo* e, dessa forma, destacava a geometria pela sua característica lógica. O ensino consistia no professor *passar* ou *dar* os conteúdos já prontos e acabados, já descobertos e sistematizados nos livros didáticos aos alunos. A eles cabia copiar, repetir, desenvolver o conteúdo do mesmo modo que recebiam. A aprendizagem da Matemática no ponto de vista sociopolítico dessa concepção era para poucos privilegiados intelectual e economicamente. A escola garantia um ensino mais racional e rigoroso por meio da geometria euclidiana à classe dominante, ou seja, à classe mais favorecida. Enquanto para os menos favorecidos nas escolas técnicas, era usada uma abordagem mais mecânica e pragmática da Matemática, privilegiando o cálculo.

Na década de 30, a crítica pelos escolanovistas a essa dualidade de currículo, para os ricos e para os pobres, resultou na união das disciplinas de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria em uma única disciplina, a Matemática. Nesse sentido, essa tendência teve como orientação pedagógica a própria lógica do conhecimento matemático a-historicamente (FIORENTINI, 1995).

2.3.2. Tendência empírico-ativista

Essa tendência contribuiu para tornar a Matemática uma única disciplina, para formular as diretrizes do ensino da Matemática da Reforma Francisco Campos (1931) e o surgimento de livros didáticos com desenhos ou figuras sob uma abordagem mais pragmática. O professor torna-se orientador ou facilitador da aprendizagem, os alunos passaram a ser o centro da aprendizagem como ser ativo. O currículo deveria ser organizado a partir dos interesses do aluno atendendo seu desenvolvimento psicobiológico. O ensino deveria ocorrer por meio de atividades desenvolvidas em pequenos grupos, com rico material didático e ambiente estimulante, utilizavam-se jogos, experimentos e materiais manipulativos. Ainda se acreditava que as ideias matemáticas eram obtidas por meio da descoberta, mas, além de pré-existirem no mundo ideal, também existiam no mundo físico, natural. Dessa forma, o conhecimento matemático surge do mundo físico e é absorvido pelo homem por meio dos sentidos. Essa tendência surgiu no Brasil a partir da década de 20, fortemente influenciada pelo movimento escolanovista e pelo pragmatismo norte-americano. Retornando na década de 70 e início dos anos 80, privilegia a Matemática Aplicada tendo como modelo de ensino a modelagem matemática e a resolução de problemas (FIORENTINI, 1995).

2.3.3. Tendência formalista moderna

Essa tendência surgiu em decorrência da grande mobilização após a década de 50 ocasionada pela realização dos cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática nos anos de 1955, 1957,1959, 1961 e 1966 e o comprometimento de muitos matemáticos e professores brasileiros no movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar – Movimento da Matemática Moderna (MMM). Esse movimento promoveu o retorno do formalismo matemático, no entanto, fundamentado nas estruturas algébricas, enfatizando o uso preciso da linguagem formal da Matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas por meio das propriedades estruturais. O ensino nessa tendência ocorre por meio da exposição e da demonstração com uso do quadro negro, centrado no professor. Ao aluno cabe reproduzir as linguagens e os raciocínios lógico-estruturais repassados pelo professor, salvo algumas experiências como a do método do estudo dirigido.

A Matemática escolar passa a se preocupar com a compreensão da estrutura e não com a aprendizagem de conceitos, acredita-se que o aluno, aprendendo essas formas de pensamento estruturais de pensamento inteligente, poderia aplicá-la não somente na Matemática. Quanto às ideias matemáticas, nessa tendência, procuram-se os desdobramentos lógico-estruturais, embasando-se na unidade de estruturação algébrica dos conteúdos e desconsiderando a construção histórico-cultural do conteúdo (FIORENTINI, 1995).

2.3.4 Tendência tecnicista e suas variações

Essa tendência surgiu nas décadas de 60 e 70. O tecnicismo pedagógico tem sua origem norte-americana, que, por meio de técnicas especiais de ensino e administração escolar, pretendia melhorar os resultados da escola. Fundamentada no *behaviorismo*[6], enfatiza as tecnologias de ensino, sendo visível em muitos livros didáticos da época em confronto com o Movimento da Matemática Moderna. Também, aparece a combinação *tecnicismo formalista*, que associa duas concepções, uma referente ao modo de conceber a Matemática, formalista estrutural, e a outra referente ao modo de conceber a organização do processo ensino-aprendizagem, tecnicista.

O *tecnicismo mecanicista* enfatiza na Matemática o fazer desconsiderando a reflexão, a compreensão, a análise, a prova e a justificava, reduzindo-a a regras, técnicas e algoritmos. A aprendizagem da Matemática implica desenvolvimento de habilidades e atitudes, fixação de conceitos ou princípios, reforçados por atividades ou jogos que facilitam a memorização dos fatos e dos exercícios para desenvolver tais habilidades. O ensino da Matemática, nessa tendência, objetiva desenvolver no aluno habilidades e atitudes técnicas para resolver exercícios. Os conteúdos eram entendidos como informações, regras, macetes ou princípios organizados de forma lógica e psicológica por especialistas disponibilizados em livros didáticos, jogos pedagógicos e módulos de ensino. Ao professor e ao aluno cabe executar um processo conforme a concepção, o planejamento e a coordenação de um especialista, ambos ocupando papel secundário nos processos de ensino e aprendizagem. Nessa tendência, houve um reducionismo

[6] Para essa teoria psicológica, a aprendizagem consiste em mudanças comportamentais por meio de estímulos. Acredita-se que todo comportamento é resultado de experiência e condicionamento, ou seja, estímulo e resposta. Um exemplo de ensino conforme essa teoria é a instrução programada.

pedagógico limitando o ensino ao emprego de um conjunto de técnicas de ensino e ao controle e organização do trabalho escolar (FIORENTINI, 1995).

2.3.5 Tendência construtivista

Partindo da epistemologia genética piagetiana, essa tendência pedagógica influenciou fortemente as inovações no ensino da Matemática. O construtivismo nega o racionalismo e o empiricismo, pois, para essa tendência, o conhecimento matemático não resulta nem do mundo físico, nem somente da mente humana, mas da ação interativa e reflexiva do homem com o meio ambiente e/ou com a atividade.

No Brasil, essa tendência começou a surgir por meados das décadas de 60 e 70, mas foi a partir da década de 80 que passou a estar presente em todas as regiões do país, tanto que surgiram grupos de estudos e pesquisas em Educação Matemática se autodenominando de construtivistas. Nessa época também, surgiram algumas propostas curriculares oficiais com fundamentação no construtivismo. “O construtivismo vê a *Matemática* como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis” (FIORENTINI, 1995, p. 20).

Para o construtivismo, o principal objetivo de ensino é de natureza formativa, o importante é aprender a aprender e desenvolver o pensamento lógico-formal. Também por meio de contribuições da Sociologia, da Antropologia e da Linguística, surgem novas abordagens e interpretações do construtivismo, como a prática pedagógica *construtivista-interacionista*. Nessa tendência, o erro assume a função de levar o professor a buscar compreender o pensamento do aluno sobre o que o levou ao erro, sem apenas corrigir imediatamente a resposta. Apoiada na Psicologia, mais especificamente nas formas de como ocorre o aprendizado ou a construção de conceitos matemáticos pela criança, oferece importantes subsídios à Pedagogia, no entanto, essa não deve ser considerada única fonte de orientação da prática pedagógica (FIORENTINI, 1995).

2.3.6 Tendência socioetnocultural

Segundo Fiorentini (1995), a queda do Movimento Modernista e as dificuldades de aprendizagem da Matemática apresentadas pelos alunos das classes economicamente menos favorecidas despertaram interesse dos estudiosos da década de 60. Citando Carraher (1988), D'Ambrosio (1990) e Patto (1990), o autor afirma que as crianças que apresentavam dificuldades na escola não eram malsucedidas fora da escola, pois há contradições entre a aprendizagem da Matemática na escola e aquela do cotidiano contextualizada com a vida e/ou trabalho. A partir desse estudo, surge a teoria da diferença cultural, a qual defende que as crianças pobres possuem conhecimento e habilidades cognitivas, faltam-lhes apenas habilidades formais em relação à escrita e à representação simbólica, visto que utilizam a Matemática não formal para resolução dos problemas que se apresentam em suas experiências de vida, como, por exemplo, vivenciam situações de compra-venda, caracterizando, assim, a etnomatemática.

Nesse contexto, criticando fortemente a *educação bancária, por* valorizar o saber popular do aluno e sua capacidade de produzir saberes sobre sua realidade, surge a tendência socioetnocultural. Fortemente enraizada nas ideias pedagógicas de Paulo Freire, apoiando-se na etnomatemática e tendo como seu principal idealizador Ubiratan D'Ambrosio, trouxe uma nova visão de Matemática e a Educação Matemática, mais antropológica, social e política. O conhecimento matemático "[...] passa a ser visto como saber prático, relativo, não universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo aparecer sistematizado ou não" (FIORENTINI, 1995, p. 26).

Nessa tendência, o ensino da Matemática tem como finalidade a compreensão da realidade, a relação professor e aluno é dialógica, o método de ensino mais usado é a problematização, e a modelagem matemática propicia uma abordagem externalista para a Matemática. Nesse sentido, o método de ensino possibilita pesquisa, estudo e discussão de problemas relativos à realidade dos alunos, não há um currículo preestabelecido e fechado, pois cada realidade cultural requer uma organização curricular específica conforme as características do grupo cultural (FIORENTINI, 1995).

Os estudos apresentados até aqui decorrem da análise das concepções da matemática desde a Antiguidade, considerando as concepções platonistas e também concepções de diferentes correntes históricas e filosóficas da Matemática no decorrer do tempo, ainda, as de uma realidade mais próxima de nosso país considerando as concepções que fundamentam as tendências abordadas por Fiorentini (1995).

Nesse contexto, podemos observar ao longo da História que existem muitas concepções sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem. Para dar continuidade a este estudo, seguimos duas formas mais amplas de se conceber a Matemática que se apresentam em diferentes épocas até os dias atuais: a *Matemática como Pronta e Acabada* e a *Matemática em Construção*, explicadas na próxima seção.

2.4 A concepção da *Matemática como Pronta e Acabada* e a concepção da *Matemática em Construção* e suas influências nos processos de ensino e aprendizagem

A *Matemática como Pronta e Acabada* é considerada inata, incontestável, rigorosa que precisa ser descoberta, com um fim em si mesma; e a de uma *Matemática em Construção* é uma Matemática dinâmica, construída por meio da interação do sujeito com o saber acumulado pela humanidade, ao mesmo tempo, com a sua vivência e experimentação em um mundo, real, histórico, social e cultural, que também se constrói pela abstração quando há reflexão, análise, conjecturas que se processam em seu pensamento.

Essas duas concepções influenciam as concepções de ensino e aprendizagem da Matemática. Portanto, destacamos as características dessas concepções e como elas se manifestam nas concepções de ensino e aprendizagem da Matemática.

2.4.1 A concepção da *Matemática como Pronta e Acabada*

A concepção da *Matemática como Pronta e Acabada* segue a concepção platônica/inatista da Matemática como estática, a-histórica, dogmática, atemporal, imutável. Para ela, a Matemática não foi criada e não desaparece. Considera que as verdades matemáticas são absolutas, eternas e imutáveis, busca uma verdade da qual não se possa duvidar.

Nessa concepção, as ideias matemáticas existem independentemente do homem, da participação humana ativa no seu desenvolvimento. Valoriza a Matemática abstrata e considera os objetos matemáticos geralmente como imateriais. Para essa concepção, a Matemática consiste em despertar a Matemática que está latente em cada um (no espírito) e o fazer matemática na descoberta desses objetos matemáticos e das relações que os une. Estrutura-se no modelo euclidiano, nas sistematizações lógicas, nas definições, nos axiomas, nos teoremas e nos corolários, usa a linguagem formal da Matemática, trata-se de uma Matemática autossuficiente.

A concepção de ensino para a *Matemática Pronta e Acabada* consiste na memorização de conceitos para se chegar à Matemática que está no campo idealizado. Assim como a concepção da própria Matemática se estrutura no modelo euclidiano de sistematizações lógicas, definições, axiomas, teoremas e corolários, os conteúdos matemáticos, algumas vezes, assumem caráter de informações e de regras. Utiliza um sistema formal de manipulação de símbolos de acordo com as regras determinadas com uso da linguagem formal da Matemática e rigor nas demonstrações.

Para essa concepção, o professor é conhecedor da Matemática e transmissor do que compreende por meio da exposição do conteúdo e das demonstrações com rigor matemático. Ele também assume o papel de treinador de habilidades técnicas dos alunos, ensinando-os como operar na Matemática por meio da repetição da técnica aplicada para resoluções semelhantes, enfatiza a técnica e o colocar na fórmula. A Matemática é utilizada para validar resultados.

Dessa forma, a aprendizagem ocorre por memorização e reprodução do que o professor demonstra, o aluno é passivo em sua aprendizagem, apenas reproduz o que o professor faz e aprende técnicas da Matemática e não o conteúdo.

2.4.2 A concepção da *Matemática em Construção*

Diferentemente da concepção da *Matemática Pronta e Acabada* e de suas concepções de ensino e aprendizagem, a *Matemática em Construção* é concebida como construção humana, constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais e possíveis. Trata-se de um saber vivo e dinâmico que vem sendo construído histórica e culturalmente a partir de estímulos internos e externos.

Por se tratar de uma construção humana, histórica e cultural, nessa concepção, as verdades não podem ser consideradas absolutas, pois podem se tornar falíveis, corrigíveis e sujeitas a revisões. O mundo físico não é considerado a fonte da Matemática, mas a maneira como cada um produz essa Matemática.

Para essa concepção, a Matemática constitui o próprio pensamento enquanto discurso com linguagem própria constituída historicamente de símbolos. Ela considera a Matemática pura e a Matemática aplicada, entendendo a importância das características da abstração: axiomatização e generalização, como modelo inteligível para fenômenos naturais complexos e a partir da interação da abstração com problemas concretos da realidade da vida, é construída uma Matemática viva (dinâmica) e significativa.

Nessa concepção, o ensino objetiva a construção das estruturas do pensamento lógico-matemático, prioriza o processo e não apenas o resultado, ocorre pela problematização e pela modelagem matemática, contempla também o estudo e a pesquisa da realidade, valoriza o erro como potencial de aprendizagem, utiliza-se de materiais concretos, pode usar ação, manipulação, experimentação, jogos e atividades lúdicas.

O método de ensino está centrado no aluno e em suas atividades. O processo de significação é essencial no ensino e também na aprendizagem. O professor se torna um orientador, facilitador, planejador de atividades significativas. E a relação entre professor e aluno é dialógica. Sendo assim, para a Matemática concebida como construção humana, a aprendizagem valoriza o aprender a aprender, visa à formação cidadã, e o conhecimento é construído pela ação e pela interação do sujeito com o meio. Nessa concepção de aprendizagem, o foco está no aluno que deve conseguir atribuir significado e sentido às ideias matemáticas e sobre elas fazer relações, justificar e criar.

Considerando essas concepções sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem, a pesquisa segue estudando como os acadêmicos do curso de licenciatura de Matemática que participam do PIBID concebem a Matemática, o ensino e a aprendizagem da Matemática, visto que estão em um curso de formação inicial de professores.

No próximo capítulo, contextualizamos os acadêmicos como pibidianos e o contexto e o percurso metodológico desta investigação.

3 CONTEXTO E PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, inicialmente, são apresentados a contextualização, os sujeitos e a delimitação do campo de estudo. Em seguida, são descritos a escolha da abordagem metodológica, os procedimentos e os caminhos teóricos e analíticos eleitos para subsidiar a coleta de informações e sua análise.

A escolha pela investigação no PIBID de Matemática se deu pela aproximação que o programa possibilita aos pibidianos com a realidade escolar, com o ensino e a aprendizagem nas escolas públicas de Educação Básica e, consequentemente, com a vivência de experiências relacionadas à sua futura profissão.

Para participarem do subprojeto do PIBID de Matemática, os pibidianos devem estar nos dois primeiros anos da licenciatura, o que nos permitiu investigar suas concepções sobre a Matemática, sobre ensino e aprendizagem na formação inicial de professores de Matemática em três momentos: i) na fase inicial do programa, quando muitos acadêmicos recém concluíram o Ensino Médio e iniciaram o curso superior sem ter ainda estudado teoricamente conteúdos relacionados à Educação Matemática e, assim, sua vivência escolar em relação à Matemática é a que tiveram enquanto alunos, cujas verdades sobre ela estão intrinsecamente relacionadas à forma como estudaram a Matemática até então; ii) no decorrer do programa, momento em que são realizados estudos, organizadas, planejadas e discutidas intervenções em sala de aula, para que, posteriormente, os pibidianos desenvolvam tarefas matemáticas com os alunos da escola pública parceira; e iii) em um terceiro momento, quando os pibidianos avaliam o desenvolvimento dessas tarefas, ponderando o desempenho dos alunos, aferindo-lhes notas e, consequentemente, realizando sua autoavaliação quanto às suas práticas em sala de aula.

3.1 Contexto da pesquisa: campo e sujeitos da pesquisa

O presente estudo teve como campo de pesquisa o subprojeto do PIBID de Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná e como sujeitos da pesquisa onze pibidianos dos dois primeiros anos do curso de licenciatura em Matemática participantes desse programa entre os anos de 2020-2022. Nenhum dos pibidianos possuía outro curso superior. A fim de caracterizar os sujeitos de pesquisa, sintetizamos algumas informações no Quadro 3.1. Os nomes reais foram substituídos por codinomes, para garantir a confidencialidade dos dados e o anonimato dos envolvidos na pesquisa.

Quadro 3.1 – Informações sobre os sujeitos da pesquisa

Codinome	Idade	Tempo de conclusão do Ensino Médio	Série que estava quando começou o PIBID	Início das atividades no PIBID
Star	20 anos	3 anos	2ª série	Outubro/2020
Hipotenusa	18 anos	1 ano	1ª série	Maio/2021
Rico	24 anos	7 anos	1ª série	Outubro/ 2020
Pilar	21 anos	4 anos	1ª série	Outubro/2020
Seno	22 anos	5 anos	1ª série	Outubro/2020
Zoe	23 anos	6 anos	2ª série	Abril/2021
Flora	20 anos	3 anos	2ª série	Outubro/2020
Luna	24 anos	3 anos	1° série	Setembro/21
Harry	20 anos	3 anos	1ª série	Maio/21
Poli	19 anos	2 anos	1ª série	Outubro/ 2020

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

As atividades do PIBID de Matemática em questão iniciaram em outubro de 2020 e tiveram continuidade até março de 2022, segundo Edital nº 003/2020 – DPP/PROGRAD/UNESPAR, nos termos do Edital nº 02/2020 – CAPES, bem como da Portaria nº 259, de 17 de dezembro de 2019.

O período de análise dos dados desta pesquisa compreende a participação dos acadêmicos no PIBID entre abril e novembro de 2021. Um dos motivos para a escolha desse recorte temporal foi a suspensão das atividades presenciais escolares e acadêmicas devido à pandemia causada pelo coronavírus, Sarscov-2, Covid-19, em 2020, estendendo-se para 2021. Por isso, foram necessárias adaptações para o desenvolvimento das atividades do PIBID de Matemática investigado.

Os pibidianos da IES cumprem, o mínimo de 32 horas de atividades mensais no subprojeto. Essas horas são divididas em: quatro horas semanais na IES, em reuniões para estudos e planejamentos com os professores coordenadores da universidade e professores supervisores da escola de Educação Básica parceira; e quatro horas semanais na escola correspondendo a um período de aulas, acordado junto com o professor supervisor de acordo com seu horário escolar.

A partir da publicação da Resolução nº 001/2020 REITORIA/UNESPAR, que, em decorrência da pandemia, suspendeu as atividades acadêmicas presenciais por tempo indeterminado, passando a serem realizadas remotamente, as atividades do subprojeto, que seriam presenciais, também precisaram ser adaptadas.

Pelos mesmos motivos pandêmicos, a rede de ensino estadual do Paraná (SEED-PR) também teve de se reorganizar para o atendimento dos estudantes da Educação Básica no ensino emergencial remoto. O Decreto nº 4258, de março de 2020 (PARANÁ, 2020), suspendeu as aulas a partir de 20 de março de 2020 nas escolas estaduais públicas e privadas, prevendo que a critério da autoridade superior aos órgãos e às entidades mencionadas, Secretarias de Educação Estaduais e Municipais, o período de suspensão poderia ser considerado como a antecipação do recesso escolar de julho de 2020.

A Deliberação nº 01/2020 (PARANÁ, 2020) instituiu regime especial para desenvolver as atividades escolares no âmbito do Sistema Estadual de Ensino do Paraná em decorrência da legislação específica sobre a pandemia de Covid-19 e propôs a reorganização do calendário escolar, o qual foi readequado pela Resolução nº 1.249/2020 - SEED em relação às datas de formação de professores, recessos escolares, início e término de trimestres nas escolas da rede de ensino estadual.

A Resolução nº 1.016/2020 - SEED estabeleceu as atividades escolares na forma de aulas não presenciais em regime especial, em decorrência da pandemia, em conformidade com a Deliberação nº 01/2020 - CEE/PR. Segundo o Artigo 3º dessa Resolução, foram consideradas atividades escolares não presenciais aquelas em que o professor da turma interage com o estudante por meio de orientações impressas, estudos dirigidos, *quizzes*, plataformas virtuais, correio eletrônico, redes sociais, *chats*, fóruns, diário eletrônico, videoaulas, audiochamadas, videochamadas e outras semelhantes. Foi disponibilizado pela Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná videoaulas gravadas pelos professores da rede de todas as disciplinas do currículo de cada ano/série, transmitidas na TV aberta e pelo aplicativo *Aula Paraná* gratuito para IOS e Android, com o material das aulas e a possibilidade de interação em tempo real com um ou mais professores da turma. Esse aplicativo podia ser acessado pelos professores e pelos estudantes da rede de educação pública estadual. Vinculado ao *e-mail* institucional @escola, permitia acesso ao *Google Classroom,* uma sala de aula virtual na qual o professor devia organizar e disponibilizar materiais da disciplina por meio de fóruns, imagens, vídeos, *links, quizzes* etc.

Entretanto, uma das maiores dificuldades que surgiu foi o fato de muitos estudantes não terem acesso a aparelhos eletrônicos, como *smartphones, tablets, notebook,* microcomputador e sinal de internet, para participar das aulas de forma remota. Para esses alunos, foi necessário elaboração e organização da escola para disponibilizar tarefas por meio de material impresso.

Findo 2020, no primeiro trimestre de 2021, as atividades escolares permaneceram de forma remota. Visando ao retorno das atividades escolares presenciais gradualmente, a Deliberação nº 01/2021 - CEE/PR normatizou a retomada das atividades presenciais, prevendo a não presença simultânea de todos os alunos, seguindo as regras de distanciamento determinadas pelas autoridades de Saúde e de Vigilância Sanitária, inclusive respeitar o distanciamento dentro das salas de aulas e nos demais espaços escolares, conforme decisão do governo do estado do Paraná.

Conforme a Resolução nº 735/2021 - SESA, o retorno presencial escolar dos estudantes foi, a princípio, de caráter facultativo sendo necessária a adesão e a concordância das famílias dos discentes. Para os alunos que optassem permanecer no ensino remoto, as escolas precisariam assegurar acesso aos conteúdos. Assim, a partir de 24 de maio de 2021, as escolas passaram a atender de forma presencial gradualmente, mantendo a forma do ensino híbrido.

A Resolução nº 860/2021 - SESA, publicada em 23 de setembro de 2021, retirou a opção do ensino remoto, e as aulas voltaram a ser presenciais, salvo exceções a alunos com comorbidades, estudantes em quarentena devido ao Covid-19 e conforme critérios médicos.

Entretanto, as atividades acadêmicas presenciais na IES em que ocorria o PIBID investigado se mantiveram suspensas durante todo o ano letivo de 2021. Assim, todo o contato realizado com os pibidianos até fevereiro de 2022 foi realizado de forma remota, tanto entre pibidianos e supervisor, pibidianos e coordenação de área, pibidianos e pibidianos, supervisor e coordenação de área e, consequentemente, com os alunos da escola.

As reuniões do PIBID, que antes aconteciam em um período de quatro horas na universidade, passaram a ser realizadas pelo *Google Meet* duas vezes por semana, com duração de uma hora e meia. Destacamos como uma das dificuldades que surgiu com as interações *on-line* o cansaço que as telas de computadores ou dispositivos móveis proporcionam aos estudantes e aos professores.

Assim, as reuniões eram realizadas nas terças-feiras e nas quartas-feiras das 13 horas às 14 horas e 30 minutos, e as outras horas eram realizadas de forma assíncrona pelos pibidianos, que ficavam responsáveis por fazer leituras indicadas previamente pelo professor supervisor e pelo coordenador de área, seleção, preparo e adaptação de materiais para os alunos.

Entre as atividades desenvolvidas nos encontros *on-line*, sob a coordenação da professora da universidade e do supervisor da escola, foram realizadas discussões sobre documentos oficiais da escola (Projeto Político-Pedagógico, Regimento e Estatuto Escolar), estudo de textos da área da Educação e da Educação Matemática, elaboração, resolução e discussão de tarefas matemáticas, entre as quais, tarefas de natureza exploratória. Permearam essas atividades discussões sobre como abordar os conteúdos matemáticos, planejamento e elaboração de tarefas que seriam desenvolvidas com os alunos da escola, seguidos de relatos, discussões e avaliação das tarefas realizadas pelos estudantes da Educação Básica, com o objetivo da aproximação e da interação dos pibidianos com a realidade escolar e também a sua formação e dos professores envolvidos.

Quanto às atividades na escola, de forma remota, primeiro os pibidianos passaram a acompanhar as aulas de Matemática da escola pública parceira do programa apenas por meio dos *Meets* do professor supervisor da escola e do acesso ao *Google Classroom*. Isso porque foi estabelecido convênio entre a SEED-PR e as universidades para que os acadêmicos tivessem uma conta institucional do @escola e assim pudessem ser cadastrados nas salas remotas pelos professores da escola supervisores de estágio e professores supervisores do PIBID e da Residência Pedagógica. Da mesma maneira, o coordenador de área e orientadores de estágio tinham acesso a essa sala como orientador do estudante, sendo possível acompanhar os pibidianos e os materiais de estudos disponibilizados, as tarefas matemáticas e as avaliações oportunizadas aos alunos.

Nesse contexto de adaptações, a investigação desta pesquisa deu-se por meio da análise das falas e dos diálogos dos acadêmicos participantes do PIBID nas gravações das reuniões conforme as unidades de análises pré-definidas, descritas de forma detalhada a seguir na abordagem metodológica. As reuniões escolhidas para a análise foram aquelas em que foram discutidas tarefas de natureza exploratória, que tiveram sequência de estudo, adaptação, planejamento, desenvolvimento e avaliação.

3.2 Abordagem metodológica

Ao traçarmos um percurso metodológico para investigar as concepções de Matemática, seu ensino e aprendizagem sob o ponto de vista de acadêmicos participantes do PIBID, primeiramente, foi preciso compreender que elas se encontram na subjetividade dos sujeitos desta pesquisa e também sofrem influências das vivências, das experiências e das crenças construídas historicamente ou no processo de sua aprendizagem na formação inicial.

Para observar e analisar os significados e os sentidos atribuídos pelos pibidianos, as vivências, experiências e saberes construídos e oportunizados no PIBID de Matemática, destacamos a importância da interpretação do sujeito sobre o mundo que o cerca. Para Goldenberg (2004), o interacionismo simbólico evidencia métodos de pesquisa que priorizam os pontos de vistas dos indivíduos e a realidade social só transparece no modo como os indivíduos veem o mundo quando suas significações são colocadas em prática na construção de seu mundo social.

Enquanto pesquisadores para recolher dados desta realidade, precisamos ver o mundo por meio dos olhos dos pesquisados. Essa ação caracteriza-se como uma abordagem qualitativa, pois enfatiza os aspectos qualitativos dos dados de forma interpretativa e descritiva.

Ao considerar o contexto em que se realizou esta pesquisa em seus diversos aspectos, com as mudanças que ocorreram mundial e localmente devido à pandemia de Covid-19 em 2020 e 2021, conforme descrito anteriormente, foram necessárias adaptações na metodologia para a realização deste estudo. A mudança ocorreu principalmente na coleta de dados, que foi realizada com base nas gravações das reuniões do PIBID de Matemática e não na observação presencial.

Anteriormente à análise das gravações, realizamos uma conversa entre as pesquisadoras e os pibidianos em uma das reuniões do PIBID, intermediada pela professora orientadora desta pesquisa, também, professora coordenadora do PIBID de Matemática, em que apresentamos a intenção da pesquisa, seus objetivos e a forma como seria realizada a coleta de dados, por meio das gravações das reuniões. Perguntamos aos pibidianos se eles aceitariam participar e ceder os dados, explicando que poderiam decidir a qualquer momento não mais participar da pesquisa.

Os dados das gravações das reuniões foram cedidos pelos pibidianos participantes do programa e também foi acordado manter confidencialidade sobre a identidade dos sujeitos da pesquisa, por meio de termo de compromisso de utilização de dados. Portanto, são utilizados codinomes escolhidos pelos pibidianos para manter sigilo sobre seus verdadeiros nomes.

Foram disponibilizadas pela coordenação do subprojeto do PIBID de Matemática 62 gravações das reuniões em um período correspondente de 6 de outubro de 2020 a 30 de setembro de 2021. Essas gravações foram assistidas primeiramente observando o teor das discussões e das falas dos acadêmicos de Matemática, considerando nosso interesse pelas expressões das suas concepções sobre a Matemática, ensino e aprendizagem da Matemática com o objetivo da constituição do material de análise.

Após essa análise preliminar, identificamos que nem todos os conteúdos das reuniões gravadas correspondiam ao objetivo desta investigação, pois tratavam, por exemplo, de orientações gerais sobre o programa, apresentação de professores coordenadores, professores supervisores, pibidianos eventos e outras informações como discussão quanto à escrita acadêmica e submissão de artigos em eventos científicos.

Dessa forma, selecionamos entre as 62 gravações aquelas cujas discussões mais se aproximam do objeto desta investigação e, por almejarmos analisar as concepções no início, no decorrer e mais próximo ao momento em que os pibidianos estariam concluindo suas intervenções na escola, aquelas que envolviam estudos e discussões sobre o Ensino Exploratório da Matemática (EEM).

O EEM é uma metodologia exigente que coloca o aluno no centro do processo. No contexto do PIBID, foram discutidas tarefas de natureza exploratória sobre frações, sua resolução, adaptação, organização e planejamento para o desenvolvimento dessas tarefas com os alunos da escola.

Como base das discussões sobre o EEM, inclusive das tarefas, os pibidianos tomaram como base os estudos de Doneda de Oliveira e Basniak (2021), que versam sobre práticas pedagógicas remotas orientadas pelo EEM para o ensino de frações para o 6º ano, refletindo sobre tarefas de natureza exploratória realizadas pelos alunos.

Sobre o Ensino Exploratório, as autoras destacam que

> A metodologia ativa e inovadora do Ensino Exploratório de Matemática – EEM exige mudanças de atitudes tanto de professores quanto de alunos. Do professor é necessário estudo, planejamento, organização, reflexão, conhecer e conduzir a aula para que as dimensões do EEM se manifestem: inquiry, reflexão, comunicação e colaboração. Do aluno é necessário protagonismo para resolução da tarefa, e isto exige adaptação a essa nova metodologia, compreender que o trabalho é coletivo, refletir e comunicar suas ideias e raciocínios, e refletir sobre as ideias dos colegas em um processo dialógico de colaboração. Assim, ao contrário do ensino tradicional, em que o professor desenvolve suas aulas assentes em práticas expositivas e diretas (PONTE, 2005), no EEM, o aluno é o protagonista e o professor é o mediado (DONEDA DE OLIVEIRA; BASNIAK, 2021, p. 314).

Também evidenciam as fases da aula para a organização do professor: (i) introdução da tarefa, (ii) realização da tarefa, (iii) discussão coletiva da tarefa e (iv) sistematização da aprendizagem. Portanto, como as autoras afirmam, planejar tarefas de natureza exploratória não é algo simples, e os desafios são maiores no ensino remoto.

Sendo assim, além dos estudos dos textos sobre o EEM, foram discutidas as tarefas do estudo de Donera de Oliveira e Basniak (2021), cujos planos de aula foram tomados como referência pelos pibidianos para estudo, adaptação, planejamento das tarefas as serem desenvolvidas na escola pública de Educação Básica parceira do PIBID. Portanto, as discussões sobre as tarefas pelos pibidianos, contempladas nas transcrições no próximo capítulo, não foram construídas pelos pibidianos, mas adaptadas a partir das elaboradas por Donera de Oliveira e Basniak (2021).

As reuniões gravadas envolvem também os relatos dos pibidianos sobre a vivência da docência em sala de aula, avaliação e atribuição de notas. Assim, os dados analisados nesta pesquisa referem-se ao conteúdo de 12 gravações das reuniões, em um período entre 20 de abril e 30 de novembro de 2021, detalhadas no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 - Datas e conteúdo das gravações das reuniões do PIBID de Matemática utilizadas na análise de dados da pesquisa

Data da reunião	*Assunto da reunião*
20 de abril de 2021	Discussões sobre expressões numéricas e formas de resoluções.
27 de abril de 2021	Apresentação realizada pelos pibidianos sobre multiplicação dos Números Racionais.

11 de maio de 2021	Apresentação de um plano de aula de tarefas de natureza exploratória sobre frações e a utilização das Barras *Cuisenaire*.
9 de junho de 2021	Discussão sobre o aprendizado na formação inicial na universidade, sobre planejamento, organização e realização de uma aula no ensino remoto via internet e material impresso e o aprendizado do aluno. Planejamento de tarefas para serem desenvolvidas em sala de aula do 6º ano da escola.
22 de junho de 2021	Planejamento, preparação de materiais e organização de tarefas para aplicar em sala de aula na escola.
27 de julho de 2021	Relatos da vivência da experiência da docência na escola.
28 de julho de 2021	Relatos da vivência da experiência da docência na escola.
3 de agosto de 2021	Relatos da vivência da experiência da docência na escola.
13 de outubro de 2021	Discussão do texto: *Ensino exploratório de Matemática: práticas e desafios* (CANAVARRO, 2012) relacionando com o que vivenciaram em sala de aula.
16 de novembro de 2021	Considerações dos acadêmicos sobre o processo de avaliação das tarefas realizadas pelos alunos na escola, critérios de avaliação e atribuição de notas.
16 de novembro de 2021	Considerações dos acadêmicos sobre o processo de avaliação das tarefas realizadas pelos alunos na escola, critérios de avaliação e atribuição de notas.
24 de novembro de 2021	Apresentação pelos acadêmicos de tarefas sobre Números Decimais organizadas por eles e reflexões sobre a graduação em licenciatura em Matemática.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Por meio da coleta de dados das gravações das reuniões selecionadas, buscando o que há de essencial e característico nas falas e nos diálogos dos pibidianos, atendo-se intencionalmente sobre as concepções investigadas e a formação inicial, observamos que, em algumas considerações de determinadas reuniões, houve maior expressão sobre a caracterização das concepções abordadas nesta pesquisa em relação às outras. E, ao considerarmos também a sequência temporal das reuniões no decorrer do programa – começo, meio e fim –, optamos por organizar um recorte do fluxo dos conteúdos das reuniões gravadas e realizar a análise dos episódios mais significativos e que expressam fortemente as concepções dos pibidianos sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem.

Dessa forma, definimos quatro episódios para análises, nominados conforme a fala do pibidiano que possui maior impacto, ou melhor descreve o episódio, conforme Quadro 3.3.

Quadro 3.3 - Episódios analisados: datas, tempo, tema e conteúdos

Episódio	Reunião	Tempo	Tema	Conteúdo
1	20 de abril de 2021		*"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê."*	Discussões sobre expressões numéricas e formas de resoluções.
2	09 de junho de 2021	01:08	*"[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo o que eu preciso saber para eu chegar em uma sala de aula e saber passar para meu aluno..."*	Discussão sobre o aprendizado na formação inicial na universidade, planejamento, organização e realização de uma aula no ensino remoto via internet e material impresso e o aprendizado do aluno. Planejamento de tarefas para serem desenvolvidas em sala de aula do 6º ano da escola.
3	28 de julho de 2021	00:59	*"Eu expliquei assim... Eu expliquei no on-line... Eu estava tentando explicar a eles que..." (Expliquei, expliquei, expliquei...)*	Relatos da vivência da experiência da docência na escola.
4	16 de novembro de 2021	01:26	"*Então... ficou com essa nota.*"	Considerações dos acadêmicos sobre o processo de avaliação das tarefas realizadas pelos alunos na escola, critérios de avaliação e atribuição de notas.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Para a análise dos conteúdos desses episódios, recorremos ao aporte teórico a partir da revisão de literatura para esta investigação, que subsidiam as duas perspectivas abordadas de se conceber a Matemática: *a Matemática Pronta e Acabada* e a *Matemática em Construção,* e suas manifestações nas concepções de ensino e aprendizagem da Matemática.

4 CONCEPÇÕES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentamos as análises dos episódios das discussões realizadas durante as reuniões do PIBID a partir dos dados coletados por meio das gravações das reuniões em vídeo. Conforme descrito no capítulo anterior, estabelecemos a análise em quatro episódios: i) Episódio 1: *"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê."*; ii) Episódio 2: *"[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo o que eu preciso saber para eu chegar em uma sala de aula e saber passar para meu aluno…"*; iii) Episódio 3: *"Eu expliquei assim… Eu expliquei no on-line… Eu estava tentando explicar a eles que…" (Expliquei, expliquei, expliquei…)*; iv) Episódio 4: "*Então… ficou com essa nota."*.

Para fazer referência aos sujeitos da pesquisa, são usados nomes fictícios, escolhidos pelos próprios sujeitos, citados no capítulo anterior, a fim de garantir seu anonimato. E, quando os pibidianos se referem a colegas entre os sujeitos a pesquisa, também são utilizados seus codinomes. Em algumas falas, os pibidianos fazem referências a nomes de alunos da escola pública de Educação Básica parceira e de professores supervisores. Para manter sigilo desses nomes, utilizamos pronomes pessoais seguidos dos símbolos [...].

Ressaltamos que foram identificados nas reuniões gravadas onze pibidianos participantes, mas, como organizamos esta parte do estudo por episódios selecionando recortes das falas dos pibidianos, os diálogos e as falas citados nos excertos não contemplaram todos os pibidianos participantes das reuniões gravadas, porém daqueles que melhor expressaram verbalmente as concepções investigadas.

4.1 Episódio 1 - *"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê."*

Para abordar os temas deste episódio, tratamos da análise de alguns diálogos e falas dos pibidianos da reunião do dia 20 de abril de 2021, a qual tratou da discussão sobre expressões numéricas que ocorreu a partir de um exemplo envolvendo adição e subtração apresentada na *Aula Paraná* para o 6º ano.

A professora coordenadora apresentou uma situação problema da *Aula Paraná*, trazida pelo professor supervisor envolvendo a expressão numérica: 30 – 3 – 5 + 7 – 25 =. Partindo do pressuposto de que, quando a expressão numérica envolver apenas adições e subtrações, as operações são realizadas na ordem que aparecem, a professora coordenadora fez vários questionamentos aos pibidianos, conforme pode ser lido no recorte do diálogo que ocorreu entre a professora coordenadora (identificada como PC neste episódio por se tratar da parte de um diálogo) e os pibidianos:

> **PC:** *Se eu inverter a ordem e resolver de trás para frente, vai alterar o resultado?*
> **Flora:** *Eu acho que não. Só depende se você mudar os sinais.*
> **PC:** *Como vocês resolvem essa expressão numérica se olharem para ela? Na ordem?*
> **Star:** *Eu iria somar todos os negativos e daí todos os positivos e daí diminuir.*
> **PC:** *O que acontece com as expressões numéricas quando eu tenho multiplicação? Tanto faz a ordem que eu resolvo ou não?*
> **Pilar:** *Na verdade, não. Não tem aquela regrinha que você tem que resolver primeiro a multiplicação e depois divisão, depois mais e menos. Ou tem também aquela que fala depois elevado. Se o número tem um expoente. [...], aí tem toda essa regra para resolver antes. Porque, se você resolver, por exemplo: primeiro se fosse ali 30 – 3 x 5, se você resolver primeiro o 30 – 3 e multiplicar o 27 por 5, vai dar um resultado nada a ver com o que deveria obter, né? Então tem toda, daí entra a divisão, multiplicação, e aí tem que cuidar, porque tem uma ordem que tem que seguir.*
> **PC:** *E, se não seguir a ordem de resolver primeiro a multiplicação e divisão? Sem seguir a regra que há [...] e for resolvendo na ordem?*
> **Pilar:** *Eu conhecia a regra, mas não conhecia o porquê da regra. [...]*

No decorrer do diálogo, a professora coordenadora perguntou como resolveriam uma expressão em que não houvesse parênteses e que fosse a seguinte: 30 - 3 -5 x 7 - 25 =.

> **PC:** *Seu resultado seria o mesmo? [...] Eu posso escrever isso de outra forma? Essa expressão? Posso sumir com essa multiplicação daqui se eu quiser? O que é 5 x 7 não é cinco vezes o sete na verdade? Só a gente não fala esse "o". Então seria -7 - 7 - 7 - 7 - 7 -25 [...].*
> **Pilar:** *Seria tipo uma simplificação, né? Para o problema não ficar tão extenso, a gente simplificou ele. [...] A gente colocou 5 x 7 como uma simplificação daquilo que a gente queria dizer.*

A professora escreveu no *slide* a expressão da seguinte forma 30 + (3 + 5) x 7 - 25 = e perguntou: *e se estiver escrito assim?*

> **Pilar:** *Aí ele vai querer dizer que primeiro você resolvendo ali* [referindo-se à operação entre parênteses] *vai achar aquele número que vai multiplicar o 7. Mas eu também não sei explicar por que o parênteses vem antes do colchetes que vem antes da chave. Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê.*

Os questionamentos realizados pela professora coordenadora aos pibidianos nesses trechos do diálogo os provocaram a pensar sobre o porquê de resolverem a expressão numérica seguindo a regra e também sobre o porquê da regra. A tarefa apresentada poderia ter sido resolvida sem os questionamentos.

Os questionamentos realizados pela professora coordenadora modificaram a tarefa, pois, “Na verdade, as tarefas são usualmente (mas não necessariamente) propostas pelo professor, mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a atividades muito diversas (ou a nenhuma atividade)” (PONTE, 2014, p. 15).

Nesse sentido, a interpretação que os pibidianos fizeram da tarefa foi da forma que aprenderam, dando ênfase à técnica da resolução para se chegar ao resultado, porém, sem refletir o motivo de o processo seguir daquela forma. Ao interpretarem a tarefa utilizando um sistema formal de manipulação de símbolos, conforme regras determinadas, deixam transparecer que aprenderam por meio da memorização de conceitos para se chegar à Matemática que está no campo idealizado, demonstrando, assim, uma concepção de ensino e de aprendizagem condizente com a concepção da *Matemática Pronta e Acabada.* Esta concepção muitas vezes confunde sua concepção de Matemática com a sua concepção de ensino e aprendizagem, pois, nesta última, o aluno é passivo em sua aprendizagem e apenas reproduz o que o professor demonstra.

Por meio da discussão que os questionamentos geraram sobre a tarefa, ela assumiu outro objetivo, visto que pode ser compreendida apenas como uma ferramenta, no entanto, aqui estimulou reflexões sobre verdades e certezas matemáticas aprendidas anteriormente, mobilizando as concepções dos pibidianos sobre a Matemática, seu ensino e sua aprendizagem no momento em que se possibilitaram reflexões sobre o porquê de eles fazerem a resolução dessa forma e não de outra. E esse pensar sobre a tarefa e as regras propiciou a eles uma nova forma de interpretação do conteúdo e ressignificação de conceitos e regras. Segundo Canavarro (2011, p. 11),

> O ensino exploratório da Matemática defende que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva. Os alunos têm a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

4.2 Episódio 2 - *“[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo o que eu preciso saber para eu chegar em uma sala de aula e saber passar para meu aluno…”*

As falas dos pibidianos que constituem este episódio foram recortadas da gravação da reunião que aconteceu no dia 9 de junho de 2021, com duração de 1:08. Nessa reunião, foram abordados diversos assuntos que conduziram a discussão sobre a formação do professor de Matemática, sobre como os pibidianos se sentem como futuros professores, isto é, sobre sua formação inicial, mediante suas atividades acadêmicas ocorrendo de forma remota.

A professora coordenadora comentou sobre os livros didáticos, o desafio de tentar ousar e desenvolver tarefas inovadoras nas escolas em face das dificuldades de falta de material e apoio da equipe pedagógica e administrativa da escola. Foi discutido também sobre a necessidade de os acadêmicos saberem explicar e entender o que estão fazendo, mobilizando os alunos e possibilitando discussões sobre o erro, especialmente ao utilizarem tarefas de natureza exploratória, por exigirem uma dinâmica diferente daquelas que são costumeiramente propostas nos ambientes escolares, do tipo siga o modelo. O debate se estendeu para as dificuldades no Ensino Superior em relação ao período das atividades remotas e sobre o ensino e a aprendizagem nesse período, quanto à importância de estudar e aprender no Ensino Superior independentemente do tempo para conclusão do curso de licenciatura em Matemática. Nesse contexto, Pilar comenta sobre como se sente em relação ao que está aprendendo enquanto acadêmica e pibidiana de Matemática, como pode ser lido no excerto a seguir.

> **Pilar:** *Se você não entendeu lá* [nas aulas do curso de licenciatura de Matemática], *não tem como aplicar aqui* [nas aulas para os alunos da Educação Básica]. *Todas as disciplinas já são pensadas de uma forma que uma complementa a outra. E, se a gente só passar por passar e não tiver a maturidade de aprender, para e fala assim: “Puxa vida! Eu preciso fazer de novo isso”. E quem está entrando no primeiro ano? Eu pensava que em quatro anos faço faculdade e tal. Hoje penso assim, quando eu me formar, graças a Deus! Se for em cinco ou seis anos, mas que realmente eu saia da faculdade sabendo o que preciso saber, para eu chegar em uma sala de aula e saber passar para o aluno. Porque chegar em uma sala de aula e não saber explicar, não saber de onde surgiu. Tanta coisa a gente está aprendendo aqui no PIBID. O porquê disso, o porquê daquilo. A regra existe. Mas por que existe a regra?*

Pilar expressa suas primeiras expectativas em relação ao curso de licenciatura, sobre os conhecimentos necessários ao se formar para atuar em sala de aula. Quando ela fala sobre saber explicar ao aluno de *onde* surgiu o conceito, compreender os porquês da regra, refere-se a uma Matemática construída historicamente, valorizando, dessa forma, uma *Matemática em Construção,* mesmo sendo perceptível uma valorização da regra em seu discurso.

Ainda nessa reunião, as discussões continuaram sobre questões de aprendizagem no trabalho em grupo, as vantagens da comunicação entre os colegas para o entendimento de determinado conteúdo, as formas como os acadêmicos de Matemática se organizaram em grupo para estudar os conteúdos que não compreendiam nas disciplinas da licenciatura, para assim conseguirem acompanhar melhor as aulas e as atividades das disciplinas. Principalmente para aqueles discentes que iniciaram a licenciatura no ano de 2020 e tiveram pouco tempo de aulas presenciais, a aproximação e a comunicação entre os acadêmicos aconteceram em consequência da dificuldade na aprendizagem reforçada pelo distanciamento social devido à pandemia e por ainda não se sentirem à vontade para tirar suas dúvidas diretamente com alguns professores, ou pelas limitações de tirar essas dúvidas por meio do ensino remoto.

> **Rico:** *Às vezes, só com a explicação do professor você não vai, às vezes, entender o conteúdo. Às vezes, você não sabe nem como perguntar ao professor a tua dúvida. Daí você fica até um pouco mais acanhado. Até aquela questão que a gente conversou. Às vezes, conversando com outro aluno, você tem mais facilidade de perguntar ao colega a tua dúvida do que diretamente ao professor.*

Ponte (1992), fazendo referência a Feiman-Nemser e Floden (1986), afirma que, mesmo a formação inicial sendo bem-sucedida, pode ver seus efeitos varridos no processo de adaptação às realidades da prática pedagógica e de socialização que ocorre nos primeiros anos de serviço. Aqui, vale refletir sobre a questão da adaptação da realidade da prática pedagógica nas aulas da licenciatura nesse período. Não podemos negar que essas adaptações causam, de alguma forma, impacto no aprendizado dos conteúdos pelos acadêmicos.

Rico, em sua fala, mesmo devido à dificuldade em se comunicar com os professores por não conhecer o conteúdo, não estabelece uma relação dialógica com o professor e encontra maior facilidade em buscar auxílio dos colegas. Dessa forma, centraliza autoridade no professor e assim se torna perceptível a concepção de ensino de uma *Matemática Pronta e Acabada,* a qual é reforçada pelo receio de fazer a pergunta errada, o receio do erro. Esse sentimento no início dos cursos de licenciatura é considerado normal, pois sempre será mais fácil o diálogo entre os pares do que com aqueles que exercem papel de autoridade nos grupos, no caso aqui, considerado como o detentor do conhecimento frisando ainda mais uma concepção que estabelece uma relação de autoridade do professor. Devido ao pouco tempo de ensino presencial e às atividades ocorrerem de forma remota, as relações entre professor e aluno ficaram prejudicadas por pouco conhecerem um ao outro.

Embora o intercâmbio *on-line* tenha sido uma alternativa para enfrentar as dificuldades de interação entre estudantes e professores diante dos riscos da disseminação do vírus de Covid-19, a interação presencial entre estudante e professor foi e é essencial para os processos de ensino e aprendizado. A relação professor e aluno no ensino presencial estabelece maior segurança e confiança do estudante no trabalho do professor, e o ritmo da aula segue de outra maneira: os alunos e o professor são mais espontâneos em seus diálogos, favorecendo maior troca de informações e conhecimentos entre eles, sendo possível os estudantes tirarem suas dúvidas no momento que surgem durante a explicação ou no desenvolvimento das tarefas. Também o *feedback* do professor é mais rápido ou instantâneo.

Mediante as adaptações para o ensino remoto, também foram discutidas as questões de ensino e aprendizagem nas escolas de Educação Básica, quando Rico fez alguns questionamentos:

> **Rico:** *A questão de como você vai fazer no Meet uma atividade e ... cai o sinal do aluno. E como você vai passar? Eu me questionei muito durante e agora esse tempo que estava de estágio, eu estava fazendo atividade do segundo ano, [...] seria possível fazer essa atividade pelo celular? E talvez a gente fez bastante teste, alterou bastante coisa, para adaptar, até para ficar mais fácil para os alunos conseguirem fazer pelo celular a tarefa. Porque a maioria mexe somente pelo celular.*

Dando continuidade a essa discussão, a aluna Pilar perguntou também ao professor supervisor (identificado como OS no excerto) da escola pública de Educação Básica sobre a avaliação dos alunos durante o período de ensino remoto, com os argumentos que podem ser lidos no excerto a seguir.

> **Pilar:** *Como é medido, assim, o aprendizado desses alunos que estão recebendo os materiais impressos? Porque a senhora que trabalha aqui na casa da minha mãe, o filho dela mudou para receber só o material impresso, porque ele estava assistindo on-line, só que eles não têm a internet daí estavam tendo muito problema. [...] Mas ela falou que a dificuldade dele é muito grande… não só em Matemática como em todas as disciplinas. Como é avaliado esse aprendizado dele? Ela comentou que hoje teria uma prova que ele teria que entregar lá na escola, mas que ele não sabia fazer. Aí eu fiquei pensando como é medido esse aprendizado? Como os professores estão vendo? E as dúvidas dos alunos como é que estão sendo retornadas para eles?*

PS: *Essa prova que ela falou, em tempos normais, o Paraná fazia a Prova Paraná em cada trimestre* [comparando-a com as demais avaliações externas], *eram questões objetivas de Língua portuguesa e Matemática* [comentou sobre o IDEB]. *Como não dá para eles fazerem na escola* [referindo-se aos alunos], *essa prova diagnóstica, quem faz impresso pegou semana passada e precisa entregar até amanhã e, para os que fazem on-line, foi liberado o link. Como avaliamos o rendimento, é pelas atividades impressas que enviamos para eles. Posso utilizar as trilhas que vêm prontas do Estado ou posso preparar o meu material e junto já envio, a cada mês, por exemplo, a avaliação. E é a partir da avaliação que eu vejo se eles aprenderam ou não. O ruim é que eu só vejo se aprenderam ou não. Não tem como eu dar uma resposta para eles* [referindo-se aos alunos].
Pilar: *Ela me disse* [referindo-se à senhora mãe do aluno] *"Essas folhas, ah! Essa folha não aguento mais essas folhas"* [referindo-se ao material impresso que recebe para seu filho na escola]. *"Eu não sei ensinar ele." Porque ela não estudou, não entendeu o que eles pedem, não tem quem ajude ele em casa para ele aprender. Eu fiquei bem preocupada, ele deve estar no 8º ou 9º ano e, desde o ano passado, está com essas folhas. E como que vai ser? Ela disse que ele não estava nem querendo fazer mais. Estava querendo desistir da escola. Mas daí como que tem vontade* [de estudar]*? Como o professor falou, a gente só defende, a gente só quer aquilo que a gente sabe. Para a gente defender, e ele não está* [na escola presencialmente], *não sabe ele não tem acesso à internet para conseguir pesquisar. Ele não tem quem, ali por perto, para ensinar ele. Então, ele realmente não quer. Não tem como julgar se ele não tiver interesse ou está com dificuldade, não tem quem ajude.*
Rico: *Professor* [referindo-se ao professor pelo nome], *essas tarefas, no caso, vêm com a explicação? Ou por onde que o aluno vê a explicação desses conteúdos?*
PS: *Vem uma explicação. Mas, por exemplo, uma trigonometria lá no 9º ano, equação do 2º grau, bhaskara, vem ali para o aluno ler e tentar entender. Não tem a explicação do professor, a demonstração. Vem uma folha frente e verso* [impressa], *a explicação, alguns exemplos e duas questões para ele responder e, se o professor quiser fazer diferente, pode.*
PC: *São como se fosse o livro didático que vem a explicação e daí os exercícios? Isso?*
PS: *Exatamente isso. Vou achar um exemplo para enviar para vocês.*
Pilar: *Acho que é tipo uma apostila, professor? Que nem essas apostilas de escola particular, ponto que vem com espacinho para responder, para escrever e acabou é aquilo ali. Sem muito exemplo, sem muita prática. Só eles dão os dados lá e já indicam mais ou menos onde estão os dados para o aluno não precisar procurar muito e responder.*
Rico: *Ano passado, só que era do Fundamental 1. Minha sobrinha era do 5º ano e na escola dela davam essa apostila, e o aluno tinha que assistir à aula na televisão. A aula passava em determinado horário. E, com a aula que assistia na televisão, tinha que responder à apostila. Às vezes, uma coisa não tinha nada a ver com a outra* [referindo-se à aula da TV em relação à apostila]. *Daí quando ela veio aqui, elas ficaram um bom tempo em minha casa, daí o canal que passava na cidade delas aqui não pegava. A minha outra sobrinha que estava no 9º ano que as aulas também passavam pela televisão também não conseguia acessar. Daí começou passar pelo Youtube e ela conseguiu assistir. Eu lembro que dava bastante confusão. E lá em* [referindo-se à cidade onde residem as sobrinhas] *ainda eles mantêm esse método no Fundamental 1, o aluno pega apostila para ele assistir às aulas pela TV. Mas acho bem confuso na verdade. Estava vendo assim, a criança não aprende nada, né? Só para dizer que estão ensinando alguma coisa.*

Os dois pibidianos apresentaram preocupação com a forma como estava sendo ofertado o ensino e como os alunos estavam aprendendo, questionando se essas formas *dão conta* do ensino e do aprendizado dos alunos da Educação Básica. Pilar enfatiza que *o não querer fazer* do aluno em questão está na falta de recursos dele, tanto tecnológico, físicos e também humano, neste último, de alguém com conhecimento que o auxilie. Dessa forma, em seu discurso, também está explícita uma educação centrada no aluno. E a concepção de ensino e de aprendizado em Matemática centrada no aluno, a concepção que propõe uso de materiais concretos, utilização da ação, manipulação, experimentação, jogos, atividades lúdicas, que, conforme suas falas, não estão sendo viabilizadas nesse momento, corresponde à concepção de uma *Matemática em Construção.* Também, por meio do interesse e dos questionamentos que os pibidianos fazem ao professor supervisor de como estão sendo avaliados os alunos no período de atividades remotas e o comentário sobre a efetivação da aprendizagem demonstra comprometimento com a construção do conhecimento matemático e não somente visando à reprodução do exemplo na tarefa enviada.

Após, a professora coordenadora solicitou ao Rico para falar a respeito da tarefa sobre Funções Trigonométricas que planejaram para aplicação na escola via ensino remoto, *Meet* e *Classroom*. Rico apresentou em *slides* e comentou sobre as tarefas que planejou com seus colegas utilizando o *GeoGebra*, a princípio estava organizada em um documento de texto com a descrição das tarefas e os *links* para acessar conforme ele apresentou no *slide*:

> **Rico***: A primeira tarefa eles vão entrar no link, ele vai levar nesse daqui* [referindo-se à atividade no *GeoGebra on-line*] *que a atividade é nossa mesmo. Daí quando os alunos soltarem, ele vai mostrar o comportamento deles* [das linhas conforme os controles deslizantes]. *A atividade mesmo vai começar a partir do segundo link. A primeira tarefa consiste em eles fazer a ligação da letra A* [y=sen(x)] *para ver com a qual ela irá se encaixar B* [y=cos(x)] *ou C* [y=tg(x)]. *Daí aqui, fomos com base nas Aulas Paraná que eles estavam aprendendo* [referindo-se a tg(x)].

Após apresentar as questões, Rico demonstrou-se apreensivo sobre a instabilidade da internet:

> **Rico***: A gente até ia colocar mais atividades para eles. Porém, por conta dessa questão de travar, cair. A Poli foi testando, trava bastante, daí para não ter nenhum problema para eles, a gente só colocou três questões simples. Só para não dificultar para eles por conta que a maioria mexe só pelo celular mesmo.*
> **PC:** *Pensando nisso, uma questão talvez para vocês falarem com o* [referindo-se ao nome do professor]. *Não daria talvez para vocês mandarem as questões antes para eles copiarem em uma folha?*
> **Rico:** *Eu até pensei hoje em conversar, mas, por conta dessa Prova Paraná [...], acabei não conversando. Vou deixar mais para conversar com ele durante a semana para ver*

se a gente só passava essa atividade para eles e der um prazo, talvez, para eles fazerem essa atividade. Não aplicar durante a aula. O intuito era a gente aplicar na aula da semana que vem, na quarta-feira. E acompanhar eles fazendo. Mas por essa questão que a Poli falou trava bastante, é ruim copiar. Colar do celular. Ver certinho o Geogebra como é a equação.
PC: *Por isso, pensei em vocês passar antes as questões, fazer eles copiarem as funções e, principalmente, talvez, tentar acessar, para ajudar a acessar. E, se possível, vocês fariam uma aula para ajudar eles no que eles tivessem dificuldade e outra aula para sistematizar, discutir com eles.*

A professora coordenadora comentou que achava difícil para os alunos acessarem a tarefa e a atividade no celular, por isso, sugeriu passar a atividade.

Rico: *Eu até pensei que na ideia de passar no Classroom a atividade. Que lá no Classroom tem a opção para eles anexarem o documento e tirarem print dos gráficos que eles têm que eles fossem formando, quando eles colocassem lá no GeoGebra o anexo lá naquele link. Daí eles fazem tudo pelo celular mesmo, daí eles colocam as respostas abaixo. Só retorna para a gente, que a gente vê as questões das correções, né?*

Após, a professora repassou mais algumas orientações sobre a tarefa e sugeriu que os alunos baixassem o *GeoGebra* para facilitar o seu manuseio.

Rico: *Eu pelo menos só fui saber o que era o GeoGebra na faculdade. Não sei será mais fácil até pela questão da memória do celular. Eu acredito que tem aluno lá que não saiba o que é que é e tal.*

Pela forma que o pibidiano relatou que planejaram as tarefas primeiramente, identificamos que consideraram como centro do processo de ensino e de aprendizagem o aluno, incluíram recursos tecnológicos para realizar as tarefas, o *GeoGebra*, que permite utilização de diferentes estratégias para resolver a atividade. Isso, em nossa avaliação, caracteriza suas concepções de ensino e de aprendizagem na perspectiva da concepção *Matemática em Construção*, visto que, diante das dificuldades apresentadas pela situação, se preocuparam em possibilitar uma tarefa na qual os alunos tivessem oportunidade de formular hipóteses e testar conjecturas, manipulando dados e informações para resolver um problema com uso de um *software* de Matemática dinâmica. Também, buscaram alternativas em situações que os aparelhos tecnológicos não conseguissem acessar o *software* e a tarefa ao mesmo tempo.

4.3 Episódio 3 – *“Eu expliquei assim… Eu expliquei no on-line… Eu estava tentando explicar a eles que…” (Expliquei, expliquei, expliquei…)*

Escolhemos analisar as falas dos pibidianos da gravação da reunião que aconteceu no dia 28 de julho de 2021, com duração de 59 minutos e 5 segundos, por ser uma reunião que aconteceu em meados da vigência do PIBID, quando os pibidianos já tinham realizado alguns estudos teóricos e discussões sobre o ensino e a aprendizagem matemática, que contribuem para fundamentar as discussões ocorridas na reunião, na qual eles discutiram e analisaram o desenvolvimento de tarefas com as Barras *Cuisenaire* em um 6º ano da escola pública de Educação Básica parceira do PIBID.

Como já mencionado no capítulo anterior, as tarefas de natureza exploratória desenvolvidas pelos pibidianos possuem como referência Doneda de Oliveira e Basniak (2021), não são elaboradas por eles.[7]

Eles relataram como foi a experiência de vivência da docência. É válido salientar que, nesse período do desenvolvimento dessas tarefas, alguns alunos da escola pública de Educação Básica estavam em atividades presenciais e outros em atividades remotas, enquanto os pibidianos estavam em atividades acadêmicas remotas. Esse fato impôs condições diferenciadas para a proposição, desenvolvimento e acompanhamento das tarefas, sem com isso deixar de proporcionar uma experiência de docência ímpar e valiosa, visto que eles puderam observar, analisar e interagir com os estudantes durante a resolução das tarefas, sempre dialogando e questionando com a intenção de os estudantes pensarem sobre suas resoluções.

Nessa reunião, a professora coordenadora e o professor supervisor fizeram várias observações e considerações, sempre orientando os pibidianos sobre as possibilidades de encaminhamentos nas tarefas. Também promoveram vários momentos de reflexões por meio de questionamentos aos pibidianos em suas observações, planejamentos e análises.

Destacamos a importância do professor supervisor, principalmente no momento em que o ensino estava ocorrendo de forma presencial na escola pública de Educação Básica e de modo remoto no Ensino Superior. Por ele conhecer melhor os estudantes, devido ao contato mais frequente com eles, orientou os pibidianos com informações

---

[7] As autoras disponibilizaram materiais explicativos sobre como realizaram as tarefas com seus alunos da pesquisa, como *slides* e vídeos.

relevantes sobre as características de cada aluno, sua forma de aprender e sobre limitações e dificuldades na aprendizagem.

Para viabilizar as ações desse contexto, os alunos que estavam na sala de aula formaram grupos com determinada distância um do outro. Para cada grupo, havia um *notebook* conectado à internet, assim os pibidianos interagiam com os estudantes via *Meet* (Figuras 4.1 e 4.2), explicando os conteúdos e as tarefas. Os alunos que estavam em sala desenvolviam-nas no papel e manipulavam a Escala *Cuisenaire* de EVA (Figura 4.3), e os que estavam no ensino remoto participavam de suas casas pelo *Meet* em simultâneo e desenvolviam a tarefa com o *Cuisenaire on-line* (Figura 4.4) e no caderno.

Figura 4.1 – Organização dos grupos dos alunos na sala de aula em interação com os pibidianos via *Meet*

Fonte: Arquivo do PIBID de Educação Matemática (2021).

Figura 4.2 – Organização do Grupo dos alunos em sala de aula atendidos via *Meet* pelos pibidianos

Fonte: Arquivo do PIBID de Educação Matemática (2021).

Realizamos o recorte intencional do fluxo de algumas falas dos pibidianos na gravação da reunião que mais representam as concepções investigadas nesta pesquisa, sobre como se sentiram na vivência da docência e também sobre como assumiram o papel docente diante dos estudantes e do desenvolvimento e da análise das tarefas.

Portanto, na sequência estão os recortes, que, por algumas vezes utilizamos [...] suprimindo partes de falas menos relevantes, ou sobre outros assuntos, assim como a identificação nominal dos estudantes da escola pública da Educação Básica. Os recortes das falas seguem a sequência em que eles apareceram na reunião.

Diante do questionamento da professora coordenadora sobre o preparo da Pilar para ajudar nas atividades *on-line*, a acadêmica respondeu:

> **Pilar:** *Eu havia combinado com a Hipotenusa, com o Harry e com a Star 8:30 fazermos uma Meet para a gente se planejar para amanhã. Aí eu acordei cedo por causa da Meet que eu havia combinado com eles. Mas deu tudo certo graças a Deus. Mas, eu estava comentando com eles que foi totalmente diferente do que foi no físico* [referindo-se à época quando trabalhou com os alunos no presencial, em que eles utilizavam o *Cuisenaire* físico, entretanto, ela estava remotamente]. *Totalmente diferente.*

No contexto dessa fala, a pibidiana estava trabalhando com dois alunos participantes da aula *on-line* via *Meet* enquanto os outros estavam em outros grupos fisicamente na escola.

Rico descreve como foi a sua experiência ao utilizar um recurso *on-line* do *Cuisenaire*, como ele realizou a explicação e os estudantes fizeram as tarefas.

> **Rico:** *Viu, até eu usei o Cuisenaire on-line para explicar para eles. Eu expliquei no on-line, e eles fizeram no físico. A questão veio e eles conseguiram, foi bem de boa para eles conseguirem. Pelo menos foi para três alunos, que eu expliquei, e eles conseguiram e foram fazendo. Eu não me lembro dos nomes deles para eu ver as fotos se eles fizeram dentro do que eu expliquei ou não. Daí eu fui mais ou menos na explicação da professora. [...] Por exemplo, de pegar a pecinha preta* [e questionar] *não completou, né? Pegar a pecinha preta e ver uma que encaixa dentro da preta para daí montar a "fraçãozinha" para eles irem pensando assim.*

Pilar relatou como procedeu para explicar aos estudantes:

> **Pilar:** *Eu estava um pouco perdida porque eu não queria dizer para eles assim: usem a maior como base, ou usem uma como base. Eu não queria dizer isso, ainda mais que eles estavam on-line. Daí primeiro eu fui lá e expliquei como funcionava a ferramenta. Acho que* [referindo-se a uma aluna que não estava presente na aula anterior] *não havia participado ontem, daí, ela não sabia, aí eu fui dar uma explicação de como funcionava o Cuisenaire on-line. Eu expliquei que não era para eles apertar em uma daquelas ferramentas lá porque nós não iríamos utilizar nenhuma na aula de hoje. Senão eles iam começar a apertar e descobrir assim que tem aqueles quadradinhos ia "dar zebra". Aí eu falei isso aqui é para a próxima aula depois a gente vai ver. Depois a gente conversa. Não precisa apertar em zoom, não precisa apertar em nada. Apenas façam como está aqui, coloquem uma barrinha em cada. Daí expliquei, apresentei para eles a atividade. Apresentei a atividade 1 ali. Daí podem ver, eu também tirei print* [referindo-se a como explicou para eles] *e, se vocês perceberem, eles fizeram totalmente ao contrário. O* [referindo-se a um aluno] *usou como base a do 10 e foi fazendo as outras é a* [referindo-se a uma aluna]. *E o* [referindo-se a um aluno] *começou colocar os quadradinhos do branco e não parou mais. Depois eu fui contar, ele colocou 33 quadradinhos do branco. Aí sua barrinha verde que combinou ele perguntou: "mas, prof, por que que o meu só combinou esse e o da* [referindo-se a uma aluna] *deu tantas combinações?". Aí eu pensei o que que eu vou falar para ele agora. O que que eu vou dizer? Eu falei "bom, você pensou diferente [...] Mas não deixa de estar certo". E ele disse "tá bom". E agora que a gente vai fazer com isso?*

A professora coordenadora ainda perguntou à pibidiana se ela estava preparada para essa situação diferente e como ela se sentiu como professora nesse momento.

> **Pilar:** *Aí eu comecei a pensar, o que eu vou falar para eles. Eu fui apresentar o Cuisenaire, mas eu não queria começar a montar, porque senão, se eu explicasse como o Rico explicou no Cuisenaire on-line, eles iriam apenas replicar, eles iam fazer a mesma coisa. É diferente eu explicar no on-line e no físico, é diferente. Se eu fizesse com eles no on-line, eles iriam querer fazer a mesma coisa. Eu fui falando. Na*

horizontal, vocês vão colocar as barrinhas de que forma? Eles: "É assim, prof, uma do lado da outra e tal". Eu não queria dizer assim, só coloca apenas trinta barrinhas brancas. Eu queria que eles tivessem essa noção para chegar num [pensando] *em uma solução. Mas acontece que eu acho que hoje eu estava menos preparada do que ontem. [...] Hoje eu não imaginava que entraria em aula, não imaginava entrar on-line, não tinha me preparado emocionalmente para hoje. E com eles foi diferente, porque, como eles começaram a fazer mais rápido, não tinha aquele problema do EVA voar* [referindo-se à atividade realizada com o *Cuisenaire* físico no presencial]. *Daí eu pedi para eles apresentarem sua tela. Vamos conversar sobre isso. Eu perguntava para eles: "O que que você percebe olhando as barrinhas?". Os alunos: "Ah! Prof, essa barrinha aqui é maior, mas só que a branca aqui ficou no mesmo tamanho quando eu coloquei várias". "Ah, mas isso se chama o quê?" Eu tentava assim que eles fossem falando. Aí eu perguntei para eles: "O que que nós conseguimos trabalhar com a escala Cuisenaire e tal?" Ela* [referindo-se a uma aluna] *falou: "potência". Eu pensei: será que a gente consegue trabalhar potência com essas barrinhas?!* [expressando surpresa e dúvida] *Daí eu falei assim: "Mas é que hoje a gente vai trabalhar outra coisa". Daí o* [referindo-se a um aluno] *disse: "Fração". São todas coisas que dá para se trabalhar com essas barrinhas. Mas eu queria que eles chegassem na parte da fração para partirmos para a atividade B. Só que eu queria que saísse deles isso, [...] Cheguei no ponto de um número em cima do outro e pensei e agora. [...] Eles vão precisar associar através dos inteiros como eles vão fazer a representação das frações.*

Sobre atividades que os alunos fizeram, Rico comentou:

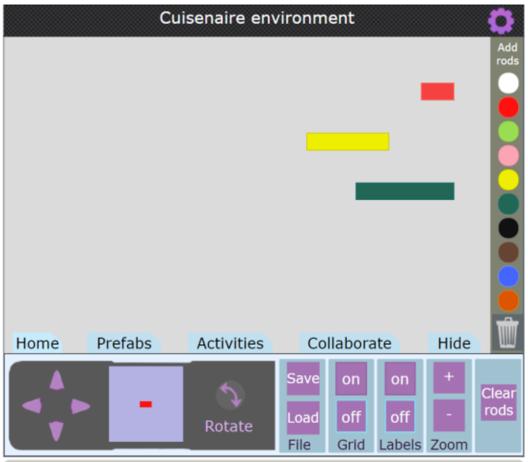
Rico: *Eu estava tentando explicar assim que a barrinha preta tinha sete "partezinhas" assim dá branca. A branca daria sete na preta, porém a vermelha que era duas, ela não ia fechar no caso iria ficar uma "partezinha" da preta faltando para a vermelha fechar a preta. Daí essa questão para eles, que não é todas as "pecinhas" que eles poderão utilizar. A amarela daí encaixou. Mas será que ela vai formar a fração certa para eles escreverem bem a fração? [...] Tentar instigar, como a professora falou, eles pensar sobre isso. Igual ali. Por que é que a vermelha não dá certo na preta, né? Por que que teria que ser a branca para dar certo na preta? Tentar fazer eles pensarem nesse sentido.*

Nessas falas dos pibidianos, percebemos a grande atenção que eles dão ao estudante da Educação Básica, o aluno como centro no processo de ensino e de aprendizagem. Expressam esforço e dedicação para realizar uma explicação eficiente para os alunos conforme os relatos, tornando o processo do ensino mais interessante, utilizando a Escala *Cuisenaire* física, confeccionada por eles em EVA (Figura 4.3), e também sua versão *on-line* (Figura 4.4).

Figura 4.3 – Escala *Cuisenaire* confeccionada em EVA

Fonte: Arquivo do PIBID de Educação Matemática (2021).

Figura 4.4 – *Cuisinaire on-line*



Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Também, é nítida a valorização do processo da construção do conhecimento matemático pelos alunos ao resolver a tarefa com a manipulação das barrinhas. As estratégias usadas, as conjecturas realizadas e as hipóteses levantadas pelos alunos, relatadas pelos pibidianos que acompanharam o desenvolvimento da tarefa, estão relacionadas à tendência construtivista abordada por Fiorentini (1995), em que há a evidência da ação interativa e reflexiva do homem com o meio ambiente ou com a atividade.

A ênfase que eles atribuem a esses elementos no processo da construção do conhecimento matemático e a participação do aluno como protagonista no processo de aprendizagem caracterizam a concepção dos pibidianos sobre a Matemática, o ensino e a aprendizagem na perspectiva da *Matemática em Construção.*

Destaca-se, assim, a concepção da Matemática construída por meio da experiência, alicerçada na construção do conhecimento matemático ao aproximar o sensível do inteligível, compreendido sutilmente no Realismo de Aristóteles, que uma ciência precisa conhecer, ao mesmo tempo, a visão empírica e os aspectos lógicos do conhecimento.

A professora coordenadora enfatiza o posicionamento do pibidiano Rico sobre questionar os alunos para ver se eles conseguem compreender o que estão vendo, orientando os pibidianos para não mostrarem diretamente como resolver, mas, por meio das comparações feitas pelos alunos, perguntar a eles o que perceberam.

Em muitos momentos, os pibidianos expressam a preocupação que tiveram em não mostrar diretamente a forma da resolução da tarefa com a Escala *Cuisenaire*, para não fechar rapidamente um resultado. Fizeram várias indagações aos alunos, perguntando sobre como resolveram daquela ou de outra forma. Isso também demonstra que queriam que os alunos pensassem a respeito do que estavam fazendo e construíssem o seu conhecimento.

Em outro momento da reunião, a respeito de como os alunos estavam procedendo para resolver a tarefa, Rico comentou:

> **Rico:** *Quando eles não usam a ideia dos quadrinhos, das malhas, eles usam a ideia de faltar um pedaço.*

Então a professora coordenadora argumentou:

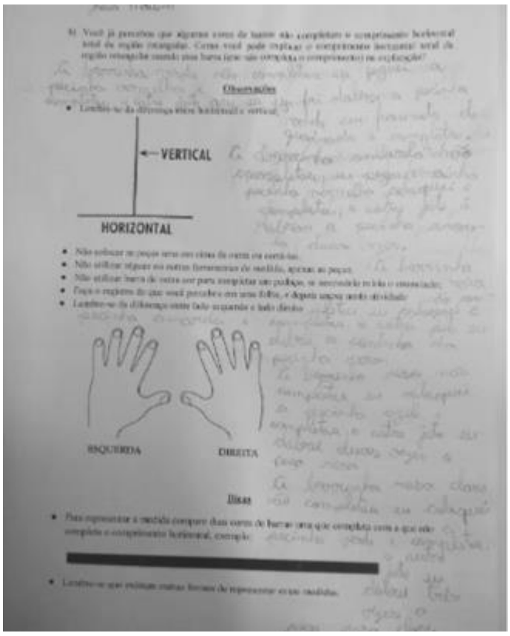
> **PC:** *[...]quando eles usam a ideia de faltar um pedaço, eles precisam perceber que nem tudo pode ser comparado [...], que elas não são equivalentes, mas isso eles não vão entender agora. Mas quais podem ser comparadas? [...] A questão exatamente que a gente precisa fazer é medir esse pedaço. E como a gente vai fazer para saber a medida desse pedaço?*
> **Pilar:** *Para gente trabalhar isso sobre o pedaço que falta, seria legal a gente trabalhar com a questão dos múltiplos, né? Por exemplo [...], tem várias barrinhas brancas, tem a barrinha rosa que é o 4 e tem a barrinha vermelha, aí falta um pedacinho. A do 4 vai ficar só a metade, daí seria só o vermelho, só meio para completar. Aí a gente trabalha assim. E aí queria pegar a barrinha rosa, pegar um do maior para o menor colocando para completar. E quantos que fecham aquele 4? Porque com isso a gente chega na ideia de fração. [...] eu acho que, se trabalhar com número grande, eles terão a ideia de que terão que simplificar. Assim, você pode ir trabalhando com o menor, ainda mais com essas barrinhas. Não tem como a gente ir lá e colocar o número 1 da fração só com as barrinhas. Eles estão vendo que o 4 equivale a duas barrinhas brancas, aí eles*

vão ter noção de equivalência e vão pegar já a que falta. Vamos colocar 4 para ver se fecha? Fazendo essa comparação para ver a questão dos inteiros e da fração.

Nesta última fala, Pilar sugere que os alunos possam querer simplificar, caso se trabalhe com números maiores. Reportamos essa parte da fala dela às ideias de Descartes, conforme citação de Bicudo e Meneguetti (2003), sobre o preceito do método dele de decompor uma ideia complexa em seus elementos mais simples, a fim de se ter a certeza de que nada seja omisso, isto é, de um resultado. Porém, conforme o relato da pibidiana, a ideia de como trabalhar com essas barrinhas faz com que eles tenham que interagir com atividade e com o material, no caso as barrinhas para desenvolver a tarefa, experimentando e criando estratégias, comparando para responder às questões, o que também resulta na construção do conhecimento matemático pelo aluno.

Rico demonstra surpresa ao comentar a escrita na atividade sobre fração (Figura 4.5).

Figura 4.5 – Tarefa sobre fração desenvolvida por aluno



Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Rico: *Uma coisa que eu achei bem interessante foi a maneira que eles escreveram, não achei que eles iam pensar em outra forma. Não achei que eles iam escrever as ideias deles ali no papel.*
PC: *Então, Rico, vejo que isso é interessante, porque, se fosse com outra turma, acho que não viria tanto escrito, que não fosse 6º ano.*
Rico: *Eu achei que eles iam colocar só as cores ali dos pedacinhos. Todos eles, que o professor me mandou, escreveram as ideias deles certinho, como eles pensaram.*

> **PC:** *Porque ainda eles não estão entendendo* [referindo-se a entender] *que a Matemática é só número e não escrita. Eles foram escrevendo. Podem ver que depois que você pega alunos do 8º, 9º ano, eles acham que tem que ser tudo simplificado na Matemática.*
> **Rico:** *Até os do 2º ano que a gente passou aquela tarefa no GeoGebra, a gente pedia para ele descrever lá coisas, mas é uma linha, o mínimo do mínimo que eles escreviam. Não muita coisa.*

Após essa fala, Rico primeiramente fez a leitura da descrição de uma aluna do 6º ano e depois comentou o que percebeu.

> **Rico:** "*A barrinha verde não completou, eu peguei a barrinha vermelha e completou de outro jeito. O que eu fiz foi dobrar a pecinha verde em formatos de quadrado e completar.*" [leitura do que a aluna escreveu] *Ela escreveu tudo desse jeito. A ideia, maneira que ela pensou, eu gostei [...] falou que não podia dobrar, não podia cortar, mas não podia colocar a barrinha amarela, não completou eu peguei a pecinha vermelha duas vezes, ela foi dobrando a barrinha, né? [...] Ela mostrou de duas formas: você pegava a barrinha de outra cor e completava ou você dobrava a barrinha que você escolheu para encaixar no espaço.*

Essa aluna mencionada por Rico, que estava dobrando as barrinhas, estava utilizando barrinhas de EVA no presencial. Ele comentou que ela não pedia ajuda para fazer, diferente de outra aluna que lhe solicitou explicação e depois passou explicando para os colegas em suas carteiras como ela compreendeu.

Esse relato de Rico mostra a autonomia das alunas para resolver as tarefas. Dessa forma, constatamos a Matemática como uma atividade humana ao mesmo tempo, individual e social e que, por meio da discussão crítica de ideias, é possível reconhecimento de novos saberes matemáticos, ampliação, correção e refutações desses saberes.

Esse episódio permitiu visualizar com clareza e maior relevância as concepções dos pibidianos na perspectiva da *Matemática em Construção*. Essa constatação se destaca no momento em que eles centralizam o aluno no processo de ensino e de aprendizagem, utilizam uma atividade de ensino exploratório que gerou muitos questionamentos aos alunos e a eles, rompendo com as certezas e as verdades absolutas em Matemática que estão presentes na *Matemática Pronta e Acabada* que evidenciam os fundamentos na Matemática grega da Escola de Platão.

A forma que eles ressaltaram a utilização da manipulação de materiais concretos, no caso a Escala *Cuisenaire*, tanto na realidade física quanto na realidade virtual, e a manipulação dessa escala pelos alunos nas duas realidades caracterizaram ações conforme a tendência construtivista. Os erros na manipulação dessa escala foram usados para desenvolver a tarefa como pistas de caminhos para aprendizagem, foi demonstrada também a falibilidade que pode existir na Matemática, não se focou apenas o resultado correto, mas se mostraram vários caminhos para a resolução.

4.4 Episódio 4 - "*Então… ficou com essa nota*."

Esse episódio apresenta as discussões dos pibidianos sobre avaliação dos alunos que realizaram as tarefas propostas por eles, na gravação da reunião do dia 16 de novembro de 2021, com a duração de 1:26. As discussões foram bastante produtivas visto que os acadêmicos se organizaram para apresentar as notas e justificar como as atribuíram. Pelos relatos, as atividades foram desenvolvidas em grupos. Alguns apresentaram planilhas e tabelas. Não avaliaram somente o resultado final e o desempenho na atividade. Como critérios de avaliação, consideraram a participação dos alunos, a organização, entre outros aspectos. Conduziram os critérios de avaliação diferentes dos anteriores, como destacado no excerto a seguir.

> **Hipotenusa:** *Não foi aquela tabela do professor* [referindo-se ao nome do professor] *porque a gente viu as fotos. Se a gente fosse para fazer que nem a gente faz a avaliação, iria dar muita nota baixa, então eu conversei com a Star e a gente está vendo se arruma critérios, que eram os itens da atividade e outras coisas que a gente avaliava também. [...] Então o que a gente fez foi avaliar que 70% da nota equivale ao item A, B, C, D e E, que seria o comprometimento, respeito, participação e a organização. E os erros não. Mas, em alguns, teve muito pouco erro, por exemplo a aluna* [referindo o nome de uma aluna] *ficou com 5,4 porque, no item C, D e E, a gente não tem a imagem e lá no documento que o professor colocou, ela falou que continua a resolução no caderno. Então, a gente não tem uma foto e achou inconveniente avaliar. O desenvolvimento tá bom, o que ela tirou na participação. Estava na resolução das atividades e procurava ajudar os colegas, pediu ajuda quando necessitava, apresentou alguns erros ortográficos. Eu acho que isso deve ter sido a pressa. [...] Eu tinha ficado com ela* [no grupo], *e a Star ficou com ela dois dias e lembro da atividade. Então, conversamos, e a nota dela pode alterar caso a gente tenha a foto.*

Quando foi perguntado pela professora coordenadora sobre a questão das notas:

> **PC:** *Nessa nota, vocês entraram em comum acordo, ou vocês não conversaram no grupo como um todo ainda?*
> **Hipotenusa:** *No começo era um grupo, faltava um aluno e outro não ia, acontecia alguma coisa. Então, o grupo a cada dia se reconstituía. Eu, por exemplo, eu e a Star, que a gente sabia que a gente ia pegar os alunos então talvez, a gente já fez, e os outros seria um conselho de classe para se chegar a uma nota.*

A professora coordenadora propôs fazer esse Conselho de Classe nesse momento mesmo e o professor supervisor concordou.

> **Hipotenusa:** *Alguns alunos então a gente chegou ao consenso já, porque às vezes trocavam meio dia com o da Star, então a gente ficava com os mesmos. Acho que 10 alunos já estão com notas formuladas. Aí têm alguns, eu acho que o Harry estava fazendo de alguns alunos que não tinha feito e eu não tinha também cada atividade. Eu não vou falar isso que não fez atividade. [...], a gente só colocou a nota final.*

Continuou-se a falar das tarefas, mas agora sobre as frações:

> **Hipotenusa:** *Então ela ficou com essa nota [...]. Tipo, o que a gente descontou dela foi talvez da organização, algumas coisas a gente não conseguia compreender muito bem. Ela desenvolveu, assim num todo, a atividade bem. Alguns itens ela desenvolvia mais ou menos e outro mais. E lá naquela parte das frações, que eram maior e menor, ela colocou certo qual fração era maior. Só que eu acho que a fração, se eu não me engano, era 1/1 e 1/5, e aí ela falou que o sinal lá do maior apontava para 1/1. E a justificativa que ela colocou que um 1 é maior que o 5. Então foi dela e foi mais uma aluna que era dupla dela. Por isso, que a gente meio que descontou também. Acho que teve outras coisas, algumas atividades não estavam bem desenvolvidas, pela metade. A* [referindo-se a outra aluna] *eu não consegui avaliar, porque, embora eu sei que ela estava fazendo, eu não tenho nenhuma foto dela. Porque ela estava on-line e lá foi presencial e teve alguns dias que ela faltou. Então não teve como a gente fazer. A* [referindo-se a outra aluna] *ela ficou com 6 e 7 porque ela desenvolveu bem assim as atividades, mas as resoluções de algumas delas estavam corretas, mas um pouco bagunçadas. E lá no item C, D, E que falava que era para somar e colocar qual fração era maior e qual era a menor, eu tive a impressão que ela teve a pressa de fazer tudo correndo, sabe, de terminar antes porque lá, na frente não quer colocar qual é maior, ela apenas escreve suas frações e não colocou o sinal. Eu acho que essa pressa atrapalhou muito ela. Aqui, apareceu muitos erros.*

A professora coordenadora perguntou se seria a pressa mesmo ou falta de atenção, e Hipotenusa comentou:

> **Hipotenusa:** *Porque eu até, então naquele documento até coloquei alguns erros dela, foi na atividade no item A, que era a que descreve as melhores estratégias e teve mais um item que ela detalhou super bem. Ela detalhou muito caprichado. [...] Na atividade dois, ela foi a única [...] que captou na hora atividade. Até ensinava para os colegas. Então não sei o que que aconteceu, se foi a pressa ou foi falta de atenção ou estava desanimada.*
> **Harry:** *...eles começam a fazer tudo certinho e vão perdendo o interesse.*

As discussões seguiram, algumas partes não foram significativas para essa análise. Após, em relação à atribuição de nota de outra aluna, Hipotenusa comentou:

Hipotenusa: *Ela ficou com 8. Desenvolvia bem as atividades, descreveu bem as coisas. Ela compreendeu algumas questões assim razoavelmente e teve algumas, uma que ela fez anotações meio misturadas, meio confusas. Assim parece que ela misturou com coisas lá da tarefa 2 que a gente fez [...]. Algumas ela respondeu parcialmente correta. Quanto a participação dela, em alguns momentos, ela era mais participativa e, em outros, ela mais quietinha, reservada. Às vezes, meio que ela ignorava nossa presença lá.*

Os relatos seguiram sobre as notas e as avaliações dos alunos que desenvolveram as tarefas. Chamou-nos a atenção a exposição da Zoe que atendeu uma dupla de alunos na qual um deles aparentemente se apresentou mais agitado e atrapalhou a realização da atividade da colega.

Zoe: *Eu fiquei com a* [referindo-se à aluna no grupo] *(no grupo) dia 23 e com o aluno* [referindo-se ao nome do aluno], *acho que era o dia que ela estava tentando fazer, e o* [referindo-se ao aluno] *ficava atrapalhando ela. Ficavam discutindo os dois. Eu fiquei só com os dois, daí o aluno queria atenção e não deixava ela fazer e daí ficava vendo o que o grupo do Rico lá estava discutindo. Só que ela estava bem dedicada, bem determinada a fazer. Só que ele ficava atrapalhando um pouquinho. Daí para ela no dia eu dei 10, que ela estava bem esforçada, mesmo com ele ali atrapalhando, mas ela estava determinada.*

Ao considerar a nota de outro aluno, não ao do comentário de Zoe, Harry relata:

Harry: *Ele ficou com 7,1, bom fez todas as atividades só que ele não participava muito. Eu desconfio que ele copiou de outros colegas porque está igual. Eu imagino que eles se ajudaram. Só que ele copiou mesmo, eu lembro que ele tinha muita dificuldade. Até mesmo enquanto os outros estavam avançando, nas outras, porque não tinham que esperar só ele. Ele ainda estava na B, não sei se tem muita dificuldade. Ou eu não dava o encaminhamento certo para ele, não sei o que aconteceu. Porque assim a nota dele ficou 7,1 até mais do que a da* [referindo-se a outra aluna] *Porém, não sei, desconfio que ele copiou dos colegas, mas não tem como saber ao certo.*

Outra situação relevante foi quando Zoe relatou a aprendizagem e a atribuição de nota para um aluno que apresentava dificuldade e era muito agitado:

Zoe: *Eu fiquei com ele no dia 9 e 10, porque nos dois dias anteriores ele faltou [...]. Eu dei um 6,0 para ele só que eu não sei se não é muito ainda, porque ele é esforçado, ele é muito inteligente, só que ele se distrai muito fácil. Perde a atenção muito fácil. E como ele faltou dois dias provavelmente perdeu muito conteúdo, né?*
[Após, Zoe relatou sobre como organizou as notas de um aluno mais tímido].

Zoe: *Ele prestava bastante atenção só que era mais tímido. No terceiro dia, ele estava com um livro. Só que mesmo com o livro, eu fazia perguntas para ver se ele estava prestando atenção, e ele respondia certo. Então eu acho que ele só tem ali, como a professora falou que alguns alunos precisam de uma outra ferramenta para poder* *prestar atenção, né. Que são muito interativos, só que ele é um pouco tímido. Então, eu acho que 9 é uma boa nota para ele.*

Rico comentou sobre a realização de uma atividade em dupla de duas alunas que estavam escrevendo juntas e lhe perguntando. Ele comentou que achou "*bacana trabalhar com ela [...] acompanhar toda a evolução dela*".

O pibidiano Zoe afirma que acompanhou a evolução da aluna, o que, de certa forma, está em todas as descrições deste Episódio. No sentido de acompanhar o desenvolvimento das tarefas avaliativas, os pibidianos relatam a forma como avaliaram, os critérios utilizados e os registros que fizeram dessas avaliações em cadernos, planilhas e tabelas. Também ficaram atentos à frequência dos alunos, relacionando-a ao desempenho nas tarefas, fato que fez com que apresentassem maiores facilidades ou dificuldades.

Eles não utilizaram somente o resultado final correto da tarefa para aferição de notas, mas também critérios diferenciados como relataram, a participação, a organização, o respeito e o desenvolvimento da tarefa. Também deixaram transparecer, em seus relatos, a consideração por características da personalidade dos alunos avaliados, como a dificuldade que tinham devido à timidez, também a autonomia, a interação social ao compartilhar o conhecimento explicado e apreendido com os colegas e também traços que causam algumas dificuldades, como a agitação que atrapalha a própria aprendizagem e a dos colegas em algumas vezes, a falta de atenção e a pressa.

Com todas essas observações, ao avaliar o aluno, considerando que todos esses fatores podem implicar o aprendizado deles, utilizaram ponderação ao analisar o resultado da tarefa avaliativa. Os casos mais difíceis para avaliar optaram por analisar coletivamente entre os pibidianos que atenderam os determinados alunos e o professor supervisor em forma de conselho de classe. Portanto, diante de toda essa dinâmica elaborada e relatada pelos pibidianos, em consonância com o professor supervisor e em diálogo constante com a professora coordenadora do programa, entendemos que os pibidianos demonstram, em suas concepções de ensino e aprendizagem da Matemática, predominantemente uma concepção da *Matemática em Construção*. Isso porque propuseram tarefas avaliativas não focando apenas no resultado correto e inquestionável, mas analisaram crítica e reflexivamente o processo do desenvolvimento da tarefa pelo aluno, como ele construiu o seu conhecimento, se ele aprendeu ou não.

Harry, em uma fala sua, se questionou sobre o resultado que o aluno obteve. Se foi devido à dificuldade do aluno ou a forma que ele lhe propôs a tarefa. Esse questionamento traduz perfeitamente a concepção de uma *Matemática como Construção* humana, histórica e cultural, em que as verdades não são absolutas, pois podem se tornar falíveis, corrigíveis e sujeitas a revisões. Ele se colocou na condição do professor orientador, facilitador, planejador de atividades significativas, aquele que reflete sobre sua prática para melhorá-la.

Este foi o último Episódio de análise que seguiu uma ordem cronológica das reuniões gravadas do PIBID de Matemática, o qual nos permitiu identificar, nas falas e nos diálogos dos pibidianos, a influência dos conhecimentos construídos e adquiridos ao longo do tempo do desenvolvimento do programa, por meio da participação ativa com estudos, pesquisas, interações e práticas que o PIBID promoveu.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos investigar as concepções de Matemática, seu ensino, sua aprendizagem na formação inicial de professores de Matemática. Para tanto, consideramos as obras de autores que estudam concepções como Fiorentini, Baraldi, Garnica, Fernandes, Bicudo, Meneghetti e Trevisani e Ponte a fim de construir o aporte teórico.

A partir das reflexões tecidas neste estudo, evidenciamos que toda ação reflete as concepções que o sujeito possui. Nesse sentido, as concepções que estão na subjetividade do sujeito podem ser construídas por ele mediante sua experiência ou seu conhecimento, como também podem ser adotadas por ele quando se ajusta ou está de acordo com elas.

As concepções matemáticas e de seu ensino, no decorrer da História da Matemática, partem de uma Matemática utilitarista na Antiguidade, a partir da qual, após, desenvolve-se uma Matemática abstrata privilegiando a verdade, o rigor e as certezas inquestionáveis, enfatiza-se a razão, depois, a experiência, assume a possibilidade da falibilidade e também o caráter de construção humana, histórica, social e cultural. Dessa forma, ainda na atualidade, há concepções matemáticas e de seu ensino e aprendizagem fundamentada nas concepções desenvolvidas no decorrer da História da Matemática.

Diversas são as questões que pontuam os conflitos entre os conhecimentos prévios dos pibidianos com os conhecimentos estudados, apresentados e construídos na formação inicial. Esses conflitos se estendem para as concepções que eles possuem sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem e que se mostram em seus diálogos analisados em cada episódio.

Abordamos neste estudo duas formas de se conceber a Matemática, uma como *Matemática Pronta e Acabada* e a outra como uma *Matemática em Construção*. Nas análises dos episódios construídos a partir dos diálogos e das falas dos pibidianos nas gravações, constatamos que as concepções expressas por eles ora se apresentam conforme a concepção da *Matemática Pronta e Acabada,* ora conforme a concepção da *Matemática em Construção,* tendendo mais para uma do que para outra, conforme o episódio analisado.

No primeiro episódio *"Eu sei qual é a regra, mas não sei explicar o porquê.",* observamos vestígios das concepções prévias dos pibidianos, anteriores ao curso de licenciatura, porque fazem suas reflexões e análises sobre a expressão numérica do modo como aprenderam a resolvê-la em sua escolarização. Enfatizam o usar a regra para resolução, mesmo não entendendo a regra, o porquê de a regra ser dessa forma, como eles relatam.

Ao destacarem e darem importância ao uso da regra nesse episódio, as concepções apresentadas pelos pibidianos em seus diálogos tendem mais à concepção da *Matemática Ponta e Acabada*, pois a grande valorização e preocupação em usar a regra para se chegar ao resultado referem-se à utilização da linguagem formal da matemática, inquestionável, infalível, na verdade absoluta. Os questionamentos realizados pela professora coordenadora os conduziram à reflexão sobre suas concepções, a pensarem sobre a regra.

No segundo episódio *"[...] que eu realmente saia da faculdade sabendo que eu preciso saber para eu chegar numa sala de aula e saber passar para meu aluno…"*, os pibidianos expressaram preocupação em ter o conhecimento para se tornarem professores, demonstrando interesse em conhecer, além do conteúdo, o porquê do conteúdo e suas formas de resoluções para ensinar seus alunos. Destacaram o PIBID de Educação Matemática como fundamental para reflexões e estudos, pois os auxiliou a compreenderem essas questões.

Ainda discutiram sobre como ocorreram as atividades escolares, demonstrando preocupação com o aprendizado dos alunos, principalmente dos que não tinham acesso aos recursos tecnológicos necessários para um ensino remoto e, por isso, realizavam as atividades a partir de material impresso. Também demonstraram apreensão com aqueles que não tinham alguém próximo na família que pudesse orientá-los e tirar as dúvidas quando surgissem. Questionaram como esses alunos aprendiam e eram avaliados.

Em duas situações, os pibidianos centralizaram o aluno nos processos de ensino e aprendizagem, não aceitando o uso da regra como verdade absoluta inquestionável, assim, negando os preceitos de uma *Matemática Pronta e Acabada*. Essas preocupações e esses questionamentos valorizam os elementos das concepções da Matemática e de seu ensino e aprendizagem como uma *Matemática em Construção*, que considera os aspectos sociais dos sujeitos aprendentes, valorizando e se preocupando com a aprendizagem deles. Ponderaram as condições oportunizadas para que o aluno construa o seu conhecimento matemático.

Também, no segundo episódio, houve um relato a respeito da dificuldade em fazer perguntas ao professor da licenciatura sobre o conteúdo, sobre não saber perguntar. O receio do pibidiano demonstrado em seu relato indica características de uma concepção Matemática que pune o erro, desvaloriza-o, ainda centra no docente o papel de autoridade e transmissor de conhecimento. Essas características indicam a concepção de uma *Matemática Pronta e Acabada*.

No terceiro episódio *"Eu expliquei assim… Eu expliquei no on-line… Eu estava tentando explicar a eles que…" (Expliquei, expliquei, expliquei…)*, foram analisados recortes da gravação de uma reunião que ocorreu em julho de 2021. Nesse período, os pibidianos já haviam realizado estudos, planejamentos e tarefas de natureza exploratória no PIBID de Educação Matemática, o que refletiu em seus diálogos e falas, pois demonstraram grande importância e explicar bem o conteúdo e as tarefas, até mesmo questionando e se autoavaliando em relação a essas explicações.

As considerações dos pibidianos expressaram a preocupação no fato de se os alunos estavam entendendo, ou não, as explicações. Centralizaram o aluno no processo de ensino da Matemática, a sua compreensão, seu entendimento e sua aprendizagem. A dificuldade do momento, considerando que alguns alunos estavam no ensino remoto via *Meet* e outros no presencial, e ensiná-los nesses dois meios, fez com que desprendessem muita atenção no planejamento das tarefas e na sua aplicação.

Os pibidianos relataram que pensaram muito em como explicar nas realidades presencial e virtual e analisaram como os alunos desenvolveram as tarefas. Relataram como se sentiram no lugar de docentes, falaram de suas expectativas, do despreparo por não saber agir em alguns momentos. Esses relatos evidenciaram que eles estavam avaliando sua prática enquanto docente.

Quando consideraram as diferentes estratégias de resolução e pensavam a respeito na tentativa de entender o processo que o aluno utilizava para a resolução das tarefas, não focaram apenas no resultado. A importância que dão à eficácia de suas explicações nas duas realidades física e virtual, novamente, colocou o aluno no centro dos processos de ensino e aprendizagem e, ao mesmo tempo, colocou os pibidianos como professor mediador e facilitador do processo. Assim, observamos em seus diálogos, características e elementos da concepção da *Matemática em Construção* nesse episódio.

No quarto episódio "*Então… ficou com essa nota*.", analisamos as formas que os pibidianos avaliaram os alunos a partir dos recortes das gravações da reunião que ocorreu em novembro, quase ao final das atividades do programa. Os relatos dos pibidianos ganharam destaque pelo motivo de não utilizarem critérios de avaliações tradicionais com foco nos resultados das tarefas. Eles elaboraram critérios que consideram o esforço do estudante, sua organização e o processo da revolução. Também observaram que a frequência dos alunos nas aulas implicou sucesso ou não para a resolução das atividades.

Assim, a partir de como se portaram ao analisar e registrar as avaliações, constata-se a perspectiva de uma *Matemática em Construção*, visto que, nos processos de ensino e aprendizagem e na sua forma de avaliar, consideraram as condições sociais do aluno, as dificuldades de aprendizagem ocasionadas por problemas psicológicos ou de saúde, buscaram entender os fatores que contribuíram para aferição da nota. Também consideraram como e por que o aluno aprendeu ou não. Dessa forma, agiram como professores mediadores e facilitadores, não centralizando o poder ao avaliar ou aferir as notas, não utilizaram a avaliação como uma forma de "punir", aprovar ou reprovar.

A jornada dos pibidianos, ao longo do programa, estudando, planejando, aplicando e analisando tarefas de ensino exploratório, permitiu a eles um vasto conhecimento sobre a natureza dessas tarefas e também causou certo confronto entre as concepções prévias à licenciatura, aquelas que tinham do período da escolarização, com aquelas que eles entraram em contato durante o período de participação do PIBID.

Nas análises apresentadas nesses quatro episódios, observamos que há momento que as concepções de uma *Matemática Pronta e Acabada* e de uma *Matemática em Construção* coexistem em um mesmo diálogo, mostrando o confronto entre as concepções dos pibidianos. Mas, ao considerarmos os quatro episódios juntamente, observamos que a concepção mais presente nas falas e diálogos dos pibidianos é a da *Matemática em Construção.*

Acreditamos que as tarefas de natureza exploratória estão de acordo com a concepção de uma *Matemática em Construção*, o que viabilizou talvez a transição entre as concepções prévias de alguns pibidianos de uma *Matemática Pronta e Acabada* para as concepções de uma *Matemática em Construção*.

Investigar as concepções da Matemática de seu ensino e aprendizagem na formação inicial nos mostrou também que muitas outras pesquisas podem ser feitas sobre o assunto, pois, esse apresenta um vasto campo de conhecimento a ser explorado, em diferentes contextos, com diferentes abordagens e conforme as lentes dos pesquisadores que poderão assumir esse desafio.

REFERÊNCIAS

BARALDI, I. M. Refletindo sobre as concepções matemáticas e suas implicações para o ensino diante do ponto de vista dos alunos. **Mimesis**, Bauru, v. 20, n. 1, p. 7-18, 1999.

BECKER, F. **Epistemologia do professor de Matemática**. Petrópolis: Vozes Ltda., 2012.

BICUDO, I.; MENEGHETTI, R. Uma discussão sobre a constituição do saber matemático e seus reflexos na Educação Matemática. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, ed. 16. v. 9 p. 58-72, 2003.

BICUDO, I. Platão e a Matemática. **Letras Clássicas**, n. 2, p. 301-315, 1998.

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. *In:* FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (org.). **Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento**. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 17-40. v. 1.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. **Plano Nacional de Educação (PNE)**. Lei Federal n.º 10.172, de 9/01/2001. Brasília: MEC, 2001c.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: o caso de Célia. *In:* CANAVARRO, P. *et al*. (org.). **Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012**: Práticas de Ensino da Matemática. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2012. p. 255 -266.

CAPES. **Edital de Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID nº 02/2020**. Selecionar IES para desenvolvimento de projetos institucionais de iniciação à docência nos cursos de licenciatura, em regime de colaboração com as redes de ensino, no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. SEI/CAPES. PROCESSO nº 23038.018672/2019-68, 2020. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/06012019-edital-2-2020-pibid-pdf. Acesso em: 10 fev. 2022.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à pratica. 17. ed. Campinas: Papirus, 1996.

DONEDA DE OLIVEIRA, V. S.; BASNIAK, M. I. Fracciones: comprensión de alumnos del 6º año em prácticas de enseñanza exploratoria orientados por la perspectiva de medición. **Revista Paradigma**, v. XLII, n. extra 3, p. 307-339, Sep. 2021.

FERNANDES, D. N; GARNICA, A. V. M. Concepções de professores de Matemática: contribuições para um referencial teórico. **Boletim GEPEM**, n. 40, p. 11-36, ago. 2002.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, 1995.

GARNICA, A. V. M.; FERNANDES, D. N. Concepções de professores formadores de professores: exposição e análise de seu sentido doutrinário. **Quadrante**, v. 11, ed. 2, p. 75-98, 2002.

GARNICA, A. V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, USP, v. 34, p. 495-510, 2008.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático**: provas e refutações. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. *In:* BICUDO, M. A. V.: BORBA, M. C. (org.). **Educação Matemática pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

MARANHÃO, A. L. do N.; BARROS, F. J. O. de; OLIVEIRA, N. S. A LDB 9.394/96 ao PNE: PIBID uma perspectiva de formação. *In:* ENCONTRO CERARENSE DE HISTORIADORES DA EDUCAÇÃO; ENCONTRO NACIONAL DO NÚCLEO DE HISTÓRIA E MEMÓRIA DA EDUAÇÃO, 15.; SIMPÓSIO NACIONAL DE ESTUDOS CULTURAIS E GEOEDUCACIONAIS, 5. 2016, Fortaleza. **Anais** [...]. Fortaleza: Edições UFC, 2016. p. 114-122.

MENEGHETTI, R. C. G. O realismo e o idealismo: focalizando o conhecimento matemático. *In:* FILOSOFIA E HISTÓRIA DA CIÊNCIA NO CONE SUL, 3., 2004, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: AFHIC, 2004. p. 371-377.

MENEGHETTI, R. C. G.; TREVISANI. F. M. Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 147-178, 2013.

PARANÁ. **Decreto nº 4258**, de 17 de março de 2020. Altera dispositivos do Decreto nº 4.230, de 16 de março de 2020, que dispõe sobre as medidas para enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do Coronavírus - COVID-19. Disponível em: https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=391068#:~:text=Altera%20dispositivos%20do%20Decreto%20n%C2%BA,do%20Coronav%C3%ADrus%20%2D%20COVID%2D19. Acesso em: 20 mar. 2020.

PARANÁ. **Deliberação nº 01**, de 31 de março de 2020. Instituição de regime especial para o desenvolvimento das atividades escolares no âmbito do Sistema Estadual de

Ensino do Paraná em decorrência da legislação específica sobre a pandemia causada pelo Novo Coronavírus – COVID-19 e outras providências. Disponível em: http://www.cee.pr.gov.br/sites/cee/arquivos_restritos/files/documento/2021-03/deliberacao_01_20_alt_02_e_03-20_0.pdf. Acesso em: fev. 2022.

PONTE, J. P. A natureza da Matemática. *In:* PONTE, J. P. (org.) **Didáctica da Matemática**. Lisboa: DES do ME, 1997.

PONTE, J. P. **Concepções dos professores de Matemática e processos de formação**. Educação Matemática: Temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 19, n. 25, 2006.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. *In:* PONTE, J. P. (org.). **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: IE, 2014. p. 13-30.

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO E DO ESPORTE (Paraná). **Curso de Formação de Docentes**. Disponível em: http://www.comunidade.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=102#:~:text=O%20curso%20de%20Forma%C3%A7%C3%A3o%20de,Anos%20Iniciais%20do%20Ensino%20Fundamental. Acesso em: 2 mar. 2021.

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO E DO ESPORTE (Paraná). **Resolução nº 1.016**, de 8 de abril de 2020. Estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais, em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19 Estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais, em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19. Disponível em: https://crianca.mppr.mp.br/arquivos/File/legis/covid19/edu/resolucao_n1016_2020_gs_seed_pr_regime_especial_aulas_nao_presenciais_covid19.pdf. Acesso em: 7 mar. 2021.

SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO E DO ESPORTE (Paraná). **Resolução nº 1.249**, de 20 de abril de 2020. Dispõe sobre a adequação do calendário escolar para a Rede Pública Estadual da Educação Básica. Disponível em: https://www.fiepr.org.br/assuntosLegislativos/uploadAddress/Resolucao-n-1.249.2020--GS.SEED[92288].pdf. Acesso em: 25 abr. 2021.

SECRETARIA ESTADUAL DE SAÚDE (Paraná). **Resolução nº 735**, de 10 de agosto de 2021. Dispõe sobre as medidas de prevenção, monitoramento e controle da COVID-19 nas instituições de ensino públicas e privadas do Estado do Paraná. Disponível em: https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=418811. Acesso em: 22 ago. 2021.

SECRETARIA ESTADUAL DE SAÚDE (Paraná). **Resolução nº 860**, de 29 de setembro de 2021. Altera a Resolução SESA nº 0735/2021 que dispõe sobre as medidas de prevenção, monitoramento e controle da COVID-19 nas instituições de ensino públicas e privadas do Estado do Paraná. Disponível em: https://www.legisweb.com.br/legislacao/?id=420811. Acesso em: 5 out. 2021.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TEOREMAS DA INCOMPLETUDE DE GÖDEL. *In:* WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. Flórida: Wikimedia Foundation, 2021. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/w/index.php? title =Teoremas_da_incompletude_de_G%C3%B6del&oldid=62281478. Acesso em: 21 out. 2021.

UNESPAR. **Edital nº 01**, 16 de março de 2020. Suspensão das atividades acadêmicas por tempo indeterminado. Disponível em: https://www.unespar.edu.br/noticias/reitoria-determina-suspensao-de-aulas-a-partir-desta-terca-feira-17/1584379832483_resolucao-001-2020-suspende-aulas-e-atividades-covid-19.pdf. Acesso em: 23 fev. 2022.

UNESPAR. **Edital nº 003/2020**. Seleção Interna de Licenciados e Formação de Cadastro Reserva para o PIBID e Residência Pedagógica. Disponível em: https://pibid.unespar.edu.br/noticias/edital-pibid-e-rp-discentes-003_2020.pdf/view. Acesso em: 23 fev. 2022.