

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Campo Mourão,

2023



**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-
CULTURAL**

Margareth Ferreira Miyake

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Margareth Ferreira Miyake

Orientadores:
Amauri Jersi Ceolim
Alessandra Augusta Pereira da Silva

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Dezembro de 2023

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Ferreira Miyake, Margareth
Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do
Ensino Fundamental: Contribuições da Teoria Histórico-Cultural /
Margareth Ferreira Miyake. – Campo Mourão-PR,2023. 94 f.: il.

Orientador: Amauri Ceolim.

Coorientador: Alessandra Augusta Pereira da Silva.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --
Universidade Estadual do Paraná, 2023.

1. Introdução. 2. Modelagem Matemática. 3. Contribuições da
Teoria Histórico-Cultural: Aprendizagem e Desenvolvimento. 4.
Metodologia , etapas e procedimentos. 5. Análises das Atividades.
I - Ceolim, Amauri (orient). II – Pereira da Silva, Alessandra
Augusta (coorient). III - Título.

Margareth Ferreira Miyake

MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

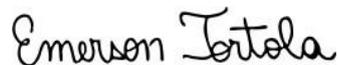
Comissão Examinadora:



Dr. Amauri Jersi Ceolim – Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Dra. Dalva Helena de Medeiros - Membro da Banca
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Dr. Emerson Tortola - Membro da Banca Universidade
Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR



Dr. Wellington Hermann - Membro da Banca
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR

Resultado: _____

Campo Mourão
Dezembro de 2023

“A humanidade só existe porque houve um processo de mediação ao longo de sua história” (R. Feuerstein).

AGRADECIMENTOS

A Deus, toda honra, toda glória e todo louvor por tudo.

À minha família que incondicionalmente me deu forças para chegar até aqui.

Agradeço aos meus orientadores, Amauri e Alessandra, pelas infinitas contribuições... por toda a paciência, cobranças, correções, ensinamentos e tantas lições as quais proporcionaram-me ter chegado até aqui Muito obrigada!!!

Aos professores que compuseram a banca, Dra. Dalva Helena de Medeiros, Dr. Emerson Tortola e Dr. Wellington Hermann, pelas importantes contribuições sugeridas no exame de qualificação, e que foram indispensáveis para o desenvolvimento e prosseguimento desta pesquisa, e por aceitarem participar da defesa desta dissertação. É importante poder ter novamente o olhar cuidadoso de vocês para esta pesquisa!

Agradeço, ainda, aos meus amigos do PRPGEM, que dividiram tantos momentos comigo, mesmo durante o ensino remoto, especialmente as amigas, Ediane, Eliana, Fernanda, Milene, Taynara, Jaqueline e outros não citados, companheiros de caminhada no mestrado, muito obrigada pelas discussões!

Agradeço aos meus professores do programa de pós-graduação, pois suas lições e discussões contribuíram grandemente para a realização deste trabalho.

Gostaria de agradecer aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Relação com o Saber e a Educação Matemática (ReSEMat), pelo companheirismo e trocas de experiências, apresentações, dicas para o desenvolvimento da pesquisa, pelas discussões realizadas. Com certeza foi um tempo valiosíssimo que levarei para a vida toda.

Quero agradecer também ao Grupo de Estudo e Pesquisa em Psicologia Histórico-Cultural (GEPSIC), o qual é coordenado pela professora Cleudet Scherer, que nunca mediu esforços para me ajudar, assim como todos os colegas do grupo, pelas grandes contribuições, indicações de textos, explicações.

Enfim. quero agradecer a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a concretização desta pesquisa...

Nada de ser como tijolo que forma a parede, Indiferente, frio, só. Importante na escola não é só estudar, não é só trabalhar, É também criar laços de amizade, É criar ambiente de camaradagem, É conviver, é se “amarrar nela”! Paulo freire

RESUMO

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, tem como objetivo compreender o papel da mediação do professor em atividades de Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Lev Vygotsky e Alexei Leontiev defendem que os conhecimentos são adquiridos e produzidos ao longo do processo histórico vivido pelos homens e que são transmitidos de uma geração a outra. Desta forma, a mediação do professor no contexto da sala de aula e o papel do outro para o desenvolvimento das funções psíquicas mostraram-se como fatores preponderantes para o desenvolvimento na aprendizagem. Como aporte teórico da Modelagem Matemática (MM), assumimos Dionísio Burak, Lourdes Maria Werle de Almeida e Michele Regiane Dias. O *corpus* foi composto por atividades de modelagem, descritas em duas dissertações disponíveis na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), as quais forneceram dados suficientes ao objetivo desta pesquisa. Dessas dissertações encontradas, foram selecionadas cinco tarefas de Modelagem descritas para realizar as análises. As atividades descritas foram desenvolvidas com turmas de 2º e 4º ano do Ensino Fundamental. Os encaminhamentos das atividades que compuseram o *corpus* deste estudo foram analisados segundo a Análise Textual Discursiva (ATD). Com foco na importância da mediação do professor realizadas durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem matemática com as lentes da teoria histórico-cultural, no contexto escolar, apresenta-se como primordial para aprendizagem e o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Como resultados, emergiram três categorias, a saber: Mediação em relação ao tema; Mediação em relação ao problema; e Mediação em relação à validação. A análise revela que as mediações realizadas pelo professor e a interação entre os alunos caracterizaram-se como promotoras da aprendizagem durante todo o processo da atividade.

Palavras-chave: Modelagem matemática; Anos Iniciais; Teoria Histórico-Cultural.

ABSTRACT

This qualitative research aims to understand the role of teacher mediation in mathematical modeling activities in the early years of elementary school, with analysis from the perspective of the Historical-Cultural Theory. Lev Vygotsky and Alexei Leontiev argue that knowledge is acquired and produced throughout the historical process experienced by humans and that it is passed on from one generation to the next. Thus, the teacher's mediation in the classroom context and the role of the other in the development of psychic functions were shown to be preponderant factors in the development of learning. Dionísio Burak, Lourdes Maria Werle de Almeida and Michele Regiane Dias provided the theoretical basis for Mathematical Modeling (MM). The corpus consisted of modeling activities described in two dissertations available in the Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), which provided sufficient data for the purpose of this research. From these dissertations, five modeling tasks were selected for analysis. The activities described were developed with 2nd and 4th year primary school classes. The activities that made up the corpus of this study were analyzed using textual discourse analysis (TDA). Focusing on the importance of the teacher's mediation during the development of mathematical modeling activities through the lens of cultural-historical theory, in the school context, it is shown to be essential for learning and the development of higher psychic functions. Three categories emerged as a result: Mediation in relation to the topic; Mediation in relation to the problem; and Mediation in relation to validation. The analysis reveals that the mediations carried out by the teacher and the interaction between the students were characterized as promoting learning throughout the process of the activity.

Keywords: Mathematical Modeling; Early Years; Historical-Cultural Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.....	23
Figura 2.2 - Momentos da Modelagem Matemática na sala de aula	25
Figura 2.3 - Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática	26
Figura 2.4 - Fases da Modelagem Matemática e as ações dos alunos.....	26

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1: Significados de Mediação.....	48
Quadro 4.1: Apresentação das Dissertações e Teses encontradas.....	52
Quadro 4.2: Característica das atividades relacionada corpus da pesquisa	54
Quadro 4.3: Categorias Emergentes dos Dados	56
Quadro 5.1: Instrumentos de mediação nas atividades analisadas	96

LISTA DE SIGLA

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
BDTD	Biblioteca digital de Teses e Dissertação
GEPSIC	Grupo de estudo e Pesquisa em Psicologia Histórico-Cultural
IES	Instituição de Ensino Superior
MM	Modelagem Matemática
ReSEMAT	Grupo de estudos e Pesquisa sobre Relação com o Saber e a Educação Matemática
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFSC	Universidade Estadual de Santa Catarina
UNIOESTE	Universidade Estadual do Oeste do Paraná
UNIVALI	Universidade Vale do Itajaí
US	Unidade de Significado
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
UTFPRL	Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal ou Potencial
ZDR	Zona de Desenvolvimento Real

SUMÁRIO

DA PEDAGOGIA À MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIAS QUE ME MOTIVARAM A CHEGAR ATÉ AQUI.....	12
1 INTRODUÇÃO	15
2 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	18
2.1 Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática	18
2.2 Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	27
3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL: APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO	32
3.1 Princípios Norteadores da Teoria Histórico-Cultural.....	32
3.2 O Processo de internalização e Mediação na Aprendizagem.....	38
4 METODOLOGIA, ETAPAS E PROCEDIMENTOS	44
4.1 Atividades de Modelagem Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental que Compõem o <i>Corpus</i> da Pesquisa.....	51
5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES	54
5.1 Primeira Categoria: Mediação em relação ao Tema	54
5.2 Segunda Categoria: Mediação em relação ao Problema.....	65
5.3 Terceira Categoria: Mediação em relação à Validação	75
TECENDO ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84

DA PEDAGOGIA À MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIAS QUE ME MOTIVARAM A CHEGAR ATÉ AQUI

O desejo de aprofundar minha pesquisa na área da matemática teve início durante os estágios da minha graduação no curso de Pedagogia, na Universidade Estadual do Paraná, Campus de Campo Mourão (UNESPAR). Durante este período, pude observar que a maioria dos alunos não tinha interesse pela disciplina de Matemática, e constatei também as dificuldades enfrentadas pelos professores em sua prática.

A concepção de que “matemática é difícil, professora”, ou “eu não gosto de matemática” era comum, inclusive entre os alunos que ingressavam nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Muitos deles já traziam essa visão antes mesmo de conhecer a disciplina, o que dificulta significativamente seu desenvolvimento e aprendizagem.

Participar do projeto de extensão, vinculado ao estágio, coordenado pela Professora Dra. Dalva Helena de Medeiros proporcionou-me valiosas experiências que impulsionaram meu comprometimento em prosseguir com minha pesquisa. O propósito desse trabalho era contribuir para aprimorar o processo de aprendizagem das crianças do 3º ano do Ensino Fundamental nas escolas municipais de Campo Mourão.

A iniciativa teve origem na Universidade Estadual do Paraná, Campus de Campo Mourão, por meio de uma proposta submetida ao colegiado do curso de Pedagogia, em 2017, intitulada "Formação Docente do Pedagogo para os anos iniciais do Ensino Fundamental". Seu principal objetivo era disseminar fundamentos teórico-metodológicos essenciais para o ensino da Matemática. O programa de formação continuada consistiu em cinco encontros, com duração de 5 horas cada, realizados nos meses de maio, junho, agosto, além de dois encontros suplementares em setembro de 2017. Além dos encontros presenciais na universidade, o curso também previa tempo destinado ao planejamento e aplicação prática nas escolas, totalizando 40 horas de formação, distribuídas entre atividades presenciais e semipresenciais.

Finalizados os estágios, passei a compreender a importância e a responsabilidade que recai sobre os professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sua abordagem didática não pode ser aleatória e desprovida de objetivos claros; pelo contrário, deve ser contextualizada, de modo a oportunizar que os alunos compreendam os conceitos elaborados, tais como: unidade, dezena, centena, conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Conceitos estes que envolvem signos os quais as crianças precisam assimilar e não apenas decorá-los.

A escolha da temática dessa pesquisa é justificada por quatro razões. A primeira delas, de natureza pessoal, está ligada ao fato de que, enquanto aluna, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até hoje, sempre gostei de assuntos relativos à disciplina de Matemática, de maneira que o seu ensino sempre me pareceu instigante.

A segunda razão, de cunho profissional, é que o curso de licenciatura em Pedagogia, área em que me graduei e me realizo como indivíduo, é voltado para a formação inicial de professores, além de preparar o profissional para diversas áreas de atuação.

A terceira motivação, de natureza epistemológica, surge da concepção sobre as atribuições do professor, seu papel como principal mediador dos conteúdos escolares, dos conhecimentos entre os estudantes, e, dessa forma, colabora para o pleno desenvolvimento das capacidades do educando e para a emancipação humana. Nesse sentido, a formação continuada possui um papel importante para que esse educador se instrumentalize e repense a sua prática.

Desse modo, o professor que percorre academicamente esse itinerário formativo está habilitado para ministrar aulas de matemática e demais disciplinas na Educação Infantil, nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na Educação de Jovens e Adultos (EJA), além de poder lecionar disciplinas como Metodologia do Ensino de Matemática no Ensino Técnico e Superior (BRASIL, 2005).

A partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, o indivíduo inserido em condições históricas e socioculturais não se apropria da herança cultural de forma espontânea, mas necessita da escola e da organização adequada do ensino para apropriar-se de conceitos científicos. Sendo assim, dispus-me a pesquisar a Modelagem matemática, pois compreendi que a formação continuada, conforme Libâneo (2004), faz-se necessária para prática enquanto educador, pois, desenvolve no professor uma ação reflexiva, assim como uma extensão da formação inicial.

A quarta e última razão em pesquisar a Modelagem matemática para os anos iniciais ocorreu devido a esta estratégia de ensino dar ao professor possibilidades de estudar situações que favoreçam e possibilitem a utilização de conteúdos da matemática, assim como de outras áreas do conhecimento no contexto de sua prática, e que ainda podem tornar as aulas de matemática muito mais significativas para os estudantes, ajudando-os a compreender as situações, sejam elas individuais, sociais ou culturais. De acordo com Moura, Sforini e Araújo

(2010, p. 208): “É na relação do sujeito com o meio físico e social, mediada por instrumentos e signos (entre ele a linguagem) que se processa o seu desenvolvimento cognitivo”. Esses fatores estabelecem uma conexão entre a Modelagem matemática e a teoria Histórico-cultural que embasam esta pesquisa.

Com base na minha profissão de professora nos anos iniciais, vejo a oportunidade de aprofundar meus conhecimentos em Modelagem matemática como uma maneira de melhorar minha prática. Espero que, ao desenvolver minha prática por meio das vivências alcançadas no decorrer da pesquisa, eu possa contribuir para um ensino motivador, e que estimule o “querer aprender” a partir de situações da realidade do aluno. Busca essa que me instiga a intensificar ainda mais o meu desejo de continuar pesquisando a matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1 INTRODUÇÃO

A discussão sobre Modelagem Matemática (MM) tem experimentado um notável crescimento nos níveis de Ensino Superior, Médio e Técnicos, conforme destacado por Biembengut (2009) e Burak (1992). Entretanto, percebe-se ainda uma significativa carência de pesquisas aprofundadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que justifica a relevância desta pesquisa.

Reconhecendo a importância de incorporar a MM desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme apontado por Burak (1992), os principais teóricos que fundamentam essa pesquisa, como Vygotsky¹ (1991, 2007), Vygotsky, Luria e Leontiev (2006), Leontiev (1978, 2004), sustentam que a aprendizagem e o desenvolvimento humano possuem uma natureza social. Esse é um aspecto essencial da Educação² Formal ministrada pelos professores, o qual os autores defendem que a entrada da criança na escola conduz a aprendizagem dos conhecimentos científicos e desenvolvimento das funções psicológicas superiores, tais como: memória, fala e o pensamento, mediadas pelos signos e instrumentos presentes na cultura.

Nesse sentido, adotamos o conceito de atividade conforme apresentado por Leontiev (1978), que, fundamentado em Marx e Engels, concebe o trabalho como a forma primordial da atividade humana. Esse desenvolvimento, por meio do trabalho, é simbolizado através de instrumentos concretos e da linguagem, que são os signos, como apontado por Costa e Tuleski (2016). Consequentemente, essa abordagem possibilitou a transição do homem biológico para o homem moldado pelas condições sócio-históricas, conforme argumentado por Leontiev (1978).

À medida que os seres humanos se apropriam dos signos e instrumentos para a sua sobrevivência, ocorre o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, uma vez que, ao interagirem com a natureza, transformam-se a si mesmos. Seguindo a perspectiva da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta por Moura, Sforzi e Araújo (2010) e Moura (2001), uma atividade deve ser estruturada com base em conteúdos, objetivos e métodos,

¹ Nessa obra, *A construção do pensamento e da linguagem*, o nome do autor é escrito como “Vygotsky”. Na literatura o seu nome aparece com distintas formas de escrita: “Vygotski”, “Vigotsky” e “Vygotsky”. Vamos preservar a forma escrita conforme aparece em cada obra referenciada e padronizar em nossa escrita como “Vigotski” para um melhor entendimento ao leitor.

² Limitaremos-nos nesta pesquisa na importância da relação com o outro dentro do contexto escolar como fatores primordiais para a aprendizagem e desenvolvimento. No entanto, a aprendizagem ocorre em todas as relações sociais estabelecidas na vida em sociedade.

garantindo uma organização adequada do ensino para promover a compreensão dos conceitos de matemática como um campo de conhecimento produzido ao longo da história.

Conforme Leontiev (2004), o desenvolvimento do psiquismo humano ocorre a partir da atividade social e histórica dos indivíduos, ou seja, pela apropriação da cultura humana produzida e acumulada ao longo da história do desenvolvimento do homem. Para Leontiev (1978, p. 261) tudo que o homem possui de humano “[...] provém de sua vida em sociedade, no seio da cultura criada pela humanidade”. Costa e Tuleski (2016, p.101) também enfatizam que a aquisição dos elementos culturalmente estruturados ocorre por meio das relações com outras pessoas, e mediadas pela unidade entre instrumento e signo. Neste contexto, a MM

[...] é considerada uma atividade, na perspectiva da Teoria da Atividade, um desdobramento da Teoria Histórico-cultural, no sentido de que, [...] quando os alunos se envolvem em um conjunto de ações coordenadas e percebem "a linha invisível" que orienta estas ações e quando assume uma importância subjetiva para os alunos, ou seja, a atividade tem um motivo (ALMEIDA, BRITO, 2005, p. 489).

Nesse sentido, Almeida e Dias (2004), Burak (1992, 2010, 2017) enfatizam que para trabalhar a Educação matemática utilizando a Modelagem Matemática, é necessário utilizar os saberes do cotidiano e da realidade dos alunos para constituir conhecimentos que os auxiliem na resolução de situações-problemas do seu contexto social.

O Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná, destaca a importância de aprender a matemática e reconhecê-la como uma ciência, produzida a partir das necessidades sociais e culturais, ao longo da história da humanidade. A MM permite um ensino interdisciplinar que possibilita ao educador explorar além dos conteúdos matemáticos, considerando também os aspectos sociais, culturais e políticos, entre outros (PARANÁ, 2018). Sob esta perspectiva, a MM pode ser vista como uma atividade cooperativa e interativa entre alunos e professores, desempenhando um papel de grande relevância na construção do conhecimento do indivíduo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Nesta ótica, o objetivo da nossa pesquisa é compreender o papel da mediação do professor em atividades de MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Para isso, realizamos um estudo documental com base em duas dissertações: *Os Usos da Linguagem em Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*, de Tortola (2012) e *Modelagem Matemática nos Anos*

Iniciais do Ensino Fundamental: Possibilidades para o Ensino da Matemática, de Jocoski (2020).

A pesquisa caracteriza-se pela utilização das metodologias qualitativa e documental pautadas em Creswell (2007) e Bogdan e Biklen (1994), pois permite ao pesquisador interpretar os dados por meio de descrição de cenários, sujeitos, análises e categorização e da significação que emerge após o pesquisador filtrar os dados e aplicar suas lentes pessoais e teórico-metodológicas de interpretação. Os dados foram coletados na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e analisados por meio da Análise Textual Discursiva (ATD) proposta por Moraes e Galiazzi (2007; 2011).

A pesquisa está organizada em seis capítulos, incluindo a Introdução. No segundo capítulo apresentamos um breve histórico do surgimento da Modelagem Matemática (MM) na perspectiva da Educação matemática, com destaque para os principais precursores no Brasil apresentados por Burak (1992; 2004; 2017), Biembengut (2009), bem como algumas perspectivas ao longo de quatro décadas de pesquisas. Em seguida, abordamos a MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, baseados em Burak (1992), Almeida e Dias (2004) e outros autores que sustentam o presente estudo.

O terceiro capítulo apresenta a teoria Histórico-cultural, fundamentando-se em Vigotsky (1991; 2007), Vygotsky, Luria e Leontiev (2006), Leontiev (1978; 2004). Neste capítulo, compreendemos as contribuições desses autores no contexto das relações interpessoais na escola e na importância da mediação do professor no processo de aprendizagem das crianças, visando alcançar níveis de desenvolvimento cada vez mais elevados. Já o quarto capítulo aborda a metodologia utilizada, descrevendo as etapas e procedimentos do estudo. Nele, explicamos os critérios que conduziram a constituição do *corpus* da pesquisa. O quinto capítulo oferece uma breve síntese das atividades selecionadas nas dissertações de Tortola (2012) e Jocoski (2020) que compõem o material de análise.

Em consonância com o objetivo geral da pesquisa, o sexto capítulo trata das análises, conforme o que é proposto por Moraes e Galiazzi (2007; 2011). A partir dos fragmentos selecionados, elencamos 10 Subcategorias (US), das quais emergiram 3 categorias: *Mediação em relação ao tema*; *Mediação em relação ao problema*; *Mediação em relação à validação*. Em seguida, apresentamos nossas considerações finais sobre a pesquisa, seguidas das referências bibliográficas que embasaram o seu desenvolvimento.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo aborda brevemente o surgimento da MM na perspectiva da Educação matemática, destacando seus precursores, com base em pesquisas realizadas por Burak (1992, 2004, 2017), Biembengut (2009). Além disso, serão exploradas algumas perspectivas sobre MM que emergiram ao longo de quatro décadas de pesquisa nessa área. Em seguida, serão apresentadas as bases da MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com referências em autores como Burak (1992), Almeida e Dias (2004) e outros autores que sustentam a fundamentação da nossa pesquisa.

2.1 Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

A Modelagem é tão antiga quanto a própria matemática. De acordo com Rosa e Orey (2012, p. 272), “se manifesta desde os tempos mais remotos, por meio de situações isoladas e pouco sistematizadas, nas quais a humanidade utilizou o conhecimento matemático para entender e compreender os fenômenos da vida cotidiana”. À medida que o homem busca por compreensões para própria subsistência por meio da caça, encontra na matemática uma ferramenta para compreender a natureza.

Segundo Burak (1992, p.62), “[...] a capacidade humana de pensar, questionar e criar, aliada ao espírito de investigação e da ferramenta matemática já desenvolvida, permitiu ao homem explorar seu meio ambiente, modelando-o para melhor conhecê-lo]”. Biembengut (2009) corrobora expondo que desde o início do século XX, na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas, o termo “Modelagem matemática” é utilizado como processos para descrever ou modelar determinadas situações-problema de alguma área do conhecimento.

Burak (1992) e Biembengut (2009) concordam que as discussões sobre MM e sua aplicação na Educação Matemática ganharam destaque a partir da década de 1960. De acordo com Burak (1992), o ensino da matemática encontrava-se em crise nesse período, de modo que o ensino da matemática estava centrado em regras, memorizações, exercícios com enunciados, como “arme e efetue”, além do uso exclusivo do livro-didático, que era a principal ferramenta do professor em sua prática pedagógica.

Assim, com a intenção de fomentar transformações e aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem por meio da matemática, emerge neste período o contexto de discussões sobre a MM. Segundo Biembengut (2009), esse movimento teve início com o chamado enfoque utilitarista, que se caracteriza pela aplicação pragmática do conhecimento

matemático para a ciência e para toda a sociedade. Movimento este que deu origem à criação de grupos de pesquisadores sobre o tema. A autora ressalta que

A modelagem matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e *como se ensina* matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem matemática no ensino brasileiro* (BIEMBENGUT, 2009, p.8).

Conforme enfatizado por Biembengut (2009), Aristides C. Barreto foi o primeiro a realizar experiências de MM na educação brasileira e a representar o Brasil em congressos internacionais, apresentando suas pesquisas sobre o assunto. Ele também desempenhou um papel fundamental na divulgação de suas contribuições por meio de cursos de pós-graduação, artigos publicados em revistas e anais de congressos. A autora ressalta que Aristides C. Barreto,

[...] tomou conhecimento sobre modelagem matemática quando cursou engenharia na década de 1960. A idéia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos anos 1970, na PUC/Rio, ao passar a atuar como professor nesta Instituição. Na PUC/Rio, Barreto sempre procurava utilizar-se de modelos matemáticos como estratégia de ensino nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática e de Cálculo Avançado para engenheiros em programas de Pós- Graduação. Junto com estudantes, elaborou vários modelos em áreas específicas como Linguística, Ecologia, Biologia (BIEMBENGUT, 2009, p. 4).

Rodney C. Bassanezi, segundo a autora, destacou-se como um dos principais promotores da MM. Sua influência foi plenamente percebida por meio dos cursos de formação continuada que ministrou programas de pós-graduação *latu sensu*. Ele coordenou esses cursos em diversas instituições de ensino localizadas em praticamente todos os estados brasileiros. Foram identificados 23 programas de pós-graduação *lato sensu* e mais de 50 de formação continuada sob sua extensão.

Aristides C. Barreto e Rodney C. Bassanezi desempenharam um papel fundamental, principalmente no início das pesquisas sobre MM. Ambos se destacam como os maiores

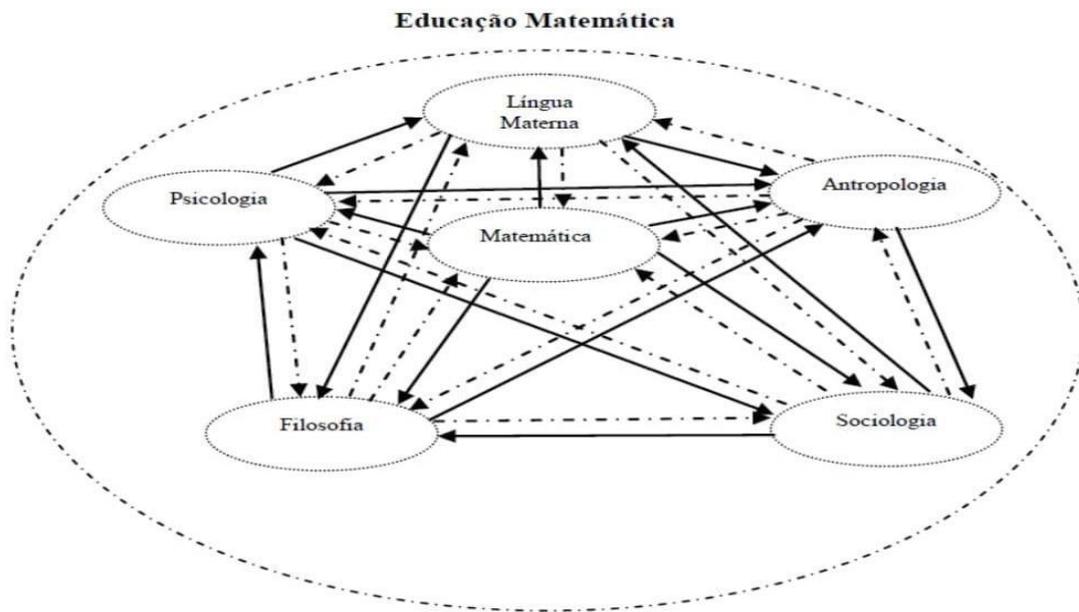
divulgadores dessa abordagem daquela época, porém ambos atuavam no Ensino Superior e Pós-Graduação e, portanto, suas ideias para a Educação Básica não estavam consolidadas. De acordo com Biembengut (2009), esse fator contribuiu para levar outros educadores a pensarem e a desenvolverem novas perspectivas, resultando em diversas concepções sobre a Modelagem. Essa diversidade expandiu as possibilidades de desenvolvimento das pesquisas e aplicação da MM para diferentes níveis de ensino.

O número de pesquisas, assim como os relatos de experiências em sala de aula apresentados em eventos de Educação Matemática e em Conferência Nacional sobre MM, segundo Biembengut (2009), tem aumentado de forma significativa. Esse crescimento também reflete no interesse por cursos de extensão e pós-graduação, nas publicações, programas de formação de professores e na inclusão da Modelagem como disciplina nas licenciaturas de Matemática. Biembengut (2009, p. 9) destaca que a MM também “[...] é tema de um dos grupos de pesquisa da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, o que favorece a produção de monografias, dissertações, teses e artigos acadêmicos, consolidando a Modelagem Matemática”.

No decorrer do desenvolvimento da Modelagem, surgiram distintas perspectivas. Como observa Biembengut (2009, p.27) “[...] As variações de concepção podem ser julgadas pelas proporções em que ajudaram a proposta sobreviver e multiplicar-se [...]”. No entanto, a autora destaca que o mais importante é compreender que a MM pode contribuir não somente para aprimorar o ensino e a aprendizagem da Matemática, mas especialmente, “[...] para provocar uma reação e interação entre corpo docente e discente envolvidos na contínua e necessária produção do conhecimento” (BIEMBENGUT, 2009, p.27).

As diferentes concepções permitem ao pesquisador a escolha de uma que se aproxime do nível de ensino que almeja aprofundar e do que se pretende. Burak (2010) compreende que a MM foi gradualmente construída a partir da década de 1980, refletindo sua visão das contribuições da Educação Matemática para o ensino e a aprendizagem e para a construção do conhecimento matemático, voltado para área das Ciências Humanas. Desta forma, a MM interage com as demais áreas do conhecimento, e os conteúdos matemáticos não são abordados de maneira isolada, mas de forma interdisciplinar. Essa relação é apresentada por Burak e Klüber (2008) na Figura 2.1.

Figura 2.1 - Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 98).

Neste sentido, os autores ressaltam que, com esta visão, a matemática passa a ser um dos componentes e não o componente principal. Eles destacam que,

A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo em si, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interações. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática e o seu ensino e a aprendizagem em um contexto em que se favorecem as múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem em uma relação de reciprocidade (BURAK; KLÜBER, 2008, p. 97).

É neste contexto de concepção da Educação Matemática apresentada que se vislumbra a MM que, segundo os autores, destacam a importância da interação com as áreas do conhecimento, no objetivo de favorecer aos alunos a formação dos conceitos matemáticos e não matemáticos, assim como, por meio da interação e discussões promovidas, desenvolver a criticidade, a aprendizagem e o desenvolvimento humano. Nesta linha, na concepção da Teoria Histórico-Cultural, Leontiev (2004), em outras palavras, destaca que é por meio das relações cooperativas presentes na atividade humana que os homens são capazes de sobreviverem e buscarem melhores condições para se desenvolverem social, cultural e historicamente. E, ao se apropriarem dos elementos presentes por meio da Arte, Matemática, História, Filosofia etc, ao ser internalizado pelo homem tais conhecimentos, constitui sua

consciência, suas formas de agir e perceber o mundo em que está inserido (OLIVEIRA, 2001).

Na concepção de Almeida e Dias (2004, p.7), a MM é “[...] uma alternativa para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações problemade sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo [...]”. Para as pesquisadoras, com o objetivo de potencializar o ensino e aprendizagem, o uso da MM em sala de aula deve ser inserido de forma gradativa a partir de três momentos, de forma que os alunos, organizados em grupos, possam familiarizar-se com esse contexto novo.

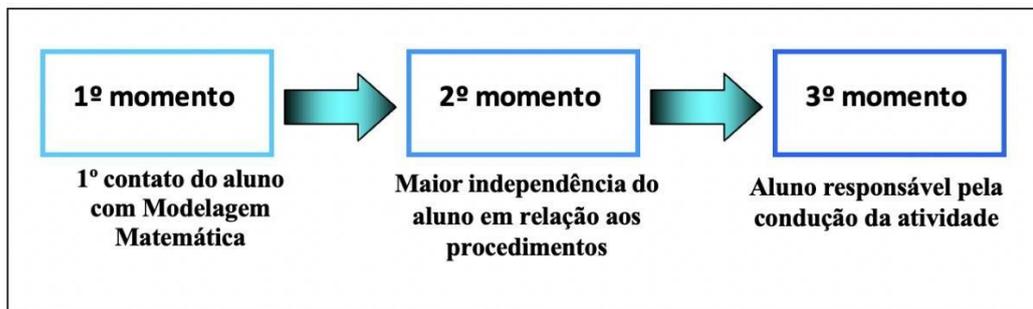
Em um primeiro momento, são abordadas, com todos os alunos, situações em que estão em estudo a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, a partir de uma situação problema já estabelecida e apresentada pelo professor; neste momento, a formulação de hipóteses e a investigação do problema, que resulta na dedução do modelo, são realizadas em conjunto com todos os alunos e o professor (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 7).

Neste primeiro momento, de acordo com o autor, o professor apresenta situações que possibilitem a análise, dedução e utilização de um modelo matemático. Os estudantes, em conjunto com o professor, formulam hipóteses e investigação do problema que resultarão no modelo matemático.

No segundo momento, conforme Almeida e Dias (2004, p. 7), com uma situação-problema conhecida pela classe ou sugerido pelo professor, e, em conjunto com a turma buscam informações sobre o tema “[...] e os alunos, divididos em grupos, realizam a formulação das hipóteses simplificadoras e a dedução do modelo durante a investigação e, a seguir, validam o modelo encontrado”.

Já no terceiro momento, como apontam Almeida; Dias (2004, p. 7) “[...] os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de Modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor”. É neste momento que os alunos são responsáveis por toda condução da atividade de Modelagem.

Figura 2. 2 - Momentos da Modelagem Matemática na sala de aula

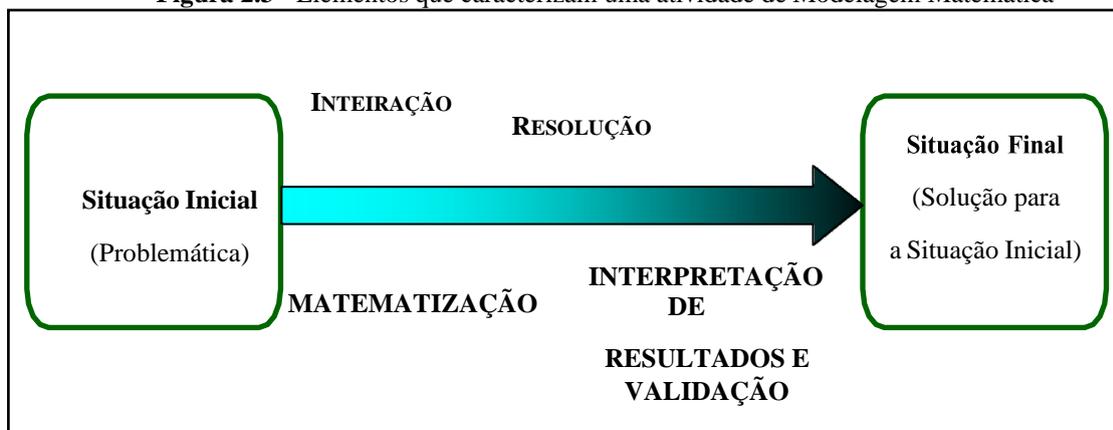


Fonte: Almeida e Vertuan (2011, p. 18).

Para Almeida e Dias (2004) o encaminhamento da atividade de MM, pautados nestes três momentos, tem se mostrado adequado na prática de sala de aula em diferentes níveis de ensino. Denota-se que à medida que o aluno realiza as atividades embasados nos diferentes momentos, conforme a sequência apresentada, a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando. Além de desenvolver a “habilidade de fazer modelagem”, conforme evidenciam Almeida e Vertuan (2011, p. 29).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), a MM é pensada como “[...] uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática [...]”. Para os autores, um trabalho em que envolve uma atividade de MM é iniciada por uma situação inicial, onde emerge um problema para investigação, uma situação final e geralmente com respostas ou reflexões sobre o problema investigado. Segue a Figura 2.3, com os elementos essenciais que caracterizam uma atividade de MM.

Figura 2.3 - Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática



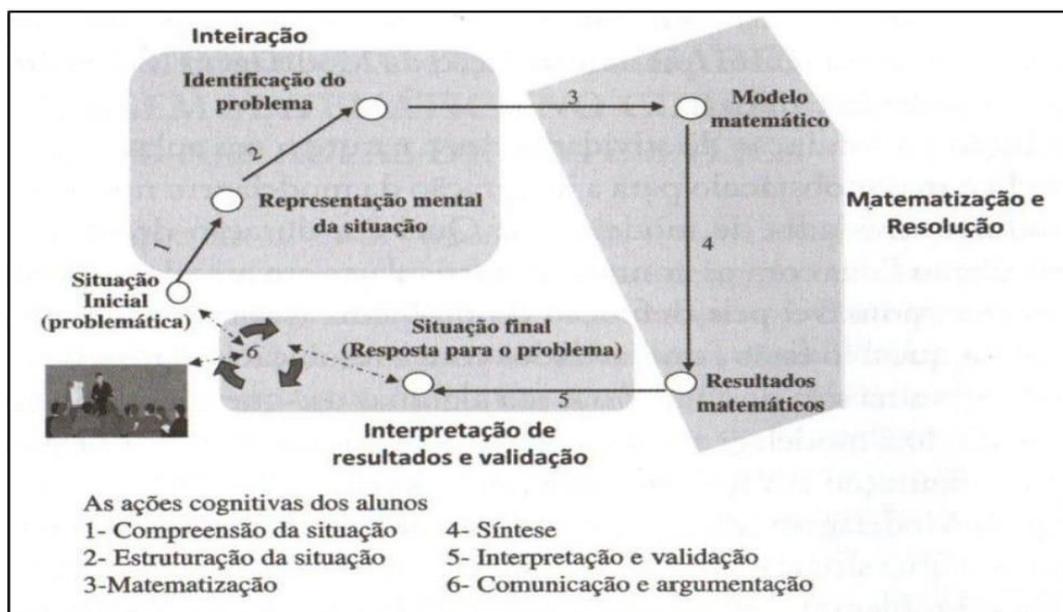
Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17).

Os elementos são descritos por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) da seguinte forma:

O início é uma situação problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Na Figura 2.4, Almeida, Silva e Vertuan (2012) mostram as ações dos alunos nas diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade de MM.

Figura 2.4 - Fases da Modelagem Matemática e as ações dos alunos



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 19).

Os autores declaram que quando os alunos se deparam com uma situação-problema a qual pretendem investigar, o passo crucial é compreender o problema, fazendo algumas aproximações, o que eles chamam de “representação mental da situação”. Isso consiste em identificar o problema e definir as metas para a sua resolução. Os autores salientam que, ao formular o problema em uma situação específica, é importante possuir todas as informações para buscar respostas a ele, por meio da matemática.

Na sequência, inicia-se o processo da matematização. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) esta ação “[...] culmina na construção de um modelo matemático e é

fundamentada na definição e no julgamento de hipóteses que guiam a construção do modelo”. Para os autores, a construção de um modelo matemático objetiva apresentar os resultados para o problema “[...]e requer o domínio de técnicas e procedimentos matemáticos e uma coordenação adequada das diferentes representações associadas aos objetos matemáticos”.

A fase da Interpretação dos resultados refere-se à busca de uma resposta para o problema. Para os autores, esse processo é realizado por todos os envolvidos na atividade por meio de discussões, comunicações apresentadas em que haja argumentações que convençam,

[...] aos próprios modeladores e àqueles aos quais esses resultados são acessíveis de que a solução apresentada é razoável e é consistente, tanto do ponto de vista da representação matemática e dos artefatos matemáticos a ela associados quanto da adequação desta representação para a situação em estudo (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 17).

Na compreensão de práticas de Modelagem, apresentado na tese de Burak (1992, p. 62), a Modelagem é “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”.

Nesta perspectiva, a MM constitui-se como uma prática a ser utilizada como metodologia, com a finalidade de proporcionar um ensino significativo, para romper com as práticas de memorização de conteúdos, regras, exercícios repetitivos que não contribuem para a aprendizagem dos estudantes. Na visão de Burak (1994), o papel do professor assume características diferentes daquelas na forma tradicional de ensino, nesta concepção, o professor tem papel de mediador na relação ensino-aprendizagem.

Neste sentido, Burak (1992, 1994, 2010, 2017) aponta dois princípios para o desenvolvimento da atividade que envolvem a utilização da prática com MM na sala de aula: 1) partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas; e 2) obter as informações e os dados, sempre que possível, no ambiente onde se localiza o interesse do grupo. Para o desenvolvimento da atividade, Burak (1994, 2010) nos coloca que o trabalho é potencializado quando os alunos são divididos em grupos, e destaca que estes,

[...] devem ser desenvolvidos de 3 a 4 alunos, este número é ideal para que se realize uma melhor interação entre os alunos. Outro fato é que o trabalho em grupo aprofunda a relação afetiva com o professor. Essa relação é fundamental em qualquer empreendimento; na escola, ela toma uma dimensão maior, pois possibilita um clima de confiança e respeito mútuo (BURAK, 1994, p. 4).

Observa-se a relevância dada em que a atividade seja desenvolvida em grupo, pois aprofunda a relação entre professores e alunos ao analisarem a problemática sugerida para explorarem o conteúdo matemático, o qual é primordial na aprendizagem e no desenvolvimento do aluno. Burak (2004, 2017) salienta que para o desenvolvimento da atividade de MM, cinco etapas são necessárias: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; bem como a análise crítica das soluções.

A primeira etapa, *escolha do tema*, consiste no momento em que o professor ou os alunos apresentam sugestões de temas a partir do interesse do grupo. Esses temas não necessitam ter ligação com a Matemática e sim com o interesse em pesquisar. Para o autor, nessa fase, é necessário para o desenvolvimento da atividade, que o professor assuma a postura de mediador com o intuito de contribuir com a definição de um assunto.

Na segunda etapa, *pesquisa exploratória*, os alunos são direcionados à procura dos materiais e informações sobre o tema que será desenvolvido, para a sua melhor compreensão. A terceira etapa é o *Levantamento dos problemas*, em que, segundo Burak (2004), com as informações em mãos, cabe ao professor como mediador, incentivar os alunos a levantarem questionamentos e discussões sobre o que tem relação com a Matemática ou não, para então elaborar o problema de investigação. Nesta etapa, os autores enfatizam que

[...] constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e, nas ciências sociais e humanas buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mais de atitudes e comportamentos (BURAK, 2010, p. 22).

Na quarta etapa ocorre a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Aqui, o objetivo é responder os problemas levantados e as dúvidas que surgirão durante a pesquisa, por meio dos conteúdos matemáticos. Na quinta etapa ocorrem as discussões acerca da análise crítica das soluções, a qual consiste em desenvolver a criticidade dos alunos. Burak e Kluber (2008, p. 21-22) salientam que “[...] não apenas em relação à Matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo”. Pois, nesta fase de estudo dos anos iniciais do Ensino Fundamental Burak (1992) destaca que o papel do professor é mais incisivo, já que esses alunos ainda não possuem autonomia nas decisões e estratégias de resolução,

necessitando, portanto, de mais acompanhamento por parte do professor durante suas ações, sobretudo na resolução, considerando que a produção do modelo matemático é um dado muito relevante e importante para entender a situação-problema.

Os resultados adquiridos, ou a validação dos modelos matemáticos alcançados, divergem de acordo com cada concepção, neste sentido, Almeida e Dias (2004, p. 23) salientam que “o sentido da Modelagem pode ser mais amplo, quando percebemos que modelos matemáticos fundamentam nossas decisões a respeito da realidade”. Burak (1994, 2017) aponta que nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve-se enfatizar mais o processo do que criar modelos, pois nesta etapa de ensino, os conceitos matemáticos estão sendo construídos. Burak (2010, p. 23) ainda destaca que “uma lista de preços em um supermercado é considerada um modelo matemático”. Ao propiciar o debate e enfatizar o processo, o professor, por meio da MM, poderá levar os estudantes a compreenderem que a matemática pode contribuir para a tomada de decisões de forma consciente e menos aleatória e desenvolver o gosto pela investigação e pela disciplina de matemática.

Segundo Burak (2014, p. 10) mesmo com tantos avanços apresentado a Lei de Diretrizes e Bases da Educação que estabelece as diretrizes da Educação no Brasil “[...] ainda persistem problemas na forma de ensinar e aprender as disciplinas curriculares, notadamente o ensino e aprendizagem da Matemática”. O autor declara também que a Educação do século XXI rompe com o modelo de ensino da atualidade sobre o aprender matemática, que, por meio da MM na perspectiva da Educação Matemática, contrapõe os modelos de ensinar pautados em uma formação tradicional. Diante do exposto, entende-se que a Modelagem tem sido utilizada não somente para ensinar conteúdos matemáticos, mas, por meio dela, trabalhar de forma interdisciplinar e contextualizada a partir de situações reais. Além disso, oferece aos alunos a oportunidade de “[...] tornar-se um buscador, mais do que um seguidor, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções” (BURAK; ARAGÃO, 2012, p.88). Sendo assim, a modelagem, nessa fase de estudo dos anos iniciais do Ensino Fundamental torna as aulas matemática mais instigantes, motivadoras e potencializadoras da aprendizagem.

2.2 Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

O marco inicial da MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil foi conduzido pelo professor Dionísio Burak, em 1987, quando apresentou sua dissertação, a qual

foi posteriormente documentada em sua tese no ano de 1992 (BURAK, 1992). Considerado precursor da MM nos anos iniciais, Burak (1992) relata que orientou diferentes trabalhos de Modelagem em um curso de especialização para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que se consolidaram situações com alunos da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental, envolvendo diferentes temáticas, como pintura de uma sala de aula, construção de uma horta, entre outras.

Burak (1992) afirma que é possível trabalhar com Modelagem desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Reconhecendo a importância do uso da MM para aprimorar a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos nessa fase educacional, o autor enfatiza que entender as especificidades desse nível de ensino é fundamental. Isso corrobora para que os professores estimulem a criatividade e o pensamento crítico dos alunos. Elkonin (1987, *apud* FACCI, 2004, p. 3) aponta os principais níveis de desenvolvimento pelos quais os sujeitos passam, são eles “[...] comunicação emocional do bebê; atividade objetual manipulatória; jogo de papéis; atividade de estudo; comunicação íntima pessoal; e atividade profissional/estudo”.

Nesta pesquisa, dedicarmo-nos à fase da atividade de estudo, que se configura na entrada da criança na escola. Segundo Leontiev (1978), nesta fase, um novo ciclo de relações se inicia, novos professores, novos colegas e novas responsabilidades, fatores que contribuem para novas aprendizagens.

De acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática – DCE (PARANÁ, 2018, p. 812), a matemática tem como premissas “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo”. Entretanto, Tortola (2016, p.22) afirma existir “uma lacuna na literatura a respeito da Modelagem e surgiu com a constatação de que poucas pesquisas abordam essa “maneira” de fazer Matemática nos anos iniciais”. Os autores Silva e Kluber (2012), Luna e Alves (2007), Dias e Chaves (2009), Ceolim (2015), Almeida e Brito (2005), Tortola e Almeida (2013) também concordam que a Modelagem ainda possui lacunas nas pesquisas referentes aos anos iniciais.

Silva e Kluber (2012) também apontam como necessário que a MM seja inserida desde os anos iniciais, pois cria um ambiente dialógico entre as crianças, contribuindo, desta forma, no desenvolvimento do ensino e aprendizagem. Burak e Martin (2015) corroboram com essa ideia, dizendo que o desenvolvimento das atividades favorece o fazer e o pensar matemático.

Para Burak e Martins (2015, p. 110) “[...] a discussão que se faz necessária no ensino de Matemática, principalmente nos anos iniciais, passa, necessariamente, pela utilização de

metodologias que favoreçam o pensar e o fazer matemático, desenvolvendo conceitos e construindo o conhecimento mais global”. Burak (1992,1994, 2010, 2017) defende a ideia de que o uso de atividades de Modelagem pode ser inserido em qualquer nível do ensino, no entanto, nessa fase dos anos iniciais, é necessário alterar a maneira que se deve enfatizar a atividade, ou seja, para os anos iniciais, o professor deve se preocupar mais com o processo do que com a criação de modelos matemáticos.

Neste sentido, de acordo com Burak (1992, p. 62), a MM “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. No entanto, as ações nessa etapa de ensino diferem-se, uma vez que no ensino,

[...] de 1^a a 4^a série, o trabalho com a Modelagem Matemática dificilmente parte de problemas, mas de interesses. Os problemas podem aparecer a partir da 3^a série; com isso não estamos dizendo que nunca aparece problemas no 1^a ou 2^a série, ou que não vão existir interesses a partir da 3^a série. O trabalho até agora realizado tem mostrado que as crianças de 1^a e 2^a séries tem desencadeado o processo de modelagem através de interesses de caráter lúdico: brincadeiras, histórias infantis, ou mercadinhos (BURAK, 1994, p. 7).

Ele ressalta, também, que nos primeiros anos iniciais deve-se enfatizar mais o processo do que a criação de modelos matemáticos, pois, nesse nível de ensino, o pensamento matemático está sendo construído (BURAK, 2017). Para Burak (1994), as possibilidades de fazer um trabalho interdisciplinar utilizando a Modelagem torna a aprendizagem mais motivadora. Nesse sentido, Luna, Souza e Santiago (2009) também concordam que:

[...] quando os alunos das séries [anos] iniciais desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática, eles ampliam as suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas e no processo de modelagem, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais, com enfoque interdisciplinar (LUNA; SOUZA; SANTIAGO, p. 140).

Ambos os autores mencionados anteriormente compreendem que a MM torna o ensino mais significativo. A Modelagem nesse sentido, corrobora para o desenvolvimento de apropriação de novas ideias e conceitos matemáticos.

Para Silva e Kluber (2012), assim como Burak (1994, 2014), o professor assume o

papel de mediador da aprendizagem, fazendo-se necessário trazer em sua prática um ensino que contribua para a formação de um estudante mais crítico e reflexivo. Com isso, a MM é

[...] uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 25).

Neste intento de desenvolver a criticidade, Barbosa (2001, p. 4) afirma que “[...] as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade, pois, nem a Matemática nem a Modelagem são o fim propriamente dito, mas sim meios para questionar a realidade vivida”. O autor ainda declara que a Modelagem estimula os alunos a indagarem situações sem procedimentos previamente fixos, mas com possibilidades diversas de encaminhamento.

A MM nesta fase de estudo também proporciona um vínculo maior entre o professor e o aluno, assim como entre os próprios alunos, gerando aprendizagem e desenvolvimento. Pode-se estabelecer relação com a Teoria Histórico-Cultural, na qual Leontiev (2004, p. 285) declara que “[...] o homem aprende a ser homem. O que a natureza lhe dá quando nasce não basta para viver em sociedade [...]”. O autor declara que o desenvolvimento ocorre por meio das relações humanas no decurso do desenvolvimento histórico da sociedade.

Burak e Kluber (2008) também destacam a importância da relação estabelecida entre o professor e aluno, pois além de desenvolver a sua criticidade, a aprendizagem vai ocorrer naturalmente, já que essa relação dialógica, devido sua natureza, é constituída a partir da interação, ou seja, fator preponderante para a aprendizagem. Burak (1994, p.51) ressalta que “[...] o professor tem papel de mediador da relação de ensino-aprendizagem, isto é, orientador do trabalho, tirando dúvidas, colocando novos pontos de vista com relação ao problema tratado [...]” durante todo o processo de desenvolvimento da MM. Da mesma forma, Shullmamm (2014) considera fundamental a figura do professor como principal mediador dos conhecimentos científicos, de modo que ressalta,

Um professor pode transformar a compreensão de um conteúdo, habilidades didáticas ou valores em ações e representações pedagógicas. Essas ações e representações se traduzem em jeitos de falar, mostrar, interpretar ou representar ideias, de maneira que os que não sabem venham a saber, os que não entendem venham a compreender e discernir, e os não qualificados tornem-se qualificados (SHULMAN, 2014, p. 205).

Diante disso, buscamos evidenciar o papel crucial do professor como mediador e a importância do contato mais próximo entre professor e alunos, pois essa interação favorece significativamente o processo de aprendizagem. Leontiev (2004, p.254) também salienta tal importância, ao declarar que a criança não deve ser simplesmente colocada diante dos objetos humanos para que haja aprendizagem, mas, “[...] mediatizadas pelas suas relações com os homens, que sejam inseridas no processo de comunicação”. Burak (2010) também ressalta que essa relação proporciona um ensino significativo para a criança.

Diante disso, percebe-se o quanto é importante o desenvolvimento da Modelagem na formação do estudante. Entende-se, desta forma, que é considerável tê-la em nossas práticas como instrumento, para desenvolver a criticidade do aluno, favorecendo para o processo de ensino e aprendizagem.

3 CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL: APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO

Este capítulo aborda contribuições da Teoria histórico-cultural sobre aprendizagem e desenvolvimento. Um de seus princípios norteadores é que a apropriação de conhecimento científico desencadeia o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, assunto a ser tratado a seguir.

3.1 Princípios Norteadores da Teoria Histórico-Cultural

A Teoria Histórico-Cultural tem suas bases no Materialismo histórico-dialético, desenvolvido por Marx e Engels, tendo como determinante, na filogênese da espécie humana, o trabalho como o ato de transformar a natureza para a produção da vida humana e, conseqüentemente, para seu desenvolvimento ontogenético. Nesta acepção, Engels (2000, p. 139) destaca que “É precisamente a modificação da Natureza pelos homens (e não unicamente a Natureza como tal) que constitui a base mais essencial e imediata do pensamento humano; e é na medida em que o homem aprendeu a transformar a Natureza que sua inteligência foi crescendo”.

Segundo Marx (2013), este trabalho, fundante do ser humano, é a sua primeira atividade, sendo, portanto, inerente e exclusiva do homem que se transforma enquanto constrói o mundo à sua volta e que explica a diferença entre a natureza humana e a dos demais animais. O autor exemplifica esta diferença a partir de uma comparação entre o trabalho realizado por uma aranha e um tecelão, além do trabalho de uma abelha em relação a de um arquiteto. Para ele, mesmo que o trabalho entre eles se assemelhe ou ainda que a da abelha (animal) supere a de um arquiteto (ser humano), a diferença crucial está na capacidade do ser humano em figurar, antecipar, de certa forma, a sua construção antes de materializá-la.

A aranha executa operações que lembram as de um tecelão, e as caixas que as abelhas constroem no céu poderiam envergonhar o trabalho de muitos arquitetos. Mas mesmo o pior arquiteto difere da mais hábil abelha desde o princípio, pois antes de ele construir uma caixa de tábuas, já a construiu em sua cabeça. No término do processo de trabalho, ele obtém um resultado que já existia em sua mente antes que ele começasse a construir. O arquiteto não apenas muda a forma dada a ele pela natureza, dentro dos limites impostos pela natureza, mas também leva a cabo um objetivo seu que define os meios e o caráter da atividade ao qual ele deve subordinar sua vontade (MARX, 2013, p. 188).

Nessa comparação, percebemos a referência tanto à transformação dos aspectos físicos quanto dos psicológicos que ocorrem durante a realização da atividade. O uso de signos e instrumentos, o uso da linguagem, da capacidade de pensar, elaborar, antecipar fatos etc, permite ao homem projetar em sua mente o objeto antes de executar a ação para elaborá-lo, tornando a obra realizada pelo menor arquiteto maior do que a obra realizada pela aranha. Ou seja, as atividades que o homem realiza, por mais simples que sejam, pressupõem um planejamento prévio.

Marx (2013, p. 189) ressalta que “[...] os momentos simples do processo de trabalho são, em primeiro lugar, a atividade orientada a um fim, ou o trabalho propriamente dito; em segundo lugar, seu objeto e, em terceiro, seus meios”. Neste sentido, Leontiev (1978, p.1) expõe que “[...] o homem é considerado como um ser à parte, qualitativamente diferente dos animais”. É no trabalho que o homem se torna superior perante os demais seres vivos. O autor declara ainda que

O trabalho não modifica apenas a estrutura geral da atividade humana, não engendra unicamente ações orientadas: o conteúdo da atividade a que chamamos operações sofre também uma transformação qualitativa no processo de trabalho (LEONTIEV, 2004, p. 87, 88).

Nesta direção, Leontiev (1978, p.282) destaca que o ser humano não ficou sujeito às influências biológicas do *Homo Sapiens*, mas que “[...]a hominização, enquanto mudanças essenciais na organização física do homem, termina com o surgimento da história social da humanidade”. É nesta concepção de ser humano que a teoria Histórico-Cultural está engendrada, materialista como a base social da realidade, histórico pela evolução do animal ao *homo sapiens* e dialética, pela complexidade em que as atividades humanas se desenvolvem. Seus principais precursores foram Lev Semenovitch Vigotski (1896 – 1934), Alexander Romanovich Luria (1902 - 1977) e Alexei Nikolaievitch Leontiev (1904-1979) que tinham o desenvolvimento das funções psíquicas humanas como objeto de análise. Segundo Luria (2006, p. 25) Vigotski influenciado por Marx constatou que “[...] as origens das formas superiores de comportamento consciente deveriam ser achadas nas relações sociais que o indivíduo mantém com o mundo exterior. O homem não é apenas um produto de seu ambiente, é também um agente ativo no processo de criação deste meio”.

Nesse sentido, o indivíduo não nasce humano, mas se humaniza por meio das vivências em sociedade (LEONTIEV, 2004). Com o objetivo de buscar subsídios para compreender psicologicamente o ser humano em suas capacidades de percepção, memória, atenção, solução de problemas etc. Cipolla *et al* (2006) declaram ainda que Vygotsky, Luria e Leontiev (2006),

[...] estudaram desde processos neurofisiológicos até relações entre o funcionamento intelectual e a cultura da qual os indivíduos fazem parte, trabalhando muito intensamente não só com temas de psicologia do desenvolvimento, mas também com as relações entre linguagem e pensamento (CIPOLLA *et al*, 2006, p. 16).

Esses processos e relações também ecoaram em investigações feitas por pesquisadores da Teoria Histórico-Cultural. Dentre eles, Davídov (1988), Vygotsky, Luria e Leontiev (2006), Oliveira (2001), Facci (2004), Martins (2011), Costa e Tuleski (2016), Martins, Abrantes e Facci (2016). Davídov (1988), ao tratar das relações entre pensamento e linguagem, a partir da atividade (Leontiev, 1978), salienta que,

A forma inicial e universal desta relação são as transformações e mudanças instrumentais dirigidas a uma finalidade, realizadas pelo sujeito social, sobre a realidade sensorial e corporal, ou seja, a prática humana material produtiva. Ela constitui a atividade laboral criativa realizada pelos seres humanos que, através da história da sociedade, tem propiciado a base sobre a qual surgem e se desenvolvem as diferentes formas da atividade espiritual humana (cognitiva, artística, religiosa, etc (DAVÍDOV, 1988, p. 11).

Para ele, a relação entre pensamento e linguagem faz a mediação entre as transformações de instrumentos pelo homem na própria atividade efetivada e faz com que outras formas de atividade sejam criadas.

Martins (2011) trata do desenvolvimento do psiquismo humano a partir da utilização de ferramentas para sua própria subsistência. A autora afirma que a apropriação cultural assume centralidade no estudo da formação dos atributos humanos e da compreensão de como se engendra a formação dessa imagem, porque “[...] ela retroage na existência concreta do sujeito, orientando sua relação consigo próprio e com o mundo [...]” (MARTINS, 2011, p.45).

Ainda com relação à investigação sobre ferramentas, as autoras Costa e Tuleski (2016) ressaltam que, assim como a humanidade precisou delas para realizar o seu trabalho a fim de subsistir (na caça, na agricultura etc), da mesma forma precisa-se de instrumentos para apropriação dos conhecimentos historicamente acumulados, pois são patrimônios da humanidade. Portanto, “[...] foi a unidade entre os instrumentos concretos e os instrumentos abstratos (signos) que levou ao surgimento do gênero humano [...]”, liberando o homem das suas limitações biológicas (COSTA; TULESKI, 2016, p. 9).

É importante ressaltar aqui que, embora tenhamos pesquisadores da mesma base teórica, Martins utiliza o termo ferramentas; e Costa e Tuleski utilizam o termo instrumentos como referência aos “meios” que são utilizados para apropriação de conhecimentos humanos ou para a ‘construção de algum objeto de subsistência’. Assim, usaremos os termos

instrumentos para nos referir aos objetos que são exteriorizados pelo ser humano, objetivados por eles e que podem ser materializados em ferramentas pedagógicas. Ainda faremos uma divisão entre instrumentos materiais e simbólicos, podendo ser os primeiros objetivados em ferramentas empíricas e os segundos para evidenciar os objetos psíquicos, simbólicos, criados pelo ser humano. No caso das ferramentas pedagógicas, tem-se as ferramentas materiais tais como a caneta, quadro, papel, slides, etc ou as ferramentas tais como em textos, produzidos a partir de gêneros textuais (BAKHTIN, 2016), a partir dos instrumentos simbólicos. Sendo assim, pautada no Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná, Paraná (2018) utilizamos o termo “recursos didáticos pedagógicos” que é empregado para mediar a prática do professor com o objetivo de auxiliar no ensino-aprendizagem dos conteúdos, e apropriação dos objetos culturais, e são planejados com objetivos e fins específicos conforme Moura (2001).

Neste sentido, Facci (2004) corrobora Leontiev, ao afirmar que é a convivência com outros homens, além da apropriação dos bens culturais, ou seja, da aprendizagem do conhecimento produzido pela humanidade que o desenvolvimento ontogenético ocorre. Em outras palavras, é a aprendizagem que permite o desenvolvimento do psiquismo humano, e o lugar em que a aprendizagem ocorre de forma sistematizada é a escola, nosso lócus de pesquisa.

Na escola, a natureza da atividade ocorre por meio da aprendizagem dos saberes sistematizados ao longo da história, o qual é internalizada e forma a consciência do sujeito. Por isso, compreende-se que a escolarização exerce grande influência na compreensão e atuação do sujeito no mundo, pois a aprendizagem e o desenvolvimento humano não são resultado da maturação, mas são promovidos socialmente. Os conceitos base da Teoria Histórico-Cultural são chave para um ensino pautado em conhecimentos significativos, com vistas a disseminar conhecimentos historicamente acumulados.

Na esteira dessa discussão, o Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná, Paraná (2018, p.809) salienta que “[...]os estudantes do Ensino Fundamental – anos iniciais, em geral, para desenvolver, sistematizar e consolidar os conhecimentos matemáticos precisam fazer uso de recursos didáticos pedagógicos; negociar significados; sistematizar conceitos por meio dos diálogos que estabelecem no espaço de comunicação”. E cabe ao professor a preparação desses recursos pedagógicos em sua prática, conforme Moura (2001).

O papel do professor, portanto, é o de mediação, que ocorre por instrumentos e são capazes de efetivar ações, para a internalização e, então, apropriação de conceitos científicos e, eventualmente, para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Vygotsky (1991) chama de internalização a reconstrução interna de uma operação externa por uma pessoa. Segundo o autor, as relações intrapsíquicas constituem-se a partir das relações interpessoais. Em outras palavras, é do social para o individual que ocorre a apropriação, sendo os instrumentos simbólicos, como os signos, por exemplo, imprescindíveis, pois são as representações mentais de determinado objeto ausente, ainda não efetivado. Martins (2016, p. 3) destaca que “os signos são os meios auxiliares para solução de tarefas psicológicas”. Vemos, a partir de Vygotsky (2001), que a palavra é toda composta de signos e existe uma relação indireta entre o pensamento e a palavra que é internamente mediatizada. Para o autor,

[...] essa via é uma mediação interna do pensamento, primeiro pelos significados e depois pelas palavras. Por isso o pensamento nunca é igual ao significado direto das palavras. O significado medeia o pensamento em sua caminhada rumo à expressão verbal, isto é, o caminho entre o pensamento e a palavra é um caminho indireto, internamente mediatizado (VYGOTSKY, 2001, p. 479).

Ainda de acordo com Vygotsky (2007), “[...] o bom aprendizado é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento”. Desta forma, o aprendizado quando organizado adequadamente resulta em desenvolvimento, ou seja:

Aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas (VYGOTSKY, 2007, p.103).

Para Eidt e Tuleski (2007, p.7), a aprendizagem e o desenvolvimento constituem uma unidade dialética, “[...] onde a aprendizagem impulsionando o desenvolvimento, por sua vez gera novas aprendizagens mais complexas”. Entende-se que a aprendizagem precede o desenvolvimento, e que ela é a força impulsionadora do desenvolvimento das funções psicológicas superiores no indivíduo. Os conceitos base dessa teoria são a chave para um ensino pautado em conhecimentos significativos, com vistas a disseminar conhecimentos historicamente acumulados, por meio da mediação do professor, assim como a interação com os colegas e o outro mais experiente.

Desta forma, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, a mediação realizada por meio de instrumentos utilizados pelo professor é preponderante, além da ajuda de colegas mais experientes. Vygotsky (2010) evidencia que,

[...] a característica essencial da aprendizagem é que engendra a área de desenvolvimento potencial, ou seja, que faz nascer, estimula e ativa na criança um grupo de processos internos de desenvolvimento no âmbito das inter-relações com outros, que, na continuação, são absorvidos pelo curso interior de desenvolvimento e se convertem em aquisições internas da criança (VYGOTSKY 2010, p. 113).

Para tal, a educação e o ensino são fontes principais do desenvolvimento das funções psíquicas humanas. O ingresso na escola e a aprendizagem de conceitos científicos propiciam a criança novas possibilidades de desenvolvimento remetendo uma imensa responsabilidade para o professor, para a função da escola enquanto responsável em desenvolver os conhecimentos científicos, historicamente acumulados.

Considerando com o intuito de aprofundar o assunto e esclarecer o papel do professor para o desenvolvimento psíquico, Vygotsky (1991) determina dois níveis de desenvolvimento: a Zona de Desenvolvimento Real (ZDR) que é o nível do desenvolvimento da criança em que suas funções mentais já se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completado, e Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDP) que é o nível de desenvolvimento da criança determinado por meio da capacidade de solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com os colegas mais experientes. A Zona de Desenvolvimento Proximal é de particular importância, e representa o espaço entre o conhecimento independente do aluno e o conhecimento a ser adquirido com a mediação do professor.

Leontiev (2006, p. 63) destacou a importância do encaminhamento pedagógico adequado para o desenvolvimento da criança, afirmando que cada estágio de desenvolvimento é caracterizado por uma relação determinada, por uma atividade principal, “[...] só com este modo de estudo pode-se elucidar o papel tanto das condições externas de sua vida, como das potencialidades que ela possui”, como também desempenha um papel crucial na relação da criança com a realidade e no desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

Mas para que a aprendizagem ocorra, a forma como as aulas são organizadas é muito importante para que, de fato, o desenvolvimento aconteça. Sobre a importância da organização do ensino, inferimos que:

Na busca de organizar o ensino, recorrendo à articulação entre a teoria e a prática é que se constitui a atividade do professor, mais especificamente, a atividade de ensino. Essa atividade se constituirá como práxis pedagógica se

permitir a transformação da realidade escolar por meio da transformação dos sujeitos, professores e alunos (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2010, p. 208).

Ao debater sobre a atividade do professor, Moura (2001, 2010) Moura, Sforini e Araújo (2010) inserem o conceito de a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), a partir de seus estudos sobre a Teoria Histórico-Cultural e Teoria da Atividade. Para ela, a aprendizagem de conceitos, quando adequadamente organizada, produz um efeito maior sobre o desenvolvimento do psiquismo humano e, principalmente, na formação do pensamentoteórico na fase de estudo da criança.

Com a intenção de planejar um ensino de forma que os alunos interajam, mediados por uma atividade que seja significativa e motivadora, três elementos são importantes na sua organização:

[...] tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (MOURA, 2001, p. 155).

Compreende-se que há a indissociabilidade entre a teoria e prática na Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Para Moura, Sforini e Araújo (2010) essa indissociabilidade é formada por conteúdos, objetivos e métodos, os quais são embasados na teoria Histórico-Cultural. Para as autoras, os três elementos fundantes do ensino são “o objeto do conhecimento, o professor e o estudante” (p. 2), em que o objetivo principal é levar a criança a compreender o que antes era uma dificuldade, a uma situação de aprendizagem.

Sendo assim, é preponderante o papel do professor como responsável pela organização do ensino, ao preparar seus materiais e ao planejar, como mediador dos signos e instrumentos utilizados em sua prática para que possa possibilitar o desenvolvimento humano em todas as potencialidades do aluno.

3.2 O Processo de internalização e Mediação na Aprendizagem

Como se apresentou na seção anterior, a Teoria Histórico-Cultural desenvolvida por Vygotsky, Luria e Leontiev (2006, 2010), embasada no materialismo histórico de Marx, compreende a aprendizagem e o desenvolvimento do indivíduo associado com o meio e a

cultura. No entanto, é válido ressaltar que estas não ocorrem de forma natural, mas em contato direto com o meio social, ou seja, ocorrem de forma mediada, através de instrumentos e signos. É por meio destas relações com os outros homens, por intermédio da mediação, e, principalmente, da mediação entre a linguagem e os objetos que o indivíduo chega a interiorizar os elementos culturalmente estruturados. Esses instrumentos são os materiais concretos que fazem uma ação, e o signo é o instrumento simbólico.

Portanto, os instrumentos concretos e signo, conforme Costa e Tuleski (2016), são importantes. A palavra como signo, por exemplo, são as representações mentais de determinado objeto ausente. Martins (2016, p. 3) salienta que “os signos são os meios auxiliares para solução de tarefas psicológicas”. Quando o professor utiliza em sua prática conteúdos de medidas de comprimento para compreender uma resolução de problemas sobre área ou perímetro, como apresentado por Tortola (2012), na atividade “Espaço dos estudantes na sala de aula”, e formas geométricas, noções de grandezas e medidas apresentado por Jocoski (2020) na atividade “*Slime*” na realização da receita por meio do peso dos ingredientes, conteúdos de gramas etc com o objetivo de os alunos internalizarem tais conhecimento.

Neste sentido, Vygotsky (1991) chama de internalização a reconstrução interna de uma operação externa por uma pessoa. Vygotsky; Luria e Leontiev (2006) destacam que o processo de internalização ocorre duas vezes durante o desenvolvimento “[...] a primeira vez, nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções intersíquicas: a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas”.

Compreende-se que é somente a partir do processo de internalização e do desenvolvimento das operações psicológicas superiores que se desenvolvem novas estruturas psicológicas. O Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná reiteram que o ensino da Matemática deve possibilitar ao aluno,

[...] a capacidade de investigação, leitura, interpretação, comunicação, comparação, análise, síntese e generalização; o desenvolvimento de hipóteses e de estratégias de solução, de verificação, de argumentação e de representações (manipuláveis, textuais, gráficas, geométricas, pictóricas entre outros)[...] possibilita ao professor balizar suas práticas educativas em uma ação que leva em consideração, além dos conhecimentos matemáticos, os aspectos cognitivos, as questões sociais, culturais, econômicas, políticas, entre outras (PARANÁ, 2018, p. 810).

É nessa perspectiva de aprendizagem e desenvolvimento, a partir da Teoria Histórico-Cultural que o autor atribui uma imensa responsabilidade ao professor e à função da escola enquanto responsável pelo desenvolvimento dos conhecimentos científicos e historicamente acumulados.

Essa preocupação de Vygotsky (2000), em relação ao papel do professor, ocorre devido à aprendizagem dos conceitos científicos serem desenvolvidos na idade escolar. O papel do professor nesse processo como mediador é preponderante. Libâneo, Oliveira e Toschi (2012) destaca o ensino como a atividade mediadora capaz de promover a relação entre o aluno e o conhecimento. Neste sentido, compreende-se que a mediação é o principal elo entre os signos, instrumentos e alunos.

A Teoria Histórico-Cultural procura demonstrar que a educação escolar deve propiciar a unidade entre o ensino, a aprendizagem e o desenvolvimento humano. Compreende-se, desta forma, que o professor em sua prática, conforme Saviani (2007), deve partir dos conhecimentos prévios dos alunos, para então realizar as intervenções a partir de suas reais necessidades. Com base nisso, parte-se dos dois níveis de desenvolvimento já discutidos na seção anterior, apresentados por Vygotsky (1991): ZDR e ZDP. Desta forma, primeiramente, o professor compreende os conhecimentos reais do aluno, para então introduzir os conhecimentos científicos. No entanto, de acordo com Martins (2016), não é qualquer trabalho pedagógico que desenvolve o indivíduo ao máximo do seu conhecimento.

Nesse ponto, Leontiev (2006) salienta que não é qualquer encaminhamento pedagógico que trará impacto no desenvolvimento na criança. O autor afirma que cada estágio de desenvolvimento da criança é caracterizado por uma relação determinada, por uma atividade principal que desempenha a função de principal forma de relacionamento da criança com a realidade. Então, podemos compreender, a partir do autor, que cada criança, ou cada fase em que o indivíduo se encontra, há um nível de ajuda a ser desenvolvida, denominada como atividade principal, onde existe uma regularidade de desenvolvimento que vai acontecer por meio da atividade. Desta forma, em cada fase da vida existe uma atividade por meio da qual o indivíduo mais aprende e se desenvolve.

De acordo com Martins, Abrantes e Facci (2016 p. 2), pensar o desenvolvimento focando na atividade principal da criança “possibilita o reconhecimento de que, durante todo seu processo de formação, o indivíduo desempenha um papel ativo, valendo-se de circunstâncias históricas e sociais que determinam o conteúdo e as formas das relações que o integra”.

Elkonin (1987 apud FACCI, 2004, p.3) aponta os principais níveis de desenvolvimento pelos quais os sujeitos passam, são eles: “[...] comunicação emocional do bebê; atividade objetal manipulatório; jogo de papéis; atividade de estudo; comunicação íntima pessoal; e atividade profissional/estudo”. Assim, podemos compreender que trabalhar com o aluno, por meio das atividades principais, desenvolve as funções psíquicas superiores, no entanto, não descreveremos sobre cada estágio, abordaremos unicamente a fase da atividade de estudo por ser o foco da nossa pesquisa, período esse que ocorre com a passagem da criança na fase escolar.

A entrada da criança na fase de estudo muda muito, segundo Leontiev (1978), um novo ciclo de relações se inicia, novos professores, novos colegas e novas responsabilidades, o que concorrem para novas aprendizagens. Porém, é uma fase em que há muitas cobranças não apenas dos professores, da escola, direção, mas também da família. Uma vez que,

[...] os parentes dirigem-se a ela sempre perguntando pela escola, pelos seus estudos; em casa a criança não pode ser importunada pelos irmãos quando está fazendo tarefa etc. Nesta atividade de estudo ocorre a assimilação de novos conhecimentos, cuja direção constitui o objetivo fundamental do ensino (FACCI, 2004, p. 70).

Entender a atividade de estudo como a atividade principal nessa fase do aluno significa compreendê-la, conforme Asbahr (2016, p. 171), “[...] como uma atividade que promove o desenvolvimento humano e que tem como característica produzir a constituição de uma neoformação psicológica essencial ao processo de humanização: formação do pensamento teórico”. No entanto, norteadas por Vigotski, a autora retrata que a aprendizagem se inicia muito antes da criança entrar na escola, com conhecimentos espontâneos, ou seja, os conhecimentos apreendidos no meio familiar, por isso, o desenvolvimento dos conceitos científicos é primordial nesta etapa, pois produz o desenvolvimento psicológico.

A atividade de estudo no contexto escolar evidencia-se como papel principal, a mediação do professor apresenta-se central na organização de ensino, conforme Moura (2001) e Asbahr (2016, p. 173), “[...] pois possibilita aos estudantes apropriar-se da cultura[...] valoriza-se também a escola e o professor no processo de humanização dos nossos estudantes”. O desenvolvimento dos conceitos científicos, nas palavras de Vygotsky (2001, p. 268), “[...] constitui uma forma original de colaboração sistemática entre o pedagogo e a criança, colaboração essa em cujo processo ocorre o amadurecimento das funções psicológicas superiores da criança com o auxílio e a participação do adulto”. Oliveira (2002,

p.29) destaca ainda que “[...] a mediação em termos genéricos para Vygotsky, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação, é um processo fundamental e essencial”. Segue o Quadro 3.1 com as definições de mediação,

Quadro 3.1 – Significados de Mediação

Ato ou efeito de mediar. Ato de servir como intermediário entre pessoas, grupos, partidos, noções etc (MICHAELLIS, 2023).
A mediação são as relações existentes entre os homens por meio da linguagem e os objetos os quais chegam a interiorizar os elementos culturalmente estruturados. Esses instrumentos são os materiais concretos que fazem uma ação e o signo é o instrumento simbólico (VYGOTSKY, LURIA e LEONTIEV, 2010, p. 25, 26, 27)
Os instrumentos, concretos e abstratos (signos) são elementos responsáveis pela mediação, o qual auxiliam nas atividades psíquicas. (COSTA; TULESKI, 2016, p. 9)
A mediação, em termos genéricos para Vygotsky, é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação, é um processo fundamental e essencial (OLIVEIRA, 2001, p. 29).
A mediação realizada pelo professor por meio da interação e discussões tem o objetivo de promover a autonomia e o pensamento crítico, assim como favorece um vínculo mais estreito entre professor e alunos (BURAK, 1994, p.5).
É um processo de intenções, começo, meio e os fins que o professor, ao organizar as aulas, almeja alcançar por meio dos conteúdos representados como signos e instrumentos mediatizados que deseja alcançar por meio do ensino. AOE, apresentada por (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2010, p. 208).

Fonte: A autora

Podemos compreender pelas definições apresentadas no Quadro 3.1, a importância da mediação em todos os setores da sociedade, entretanto, com enfoque no contexto escolar. Como já vimos, no processo de humanização do homem, a necessidade de transmitir tais conhecimentos a outro, de uma geração a outra, gera a necessidade de criação dos signos, tornando possível essa comunicação, conforme Leontiev (1978), num mundo de objetos e conhecimentos criados pela geração anterior estendendo-se até hoje. Se no início da humanidade o ser humano era motivado por necessidades como fome ou sede, sobrevivência, a partir da linguagem como signo, e da utilização dos instrumentos começa a criar significados que realizam a função de mediadores entre a necessidade imediata e o que se deseja alcançar.

O Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná, já comentado na seção anterior, afirma que para consolidação plena da atividade, é necessário que ela seja mediada pelos recursos didáticos pedagógicos, pelos diálogos que estabelecem a comunicação, os quais são utilizados pelo professor, com intenções previamente delineadas, contribuindo para o ensino-aprendizagem (PARANÁ, 2018). Neste sentido, o professor,

conforme Vygotsky (2001), ao atuar na zona de desenvolvimento proximal, e realizar as intervenções necessárias para que o aluno compreenda os conteúdos e aquisições de novas habilidades constitui a sua prática, conforme Moura, Sforini e Araújo (2010) a qual realizará as mediações necessárias para que ocorra a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno, assim como o desenvolvimento do senso crítico, apontado por Burak (2004).

A mediação, para Oliveira (2001, p.26) na perspectiva de Vygotsky, “[...] é o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento”. A autora destaca ainda que a mediação é um processo fundamental e essencial “[...] para tornar possível as atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo” (p. 33).

O professor como mediador, de acordo com Burak (2004), tem o objetivo de promover a autonomia e o pensamento crítico. É um processo de intenções, começo, meio e os fins que o professor, ao organizar as aulas, almeja alcançar por meio dos conteúdos representados como signos e instrumentos mediatizados que deseja alcançar por meio do ensino conforme AOE, já apresentada por Moura, Sforini e Araújo. (2010). Desse modo, as ações que são realizadas pelo professor como mediador e com auxílio do outro mais experiente, por meio do contato com o aluno e a interação desenvolvida, é a forma mais positiva de adquirir conhecimento, aprendizagem e desenvolvimento humano, onde tal comunicação configura-se num processo mediatizado e que caracteriza toda a atividade humana, conforme Leontiev (2004).

4 METODOLOGIA, ETAPAS E PROCEDIMENTOS

A finalidade deste capítulo é apresentar a natureza da pesquisa, seu contexto e os procedimentos metodológicos adotados. Este estudo adota uma metodologia qualitativa documental. Conforme descrito por Creswell (2007), a pesquisa qualitativa permite ao pesquisador interpretar os dados por meio de descrição de cenários, sujeitos, análises e categorização da significação que emerge após o pesquisador filtrar os dados e aplicar suas lentes pessoais e teórico-metodológicas de interpretação. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa exige que o mundo seja observado sob um olhar em que nada é comum, e cada detalhe, por menor que transpareça, tem potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo.

Devido à natureza da pesquisa, esta se caracteriza como documental. Conforme Gil (2002, p. 45), “a pesquisa documental vale-se de materiais que ainda não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados segundo os objetos da pesquisa”. Lakatos e Marconi (2003) também enfatizam que a pesquisa documental é muito utilizada em estudos puramente teóricos, nos quais os dados para coletados vêm de fontes primárias, como documentos escritos ou não, pertencentes a arquivos públicos; arquivos particulares de instituições e domicílios, e fontes estatísticas.

A pesquisa tem como objetivo compreender o papel da mediação do professor em atividades de MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental: análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. A coleta de dados foi realizada a partir do banco de dissertações e teses da Capes, dentre as quais foram selecionadas as dissertações de Tortola (2012) e Jocoski (2020) como *corpus* de análise.

Para esse propósito, uma série de buscas foi conduzida. Inicialmente, o objetivo era identificar Teses e/ou Dissertações com abordagens teóricas relacionadas à Modelagem Matemática nos anos iniciais, utilizando a Teoria Histórico-Cultural. Essa busca foi iniciada em 18 de janeiro de 2022, na Biblioteca digital de Teses e Dissertações (BDTD³) com as palavras-chave “Modelagem Matemática And Vygotsky”.

Foram identificadas 12 pesquisas, a saber: Kaczmarek (2014), Brelaz (2019), Lima (2012), Santos (2014), Souza (2010), Kaviatkovski (2017), Santos (2011), Santos Carmem

³ [BDTD \(ibict.br\)](http://bdtd.ibict.br) O Ibict desenvolveu e coordena a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações o qual, é responsável por integrar os sistemas de informação de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa do Brasil, e também de estimular os registros e as publicações de teses e dissertações em meio eletrônico.

(2011), Vieira (2011), Santos Ricardo (2011), Gomes (2013) e Duarte (2018). Dessas, duas eram oriundas de programas de Mestrado Profissional, duas de Mestrados Acadêmicos direcionados para o Ensino fundamental II, uma de Doutorado no Ensino Fundamental II, cinco trabalhos eram Mestrados Acadêmicos com foco no Ensino Médio, e dois de Mestrados Acadêmicos inclinados ao Ensino Superior. Após análise, não encontramos nenhum trabalho específico para os anos iniciais, portanto, não foram incluídos *corpus* da pesquisa.

Continuando com as buscas, em 28 de janeiro de 2022 foram inseridas as palavras-chave “Modelagem Matemática And Histórico-Cultural” na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Nessa ocasião foram encontrados treze trabalhos, sendo cinco Teses de Doutorado e oito Dissertações dos autores Campos (2018), Awade (2016), Posada Balvin (2015), Caldeira (2014), Tonéis (2010), Fabrete (2015), Ambrósio (2015), Neves (2019), Field’s, (2014), Vieira (2011), Gomes (2013), Leite (2013). Nesta busca, os trabalhos encontrados estavam direcionados para o Ensino Médio, Técnico e Superior, e nenhum com enfoque nos anos iniciais.

Por não encontrar trabalhos com a mesma perspectiva teórica, prosseguimos com as buscas. Dessa vez, utilizando as palavras-chave “Modelagem Matemática And Anos Iniciais”, com o objetivo de encontrar trabalhos que tivessem tarefas de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para realizar análises com as lentes da Teoria Histórico-Cultural.

Esta nova busca foi iniciada no dia 28 de fevereiro de 2022, na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), resultando na identificação de 14 trabalhos. Quatro deles eram trabalhos de Mestrado Profissional, dos autores Lovo (2012), Dente (2017), Gomes (2018) e Palma (2018). Foi encontrada uma dissertação com enfoque na Educação Infantil, da autora Abbeg (2016). Oito dissertações de Mestrado Acadêmico também foram identificadas, das quais quatro tiveram enfoque nos anos iniciais, sendo os seguintes autores: Scherenk (2020), Tortola (2012), Jocoski (2020), e Martin (2019). Três trabalhos das oito dissertações de Mestrados Acadêmicos tinham suas propostas de pesquisa voltadas à formação continuada com professores, e, portanto, não foram selecionadas para análise, sendo dos autores: Machado (2012), Kaviatkovski (2014) e Teodoro (2018). Em nível de doutorado encontramos as teses dos autores Tortola (2016), com enfoque nos Anos Iniciais; e Ribeiro (2016), com sua proposta para formação continuada de professores. Segue o quadro 4.1 com a apresentação dos trabalhos encontrados:

Quadro 4.1: Apresentação das Dissertações e Teses encontradas

Tipo de Pesquisa	Autor/Ano	Título	Instituição de Ensino Superior (IES)
	SCHRENK (2020)	Tomada de consciência em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental	UFPR
	TORTOLA (2012)	Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	UEL
	JOCOSKI (2020)	Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: possibilidades para o ensino de matemática	UFP
	ABBEG (2016)	Modelagem Matemática com crianças de 5 e 6 anos no município de Pinhais – PR.	Unioeste
	MARTIN (2019)	Modelagem Matemática e autonomia: um olhar para atividades no ensino fundamental	Unioeste
		Uma proposta para Formação Continuada	
	MACHADO (2012)	Percepções da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais	UEPG
	KAVIATKOVSKI (2014)	Em direção à Educação Matemática Crítica: a análise de uma experiência de modelagem pautada na investigação e no uso da tecnologia	UNIVALI
	TEODORO (2018)	A Recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos Anos Iniciais	UEL

	LOVO (2012)	Modelagem matemática e Avaliação: uma proposta de trabalho com professores dos Anos iniciais do ensino fundamental	UFSC
	DENTE (2017)	Modelagem Matemática e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da matemática no 5 ano do Ensino Fundamental em duas escolas públicas do Vale do Taquári	UNIVATES
	GOMES (2018)	Professoras dos anos iniciais em práticas de Modelagem Matemática	UTFPR
	PALMA (2018)	Manifestações da criatividade em Modelagem Matemática nos anos iniciais.	UTFPRL
Tese	TORTOLA (2016)	Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	UEL
	RIBEIRO (2016)	Modelagem Matemática e mobilização de conhecimentos didáticos matemáticos na formação continuada de professores dos anos iniciais	UFSCar

Fonte: A autora.

Após essa busca, iniciaram-se as leituras dos resumos, dos objetivos gerais e específicos, além do embasamento teórico, com o intuito de verificar se todos os trabalhos tratavam do tema “Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental” e, principalmente, se as dissertação e Teses tinham enfoque com alunos na sala de aula.

De acordo com Lakatos e Marconi (1991) essa fase da pesquisa é muito importante, pois busca-se compor o *corpus* de Dissertações ou Teses com maior aproximação com a investigação do pesquisador. Ainda conforme os autores, a busca por aproximações “[...] está ligada a uma visão global e abrangente do tema. Relaciona-se com o conteúdo intrínseco, quer dos fenômenos e eventos, quer das ideias estudadas” (LAKATOS, MARCONI, 1991, p. 219). Gil (2002) também enfatiza que essa leitura do material, a priori, leva o pesquisador a identificar as informações e dados do material, e principalmente estabelecer relações entre os dados encontrados e os objetivos do estudo.

Durante a leitura, verificou-se que algumas pesquisas não eram pautadas no desenvolvimento de tarefas de MM com alunos, pois possuíam enfoque na formação

continuada de professores. Portanto, essas pesquisas não foram incluídas em nossa seleção. São elas: a Tese de Ribeiro (2016), as Dissertações de Machado (2012), Kaviatkovski (2014) e de Teodoro (2018).

Quanto às dissertações de Lovo (2012), Dente (2017), Gomes (2018), e Palma (2018), não foram encontradas aproximações de ideias relevantes para a pesquisa. Assim como, após examinar as Dissertações de Schrenk (2020), e Martin (2019), certificou-se que não havia relação significativa com a teoria histórico-cultural.

Das três pesquisas selecionadas, a Tese de doutorado de Tortola (2016), *Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, a Dissertação de Tortola (2012), *Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, e a dissertação de Jocoski (2020), *Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: possibilidades para o ensino de matemática*, a análise concentrou-se nas duas últimas dissertações, de Tortola (2012) e de Jocoski (2020). A seleção justifica-se pela descrição detalhada e pela quantidade de atividades contidas em cada uma delas, o que foi suficiente para compor o *corpus* desta pesquisa.

Esses dados foram organizados e analisados com base em Moraes e Galiazzi (2007), por meio da Análise Textual Discursiva (ATD). A ATD começou com a desconstrução do texto e fragmentação e, a partir desse processo, emergiram fatos relacionados ao problema da pesquisa que apresentavam semelhanças convergências. Assim, foram elaboradas categorias e subcategorias. De acordo com Moraes e Galiazzi (2007, p. 115), isso corresponde a “[...] simplificações, reduções e sínteses de informações da pesquisa, concretizados por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjunto de elementos que possuem algo em comum”. E, por fim, o que as categorias estão dizendo, que concerne à fase da escrita e articulação com a fundamentação teórica, conforme afirmam os autores:

A Análise Textual Discursiva pode ser caracterizada como exercício de produção de metatextos, a partir de um conjunto de textos. Nesse processo constroem-se estruturas de categorias, que ao serem transformadas em textos, encaminham descrições e interpretações capazes de apresentarem novos modos de compreender os fenômenos investigados (MORAES; GALIAZZI, 2007, p. 89).

Esse processo, caracterizado pela produção de metatextos, segundo o autor, requer constante aperfeiçoamento e organização da escrita, pois, exige uma permanente atenção aos fenômenos emergentes. Isso requer uma análise criteriosa e interpretação detalhada por parte do pesquisador, o que dialoga diretamente com a proposta e as intencionalidades deste estudo.

Na análise do *corpus*, conforme proposto por Moraes e Galiazzi (2007, 2011), realizamos a leitura minuciosa das atividades selecionadas. Segue o quadro 5.1 com algumas características das atividades.

Quadro 4.2: Característica das atividades relacionada corpus da pesquisa

ATIVIDADE	DURAÇÃO	
A 1 – <i>Tamanho de Anéis</i> - Tortola (2012)	Foram realizadas em dois encontros.	1º momento conforme Almeida e Dias (2004)
A2- <i>Espaço dos estudantes na sala de aula</i> - Tortola (2012)	A atividade teve duração de dois encontros	1º momento conforme Almeida e Dias (2004)
A3 - <i>Medindo a beleza de uma pessoa</i> - Tortola (2012)	Essa atividade foi desenvolvida em um encontro	2º momento conforme Almeida e Dias (2004)
A4 - <i>Gastos com flúor</i> - Tortola (2012)	Essa atividade foi desenvolvida em um encontro	3º momento Almeida e Dias (2004)
A5 - <i>Receita de Slime</i> - Jocoski (2020)	Foi realizada entre os dias 22 de março e 15 de abril de 2019, duas a três vezes por semana.	3º momento, conforme Almeida e Dias (2004) Burak (2004) apresenta duas premissas para o trabalho

Fonte: Dados da pesquisa

Após realizada a leitura das atividades dos textos selecionados, conforme Moraes e Galiazzi (2011, p. 11), iniciou-se o processo de fragmentação detalhada dos textos, a fim de “atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados”. Foram elencados 261 fragmentos, os quais foram separados por dados unitários e categorias que se relacionavam conforme o objetivo da pesquisa. Após formarem as Subcategorias e Categorias, emergiram 10 Subcategorias, das quais emergiram 3 categorias. Sendo elas: *Mediação em relação ao tema; Mediação em relação ao problema; Mediação em relação a validação*. O Quadro 4.3 apresenta os fragmentos que compõem cada Subcategoria.

Quadro 4.3 - Categorias Emergentes dos Dados

Categorias	Subcategoria	Fragmentsos
Mediação em Relação ao Tema	S1: Escolha do tema pelo professor	A1. 1; A1.38; A1.39; A1.41; A2.39; A2. 40;
	S2: Escolha do Tema pelo Professor e Aluno	A3.1; A3.2; A3. 5; A3. 6; A3.8; A3.21; A3.22; A3.64; A3.65; A3.66; A3.67;
	S3: Escolha do Tema pelo Aluno	A4.1; A4.2; A4.54; A4. 55; A4.56 A5.1.; A5.2.; A5.3.; A5.4.; A5.5.; A5.7.; A5.8.; A5.9.; A5.14.; A5.15; A5.52; A5.53; A5.54; A5. 55; A5.56;
	S4: Pesquisa exploratória	A1. 2; A1.6.; A1.42.; A2.1.; A2.3.; A2.4.; A3. 3.; A3. 9; A3.10; A3.11; A4.3; A4. 8; A4. 22; A5.10; A5.18; A5.19; A5.20; A5.57; A5. 58; A5.59;
Mediação em Relação ao Problema	S6: Levantamento dos Problemas	A1.10.; A1.11; A1.13; A1.14; A1.16; A1.17; A1.18; A1.19; A1.20; A1.21; A2.2; A2.5; A2.6.; A2.9; A2.12; A2.15; A2.16; A2.17; A3. 16; A3. 18; A3. 19; A3. 20; A3.23; A3.24; A3.27; A3. 29; A3. 37; A3.38; A4.4; A4.7; A4.14; A4.15; A4.18; A4.19; A4.21; A4.23; A4.26; A4.29; A4.30; A4.31; A4. 32; A4.34; A5.11; A5.32; A5.33; A5.34; A5.35; A5.36;
	S7: Resolução dos problemas	A1.24; A1.25; A1.26; A1.27; A1.28; A1.29; A1.30; A1.31; A1.32; A1.43; A1.48; A2. 11. A2. 13; A2. 14; A2.19; A2.20; A2.21; A2.22; A2.23; A2.26; A2.36; A3. 17; A3.26; A3.28; A3.32; A3.39; A3.57; A3.58; A4.35; A4.36; A4.37; A4.39; A4.40; A4.44; A4.45; A4.51; A4.52; A5. 22; A5.23; A5.24; A5.25; A5.26; A5.31; A5. 37; A5. 38; A5. 39; A5. 40;
Mediação em Relação à Validação	S8: Análises críticas das soluções	A1.33; A1.34; A1.37; A2.18; A2.24; A1.25; A3.25; A3.30; A3. 34; A3.35; A3.44; A3.47; A3.49; A3.50; A4.16; A4. 33; A4.38; A4.48; A5. 27; A5.41;
	S9: Interpretação dos resultados	A1.35; A1.36; A1.40; A1.45; A2. 10; A2.33; A2.34; A2.35; A2.37; A3. 4; A3.31; A3.33; A3.36; A3.43; A3.45; A3.46; A3.48; A3.51; A3.54; A4.41; A4.42; A4. 43; A5.28; A5.29; A5.30
	S10: Validação e discussões reflexivas	A1.44; A1.45; A1.47; A1.48; 1.49; A1.50; A2.27; A2.29; A2.30; A2.31; A2.32; A2.38; A3.40; A3. 41; A3.42; A3.52; A3.53; A3.55; A3.56; A3.59; A3.60; A3.61; A3.62; A4.46; A4.47; A4.49; A4.50; A4.53; A5. 46; A5.44; A5.45; A5.47; A5.49; A5.51.;

Fonte: A autora

Após a organização dos dados, conforme preconizado por Moraes e Galiazzi (2011), procedeu-se a construção de *metatextos* com o objetivo de interpretar os resultados à luz de

nossas lentes teóricas. Para Moraes e Galiuzzi (2011, p. 32) “[...] os metatextos são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto um modo de compreensão e teorização dos fenômenos investigados”. A partir desta concepção, os dados que compõem o *corpus* podem ser interpretados de diferentes modos, sob o olhar do pesquisador que está realizando a análise. Para tal, em nossas análises buscaremos olhar as atividades de MM, com um olhar voltado para a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural (VYGOTSKY, 1991, 1993, 2007) e (LEONTIEV, 1978, 2004). Dessa forma, com o entendimento de que é necessário utilizar os saberes oriundos do cotidiano, da realidade dos alunos para constituir conhecimentos que os ajudem a resolver situações-problemas do seu contexto social, em consonância com as ideias de Almeida e Dias (2004), Burak (1992, 2010).

Nosso objetivo é identificar, durante os diálogos, as mediações realizadas pelos professores, bem como as mediações e ações realizadas pelo outro (o par mais experiente), além de examinar os instrumentos utilizados nesse processo de mediação.

4.1 Atividades de Modelagem Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental que Compõem o *Corpus* da Pesquisa

As atividades que compõem o *corpus* da pesquisa foram selecionadas com base na leitura das atividades descritas nas duas dissertações selecionadas, a de Tortola (2012) e a de Jocoski (2020), conforme apresentado no Quadro 4 na seção anterior sobre a MM.

A pesquisa que resultou na Dissertação de Tortola (2012), intitulada como *Os usos da Linguagem em Atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*, tinha como objetivo “investigar os usos que estudantes de anos iniciais do Ensino Fundamental fazem da linguagem para o desenvolvimento de modelos matemáticos” (TORTOLA, 2012, p. 21).

O autor desenvolveu sua pesquisa em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental, a partir da concepção de Almeida e Dias (2004). O estudo foi dividido em três momentos: o primeiro envolveu a apresentação da MM aos alunos, o segundo teve como objetivo levá-los a uma maior independência em relação aos procedimentos, e o terceiro momento visava tornar os alunos responsáveis pela condução das atividades de MM.

Foram utilizadas 5 atividades, onde as 3 primeiras tinham o tema elaborado pelo professor e as duas últimas escolhidas pelos alunos, com auxílio do professor. Para esta pesquisa, delimitou-se como *corpus* de análise as seguintes atividades, “Tamanho dos Anéis”,

“Espaço dos Estudantes na sala de Aula”, “Medindo a beleza de uma pessoa” e os “gastos com o flúor”.

A primeira atividade de MM, “Tamanho dos Anéis”, refere-se ao primeiro momento, na forma de conceber a inserção de atividades de MM em sala de aula. A turma foi organizada em 8 grupos com 3 a 5 alunos e foram necessários dois encontros para realização desta atividade o qual tinha como problema “Como se determina o tamanho de um anél?”.

A atividade “Espaço dos Estudantes na sala de aula” foi realizada em duas aulas. Os estudantes foram organizados em três ou quatro grupos e a atividade tinha como objetivo descobrir quantos alunos cabiam na sala de aula, levando em consideração a quantidade requerida pela Constituição Federal Brasileira.

A atividade “Medindo a beleza de uma pessoa” foi desenvolvida em apenas um encontro, a turma foi organizada com agrupamentos de três a quatro estudantes, totalizando 8 grupos. Para iniciar a discussão sobre o tema, o autor utilizou *slides* com fotos de pessoas famosas e conhecidas por eles. A cada imagem dos artistas apresentada, a turma era questionada se conheciam ou não, se era bonita ou não, e esse momento gerou várias discussões, pois o que era bonito para uns, era feio para outros. Com isso, Tortola (2012, p. 103) os questionou: “Será que é possível medir a beleza de uma pessoa?”. Esse questionamento representa o problema de toda sua investigação.

O desenvolvimento da atividade “Gastos com o Flúor” está vinculado ao terceiro momento, em que a escolha do tema foi realizada em comum acordo entre estudantes e professor. O tema estimulou o interesse dos alunos por ser uma ação realizada uma vez por semana na escola. O objetivo de sua pesquisa era identificar a forma como as crianças nessa fase dos anos iniciais do Ensino Fundamental produzem os modelos matemáticos e qual o papel da linguagem, na perspectiva wittgensteiniana e dos Registros de Representação Semiótica de Raymund Duval.

A atividade *Slime*, de Jocoski (2020), é parte da dissertação intitulada “Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Possibilidades para o ensino de matemática”, cujo objetivo foi compreender “Quais possibilidades para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental se descortinam com a prática da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática?”.

A pesquisa ocorreu numa turma do 2º ano, da escola do município de Cruz Machado-PR, com crianças de 7 a 8 anos de idade. O tema da atividade foi escolhido pelos próprios estudantes que, após pensarem em vários temas, decidiram pelo tema *Slime*. A coleta de dados

foi realizada a partir do diário de bordo do pesquisador, das gravações de áudio e vídeo das crianças e do diário da professora regente. As etapas da pesquisa no período em que esteve na escola foram: “1) Planejamento do desenvolvimento da prática com Modelagem Matemática com a professora da turma; 2) Desenvolvimento da prática com Modelagem Matemática junto à turma; 3) Transcrições das gravações em áudio e vídeo; 4) Leitura e análise das transcrições e diários de bordo; 5) Análise de dados[...]” (JOCOSKI, 2020, p. 36).

A prática com MM teve a duração de sete encontros, com aproximadamente uma hora e meia cada. Destes, um encontro foi de observação e seis de desenvolvimento de atividades. A aplicação foi realizada entre os dias 22 de março e 15 de abril de 2019, com periodicidade de duas a três vezes por semana. Segundo o autor, o desenvolvimento da atividade *Slime* contribuiu para apropriação dos alunos de variedade de ideias e conceitos que não estavam sendo trabalhados. As representações de modelos matemáticos foram apresentadas por meio dos desenhos os quais, pautado em Burak (1992, 2010), nessa fase, podem surgir modelos matemáticos, o objetivo principal é explicar matematicamente as situações do cotidiano das pessoas.

5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Com o objetivo de compreender o papel da mediação do professor e do estudante em atividades de MM nos anos iniciais do Ensino Fundamental, esta pesquisa pauta suas análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, embasada por autores como Vygotsky (1991, 2007, 2009), Leontiev (1978, 2004). Essa abordagem compreende que a aprendizagem e o desenvolvimento do indivíduo estão associados ao meio e à cultura, e que não ocorrem de forma natural ou em contato direto com o meio social, mas sim de maneira mediada, por meio dos instrumentos e dos signos.

O objetivo principal da pesquisa é investigar as mediações realizadas durante os diálogos, bem como os signos e instrumentos⁴ que favorecem a aprendizagem nas atividades de MM. Nesta perspectiva, o professor tem o papel de mediador e possibilitador das interações entre os alunos e o objeto de conhecimento.

Nas próximas seções, tem-se o objetivo de apresentar as análises dos dados sob a perspectiva teórico-metodológica, relacionada às três categorias elencadas: *Mediação em relação ao tema*; *Mediação em relação ao problema*; e *Mediação em relação à validação*. No que se refere à primeira categoria, inferimos que as atividades ocorreram de acordo com a proposta de Almeida e Dias (2004), seguindo os três momentos a seguir: I) *realizada exclusivamente pelo professor*; II) *realizada pelo professor e alunos*; III) *conduzidos pelo aluno, no entanto com a mediação do professor*.

5.1 Primeira Categoria: Mediação em relação ao Tema

A primeira categoria, intitulada *Mediação em relação ao tema*, surgiu a partir das Subcategorias codificadas como S1, S2, S3 e S4. As atividades que fazem parte da S1, *Escolha do Tema pelo Professor*, são atividades A1 – *Tamanho de Anéis* e A2 – *Espaço dos estudantes na sala de aula*, de Tortola (2012). Essas atividades foram conduzidas pelo professor, conforme o primeiro momento descrito por Almeida e Dias (2004), em que uma situação problema é apresentada pelo professor, fornecendo as informações necessárias para resolução do problema. Neste contexto, cabe ao aluno a seleção das informações necessárias para solucioná-lo.

⁴ Utilizaremos a palavra instrumentos referindo-nos aos recursos didáticos pedagógicos utilizados na sala de aula, os quais facilitam a assimilação dos conteúdos sendo preponderantes para o ensino-aprendizagem.

Neste primeiro, os fragmentos abordam a ação do professor pesquisador, Tortola (2012), ao apresentar o tema aos estudantes e fornecer as informações necessárias para a discussão.

- *O professor iniciou a aula com alguns questionamentos em relação ao tema Anéis (A1. 1.S1);*
- *O tema desta atividade foi proposto pelo professor aos estudantes visando um estudo a respeito dos anéis (A1.39.S1);*
- *A empolgação identificada nas suas respostas e a disposição em relação ao estudo indica a aceitação desse convite feito pelo professor em investigar o tema, Tamanhos de Anéis (A1.42. S1);*
- *O tema “Espaço dos estudantes na sala de aula” foi escolhido por contemplar um contexto que está diretamente associado ao ambiente escolar dos estudantes (A2.38. S1);*
- *Esta foi a segunda atividade desenvolvida pelos estudantes e também corresponde ao primeiro momento de inserção de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula [...] (A2.39. S1).*

A partir destes fragmentos, verifica-se que na ação da escolha do tema, mesmo sem a participação direta dos alunos, o pesquisador Tortola (2012) demonstrou preocupação em promover a aceitação do tema, como evidenciado em *A1.42. S1*). Ele se esforçou para selecionar um assunto relacionado ao contexto dos alunos, o qual está diretamente associado ao ambiente escolar, e fomentou discussões que possibilitaram a construção de diálogos democráticos em sala de aula. Isso, por sua vez, possibilitou o desenvolvimento das habilidades de tomada de decisão dos alunos, conforme destacado por Burak (1992). E, por meio da MM, essas abordagens despertam um “[...] maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática” (ALMEIDA, DIAS, 2004, p. 7).

Vê-se, por meio dos questionamentos, por exemplo, em *(A1. 1.S1)* o Signo representado por meio das discussões, a linguagem, conforme Costa e Tuleski (2016) foi utilizado por Tortola (2012) como principal instrumento de mediação.

Para Vygotsky (1991); (2001), a linguagem é um relevante instrumento mediador, sendo considerada a principal fonte de comunicação. É por meio da linguagem que os seres humanos se comunicam uns com os outros e realizam processos de interação social e construção de conhecimento.

A segunda Subcategoria (S2), refere-se à *Escolha do Tema pelo Professor e Aluno*, faz parte do segundo momento de Almeida e Dias (2004), em que para o autor, o professor apresenta um tema, entretanto, é necessário que as informações sejam coletadas pelos alunos e, divididos em grupo, discutem e decidam sobre o tema.

Vimos na S1, *Escolha do tema pelo professor* que esta unidade foi marcada por esta escolha, feita *a priori*, pelo professor. Porém, em ambos os momentos, a ação precisa ser orientada pelo professor e, principalmente, com finalidades específicas, como sugere a atividade orientadora de ensino, proposta por Moura (2001). Seguem os fragmentos referentes ao S2, na atividade A3 – *Medindo a beleza de uma pessoa*, de Tortola (2012), onde podemos observar as ações que denotam a escolha do tema entre professor e aluno.

- *Medindo a beleza de uma pessoa também foi um tema que despertou interesse nos estudantes, eles mostraram-se animados com a visualização das fotos apresentadas nos slides e participaram dessa discussão (A3.1. S2);*
- *Para promover a interação e provocar uma discussão com os estudantes a respeito do tema, o professor apresentou em alguns slides fotos de pessoas famosas, como cantores, apresentadores de televisão, jogadores de futebol etc. (A3.5. S2);*
- *Todos ficaram animados, alguns apenas levantavam a mão, como solicitado, outros falavam alto e até comentavam suas opiniões. (A3.6. S2);*
- *[...] entregamos uma folha com informações a respeito do tema (A3.64. S2);*
- *[...] a turma foi organizada em 8 grupos com 3 ou 4 estudantes cada (A3.65. S2);*
- *[...]visualização das fotos apresentadas nos slides[...] (A3.66. S2);*

Percebe-se que a participação dos alunos na escolha do tema foi maior que na S1. O tema foi sugerido pelo professor à turma, que foi dividida em grupos, como sugere Almeida e Dias (2004), para uma melhor discussão, conforme observamos em (A3.65. S2). Inferimos que a mediação do professor no processo da apresentação do tema foi preponderante para aceitação e participação na escolha, conforme observamos nos fragmentos (A3.5. S2), (A3.6. S2). Por meio desses fragmentos, fica clara a importância de trabalhar em grupo, uma vez que viabiliza as discussões e desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da autonomia dos alunos. Além disso, o professor mediou as discussões de forma a garantir que todos participassem e que a escolha do tema fosse democrática, como preconizado por (BURAK,1994, 2017). Essa troca de ideias e opiniões mediatizadas entre professor e aluno,

conforme Vygotsky (1993), é essencial para a aprendizagem e o desenvolvimento, uma vez que sem essa relação, o indivíduo não consegue progredir sozinho, por isso a importância do papel do outro nesse processo.

Visualizamos os instrumentos de mediação utilizados nesta (US2) por meio dos recursos pedagógicos em sua prática, uma folha que havia informações as quais fomentaram as discussões assim como uma tabela com indicações para colocar suas medidas e de seus colegas, além de uma folha com as informações a respeito do tema, conforme observamos em (A3.64. S2). Ao serem direcionados a realizar a pesquisa no laboratório, visualizamos outros recursos pedagógicos que mediaram a prática de Tortola (2012), os quais são representados pelos seguintes fragmentos:

- *[...]visualização das fotos apresentadas nos slides[...]* (A3.66. S2);
- *Para promover a interação e provocar uma discussão com os estudantes a respeito do tema, o professor apresentou em alguns slides fotos de pessoas famosas, como cantores, apresentadores de televisão, jogadores de futebol etc.* (A3.5. S2).

Inferimos que a mediação realizada por Tortola (2012) neste processo da escolha do tema foi valiosa. Os recursos pedagógicos consolidaram a atividade conforme o Referencial Curricular para a Educação Infantil e Ensino Fundamental do Paraná (PARANÁ, 2018) promoveu a interação na escolha do tema, conforme observamos em (A3.5. S2), assim como os fragmentos que seguem, que tinha o objetivo de fomentar discussões para a importância do tema.

- *Pense em uma pessoa famosa e que você acha bonita. Será que seu colega também acha essa pessoa bonita?* (A3.21. S2);
- *Há casos em que uma pessoa é bonita para você, mas não é bonita para seu colega.* A3.22.S2;
- *Será que é possível medir a beleza de uma pessoa?* (A3. 7.S2);

Neste nível de ensino, Burak (2017), Burak e Martins (2015) ressaltam que a discussão é necessária para aprendizagem no ensino de matemática, assim como favorece o pensar matemático e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, conforme Costa e Tuleski (2016), Burak (2004) ainda resalta que nessa fase da escolha dos temas não é necessário ter ligação com a matemática e sim com o interesse em pesquisar. Neste sentido, é preciso que o professor assuma a postura de mediador para que os alunos façam a melhor

escolha. Observamos a mediação do professor, por exemplo, nos questionamentos em (A3.21. S2) e (A3. 7.S2). É possível notar a participação dos alunos em (A4.56. S2) expondo suas ideias. Esse momento, de acordo com Almeida e Dias (2004) e Almeida e Vertuan (2011), desperta um maior interesse no aluno e desenvolve um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação ao tema a ser pesquisado, pois se preocupa em desenvolver habilidades no aluno que vão além do conhecimento matemático, mas fazê-los participantes em seu papel na sociedade.

Podemos perceber nesta Subcategoria (S2) o professor como principal mediador dos instrumentos concreto e abstrato. Vygotsky (1998) pontua que a mediação realizada pelo professor durante o processo de aprendizagem do aluno também permite o desenvolvimento da criatividade. Asbahr (2016) corrobora dizendo que a relação entre professor e aluno influencia, sobremaneira, nas escolhas do tema. Para a autora,

[...] os motivos iniciais das crianças em idade escolar vinculam-se fortemente à relação com o professor(a), e são motivos predominantemente afetivos. Analisando os motivos afetivos, avaliamos que eles não condizem imediatamente com as ações de estudo, mas podem ser motivos realmente eficazes se forem considerados pontos de partida do trabalho pedagógico e trabalhadas como mediações para tal atividade (ASBAHR, 2016, p. 175).

Consoante a isto, Burak (1994) também nos apresenta o professor como mediador durante todo o processo de desenvolvimento da atividade e da importância da relação entre professor e aluno no processo de aprendizagem. Asbahr (2016) ressalta que a relação afetiva é potencializada para a organização do trabalho pedagógico. Conforme Moura (2001), a AOE, que, com a intenção de planejar um ensino de forma que os alunos interajam, mediados por uma atividade que seja significativa e motivadora para a criança.

A Subcategoria (S3) é referente à *Escolha do tema pelo aluno*, o qual em nossas análises consideramos pertencer ao terceiro momento, conforme (ALMEIDA; DIAS, 2004). Para o autor, “[...] os alunos, distribuídos em grupos, são incentivados a conduzirem um processo de modelagem, a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor”.

As atividades pertencentes a esse grupo é A4 – *Gastos com flúor* de Tortola (2012) e A5 – *Receita de Slime* – Jocoski (2020). Os autores iniciaram as discussões investigando qual o tema de interesse dos estudantes, de acordo com Burak (1992, 2004, 2017) e orientadas pelo professor, conforme Moura (2001). Seguem fragmentos que abordam essas discussões:

- *Escolha do tema foi realizada em comum acordo entre estudantes e professor*

(A4.1. S2);

- *O tema envolve uma ação que é realizada com frequência pelos estudantes na escola – uma vez por semana – a higienização bucal por meio do bochecho com flúor, estimulando o interesse dos estudantes em pesquisá-lo (A4.52. S2);*

- *Iniciei a aula conversando com as crianças a respeito da atividade proposta a eles de escolherem um tema que gostariam de estudar (A5.1. S3);*

- *Por sugestão das crianças, decidimos dividi-las em pequenos grupos (A5.3. S3);*

- *Comentei com as crianças que eu dispunha apenas de uma folha de sulfite para que cada grupo anotasse seus temas, para tanto deveria ser dividida em quatro partes iguais, ou seja, uma parte para cada grupo (A5.4. S3);*

- *A partir dessa divisão obtiveram novos dois pedaços, dividindo a folha ao meio novamente. As crianças perceberam certa regularidade nesse processo, afirmando que se eles fizessem uma nova dobra obteriam oito pedaços (A5.5. S3);*

Nos fragmentos elencados, segundo Burak (1992), o tema partiu dos alunos e, divididos em grupos para uma melhor discussão, com o intuito de desenvolver um conhecimento reflexivo, visando à formação de um cidadão crítico.

Na atividade A5, a partir da divisão dos grupos, surgiram vários temas, os quais possibilitaram a construção de diálogos, conforme a proposta de Burak (2004, 2010) e Almeida; Dias (2004).

- *Grupo 1: Truques de mágica, poções mágicas, prédios, infinito, espaço, germinação de sementes (A5.49. S3);*

- *Grupo 2: Navios (A5.50. S3);*

- *Grupo 3: Ioiô, petecas, violão (A5.51. S3);*

- *Grupo 4: Slime e amoeba, escorregador, coelho da Páscoa (A5. 52.S3);*

- *[...] realizar uma votação sobre o tema que seria estudado pelas crianças (A5.7. S3);*

- *Percebia a importância dos pequenos grupos formados, pois, quando uma criança estava com o colega, ele o auxiliava, como foi o caso do registro dos temas na folha, quando um não sabia como escrever determinada palavra, o outro a escrevia, ou a soletrava (A5.8. U3);*

- *As crianças começaram a falar sobre os motivos das suas escolhas, todos empolgados querendo falar de uma só vez (A5.9. S3);*
- *Em nova votação, as crianças decidiram o tema: Slime, com 10 votos (A5.15. S3).*

É possível perceber o quanto as ações, mediadas pelas atividades em grupo, potencializam a aprendizagem quando analisadas a partir dos pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural. Em (A5.9.S3) e (A5.15. S3), por meio das discussões, as crianças expõem os motivos da escolha do tema os quais estão vinculados aos seus interesses e revelam empolgação em realizá-las. Observa-se que essas ações possibilitam o desenvolvimento da autonomia e favorecem que os alunos se familiarizem com o tema (ALMEIDA, DIAS, 2004), (BURAK, 2004).

Vygotsky (2007, p.100) salienta que “[...] é por meio das interações sociais que o indivíduo desenvolve suas funções psicológicas superiores”, possibilitando, desta forma, a aprendizagem. Nas palavras de Vygotsky (1991, p.129) “[...] o pensamento propriamente dito é gerado pela motivação, isto é, por nossos desejos e necessidades, nossos interesses e emoções”. Os alunos expõem suas ideias, interagem em decorrência de um ambiente motivado pela escolha do tema de interesse e do trabalho em grupo. Burak e Aragão (2012, p. 88) ressalta que a motivação “[...] possibilita ao estudante tornar-se um buscador, mais do que um seguidor, aquele em permanente busca do conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções”. Compreende-se que despertar o interesse é o ponto importante para a aprendizagem e o desenvolvimento da criança.

A Subcategoria (S4) refere-se à *Pesquisa exploratória*, a segunda etapa de conduzir uma atividade de MM em sala de aula, segundo Burak (2004, 2010, 2017), que ocorre após ser escolhido o tema a ser pesquisado. Os alunos devem procurar materiais que tenham informações sobre o tema a ser investigado. Burak (2004, p. 17) salienta que esta etapa é de extrema importância, pois permite aos alunos o desenvolvimento da autonomia “[...] que seja: crítico, capaz de trabalhar em grupo, capaz de tomar decisões diante das situações do cotidiano, da sua vida familiar, da sua vida profissional, ou de sua condição de cidadão”.

Nos fragmentos a seguir, elencamos momentos em que os alunos assumem uma postura atenta, criteriosa e comprometida com a pesquisa. A mediação de Tortola (2012) direcionou o olhar dos alunos por meio de discussões para algumas informações selecionadas segundo seus objetivos, articuladas com o conteúdo impresso, a priori, na folha de

informações.

- *[...] os estudantes selecionaram as informações que consideraram úteis para o estudo do problema, as palavras utilizadas foram retiradas da folha com as informações a respeito dos anéis (Figura 18) (A1.43.S4);*
- *Uma sala de aula é ocupada por estudantes, pelo professor e por objetos que fazem parte do ambiente escolar, como cadeiras, carteiras e armários (A2.3.S4);*
- *Muitos estudantes falaram que não acreditavam ser possível medir a beleza das pessoas (A3. 8.S4);*
- *[...]o professor propôs aos estudantes que assistissem um trecho do vídeo “Donald no país da Matemática” (A3. 10.S4);*
- *Os estudantes buscaram informações e curiosidades na internet, as quais anotaram em uma folha em branco que lhes foi entregue (A4.3. S4);*
- *[...] algumas dúvidas quanto ao processo referente à higienização com o flúor e uma maneira que encontraram de sanar suas dúvidas foi entrevistar a diretora da escola, que se colocou à disposição dos estudantes (A4. 7.S4).*

Pelos fragmentos apresentados notamos que o principal caminho escolhido por Tortola (2012) para a condução das pesquisas das atividades A1, A2, A3 e A4, foi o diálogo, instrumentos signos. Moura (2001, p.25) evidencia o papel preponderante da linguagem para Vigotski “[...] a palavra é como o signo por excelência, responsável pelo desenvolvimento cultural dos sujeitos. A palavra é o signo cultural de mediação fundamental, responsável pela transformação das funções naturais de inteligência do sujeito para as funções superiores, ou culturais”.

Na visão de Paulo Freire, apresentada por Moura (2001, p.25), “[...] a palavra, para ele, é a mediadora do homem com o mundo. Vai mais além ao afirmar que a palavra verdadeira tem a função de transformar o mundo”. Nota-se tal importância atribuída à palavra, como principal mediadora entre o homem e o mundo. Neste sentido, no contexto escolar, a partir da atividade orientadora de ensino apresentada por Moura (2001; 2010), Moura, Sforzi e Araújo (2010), o professor tem o papel significativo, pois a aprendizagem de conceitos, quando adequadamente organizada, produz um efeito maior.

Contemplamos outra orientação de Tortola (2012) em (A4. 7. S4), que houve possibilidades de desenvolvimento da autonomia dos alunos por meio da interação com par mais experiente, representado pela secretária e diretora no momento da entrevista, que ocupa

um lugar importante na apropriação do conhecimento vistas a partir da Teoria Histórico-Cultural, “[...] que sustenta a interação social como um fator fundamental para a aprendizagem e a aquisição do conhecimento pelo estudante” (BURAK, 2017, p. 23). A organização apresentada por Jocoski (2020) na atividade A5, é possível inferir possibilidades de desenvolvimento da autonomia dos alunos, assim como a aprendizagem com o outro mais experiente, no fragmento abaixo:

- *Algumas crianças trouxeram de casa os diferentes nomes dados às Slimes, citando os seguintes: Amoeba, geleca, meleca, kimeleka, esticosa e cocô de unicórnio (A5.18.S4);*
- *[...] as crianças em diversos momentos pediam ajuda aos seus pais, principalmente quando precisavam trazer anotações de pesquisas que eram pedidas a eles sobre a Slime. Os pais ajudaram bastante na parte da pesquisa das crianças[...] (A5.54. S4);*
- *[...] a etapa da pesquisa exploratória proporcionou aos pais e/ou responsáveis das crianças do 2º ano sentirem-se valorizados ao perceberem que a escola estava lhes proporcionando opinar, trocar experiências, colaborar e ter mais espaço dentro da escola e nas atividades de seus filhos (A5.53. S4).*

Evidencia-se a partir destes fragmentos elencados da atividade A5 de Jocoski (2020) a primeira premissa pautada em Burak (2010) relacionado ao interesse do grupo das pessoas envolvidas; assim como a segunda, que os dados foram coletados onde se dá o interesse das pessoas envolvidas. Podemos considerar que por partir do interesse dos alunos, esta atividade A5 é conforme o terceiro momento de Almeida; Dias (2004).

A participação da família quando requerida nas atividades enviadas para casa, no processo da pesquisa, possibilitou sobremaneira o vínculo afetivo entre professor e aluno, assim como a participação coletiva de todos. Neste sentido, percebemos a partir de Moura, Sforzi e Araújo (2010, p. 208) “[...] à articulação entre a teoria e a prática”, nas atividades de Tortola (2012) e Jocoski (2020).

Ficou evidente o uso de tecnologias durante esta etapa da pesquisa exploratória. Como percebemos nos fragmentos abaixo:

- *[...] o professor propôs aos estudantes que assistissem um trecho do vídeo “Donald no país da Matemática” (A3. 10.S4);*
- *Os estudantes buscaram informações e curiosidades na internet, as quais anotaram em uma folha em branco que lhes foi entregue (A4.3. S4);*

- *Uma das crianças sugeriu o canal do youtuber “Tio Lucas” que faz uma Slime gigante (A5.20.S4);*
- *Uma criança sugeriu assistirmos um vídeo na TV da sala de aula (A5.19.S4);*
- *A tecnologia viabilizou a pesquisa acerca do tema escolhido, possibilitou entrar em contato com informações que podem ser complexas às crianças de um modo rápido e acessível (A5.55.S4).*

A mediação do professor ocorreu em todo o tempo no uso das tecnologias, conforme Lima e Silva (2018, p. 2) “[...] o professor assume a função de indivíduo responsável por facilitar o aprendizado do aluno, utilizando a tecnologia como aliada no processo educacional” e de organizador do ensino (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011). A ação da pesquisa exploratória ocorreu mesmo quando as informações se deram a priori ou viabilizada por uma pesquisa na *internet*, entrevista, vídeos ou familiares. A figura do professor na manipulação dos instrumentos concretos e abstrato foi evidente, assim como o uso destes pelos alunos e pares mais experientes.

Nesta primeira categoria, *Mediação em relação ao Tema*, verificamos que as Subcategorias pertencentes a ela, S1, S2, S3 e S4, vieram ao encontro do nosso objetivo geral de *compreender o papel da mediação do professor e do estudante em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural*. Como resultado das análises realizadas, conclui-se que ela contemplou os três momentos de Almeida e Dia (2004).

Nos casos em que as ações que remeteram a escolha do tema a priori ou com a participação do aluno, ressalta-se que a atividade precisa ser delineada com finalidades específicas, assim como sugere a atividade orientadora de ensino proposta por Moura (2001). Nas atividades A1, A2, A3, A4 conduzidas por Tortola (2012) e A5 conduzida por Jocoski (2020) pudemos notar a mediação ocorrendo constantemente, na forma como delinear as discussões. Corroborando com a visão de Burak (1994) em que o professor assume um papel de suma importância na condução das atividades, o autor salienta que:

Nesta proposta, o professor tem papel de mediador da relação ensino – aprendizagem, [...]. O contato mais próximo com os alunos, através dos grupos, favorece um vínculo mais estreito entre professor e alunos e também possibilita em muitos aspectos, as relações entre os próprios alunos (BURAK, 1994, p. 5).

Percebemos o destaque que o autor atribui ao professor como mediador do processo de ensino-aprendizagem do aluno. Ele dá ênfase na importância da realização das atividades por meios dos grupos, pois isso desenvolve um vínculo maior entre o professor e aluno, assim como entre a relação entre os próprios alunos. Inferimos que esta ideia, na qual o desenvolvimento parte do social para o individual, mencionada por Burak (1994) está alinhada com a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural a qual norteia esta pesquisa, e que, em sua essência, considera que a aprendizagem:

[...] pressupõe uma natureza social da aprendizagem, ou seja, é por meio das interações sociais que o indivíduo desenvolve suas funções psicológicas superiores. O aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam (VYGOTSKY, 2007, p.100).

A partir dos fragmentos a seguir, conforme observados em Tortola (2012) e Jocoski (2020), é possível identificar ações de aprendizagem e desenvolvimento que ocorrem por meio dos grupos:

- *Todos ficaram animados, alguns apenas levantavam a mão, como solicitado, outros falavam alto e até comentavam suas opiniões (A3.6. S4);*
- *Muitos estudantes falaram que não acreditavam ser possível medir a beleza das pessoas (A3. 8.U4);*
- *Isso levou os estudantes a uma discussão com alguns dizendo “sim” e outros dizendo “não” (A3. 9.S4);*
- *Percebia a importância dos pequenos grupos formados, pois, quando uma criança estava com o colega, ele o auxiliava, como foi o caso do registro dos temas na folha, quando um não sabia como escrever determinada palavra, o outro a escrevia, ou a soletrava (A5.8. S4).*

Em nossas análises, ressaltamos também que, de acordo com a Teoria Histórico-Cultural sob a perspectiva de Vygotsky (1991, 1993, 2001, 2007) e Leontiev (1978) o desenvolvimento humano ocorre por meio das relações com os outros indivíduos e é mediada por signos e instrumentos representados pelos recursos pedagógicos utilizados durante a prática da atividade. Segundo Martins (2016, p. 3), “os signos são os meios auxiliares para solução de tarefas psicológicas”. Vygotsky (2004) salienta que o uso dos signos é o que modifica completamente a estrutura das funções psíquicas, da mesma forma como no trabalho,

surgiram como meios para ajudar o ser humano a solucionar problemas como, lembrar, comparar, escolher, entre outros. Durante a análise de cada Subcategoria, buscamos identificar as ações potencializadoras, de acordo com a Teoria Histórico-Cultural, presentes em cada atividade de Modelagem Matemática que compõe o *corpus* desta dissertação.

5.2 Segunda Categoria: Mediação em relação ao Problema

A segunda categoria, intitulada *Mediação em relação ao problema*, refere-se à fase em que os alunos identificam e formulam os problemas relacionados aos temas investigados por eles, ou a priori, preparado pelo professor, seguindo os três momentos apresentado por Almeida e Dias (2004). No entanto, na fase de estudo dos anos iniciais, Burak (1994, p. 53) destaca que “[...]o professor deve se preocupar mais com o processo, do que apenas criar modelos matemáticos, pois nessa fase as estruturas matemáticas ainda estão em processo de construção pela criança”.

A Mediação realizada pelo professor é significativa, pois possibilita fortalecer, no aluno, aptidões numa perspectiva crítica, favorecendo a construção de situações-problema, a partir dos dados coletados (BURAK, 2017). Neste contexto, o papel do professor é atuar na Zona de Desenvolvimento Proximal, entre o que o aluno já sabe fazer sozinho e o que ele está prestes a aprender perante a mediação.

Sendo assim, entendemos o quanto é relevante o papel do professor como responsável pela organização do ensino. Segundo Moura (2001, 2012), ao planejar e preparar suas aulas, atuando como mediador dos signos e recursos pedagógicos, o professor oportuniza, por meio da sua prática, o desenvolvimento humano das potencialidades do aluno. Nessa perspectiva, esta categoria é composta por três Subcategorias, S5 Inteiração dos problemas, S6 Levantamento dos problemas e S7 Resolução dos problemas.

A Subcategoria S6, relacionada à inteiração dos problemas, refere-se à fase em que os alunos são guiados por um problema específico e buscam inteirar-se, familiarizar-se com o tema investigado por meio da coleta de dados e informações a seu respeito. Esta subcategoria refere-se à coleta de informações sobre o tema a ser investigado, conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Seguem fragmentos com discussões levantadas por Tortola (2012) para que os alunos se inteirassem dos problemas:

- *Muitos estudantes se manifestaram e alguns fizeram questão de mostrar os anéis que traziam consigo nos dedos (A1. 3.S5);*

- Após essa discussão inicial, foi entregue a cada um dos estudantes uma folha com informações a respeito do tema, “Tamanho de Anéis” (A1.4. S5);
- É comum observarmos no dia a dia o uso de vários acessórios, como brincos, anéis, pulseiras, colares, entre outros (A1.5. S5);
- Mas como saber qual é o tamanho de anel adequado para o dedo? (A1. 7.S5);
- Ao tomarem conhecimento do problema, o professor questionou os estudantes se imaginavam como solucioná-lo (A1.12. S5);
- O professor lembrou os estudantes das informações apresentadas na folha entregue a eles e questiona se algumas podem lhes ajudar na solução do problema (A1.14. S5);
- A folha com as informações que foram entregues aos estudantes (A2.7. S5);
- O professor realizou a leitura das informações com os estudantes e de imediato eles responderam que na sala de aula cabiam 38 estudantes (A2.8. S5);
- O professor questionou sobre a beleza de uma mesma pessoa na foto, alguns colegas levantavam a mão e outros não, ou seja, uma pessoa que é bonita pra um colega, pode não ser para outro (A3. 6.S5);
- Estudante 5: Quantos alunos têm no colégio? (A4.8. S5);
- A diretora explicou que a higienização com o flúor é um privilégio das crianças das escolas públicas, que jovens e adultos não fazem mais bochecho, uma vez que o uso do flúor ajuda no fortalecimento do esmalte dos dentes (A4.12. S5);
- Estudante 5: quantos bochechos vêm aqui pro colégio? (A4.19. S5);
- [...]decidiu elaborar um grupo no WhatsApp para encaminhar fotos, vídeos, recados, dúvidas e demais questões aos responsáveis das crianças acerca da atividade que seria desenvolvida durante a pesquisa (A5.12. S5);
- Instrumento de comunicação entre professor, responsáveis e criança, ou seja, uma nova forma de comunicação (A5.13. S5);
- Origem da Slime, seus diferentes nomes (A5.16. S5);
- Imagens baixadas de diferentes tipos de Slime, as crianças comentavam suas cores, texturas e ingredientes usados em cada imagem visualizada (A5.21.S5).

Nos fragmentos elencados acima, constam informações apresentadas por Tortola (2012) e Jocoski (2020) em que começam as discussões com o objetivo de familiarizar os alunos com o tema. Momento fundamental, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), pois

levam os alunos a se inteirar com o tema. O que corrobora com o conceito de aprendizagem, vistas a partir da Teoria Histórico-Cultural, o qual Vygotsky (2007) salienta que tem sua essência de natureza social, atribuindo importância significativa ao papel do outro no desenvolvimento (VYGOTSKI, 1993).

Os alunos se mostram interessados e participativos nas discussões conforme os fragmentos (A1. 3.S5), (A2.8. S5), (A3. 6.S5), (A4.19. S5) e (A5.12. S5), “[...] e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação ao conteúdo da Matemática”, possibilitando o desenvolvimento nas tomadas de decisões, conforme Burak (1992, 2010).

Evidencia-se a preocupação do professor em preparar um ambiente favorável para o desenvolvimento das discussões, em que Barbosa (2001) destaca que “[...] os alunos são convidados a se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada”. Inferimos que a mediação do professor na condução dessas discussões foi importante para o envolvimento dos alunos.

Os fragmentos abaixo mostram os conteúdos Matemáticos emergindo de forma interdisciplinar nas discussões e, como ponto de partida na MM, supera a forma de ensino tradicional, segundo Burak (2017). Nessa fase dos anos iniciais, a interdisciplinaridade torna a aprendizagem motivadora.

- *[...] ele faz menção à crença dos gregos, de crer que o retângulo de ouro representava a lei da beleza matemática (A3. 13.G5);*
- *O flúor é um elemento natural encontrado em quase toda água e em muitos solos (Estudante 8). (A4. 5.G5);*
- *É considerado como essencial devido ao seu efeito benéfico no esmalte dental (A4.6. G5);*
- *Slime, significado que vem da tradução da palavra “lodo” no inglês, e por isso se escreve Slime, mas se lê “Slaime” (A5.17. G5).*

Vimos o quanto a inteiração é essencial na compreensão do tema durante o processo de Modelagem, pois é a fase que envolve na pesquisa a seleção e anotações dos dados, o que contribui para encontrar possíveis respostas sobre o tema, conforme sugerido por Almeida, Silva e Vertuan (2012). O principal instrumento de mediação utilizado pelos pesquisadores Tortola (2012) e Jocoski (2020) foram os signos, os quais, de acordo com Costa, Tuleski (2016) são claramente visualizados nas ações mentais e no desenvolvimento das discussões,

ações essas que, conforme apresentado por Moura (2001), são realizadas pelo professor e previamente pensadas por meio da organização do ensino.

A Subcategoria (S6) refere-se ao Levantamento dos problemas. Segundo Burak (2004) em posse das informações, é papel do professor como mediador instigar os alunos a levantarem questionamentos, discussões sobre o que tem relação com a Matemática ou não, para então elaborar o problema de investigação. O autor ressalta que com a obtenção de tantos conhecimentos novos acerca do objeto estudado, os alunos delimitam o tema que será pesquisado. Conforme Burak (2017, p. 39) nesta fase “[...] exige esforço e reflexão por parte de estudantes e professor; favorecem a compreensão de uma determinada situação; incentivam a participação ativa do aluno nas discussões e elaboração”.

Para os autores Burak e Kluber (2008), nessa fase identificam-se os primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade de transformar as situações do cotidiano em situações matemáticas, ou não matemáticas, com a mediação do professor em todo o processo da realização da atividade (BURAK; KLUBER, 2008). As ações precisam ser pensadas e orientadas pelo professor, como sugere Moura (2001, 2010).

Neste sentido, nas atividades A1, A2, A3 e A4 de Tortola (2012) e A5 de Jocoski (2020) notamos essas características em que as informações por meio de indagações, questionamentos acerca do problema estão preparadas pelos autores, no entanto, compartilhada com os alunos para levantamento dos problemas, como vemos nos fragmentos:

- *Como se determina o tamanho de um anel? (A1.10. S6);*
- *Qual é o número do anel adequado para o seu dedo? (A1. 11.S6);*
- *Mas será que cabe mais? (A2.2. S6);*
- *[...] bem como uma tabela na qual os estudantes deveriam anotar as medidas realizadas (A3. 16.S6);*
- *Vocês deverão medir uns aos outros com uma fita métrica (A2. 18.S6);*
- *Siga as indicações de medidas que devem ser realizadas para cada colega do grupo (A3. 19.S6);*
- *O professor orientou e auxiliou os estudantes em como fazer as medidas (A3.27. S6);*
- *A partir das informações obtidas, um problema foi formulado: “Qual é o gasto com o flúor em nossa escola?” (A4. 4.S6);*
- *Comentaram que para a próxima aula já trariam uma Slime feita por eles, receitas ou desenhos caso não pudessem tirar fotos (A5.11. S6);*

- *Iniciamos a reprodução do vídeo sobre a maior Slime do mundo, do youtuber “Tio Lucas”, eles acompanharam atentamente a apresentação do vídeo e elaboraram algumas perguntas referentes a ele (A5.31.S6).*

A partir desses fragmentos, observamos que Tortola (2016) e Jocoski (2020) levantaram os problemas por meio de discussões a partir das questões, o que vai ao encontro de Burak (2017) que traz “[...] caráter genérico, o que exige esforço e reflexão por parte de estudantes e professor”. Inferimos, a partir desses fragmentos, a mediação do professor ocorrendo na zona de desenvolvimento proximal, conforme Vygotsky (1991), através dos fragmentos (A1.10. S6), (A2.2. S6), (A2. 18.S6), (A3.27. S6), (A4. 4.S6), (A5.11. S6).

As ações foram pensadas e delineadas pelo professor segundo Moura (2001). Mediante as discussões, observamos o interesse e motivação na participação da atividade, conforme fragmentos a seguir:

- *A resposta de vários deles foi “medindo o dedo” (A1.12. S6);*
- *“Os anéis vão ter diferentes formas” (Estudante 20), “diferentes números... de molde”, “[tamanhos] de 1 a 35” (A1.15. S6);*
- *[...]a partir das informações disponíveis, eles compreenderam a necessidade de utilizar um instrumento que os auxiliassem a realizar as medidas dos dedos (A1.16. S6);*
- *[...]o Estudante 28 sugeriu o uso de uma garrafa descartável, no entanto, imediatamente notaram que com o gargalo da garrafa conseguiriam apenas a medida de um dos moldes (A1.17. S6);*
- *Eles afirmaram que sim e começaram com alguns palpites, uns diziam que cabia 38, alguns, 40, outros ainda, 42, 50, e assim foram surgindo novos palpites (A2.5. S6);*
- *“cada um tem que ter um metro de espaço pra ele”, conforme aponta o Estudante 35 (A2.6. S6);*
- *[...] primeiro a gente vai ter que saber o tanto de metro da sala” (A2.9. S6);*
- *[...] mais uma informação foi apontada pela Estudante 2, que “a sala de aula é ocupada por estudantes, professor e objetos... como cadeiras, carteiras, armários”, completando assim a coleta de informações (Figura 30) (A2.15. S6);*
- *Eles mediram e foram medidos pelos colegas (A3. 29.S6);*
- *Alguns são iguais outros não são (Estudante 21) (A3.37. S6);*
- *Estudante 8: quantos saches são dados? [...] quanto é gasto? (A4.13. S6);*

- *Secretária: olha... para cada litro de água, dois desses aqui [mostra os saches] (A4. 14.S6);*
- *Diretora: estão vendo a importância de se usar tão bem? [...] se a escola fosse comprar... olha o dinheiro que a escola ia gastar (A4.16. S6);*
- *Grupo 1: Seria possível bater o recorde da maior Slime do mundo feita pelo tio Lucas, com a cola do material pedagógico? (A5.32. S6);*
- *Grupo 2: Que outros nomes têm a Slime? (A5.33. S6);*
- *Grupo 3: O que precisamos ter de ingredientes para fazer a Slime da nossa sala? (A5.34. S6);*
- *Grupo 4: Como fazer uma Slime? (A5.35. S6).*

As reflexões e questionamentos suscitados por intermédio desses fragmentos foram preponderantes para que ocorresse o processo de internalização, um dos conceitos importantes para a aprendizagem. Vygotsky (1991, p. 83) salienta que “as relações intrapsíquicas (atividade individual) se constituem a partir das relações intersíquicas (atividade coletiva)”. Inferimos que a interação ocorrida entre os alunos, e deste com o outro mais experiente, potencializou o processo da busca de informação no levantamento dos problemas.

Dentre todos os fragmentos elencados acima, inferimos especialmente em: (A1.15. S6), (A2.5. S6), (A3.37. S6), (A4.13. S6), (A4.16. S6) e (A5.32. S6) um ambiente dialógico, conforme Silva e Kluber (2012), pois os autores apontam que se faz necessário nos anos iniciais entre as crianças, uma vez que contribui no desenvolvimento do ensino e aprendizagem.

Fortalece a concepção de aprendizagem por meio da relação com o outro partindo do social para o individual conforme Vygotsky (2007). Burak e Martin (2015) também corroboram dizendo que esse ambiente dialógico potencializado pela atividade de Modelagem Matemática favorece o fazer e o pensar matemático, tornando-os mais participativos e engajados na realização da atividade.

Concluimos que a linguagem se mostrou como o principal signo (abstrato), apresentado nesta Subcategoria (S6). Tortola (2012, p.17) comprova dizendo que “a linguagem tem um importante papel em nossas vidas, é por meio dela que podemos estruturar nossas ideias, expor nossos pensamentos e nos comunicar com as pessoas. Ela é responsável pela mediação entre pessoas e mundo”.

Desta forma, consideramos sobremaneira importante a mediação do professor na

organização do ensino, que atuando na ZDP do aluno necessita delinear um objetivo e um fim, conforme Moura, Sforzi e Araújo (2010). Libâneo, Oliveira e Toschi (2012) também consideram a importância do planejamento adequado para alcançar os objetivos que se quer por meio das atividades. Inferimos que as discussões fomentadas por Tortola (2012) e Jocoski (2020) potencializaram na formulação do problema promovendo a aprendizagem dos alunos.

A Subcategoria (S7) refere-se à fase de *Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema*. Segundo Burak (1992), nessa fase, tem-se o objetivo de responder aos problemas levantados por meio da Matemática. Burak, Kluber (2008) destacam que “[...] se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas”. Compreendendo o professor como mediador atuando na ZDP, permite, por meio dos conteúdos, o avanço da aprendizagem, atividade esta responsável pelo desenvolvimento do psiquismo, visto com as lentes da teoria histórico-cultural (TULESKI, EIDT, 2016).

A fase de resolução dos problemas permite ao professor, na condição de mediador, a construção de novos conhecimentos matemáticos, e Burak (2017, p. 12) destaca que “[...] a qualidade da ação favorece o aprimoramento da autonomia, a formação de um espírito crítico do estudante que dá sentido e significado à resolução de problemas levantados”. Como vemos nos fragmentos selecionados das atividades de Tortola (2012), em que verificamos a importância da mediação do professor atuando na ZDP, percebendo as dificuldades e levando-os a um nível maior de conhecimento. Seguem os segmentos nessa direção:

- *[...] dúvida em relação ao ponto inicial de medida: Por onde começar medindo, do zero ou do um? (A1.23.S7);*
- *Outra questão que também necessitou de esclarecimentos foi em relação aos milímetros (A1.29.S7);*
- *Os estudantes em geral estavam medindo a sala de aula como um todo, sem observar o fato de que era preciso desconsiderar o espaço ocupado pelos armários ou o espaço destinado ao professor (A2.19.S7);*
- *Os estudantes puderam fazer o uso de calculadora, pois eles ainda não estavam acostumados com as divisões de divisores com mais de dois algarismos, e nem com quocientes racionais e não inteiros (A3.26.S7);*
- *[...] Os estudantes desconfiaram da resposta (A4.34.S7);*
- *Formas geométricas [...] conteúdo pouco explorado nas aulas até então (A5.26.S7);*

- *Comparação entre o muito e o pouco (A5.41.S7).*

Compreendemos, a partir desses fragmentos, a importância da mediação realizada pelo professor a partir da ZDP, pois as dúvidas e dificuldades são replanejadas por meio do planejamento de ensino, para a realização das mediações necessárias (MOURA, 2001). Martins, Abrantes e Facci (2016) confirmam dizendo que as dúvidas e dificuldades encontradas em meio a uma situação problema é o ponto de partida para a prática de ensino do professor, como observamos nos fragmentos (A1.23.S7), (A1.29.S7), (A3.26.S7) e (A5.26.S7).

Nesse entendimento, saber o nível de aprendizagem do aluno para ter como ponto de partida a intervenção pedagógica, é necessário para identificar o que o aluno já sabe fazer sozinho e o que ele está prestes a aprender perante a mediação do professor. Esse movimento é condizente à Zona de Desenvolvimento Potencial (VYIGOTSKY,1991), como explicitado em (A2.19.S7) e (A5.41.S7).

Neste sentido, de acordo com Martins, Abrantes e Facci (2016) a compreensão da atividade está diretamente relacionada com a motivação. Desta forma, Moura, Sforini e Araújo (2010) enfatizam que é na organização do ensino que se constitui a atividade do professor. Observamos a partir da organização das atividades A1, A2, A3, e A4 de Tortola (2012) e A5 de Jocoski (2020) em que os professores partiram das dificuldades dos alunos para sanar as dúvidas. Diante disso, seguem os fragmentos nessa direção:

- *O professor explicou a diferença entre adotar o zero ou o um como ponto inicial de medida e que, geralmente, começamos do zero, uma vez que a medida se torna mais fácil, pois, o que fazemos quando medimos? Calculamos o espaço entre dois “risquinhos” da régua, ou seja, se a medida é do zero até o vinte, calculamos vinte menos zero, que é vinte, daí emerge a facilidade de começar com o zero, já que sempre que temos o zero como subtraindo, a diferença ou resto é o próprio minuendo, ou, como os estudantes dizem: “um número menos zero é o próprio número”, como indica a propriedade do Elemento Neutro (A1.24.S7);*

- *O professor então explicou que além de descrever a medida obtida, por exemplo, 5 centímetros e 2 milímetros, como muitos estudantes fizeram, eles poderiam representá-la por meio de um Número Racional expresso na forma decimal. Isto é, nosso sistema tem base dez, e se desejamos manter o centímetro como unidade de medida, nesse caso, os risquinhos dos milímetros tornam-se menores do que uma unidade, ou seja,*

corresponde a uma unidade dividida em dez partes (1/10) (A1.30.S7);

- *[...] os estudantes afirmaram que era preciso tirar os armários, o professor então lhes questionou onde iriam colocar esses armários se os tirassem dali alguns estudantes responderam em um tom de brincadeira “então vamos ter que colocar dentro do armário”. Neste momento, eles concordaram de que para solucionar o problema eles teriam que considerar a hipótese de que os armários e demais objetos não seriam retirados da sala (A2.20.S7);*

- *Os estudantes mediram esse espaço, considerando-o como um retângulo e calcularam sua área. Todavia, inicialmente, os estudantes limitaram-se a utilizar números inteiros, sendo necessária a intervenção do professor para que levassem em conta também as medidas em centímetros, estimulando o cálculo da multiplicação com Números Racionais representados na forma decimal, como apresentado na Figura 34 (A2.22.S7);*

- *Os estudantes não viam como explicar essa relação por meio de um número, já que para eles a beleza era algo essencialmente pessoal. Para ajudar nessa interpretação, o professor promoveu um momento de socialização, assim como sugere uma atividade de Modelagem Matemática, momento em que os resultados são apresentados e os modelos matemáticos obtidos são avaliados (A3.39.S7);*

- *[...] então o professor propôs que eles medissem quanto de solução cabia em um copinho. Para isso, eles colocaram em um copinho uma quantidade de água equivalente à quantidade de solução que eles recebiam cada dia de higienização, a qual foi medida por meio de um copinho milimetrado e descobriu-se que, na verdade, cada estudante recebia 8 ml de solução (A4. 38.S7);*

- *Puderam questionar, pesquisar e solucionar dúvidas sobre conteúdos matemáticos e conteúdo de outras disciplinas, como geografia, arte, língua portuguesa e até mesmo o inglês (A5.48.S7).*

Percebemos que houve discussões mediadas pelo professor, ou fomentadas pelos alunos, os quais evidenciam o planejamento do professor em cada detalhe apresentado nas estratégias utilizadas para a resolução. Nesse processo da análise da resolução, as estratégias utilizadas para produção do modelo seguem conforme mostram os fragmentos a seguir:

- *Dentre essas representações para os modelos matemáticos produzidos, observamos listas, tabelas e quadros verticais ou horizontais, bem como anotações acima dos moldes e o uso de linguagem natural (A1.47.S7);*

- *As representações utilizadas na produção do modelo matemático dessa*

situação foram variadas, envolvendo registros figurais, numéricos e em linguagem natural (A2.36.S7);

- [...] o modelo matemático produzido pelos estudantes para esta atividade foi constituído verbalmente com a ajuda do professor, que orientou os estudantes na articulação das informações disponíveis e evidências encontradas, e para sua constituição, o professor solicitou aos estudantes que, grupo a grupo, apresentasse suas conclusões (A3.58.S7);

- O modelo matemático para a situação, apesar de não explicitado pelos estudantes, pode ser obtido a partir da explicação das contas realizadas pelos estudantes[...] (A4.50.S7);

- Contudo, essa não é a única linguagem que pode ser utilizada para expressar esse modelo matemático, podemos também fazer o uso da linguagem algébrica, gráfica ou tabular, por exemplo (A4.51.S7);

- [...] houve a construção do modelo da Slime a partir da receita adotada pelas crianças e que de início era um dos problemas levantados por alguns dos grupos: O que precisamos ter de ingredientes para fazer a Slime da nossa sala? Como fazer uma Slime? A própria receita pode ser considerada um modelo não matemático (A5.47.S7).

A partir dos fragmentos elencados acima entendemos, sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, que a aprendizagem parte do meio social e, portanto, não há aprendizagem sozinho, sem a relação com o outro. Também, compreende-se que a socialização do conhecimento e da cultura é preponderante para o desenvolvimento humano e, desta forma, o ambiente escolar possibilita que o sujeito se humanize, e desenvolva-se um indivíduo democrático.

Os modelos alcançados abrangeram figuras, gráficos, tabelas, receitas e exposições verbais realizadas em grupo. No entanto, durante o processo de resolução dos problemas, conforme Burak (2004, 2012) esta não é a principal finalidade, tratando-se do ensino nos anos iniciais, mas o objetivo principal é tentar explicar matematicamente as situações do cotidiano, assim como desenvolver a autonomia.

Inferimos também nesta Subcategoria (S7) que a comunicação fomentada por meio das discussões em grupo constituiu como principal instrumento o signo, conforme Vygotsky (2004). Os recursos pedagógicos utilizados potencializaram a resolução dos problemas, aparecendo como: figuras, gráficos, e outros, como vemos nos próximos fragmentos:

- O fecho como instrumento de medida, emergiu da necessidade dos estudantes

em medir os dedos e os moldes de anéis (A1.42.S7);

- *[...] foi confeccionado diante dos estudantes um bloco de papelão na forma quadrangular de lados 1 metro (A2. 11.S7);*

- *No caso da forma de vida envolvida na atividade, os estudantes tiveram contato, por meio do vídeo, com representações figurais e geométricas do número de ouro, e, por meio da folha que lhes foi entregue, com o signo Φ , uma representação algébrica desse número (A3.59.S7);*

- *Receitas apresentadas (A5.37.S7);*

- *Um medidor para ser usado para obter a quantidade de 250 gramas de cola (A5.38.S7).*

Conclui-se a importância para o desenvolvimento da atividade, assim como para a aprendizagem do aluno, a utilização dos signos, apresentados por meio das discussões, e os recursos pedagógicos, que representam fatores influentes para a aprendizagem, vistas a partir da Teoria Histórico-Cultural, conforme Vygotsky (2004). No entanto, a atividade orientadora de ensino propõe que o planejamento deve ser preparado com um fim, pois a partir do desenvolvimento desta atividade, modifica a estrutura das funções psíquicas, tornando o homem capaz de planejar suas ações, solucionar problemas, fomentar discussões, decidir, entre outros aspectos.

5.3 Terceira Categoria: Mediação em relação à Validação

A terceira categoria, intitulada “*Mediação em relação à validação*”, tem como ponto principal a validação do modelo matemático. Entretanto, conforme análises realizadas nas categorias anteriores, nos anos iniciais do Ensino Fundamental não é necessário dar ênfase para formulação de modelos, o importante é o processo de construção de conhecimentos matemáticos, segundo destacado por Burak (1994, 2017). De acordo com o que foi analisado nas categorias anteriores, o objetivo desta pesquisa é compreender o papel da mediação do professor em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: análises na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Esta categoria é composta pelas Subcategorias: *Análises críticas das soluções (S8)*, *Interpretação dos resultados (S9)* e *Validação e discussões reflexivas (S10)*.

A Subcategoria *Análise crítica das soluções (S8)* é pautada na criticidade. Refere-se

não apenas às discussões em relação aos conteúdos matemáticos, mas conforme Burak e Kluber (2008, p. 21-22) “[...] também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas”. É um momento singular, pois objetiva-se discutir as hipóteses apresentadas durante todo o processo da resolução do problema e soluções encontradas (BURAK, 2017). Os fragmentos a seguir denotam as discussões que mediaram as soluções para o problema:

- *No que concerne à discussão referente ao problema, os estudantes notaram que as medidas seguem uma regularidade, a diferença entre as medidas do comprimento da circunferência dos moldes pares é sempre dois milímetros (A1.33.S8);*
- *Como resposta para o problema os estudantes obtiveram valores como 36, 39, 40, 42, etc., que na ótica da situação-problema representam o número de estudantes que cabem na sala de aula (A2.24.S8);*
- *Essa tabela serviu como um instrumento de apoio para as análises dos estudantes em relação à beleza (A3.25.S8);*
- *Os estudantes estavam impregnados do jogo de linguagem, referente à beleza, praticado em seu cotidiano, no qual a beleza é vista como algo pessoal e não há como ser medida, essa significação de beleza demorou a ser modificada (A3.47.S8);*
- *As crianças foram muito criativas nas ilustrações de suas Slimes (A5. 27.S8).*

Inferimos, por meio dos fragmentos encontrados nas atividades desenvolvidas por Tortola (2012) – A1, A2, A3, A4 e A5 e também nas atividades de Jocoski (2020), que a participação ativa dos estudantes nas discussões em torno das análises apresenta-se bem evidente, seguindo a abordagem de Almeida e Dias (2004), e evidenciam momentos reflexivos conforme abordado por Burak (2004, 2017). Além disso, evidenciamos que as ações as quais constituíram essas discussões propostas pelos pesquisadores ocorreram em um ambiente onde os alunos puderam sanar dúvidas e expor sua criatividade. Neste sentido, os momentos discursivos contribuíram para a aprendizagem por meio da identificação de erros e pelas exposições das ideias, conforme veremos nos fragmentos a seguir:

- *Apenas um grupo chegou a um valor discrepante em relação aos demais, não sendo possível segundo os estudantes (A1.25.S8);*
- *Quanto aos erros cometidos, eles relacionaram à dificuldade em obter uma medida precisa[...] (A1.37.S8);*
- *Outros estudantes ainda apresentaram algumas dúvidas e necessitaram de*

ajuda (A2.18.S8);

- *Os estudantes desconfiaram da resposta (A4. 38.S8);*
- *Foram importantes para as crianças perceberem que os resultados alcançados foram obtidos a partir de decisões tomadas ao longo da atividade, de acrescentarem quantidades dos ingredientes à receita, de não terem mexido o suficiente, de terem (A5.60.S8).*

Por meio dessas discussões, a partir dos fragmentos elencados acima, vemos a mediação realizada pelo professor segundo a ZDP, atuando com base nas dificuldades apresentadas pelos alunos. A apropriação de conceitos e significações ocorre por intermédio destas experiências, conforme Vygotsky (1991). Percebe-se a importância central do professor como responsável pela organização em todo esse processo, em concordância com a Atividade orientadora de Ensino proposta por Moura, Sforni e Araújo (2010) que enfatizam o planejamento e replanejamento do ensino.

Inferimos que a linguagem se mostrou como o principal signo (abstrato), de acordo com o apontado por Costa e Tuleski (2016), especialmente nesta Subcategoria de “*Análise Crítica das Soluções*” (S8), em que as discussões desempenham um papel fundamental. Os estudantes estruturam suas ideias por meio da linguagem, transformando-a no principal instrumento de mediação. Essas características encontradas nesta Subcategoria estão alinhadas com os pressupostos de Leontiev (2004), no sentido de que a atividade precisa ser planejada conscientemente, com objetivos específicos. Nesse caso, “[...] cabe ao professor organizar sua prática de maneira a dar conta desses objetivos” (ASBAHR, 2005, p. 114). O intuito é promover a interação entre alunos e professor, visando à resolução coletiva de situações-problemas (MOURA, 2001).

Neste sentido, os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, baseados em Leontiev (2004), enfatizam que as ações em grupo, compartilhadas por meio de relações sociais, conduzem ao desenvolvimento do indivíduo. Vygotsky (1991) considera que a aprendizagem acontece primeiramente do interpessoal, que são as relações sociais, para o intrapessoal (individual). Esse desenvolvimento é possível por meio da comunicação, ou seja, pelas discussões. Desta maneira, as ações discursivas em sala de aula vão ao encontro do desenvolvimento coletivo e individual do grupo.

A Subcategoria *Interpretação dos resultados* (S9), conforme Almeida e Dias (2004), refere-se ao momento em que o professor em conjunto com a turma, diante da resolução dos problemas, busca a validação e interpretação dos resultados com a finalidade de analisar tanto

as respostas matemáticas, quantos as discussões contempladas referentes às atividades, como mostram os fragmentos:

- *[...] no caso de o vendedor de anel não trabalhar com moldes ímpares, nesse caso, eles teriam que optar pelo anel de tamanho 24, pois o de número 22 ficaria apertado (A1.36.S9);*
- *Conteúdos de determinação de área, perímetro e unidades de medida de comprimento e de área, além de contemplar algumas propriedades operativas, como a comutativa da multiplicação, e apresentar aos estudantes a interpretação de área sob um ponto de vista geométrico (A2. 10.S9);*
- *Na Figura 40, podemos constatar a mudança nos usos incorretos para os usos corretos dos termos da multiplicação (A2.35.S9);*
- *A comparação desses quocientes levou a Estudante 27, bem como outros, a concluir que os resultados obtidos estão próximos de 1,6 ou 1,61; como mostram os protocolos apresentados na Figura 49 (A3.31.S9);*
- *Os estudantes verificaram, então, quantos mililitros eram necessários para preparar 155 bochechos, desta vez, por meio da multiplicação 8×155 , obtendo 1240 ml de solução (A4.41.S9);*
- *Eles deduziram que com 1 sachê se preparava meio litro, ou seja, 500 ml, e, desta forma, concluíram que para cada dia de higienização na escola eram necessários 3 sachês de flúor (A4.42.S9);*
- *A criança procura registrar no desenho as unidades de medidas presentes na embalagem, procurando diferenciar o tamanho dos potinhos com a quantidade registrada 100g e 200g (A5.28.S9);*
- *A tentativa da criança em representar 100g, utilizando-se da letra g (minúscula) (A5.29.S9)*
- *Desenvolvendo com as crianças e a variedade de ideias e conceitos (A5.30.IMS).*

Observamos que, nessa ação, concretizadas pelas discussões em grupo levou à interpretação diferentes conceitos matemáticos e situações presentes no cotidiano, as quais possibilitaram a análise de uma possível resposta para o problema. Conforme Almeida; Silva; Vertuan (2012, p. 15-16) essa ação realizada pelos alunos “[...] implica uma validação da

representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação”.

Nesse processo, o principal Instrumento de mediação utilizado foi por meio do signo como preconizam Costa; Tuleski (2016). As discussões apresentadas, que levaram à interpretação dos problemas, condizem com o repertório matemático dos alunos, que precisaram da intervenção do professor para chegar no modelo para a situação. Os fragmentos a seguir mostram essa dinâmica:

- *Durante a discussão sobre o uso de anéis, ou sobre como determinar o tamanho de um anel, a linguagem natural prevaleceu, a comunicação naquele momento era estritamente oral (A1.40.S9);*

- *Foi necessária a intervenção do professor para que um novo significado para a palavra de um novo contexto, e em outro jogo de linguagem – quando essa palavra, até então conhecida pelos estudantes apenas como unidade de medida de comprimento, estivesse acompanhada pelo adjetivo “quadrado”, representando uma unidade de área (A2.34.S9);*

- *A beleza não deixa sua característica de ser algo pessoal, mas com base em princípios matemáticos, como a proporcionalidade do corpo em relação ao número de ouro, poderíamos inferir sobre sua harmonia e, conseqüentemente, sobre sua beleza (A3.48.S9);*

- *Eles calcularam quantos dias de higienização há no semestre por meio da multiplicação 6×4 – considerando que cada mês possui 4 sextas-feiras –, logo, em 6 meses há aproximadamente 24 dias de higienização e, portanto, são gastos com flúor, nessa escola, $24 \times 90 = 2160$ centavos, ou seja, R\$ 21, 90. (A4. 43.S9);*

- *[..] os estudantes utilizaram a capacidade de um copinho – no qual é distribuída a solução com flúor aos estudantes –, o número de estudantes da escola, o número de sachês utilizados em um dia de higienização, o número de dias em um semestre que há a higienização, o custo de um sachê de flúor e os gastos com o flúor, que estavam procurando (A4.57.S9);*

- *Puderam questionar, pesquisar e solucionar dúvidas sobre conteúdos matemáticos e conteúdo de outras disciplinas, como geografia, arte, língua portuguesa e até mesmo o inglês (A5.50.S9);*

- *Um dos grupos comentou que queria muito levar sua Slime para casa, explicando que deve conservá-la em um potinho fechado com tampa, pois poderia acumular água e estragar (A5.59.S9).*

Inferimos que as discussões denotaram a conclusão da atividade, por intermédio dos momentos de socialização e validação dos modelos matemáticos ou não matemáticos para a situação problema. Nesses momentos de socialização, percebemos um ambiente preparado pelo professor, mais reflexivo, como objetivo de finalizar a atividade de forma a validar todo trabalho desempenhado durante as ações dos alunos.

Observamos que a organização de sala de aula realizada pelos pesquisadores Tortola (2012) e Jocoski (2020), como o observado nas cinco atividades analisadas nestes estudo, foi feita por meio da divisão em pequenos grupos para melhor organização, conforme Burak (2004, 2017). Essa abordagem se alinha aos pressupostos de uma atividade, especialmente no que diz respeito à resolução do problema e discussões reflexivas sobre os resultados. Essa estrutura converge para os interesses da AOE, pois, de acordo com esta perspectiva, Moura, Sforzi e Araújo (2010, p. 225) destacam que “[...] Garantir que a atividade de estudo dos educandos se dê prioritariamente dentro de um coletivo busca concretizar o princípio ou lei de formação das funções psíquicas superiores elaborado pela Teoria histórico-cultural [...]”.

As ações da interpretação dos resultados não necessariamente precisam ocorrer de maneira formal, podendo ocorrer durante a atividade de Modelagem, como evidenciado pelo fragmento a seguir:

- *Eu e a minha amiga medimos a largura e o comprimento depois multiplicamos e deu 42 (Estudante 11) (A2.28.S9).*

Inferimos que a MM nos anos iniciais, com instrumento utilizado pelo professor para o ensino e aprendizagem, propicia um ensino flexível e construído de forma colaborativa entre alunos e o professor. Essa abordagem não está rigidamente estruturada em etapas fixas, permitindo que as ações se desenvolvam de várias maneiras. Isso torna a Modelagem uma atividade potencializadora na aprendizagem nos anos iniciais, o que possibilita a construção de significados em matemática que se relaciona com a vida dos alunos. Além disso, “[...] favorecer a aproximação da Matemática escolar com problemas extraescolares vivenciados pelos alunos” (AMEIDA; BRITO, 2005, p.485).

A Subcategoria *Validação e discussões reflexivas* (S10) tem como objetivo a validação do modelo, ou seja, a comprovação de que o modelo ou modelos produzidos tem o fim de responder ao problema motivador da atividade, conforme Burak e Aragão (2012). Burak (1994, 2010) também salienta que nos anos iniciais do Ensino Fundamental o objetivo principal é explicar matematicamente as situações do cotidiano do aluno, ajudando-os a fazer

predições e tomar decisões, onde a construção do modelo matemático pode advir a partir de discussões.

Neste sentido, as ações pertencentes a essa subcategoria denotam a socialização e validação dos modelos matemáticos para a conclusão da atividade. A mediação do professor (BURAK, 2004) é preponderante, pois é nesse momento que o papel do professor é preparar um ambiente mais reflexivo, conforme a AOE proposta por Moura, Sforini e Araújo (2010), que promova a aprendizagem, com vista a frisar a importância de finalizar a atividade de forma a validar o trabalho desempenhado dos alunos durante todo o tempo de realização da atividade de MM. Os fragmentos elencados em S(10) evidenciam os relatos dos pesquisadores sobre a concretização da socialização dos resultados dos grupos, ou seja, dos modelos alcançados das atividades de Modelagem. Podemos verificar pelos fragmentos abaixo:

- *As hipóteses, variáveis e simplificações, realizadas no transcorrer da atividade foram realizadas sob a forma de um diálogo, entre estudantes e professor (A2.30.S10);*

- *[...] orientou os estudantes na articulação das informações disponíveis e evidências encontradas, e para sua constituição, o professor solicitou aos estudantes que, grupo a grupo, apresentasse suas conclusões (A3. 40.S10);*

- *[...] o modelo matemático produzido pelos estudantes para esta atividade foi constituído verbalmente com a ajuda do professor, que orientou os estudantes na articulação das informações disponíveis e evidências encontradas, e para sua constituição, o professor solicitou aos estudantes que, grupo a grupo, apresentasse suas conclusões (A3.57.S10);*

- *Os estudantes não construíram um modelo matemático de forma explícita, esse é revelado em suas discussões e em seus registros, por meio da sequência de operações que realizaram para solucionar o problema, desde as operações utilizadas na busca pela quantidade de saches, de dias de higienização em um semestre e pelo valor gasto com esses saches de flúor (A4. 47.S10);*

- *A troca de ideias e sugestões entre as crianças também ocorreu na presente etapa da Modelagem Matemática o que caracteriza a cooperação entre as crianças (A5.60.S10).*

Notam-se momentos mais reflexivos, nos quais fragmentos elencados nesta S10 mostram relatos dos pesquisadores sobre a finalização do trabalho com vistas a socializar os resultados de cada grupo, de acordo com os fragmentos (A3.57.S10), (A4. 47.S10) e

(A5.60.S10). Inferimos a importância atribuída ao papel do professor na condução deste momento, na interação entre os grupos e na apresentação de modelos matemáticos por meio das discussões. O papel do professor em mediar essas discussões é importante, pois objetiva-se finalizar a atividade e validar o trabalho realizado pelos alunos, o que está alinhado com a atividade orientadora de ensino, conforme proposto por Moura (2001). Percebemos também que esse processo de validação se revelou com caráter explicativo, como veremos nos fragmentos abaixo:

- *[...] muitos estudantes tiveram que conferir o número de seus anéis a partir de uma nova estratégia elaborada no decorrer da atividade, ou seja, medir o dedo e consultar o seu modelo matemático construído, seja uma tabela, um quadro etc.(A1.47.S10);*

- *Dentre essas representações para os modelos matemáticos produzidos, observamos listas, tabelas e quadros verticais ou horizontais, bem como anotações acima dos moldes[...](A1.48.S10);*

- *Eu e a minha amiga medimos a largura e o comprimento depois multiplicamos e deu 42 (Estudante 11) (A2.28.S10);*

- *Na Figura 37 podemos observar que a Estudante 33 calculou inicialmente a área total da sala de aula destinada aos estudantes e desse valor retirou o espaço reservado ao professor e o espaço ocupado pelos armários e demais objetos da sala, não satisfeita com o resultado a estudante reduziu 5 m² do espaço do professor adicionando à área dos estudantes, obtendo assim uma resposta para o problema (39,2805 m²) (A2.31.S10);*

- *[...] os estudantes a concluírem que a beleza está relacionada com esse número, que quanto mais próximo a ele, mais bela é a pessoa, isto é, mais harmônicas são suas medidas (A3.41.S10);*

- *[...] o modelo matemático obtido envolve a ideia de proporcionalidade (A3.42.S10);*

- *Resposta para o problema referente aos gastos com o flúor nessa escola (A4.46.S10);*

- *Os conteúdos matemáticos abordados durante o desenvolvimento dessa atividade giraram em torno das quatro operações elementares da Matemática, adições, subtrações e, de modo especial, as multiplicações e divisões, contemplando o conjunto dos Números Naturais e dos Números Racionais, em particular, aqueles representados na forma decimal. Além disso, envolveu algumas noções do sistema monetário brasileiro (A4.49.S10);*

- *As crianças criaram os modelos de seus Slimes através do desenho (convites)*

(A5.47.S10);

- *Houve a construção do modelo da Slime a partir da receita adotada pelas crianças e que de início era um dos problemas levantados por alguns dos grupos: O que precisamos ter de ingredientes para fazer a Slime da nossa sala? Como fazer uma Slime? A própria receita pode ser considerada um modelo não matemático (A5.48.S10).*

Conforme Costa e Tuleski (2016), os signos são percebidos por meio das discussões e se apresentam como o principal elo das atividades. Por meio delas, os pesquisadores Tortola (2012) e Jocoski (2020) aprofundaram novos conceitos matemáticos, mesmo a partir de um tema não matemático, como explicitam Almeida, Dias (2004) e Burak (1992). Vygotsky (1991) enfatiza que a aprendizagem de novos conceitos ocorre na ZDP, a partir da compreensão dos conhecimentos reais do aluno, e assim se dá a introdução dos conhecimentos científicos, os quais contribuem para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Como observamos em A3.42.S10), (A4.49.S10) assim como pelos fragmentos abaixo:

- *Gráfico dos tamanhos de anéis (A1.49.S10);*
- *Multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura da sala de aula (A2.38.IMS);*
- *O professor então fez no quadro um exemplo de algoritmo da divisão, como estavam acostumados a fazer e mostrou-lhes as regras de uso, bem como o nome de cada elemento desse algoritmo, como podemos visualizar na Figura (A3.52.S10);*
- *Figura 82 – Linguagem numérica utilizada na resolução da atividade relacionada ao flúor (A4.50.S10);*
- *[...] contagem cem a cem [...] Metro, quilograma (A5.45.S10).*

Por esses fragmentos pontuamos um ensino bem organizado, alinhado com a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) pensada por Moura (2001, 2010). Moura, Sforzi e Araújo (2010) expõem que a aprendizagem de conceitos, quando adequadamente organizada, produz um efeito maior sobre o desenvolvimento do psiquismo humano, especialmente na formação do pensamento teórico nesta fase de estudo da criança. Nesta Subcategoria (S10) inferimos que a validação aconteceu de forma parecida, a partir de exposições das investigações realizadas, discussões sobre os resultados, conclusões críticas sobre os modelos produzidos. Esse processo de validação, realizado de maneira reflexiva e crítica, amplia as possibilidades de aprendizagem e desenvolvimento.

TECENDO ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas três categorias analisadas, *Mediação em relação ao tema*, *Mediação em relação ao problema* e *Mediação em relação a validação*, a ação mediadora do professor revelou-se como essencial no desenvolvimento das atividades de Modelagem e aprendizagem nos anos iniciais. Na primeira categoria, *Mediação em relação ao tema*, com caráter motivacional, os alunos expuseram os motivos das suas escolhas, os quais estavam vinculados aos seus interesses, conforme expõem Burak (1992, 2010, 2017), Burak, Aragão (2012) e Almeida e Dias (2004). Vygotsky (1991) também salienta que o pensamento é instituído pela motivação, ou seja, pelos nossos interesses e emoções. Nessa concepção, o desenvolvimento da atividade realizada por meio dos grupos contribuiu para um vínculo maior entre professor e alunos e também nas relações entre os próprios alunos.

Isso nos leva a compreender que o desenvolvimento, parte do contexto social para o individual, o que vem ao encontro da perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Os saberes compartilhados por meio das discussões na escolha do tema entre os alunos e professores, planejadas e organizadas com fins específicos podem contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, gerando aprendizagem e desenvolvimento. É o momento como verificamos onde o professor ou os alunos apresentando sugestões de temas que geralmente derivam a partir do interesse do grupo e principalmente com o desejo em pesquisar. Nesse sentido, esses momentos de interação, em que os alunos são direcionados para a procura dos materiais e informações sobre o tema que será desenvolvido, para a sua melhor compreensão é necessário que o professor assuma a postura de mediador com o intuito de contribuir com a definição de um assunto.

Outra ação potencializadora da primeira categoria refere-se à utilização dos Signos, segundo Costa e Tuleski (2016), e dos recursos pedagógicos utilizados durante a prática das atividades, que de acordo com o Referencial Curricular do Paraná, aponta tal importância para melhor assimilação dos conteúdos (PARANÁ, 2018). Vimos que Vygotsky (2001) destaca o professor como principal responsável mediador no desenvolvimento dos conceitos científicos. A relação estabelecida entre professor e aluno exerce influência significativa na escolha do tema, que é considerado o ponto de partida para realização do trabalho pedagógico, sendo trabalhado por meio das mediações conduzidas pelo professor durante a atividade (ASBAHR, 2016).

A segunda categoria, *Mediação em relação ao problema*, buscou levantar os problemas para a resolução da situação-problema. Verificamos nas ações apresentadas por Tortola (2012) e Jocoski (2020) reflexões com o objetivo de familiarizar os alunos com processos de investigação para então consolidar a atividade de Modelagem. Assim, ensinar os conteúdos matemáticos com vistas a responder aos problemas levantados por meio da Matemática, e se concretizar o processo de produção de um modelo matemático ou não matemático para o problema resolvido. Desta forma, compreendendo o professor como mediador atuando na Zona de Desenvolvimento Proximal, permite o avanço da aprendizagem, atividade responsável pelo desenvolvimento do psiquismo visto com as lentes da Teoria Histórico-Cultural (TULESKI, EIDT, 2016), que compreendemos a responsabilidade da escola por tais conhecimentos (MARTINS, 2016).

A mediação proposta pela AOE torna-se influenciadora, pois possibilita ao professor nesta fase de resolução dos problemas, na condição de mediador, a construção de novos conhecimentos Matemáticos e conceitos científicos escolares e a formação do pensamento teórico, pois as dúvidas e dificuldades encontradas em meio a um problema é o ponto de partida para a prática de ensino do professor, conforme (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2010). Esta perspectiva satisfaz os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, na qual verificamos a importância da mediação do professor atuando na ZDP, percebendo as dificuldades e repensando sua prática e buscando novos caminhos para a aprendizagem.

As ações que mostraram a resolução dos problemas nas atividades realizadas pelos pesquisadores foram muito bem escritas e planejadas com objetivos e fins específicos a serem alcançados. Desta forma, inferimos que esta categoria veio ao encontro dos pressupostos da AOE, o que permitiu verificar que o professor, na condição de mediador ao longo de todo o processo, desempenhou um papel crucial na construção de novos conhecimentos matemáticos. Foi possível constatar a importância da mediação do professor atuando na Zona de Desenvolvimento Proximal, identificando as dificuldades dos alunos e os orientandos a alcançarem um nível maior de conhecimento.

Vimos como elementos essenciais desta categoria as reflexões e questionamentos para a produção do modelo matemático, a linguagem se mostrou como o principal signo e, nesse ambiente dialógico potencializado pela atividade de Modelagem Matemática, conclui-se que favorece o fazer e o pensar matemático. As produções estabeleceram-se também, por meio de tabelas, gráficos, receitas, trabalhos apresentados, discussões etc, com a mediação e orientação do professor. Todas as atividades analisadas alcançaram com sucesso a produção de um

modelo matemático, demonstrando o envolvimento ativo dos alunos na resolução do problema proposto.

As análises referentes à terceira categoria, veiculadas por meio da *Mediação em relação à Validação do problema*, mostram as validações relacionadas aos modelos matemáticos produzidos para os problemas estudados nas cinco atividades. A participação dos estudantes nas discussões em torno das análises apresentaram-se bem evidente, tanto nas discussões matemáticas quanto nas reflexões sobre a realidade.

A validação do problema ocorreu principalmente por meio de discussões, por tratar-se dos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde tem o objetivo de explicar matematicamente as situações do cotidiano do aluno, pois, o homem se humaniza no processo de apropriação social e internaliza tais saberes atribuindo sentido ao que aprende, conforme pressupostos da Teoria Histórico-Cultural.

A linguagem mostrou-se como o principal signo, apresentado nesta categoria por meio das discussões, e foi determinante na elaboração dos modelos matemáticos produzidos. Esse aspecto é evidenciado desde o primeiro momento, quando os estudantes buscaram ou selecionaram informações para a resolução do problema proposto para investigação, desenvolvendo novos conceitos, expressos por meio de símbolos, figuras geométricas antes desconhecidas, tabelas numérica etc. A mediação do professor revelou-se de extrema importância nesse processo, ao preparar um ambiente reflexivo com fins específicos conforme AOE, que promova a aprendizagem, com vista a finalizar a atividade e validar o trabalho desempenhado dos alunos durante todo o tempo de realização da atividade de MM. O professor orienta as discussões de cada grupo no campo da ZDP, com vistas na identificação de um modelo matemático ou não matemático e auxilia os alunos na apresentação e socialização dos resultados alcançados.

Compreendemos, que essas ações forneceu - nos resposta para o nosso objetivo geral, o qual destacou a mediação do professor preponderante para aprendizagem e desenvolvimento. Com o objetivo de organizar o ensino, a AOE esteve presente em todas as atividades. Nas atividades em que os problemas foram propostos pelos alunos, o tema partiu do interesse do coletivo, pois todos estavam motivados em obter respostas para o problema. Já quando o problema foi proposto pelo professor, o objetivo foi familiarizar os alunos para que a atividade de Modelagem fosse consolidada.

Na produção do modelo para o problema considerou-se o repertório matemático inicial dos alunos, o qual levantou discussões que permitiram evidenciar a importância da

matemática para responder problemas com referência na realidade, possibilitando a aprendizagem de conteúdos de matemática e o desenvolvimento de pensamento crítico sobre o tema em questão, indo ao encontro da concepção de aprendizagem da Teoria Histórico-Cultural. Vygotsky (1991) ressalta que é necessário conhecer o conhecimento real do aluno e ao atuar na ZDP, potencializar seu conhecimento levando a um nível maior de aprendizagem.

Vimos também os signos representados por meio das discussões que foi o principal elo e que potencializou a realização e consolidação das atividades. Visualizamos também os recursos pedagógicos utilizados como instrumentos mediadores em toda a prática dos pesquisadores Tortola (2012) e Jocoski (2020), os quais são evidenciados no Quadro 5.2.

Quadro 5.1 – Recursos didáticos pedagógicos utilizados nas atividades desenvolvidas

Código	Atividade de Modelagem Matemática	Recursos didáticos-pedagógicos
A1	Como se determina o tamanho de um anel?	Discussões, fala, interação, folha com informações, régua, fecho de arame revestido com plástico.
A2	Quantos alunos cabem na sua sala de aula?	Discussões, fala, interação, folha com informações, fita métrica, trena.
A3	Será que é possível medir a beleza de uma pessoa?	Discussões, fala, interação, computador, <i>internet</i> , <i>slides</i> com fotos, vídeos, folha com informações, fita métrica, calculadora.
A4	Quanto é gasto com flúor na escola?	Discussões, fala, interação, entrevista, computador, <i>internet</i> .
A5	Receita de <i>Slime</i>	Discussões, fala, interação, computador, <i>internet</i> , vídeo grupo no whatsapp, ingredientes para receita, folha para dos desenhos.

Fonte: A autora

Esses instrumentos representados pelo signo e pelos recursos pedagógicos, quando considerados no contexto escolar à luz da Teoria Histórico-Cultural, destacam a mediação do professor como imprescindível. Cabe a ele a organização de sua prática pedagógica, utilizando esses instrumentos com objetivos e fins específicos, o qual responde o nosso objetivo geral, que a troca de ideias e opiniões mediatizadas entre professor e aluno, por meio das atividades de Modelagem Matemática é essencial para a aprendizagem e o desenvolvimento, uma vez que sem essa relação o indivíduo não consegue progredir sozinho, destacando a importância do papel do outro nesse processo.

É importante ressaltar que nossa visão apresentada nessa análise se limita às atividades por nós analisadas, sem a vivências da prática. Esta pesquisa, de caráter qualitativo

documental, nos proporcionou uma visão mais ampla da MM, nos permitiu conhecer diferentes concepções de Modelagem, enriquecendo nossa formação como pesquisadora, o que corrobora para minha formação enquanto pesquisadora de Modelagem nos anos iniciais, e que seja planejada com finalidades específicas.

A MM pode oferecer e potencializar o ensino da matemática, contribuindo para a apreensão de novos conceitos matemáticos. Ou seja, os estudantes se humanizam ao se apropriar e internalizar os processos de significação social, atribuindo um novo sentido ao que aprendem. Isso promove o desenvolvimento da criticidade e das funções do psiquismo

humano por meio de um processo organizado, como propõe a AOE, com vistas na aprendizagem e a humanização dos sujeitos. Essa abordagem está de acordo com a Teoria Histórico-Cultural na qual a aprendizagem ocorre a partir do meio do social para o individual.

Nossa inferência é que na aplicação da atividade de Modelagem planejada, conforme a AOE, o professor desempenha o papel de mediador dos alunos no processo de ensino e aprendizagem, assim como apontado por Burak (2004, 2010, 2017), que promove a construção de conhecimento de forma coletiva. Neste contexto, o estudante, na condição de par mais experiente confirma esta construção de aprendizagem e desenvolvimento, tornando a Modelagem uma alternativa pedagógica plena e eficiente, na formação de novos conceitos e a interação por meio dos grupos, o que favorece o ensino e aprendizagem da matemática, indo ao encontro da perspectiva da Teoria Histórico-Cultural.

Não temos a intenção de colocar um ponto final no assunto, pois a Modelagem Matemática no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental é um campo vasto. Nosso intento é que possamos contribuir para que outros pesquisadores e professores compreendam a sua importância mediante a sua prática, e seu impacto na aprendizagem e no desenvolvimento humano.

Esperamos que esta pesquisa contribua para a formação de novos pesquisadores, com foco na escola, no ensino e no papel do professor como principal mediador em sua prática e responsável em transmitir os conhecimentos historicamente e acumulados, lembrando que a humanidade só existe porque houve um processo de mediação ao longo de sua história.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Registros de representação semiótica em atividades de modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. **Unión: revista iberoamericana de educación matemática**, n. 25, p. 109-125, 2011.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. dos S. Atividades de modelagem matemática: quesentido os alunos o podem atribuir. **Ciência & Educação**, Bauru, v.11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ASBAHAR, F. S. F. **Idade Escolar e Atividade de Estudo: Educação, Ensino e Apropriação dos sistemas conceituais**. In: MARTINS, L. M, ABRANTES, A. A, FACCI, M. G. G. Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice. Campinas, SP: Autores Associados, p. 171-192, 2016.

BAKHTIN, M. **Os gêneros do discurso**. Paulo Bezerra (Organização, Tradução, Posfácio e Notas); Notas da edição russa: Seguei Botcharov. 164p. São Paulo: Editora 34, 2016.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais Para O Curso De Pedagogia**. Parecer CNE/CP n. 5 de 13 de dezembro de 2005. Brasília, 2005.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria-Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Universidade Federal de Santa Catarina. v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar Sobre seus Fundamentos. **UNION - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, no. 51, Diciembre 2017.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de

Modelagem Matemática na Educação Matemática, 1. 2004, Londrina. **Anais [...]**. Londrina: UEL, 2004.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

BURAK, D. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar Sobre seus Fundamentos. **UNION** - Revista Iberoamericana de Educación Matemática, no. 51, Diciembre 2017.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

BURAK, D.; KLUBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. Acta Scientiae **ULBRA**, Canoas. v.10, p. 93-106, jul-dez., 2008.

BURAK, D; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia, Curitiba**, v. 8, m. 1, p. 92-111, jan-abr, 2015.

BURAK, D; ARAGÃO, R. M. R. de. **A Modelagem Matemática e relações com a Aprendizagem Significativa**. Curitiba, PR: CRV, 2012.

CEOLIM, A. J. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: obstáculos e dificuldades apontados por professores. 2015. 151 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Luciana de Oliveira da Rocha. Porto Alegre: Artmed, 2 ed., 2007.

CIPOLLA, N. J.; BARRETO, L. S. M.; ROCCO, M. T. F.; OLIVEIRA, M. K. APRESENTAÇÃO. In: VYGOTSKYI, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2006. p. 59 - 84.

COSTA, E. M.; TULESKI, S. C. Psicologia histórico-cultural e a relação entre instrumento e signo no desenvolvimento infantil: uma discussão metodológica. **Interfaces da Educação**, Vol. 6, n. 18, 2016.

DAVÍDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Trad. del ruso por Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DIAS, J. L.; CHAVES, M. I. A. Diálogos com/na modelagem matemática nas séries iniciais. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 6., 2009, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2009.

ENGELS, F. **A dialética da natureza**. 6.ed. São Paulo: Paz e Terra, 2000.

EIDT, N. M.; TULESKI, S. C. O método da Psicologia HistóricoCultural, e suas implicações para se compreender a subjetividade humana. In: CIPSI Congresso Internacional de Psicologia. Maringá, 2007, Maringá. **ANAIS: CIPSI - Congresso Internacional de Psicologia**. Maringá: UEM, 2007.

FACCI, M. G. D. A. A periodização do desenvolvimento psicológico individual na perspectiva de Leontiev, Elkonin e Vygotsky. **Caderno cedes**, Campinas, vol. 24, n. 62, p. 64-81, 2004.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 4 ed., 2002.

JOCOSKI, J. **Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2020. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

LAKATOS, E. M. A.; MARCONI, M. A. **Fundamentos da Metodologia Científica**. Revista e Ampliada. São Paulo, SP: Atlas, 1991.

LAKATOS, E. M. A.; MARCONI, M. A. **Fundamentos da Metodologia Científica**. Revista e Ampliada. São Paulo, SP: Atlas, 2003.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Página: 261-284 Lisboa: Horizonte, 1978.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo – 1904/1979**. [Tradutor – Rubens Eduardo Frias]. São Paulo, SP: Centauro, 2004.

LEONTIEV, A. N. Uma Contribuição à Teoria do desenvolvimento da Psique infantil. In: VYGOTSKY, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. São Paulo: Ícone, p. 59 - 84, 2006.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e gestão da escola - teoria e prática**. Goiânia: Alternativa, 2004.

LIBÂNEO, J. C.; OLIVEIRA, J. F; TOSCHI, M. S. **Educação Escolar: Políticas, Estrutura e Organização**. São Paulo: Cortez, 2012.

LIMA, R.C. A; SILVA, J. O uso de Tecnologias na Escola e seus impactos no processo educacional. **Anais VCONEDU- Congresso nacional da Educação**, editora realize, 2018.

LUNA, A. V. A.; ALVES, J. Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP, p. 855-876, 2007.

LUNA, A.V. A.; SOUZA, E. G.; SANTIAGO, A. R. C. M. Modelagem matemática nas séries iniciais: o gérmen da criticidade. Alexandria. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, n. 2, p. 135-157, 2009.

LURIA, A. R. Vigotskii. In: VIGOTSKII, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. São Paulo: Ícone, p. 59 – 84, 2006.

MARX, K. H. **O Capital: crítica da economia política**. Livro I: O processo de produção do capital. São Paulo: Boitempo, 2013.

MARTINS, L. M. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

MARTINS, L. M. **Psicologia histórico-cultural, pedagogia histórico-crítica e desenvolvimento humano**. In: MARTINS, L. M, ABRANTES, A. A, FACCI, M. G. G. Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice. Campinas, SP: Autores Associados, p. 13-34, 2016.

MARTINS, L. M.; ABRANTES, A. A.; FACCI, M. G. G. **Periodização Histórico – Cultural do desenvolvimento Psíquico, do nascimento à velhice**. Campinas, SP: Autores Associado, 2016.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: ASTRO, D.; CARVALHO, A. M. P. (orgs.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, p. 143-162, 2001.

MOURA, M. O. A atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; ARAÚJO, E. S. **A atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber Livro, 2010.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise Textual Discursiva**. Unijuí, 2ed., 2011.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. Análise Textual Discursiva. **Revista Terra & Cultura: Cadernos de Ensino e Pesquisa**, Herói: Unijuí, 2007.

OLIVEIRA, M. K. **Vigotsky, aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 2001.

PARANÁ. **Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. Secretaria de Estado da Educação**. Curitiba, 2018.

ROSA, M.; OREY, D. C. A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 26, n. 42A, p. 261-290, abr. 2012.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SHULMAM, L. Conhecimento e Ensino: Fundamentos para a Nova Reforma. **Cadernos CENPEC – Pesquisa e Ação Educacional**, V. 4, n. 2, 2014.

TORTOLA, E. **Os Usos Da Linguagem Em Atividades De Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental**. 2012. 170 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 94, n. 237, p. 619-642, 2013.

TORTOLA, E. **Configurações De Modelagem Matemática Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental**. 2016. 305 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TULESKI, S. C. EIDT, N.M **A periodização do desenvolvimento: Atividade dominante e a formação das funções Psíquicas superiores**. In: MARTINS, L. M, ABRANTES, A. A, FACCI, M. G. G. *Periodização Histórico-Cultural do Desenvolvimento do nascimento à velhice*. Campinas, SP: Autores Associados, p.33 – 45, 2016.

VYGOTSKY, L. S. **A formação Social da Mente**: São Paulo: Martins Fontes, 4. ed. 1991.

VYGOTSKY, L.S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKYI, L. S. **Psicologia Pedagógica**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 7.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L.S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2006.